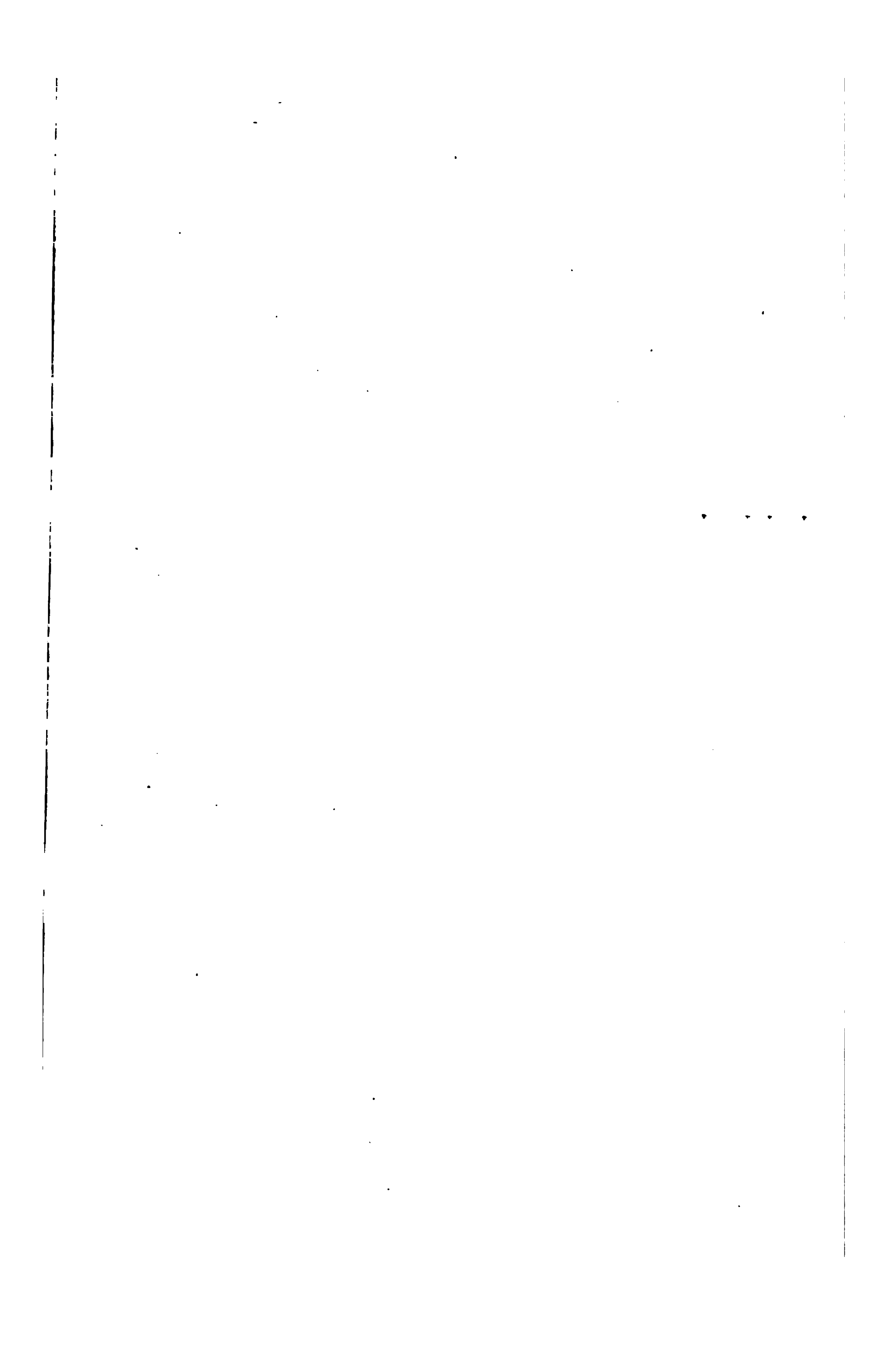


LANE MEDICAL LIBRARY STANFORD
C931 .G88 1895
STOR
Physikalische Krystallographie und Einle

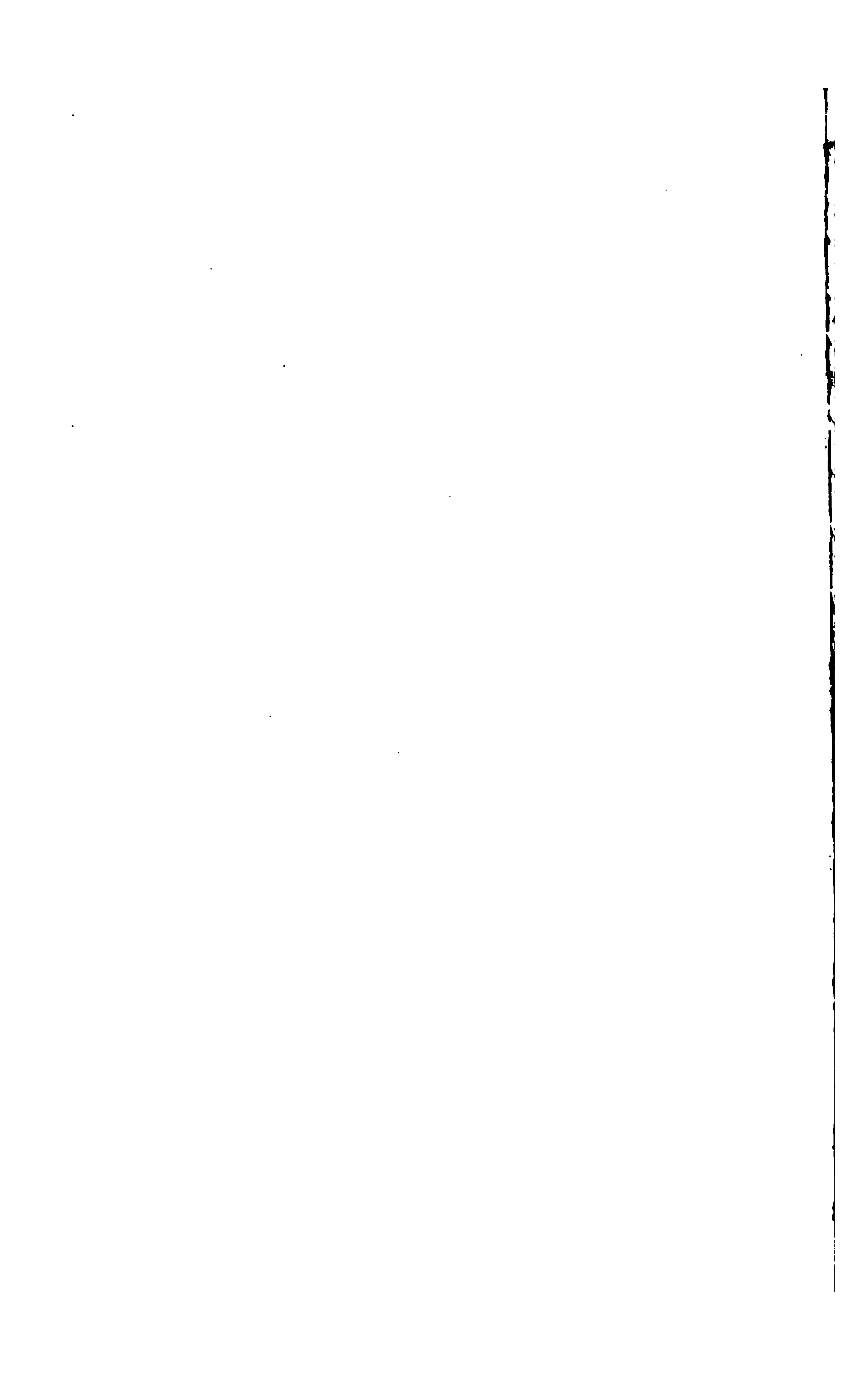



E
PHIE
NISS



PHYSIKALISCHE

KRYSTALLOGRAPHIE.



PHYSIKALISCHE

KRYSTALLOGRAPHIE

UND EINLEITUNG

IN DIE

KRYSTALLOGRAPHISCHE KENNTNISS

DER

WICHTIGSTEN SUBSTANZEN

VON

P. GROTH

DRITTE NEUBEARBEITETE AUFLAGE

MIT 702 HOLZSCHNITTEN IM TEXT UND DREI BUNTDRUCK-TAFELN

LEIPZIG

VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1895.

Vorwort.

Die Krystallographie wird an den Hochschulen bisher vielfach nur in Verbindung mit der Mineralogie, als Hülfsmittel für die Charakterisirung der Mineralien und daher in rein descriptiver Weise gelehrt. Dies entspricht nicht dem heutigen Standpunkte dieser Wissenschaft. Nachdem schon der Begründer derselben, Hauy, einen Versuch gemacht hatte, die Krystallformen zu erklären, nachdem durch die Forschungen Brewster's, später Senarmont's und Grailich's, endlich in neuester Zeit Mallard's u. A. der gesetzmässige Zusammenhang der physikalischen Eigenschaften mit der Krystallform bis ins Einzelne erkannt worden war, hat sich allmählich die Ueberzeugung Bahn gebrochen, dass die Form eines Krystalls lediglich eine Folge seines inneren Aufbaues aus kleinsten Theilchen, welche mit bestimmten, in gesetzmässiger Weise von der Richtung abhängigen Kräften auf einander wirken, und daher eine physikalische Eigenschaft der betreffenden Substanz sei. Auf rein geometrischem Wege gelang es zuerst Hessel, später unabhängig Bravais und Gadolin, die Gesammtheit aller überhaupt möglicher Krystallformen festzustellen, während die auf Grund der physikalischen Eigenschaften der Krystalle sich nothwendig ergebenden Anschauungen über die innere Structur der krystallisirten Medien, wie sie in den Theorien von Bravais, Sohncke, Fedorow und Schönfliess vorliegen, zu genau den gleichen Symmetriearten führen. Auf Grund dieser Ergebnisse muss die Krystallographie betrachtet werden als ein Theil der Molekularphysik, und nachdem Voigt es wahrscheinlich gemacht hat, dass die sogenannten »amorphen« Körper als Aggregate sehr kleiner krystallinischer Partikel aufzufassen seien, kann dieselbe bezeichnet werden als die »Molekularphysik der festen Körper überhaupt«.

Hiernach kann eine wissenschaftliche Behandlung dieses Faches nur im Zusammenhange mit der gesammten Krystallphysik erfolgen. Für eine solche scheint dem Verfasser noch heute als der geeignetste der vor genau 25 Jahren in seinen ersten Vorlesungen (Sommersemester 1870), sowie in den beiden früheren Auflagen dieses Lehrbuches (1876, 1885) eingeschlagene Weg: mit der Behandlung der optischen, thermischen, mechanischen u. s. w., d. h. der physikalischen Eigenschaften der Krystalle im engeren Sinne, zu beginnen und aus der Darstellung der für alle diese gültigen Gesetzmässigkeiten die Anschauung herzuleiten, welche man als »Theorie der Krystallstructur« bezeichnet. Diese besteht wesentlich in dem Nachweis der Nothwendigkeit bestimmter Symmetrieverhältnisse, deren Uebertragung auf die Betrachtung der äusseren Form der Krystalle, welche uns die directe Beobachtung kennen lehrt, eine vollständige Uebereinstimmung der letzteren mit jenen Anschauungen zeigt. Aber nicht nur die geometrische Form, sondern auch die Erscheinungen bei der Bildung und dem Wachsthume der Krystalle, die Abhängigkeit des Auftretens der Flächen von den Verhältnissen bei der Bildung u. s. w. finden in jener Theorie ihre Erklärung. So stellt sich das Gebäude der Krystallkunde z. Z. als eines der theoretisch bestbegründeten des ganzen Gebietes der Physik dar, von fundamentaler Bedeutung für das Verständniss der Körperwelt, ganz besonders für diejenige Wissenschaft, welche sich mit den »Stoffen« beschäftigt, die Chemie. Unter den verschiedenen Punkten, an welchen die neueren krystallographischen Anschauungen in theoretischer Beziehung in das letztere Gebiet eingreifen, sei nur einer hervorgehoben: das durch die exacte Auffassung des Begriffes der »Symmetrie« ermöglichte Eindringen in das Wesen der Beziehungen zwischen Form und optischer Activität, welche nach Pasteur's wichtiger Entdeckung der Ausgangspunkt der heutigen »Stereochemie« geworden sind. Aber nicht nur in theoretischer, sondern auch in praktischer Beziehung hat die physikalische Behandlung der Krystallkunde eine fortwährend steigende Bedeutung erlangt. Die vollständige Erkenntniss des gesetzmässigen Zusammenhanges der optischen Eigenschaften mit der Symmetrie der Krystalle hat uns die Mittel an die Hand gegeben, durch optische Methoden die Bestimmung und Erkennung der krystallisirten Substanzen in mikroskopischen Präparaten mit einer Sicherheit auszuführen, an welche noch vor wenigen Jahrzehnten Niemand geglaubt hätte. Allgemein bekannt ist, eine wie vollständige Umwälzung hierdurch die Petrographie erfahren hat, welch wichtiges Hülfsmittel für den Chemiker die »Krystallanalyse« durch die

Arbeiten O. Lehmann's, C. Haushofer's u. A. geworden ist, und wie fruchtbar sich die Methoden der Krystalloptik auch bei botanischen und histologisch-zoologischen Untersuchungen erwiesen haben.

Unter diesen Umständen kann es heutzutage den Studirenden der Naturwissenschaften, besonders denjenigen, welche sich der Physik, Chemie, Mineralogie und Geologie widmen, nicht mehr erlassen werden, sich mit der Krystallographie in dem angedeuteten Sinne zu beschäftigen. Der Zweck des vorliegenden Lehrbuches ist, unter Voraussetzung der allgemeinen Experimental-Physik und -Chemie, aber ohne weitere mathematische Kenntnisse, als sie die Mittelschule zu liefern im Stande ist, den Studirenden nicht nur in das Verständniss der Gesetzmässigkeiten, denen die krystallisirten Stoffe unterworfen sind, einzuführen, sondern ihn auch zu befähigen, die Methoden dieser Wissenschaft praktisch anzuwenden. Keinerlei Schwierigkeit dürften namentlich Solche in dem Studium des Buches finden, welche eine Vorlesung über »Mineralogie« gehört und dadurch bereits die Anschauung der einfachsten und gewöhnlichsten Krystallformen gewonnen haben.

Die I. Abtheilung hat den Zweck, eine zusammenhängende Darstellung der physikalischen Eigenschaften der Krystalle zu geben, aus welcher deren gesetzmässige Beziehungen zu einander klar hervorgehen. Sie beginnt in der vorliegenden Auflage mit der Optik, als des praktisch wichtigsten Theiles, dessen Behandlung, den bei den Physikern immer mehr zur Geltung kommenden Anschauungen entsprechend, nicht mehr auf die sogenannte »Elasticitätstheorie« des Aethers, sondern auf die von Fletcher vorgeschlagene, rein geometrische Betrachtung begründet ist. Dieser Weg gestattet, auch ohne mathematische Theorie selbst in die verwickeltsten Erscheinungen, wie z. B. die konische Refraction, eine richtige Einsicht zu gewinnen, welche für mikroskopische Studien unentbehrlich ist. Für letztere dürfte auch der neu hinzugefügte Paragraph über die Polarisationsfarben von Werth sein. Eine ganz neue Bearbeitung erforderten die Abschnitte über die elektrischen Eigenschaften und besonders derjenige über die Einwirkung mechanischer Kräfte auf die Krystalle, ein Gebiet, welches durch die Forschungen Voigt's an Wichtigkeit und Interesse so erheblich gewonnen hat. Bei diesem Kapitel erfreute sich der Verf. gefälliger Mithülfe durch einen ebenfalls verdienstvollen Forscher auf dem betreffenden Gebiete, Herrn J. Beckenkamp; ebenso hat er Herrn L. Grätz für mancherlei erwünschte Rathschläge bei Ausarbeitung der I. Abtheilung zu

danken. In dem letzten, durch freundliche Mitwirkung des Herrn L. Sohnke wesentlich geförderten, Abschnitte der I. Abth., welcher sich mit der Molekularstructur der Krystalle beschäftigt, wurde versucht, zunächst die einfachste und für viele Fälle wohl ausreichende Theorie von Bravais vollständig zu erläutern und von den neueren Theorien von Sohncke, Fedorow und Schönfliess wenigstens eine Vorstellung zu geben, da eine vollständige Darstellung der letzteren den Rahmen eines derartigen Lehrbuches weit überschritten hätte und ohne Modelle doch mehr oder weniger unverständlich wäre. Das Gegebene dürfte genügen, um zu zeigen, dass in der That die gewonnenen Anschauungen über die Structur der krystallisirten Substanzen im Stande sind, von den Ursachen der an den Krystallen beobachteten Erscheinungen Rechenschaft zu geben und so das Verständniss derselben zu erleichtern.

Die wesentlichste Umgestaltung musste die II. Abtheilung erfahren. Die bisher übliche, besonders von Naumann begründete, Systematik der Krystallformen, d. h. deren Eintheilung in holoëdrische, hemiëdrische, hemimorphe u. s. w. Gruppen, leidet (wie namentlich Gadolin zeigte) an einer Reihe von Unklarheiten und Inconsequenzen, welche dadurch entstanden sind, dass man sich für die Beurtheilung der möglichen Gruppen an gewisse, nur partiell gültige Analogien der nach und nach an den krystallisirten Körpern, besonders den Mineralien, beobachteten Formen hielt, ohne hierbei ein allgemeines Princip zu verfolgen. Nachdem nun aus dem empirischen Grundgesetze der geometrischen Krystallographie, dessen Nothwendigkeit sich auch aus dem physikalischen Verhalten der Krystalle ergiebt, die Gesammtheit aller möglicher Krystallformen streng mathematisch abgeleitet und nachgewiesen worden ist, dass es nur 32 Klassen von Formen, welche sich durch ihre Symmetrie von einander unterscheiden, geben könne, erweisen sich die bisherigen Krystallsysteme als mehr oder weniger willkürliche Zusammenfassungen je einer Anzahl jener Klassen, deren Beibehaltung lediglich einen praktischen Werth, behufs leichterer Uebersicht, besitzt. Der logisch richtige Weg der systematischen Behandlung der 32 möglichen Klassen von Krystallen ist offenbar derjenige, bei welchem man von den einfachsten Formen, d. h. denjenigen mit dem niedrigsten Grade der Symmetrie, ausgeht und durch Einführung der möglichen Symmetrieelemente nach und nach zu immer complicirteren Formen gelangt, statt, wie bisher, mit den letzteren zu beginnen und die einfacheren aus ihnen abzuleiten. Durch die Einführung dieser Methode fallen nun die Begriffe der Hemiëdrie, Tetartoëdrie, Hemimorphie etc.

und mit ihnen alle Unklarheiten und die Schwierigkeiten, welche diese bisher dem Anfänger, wie dem Vorgeschritteneren, bereitet haben, vollständig fort. Wenn auch in dem Rahmen des vorliegenden Lehrbuches nicht die Gesammtheit aller Beweise, aus denen hervorgeht, dass keine anderen Symmetrieverhältnisse, als die jener 32 Klassen, an den Krystallen möglich sind, Platz finden konnte, so wurden doch die wichtigsten, in der von A. Gadolin ihnen gegebenen Form, aufgenommen, und diese dürften genügen, einen Einblick in die Folgerichtigkeit der betr. Deductionen zu liefern*). Ganz besonders unterstützt wird das Verständniss derselben durch die von dem Genannten eingeführte Art der graphischen Darstellung, welche, wie Verfasser sich auch durch mehrjährige Benutzung in seinen Vorlesungen überzeugte, die Symmetrieverhältnisse der Krystalle in einer Weise zur Anschauung bringt, dass sie ohne Weiteres einzusehen gestattet, welche Arten von Formen an einem Krystall einer bestimmten Klasse möglich sind. Die logische Consequenz derartiger Behandlung des Gegenstandes ermöglicht endlich auch eine Vereinfachung der Nomenclatur, welche (von E. von Fedorow und dem Verfasser in wesentlich übereinstimmender Weise erdacht) die bisherige Belastung des Gedächtnisses mit Namen in erheblicher Weise einschränkt und daher gleichbedeutend mit einer wesentlichen Erleichterung des Studiums der Krystallographie sein dürfte.

Wie in den früheren Auflagen, sind auch wieder die krystallographischen Beschreibungen der wichtigsten Substanzen den einzelnen Klassen als Beispiele eingereiht. Die Vermehrung derselben in dieser Auflage betrifft besonders die interessantesten optisch activen Körper, welche Klassen angehören, für die früher keine Beispiele vorlagen. Eine schon seit lange von dem Verfasser versprochene vollständige chemische Krystallographie, d. h. eine Zusammenstellung der Formen und physikalischen Eigenschaften aller untersuchter krystallisirter Körper, hofft derselbe in den nächsten Jahren ihrer Vollendung näher führen zu können.

Die III. Abtheilung, die angewandte Krystallographie umfassend, beginnt mit einer zusammenhängenden Darstellung der Methoden zur Berechnung der Krystalle (früher zerstreut in der II. Abtheilung

---

*) Eine deutsche Ausgabe der ebenso eleganten, als elementaren Darstellung, welche A. Gadolin in seiner 1871 in Helsingfors (Acta Soc. Scient. Fenn. T. IX) erschienenen Schrift »Mémoire sur la déduction d'un seul principe de tous les systèmes cristallographiques avec leurs subdivisions« gab, soll in nächster Zeit in »Ostwald's Klassikern der exacten Wissenschaften (Leipzig, Engelmann)« erscheinen.

enthalten), an welche sich die Beschreibung der Apparate und des Verfahrens krystallographischer Untersuchungen anschliesst, in deren Bearbeitung selbstverständlich den Fortschritten der letzten Jahre Rechnung getragen wurde, und zu welcher die bekannte Firma Fuess in Berlin-Steglitz die Abbildungen aller ihrer neuerer Constructionen lieferte. Wenn auch betreffs der Theorie der Instrumente, namentlich des Mikroskops, auf die betreffende Fachliteratur (besonders Czapski, Theorie der optischen Instrumente) verwiesen werden muss, so dürfte doch das Studium dieser Abtheilung genügen, in die praktische Verwendung der Apparate einzuführen.

In dankenswerther Weise ist seitens des Herrn Verlegers für die Ausstattung des Werkes mit Illustrationen, z. B. durch Hinzufügung zweier neuer Buntdrucktafeln, gesorgt worden. Möge es dem Verfasser gelungen sein, diejenige Form der Behandlung der Krystallographie zu finden, welche das Studium dieser interessanten Wissenschaft immer weiteren Kreisen zugänglich zu machen im Stande ist.

München, Ende März 1895.

P. Groth.

Inhaltsverzeichniss.

I. Abtheilung.

Die physikalischen Eigenschaften der Krystalle.

Die optischen Eigenschaften der Krystalle.

Die thermischen Eigenschaften der Krystalle.

Die magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Krystalle.

Die Einwirkung mechanischer Kräfte auf die Krystalle.

Die Molekularstructur der Krystalle.

II. Abtheilung.

Die geometrischen Eigenschaften der Krystalle.

Allgemeiner Theil.

Specieller Theil.

Anhang.

III. Abtheilung.

Krystallberechnung. Apparate und Methoden zu krystallographisch-physikalischen Untersuchungen.

Berechnung und graphische Darstellung der Krystallformen.

Krystallmessung. Goniometer und Refractometer.

Optische Untersuchung der Krystalle im polarisirten Lichte.

Anhang.

Berichtigungen.

S. 79 Z. 13 v. o. nach »gegeben ist« ergänze: »und daher für eine andere Farbe auch ein anderes Axenverhältniss besitzt«.

S. 85 Z. 3 v. u. l. »Radius OC« statt »Radius AC«.

S. 99 Anmerk. ergänze: »ferner Liebisch, Nachr. Ges. d. Wissensch. Göttingen 1888. Nr. 5. Die von Letzterem angegebene Vorrichtung liefert Fuess (s. Jahrb. f. Min. 1890, Beilgbd. 7, 85)«.

S. 121 Fig 92 enthält einen Fehler, auf den Herr Marshall in Edinburg den Verfasser aufmerksam machte: die Fortsetzung der die optischen Axen repräsentirenden Geraden über HH muss wegfallen, da die entsprechenden Strahlen im vorliegenden Falle total reflectirt würden.

S. 196 Z. 1 v. o. l. »diesem Namen« statt »diesen Namen«.

S. 201 Z. 21 v. o. sind $L-\lambda$ und $L+\lambda$ vertauscht.

S. 201 Z. 5 v. u. Nach »Dehnungswiderstand« ergänze: »oder (bei nicht krystallisirten Körpern) »Elasticitätsmodulus«.

S. 203 ist zu dem Satze: »Der Dehnungscoëfficient ändert sich also in einem Krystall mit der Richtung des untersuchten Stabes« hinzuzufügen die Anmerk. Während also der Elasticitätsmodulus C (s. S. 201) eines amorphen Körpers für alle Richtungen den gleichen Werth besitzt, ändern sich die Elasticitätsverhältnisse eines Krystalls mit der Richtung, und das Gleiche muss daher auch für alle Grössen gelten, welche von C abhängen. Dies ist z. B. der Fall mit der Fortpflanzung einer periodischen Schwingungsbewegung in dem Körper, deren Geschwindigkeit, wenn C der Elasticitätsmodulus und d die Dichte des letzteren ist, proportional $\sqrt{\frac{C}{d}}$. Dass wirklich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einem Krystalle eine Function der Richtung ist, hat Savart nachgewiesen durch die Verschiedenheit der Klangfiguren von Quarzplatten, welche in verschiedener Orientirung aus den Krystallen geschnitten waren, und Groth mittelst einer von Warburg angegebenen Methode durch directe Messung der Schallgeschwindigkeit im Steinsalz nach zwei 45° mit einander bildenden Richtungen.

S. 204 Z. 15—24 v. o. sind wegzulassen.

S. 209. Z. 9 v. u. l. »dass ein an allen Stellen gleichförmig dilatirter«.

S. 210. Z. 9 u. 19 v. u. l. »Dehnung« statt »Spannung«, ebenso S. 211 Z. 6 u. 20 v. o. und S. 213 Z. 10 v. u.

S. 211 Z. 1 v. o. l. »gedehnt« statt »gespannt«.

S. 213 Z. 14 v. o. l. »ungleiche Dilatation Dehnungen und Pressungen ein«.

S. 213 Z. 15 v. o. l. »Diese Spannungen« statt »Diese«.

S. 219 Z. 13 v. o. l. »einer andern« statt »eine andern«.

S. 219 Z. 22 v. o. l. »optischen« statt »optische«.

S. 219 Z. 7 v. u. l. »dieselben« statt »dieselbe«.

S. 240 zu Z. 11—8 v. u. ergänze:

*) Diesem Verhalten kann eine allgemeine Gesetzmässigkeit natürlich nicht zu Grunde liegen, da sonst einfach brechende Krystalle nach allen Richtungen gleiche Lösungsgeschwindigkeit zeigen müssten.

S. 263 Z. 12 v. o. l. »zusammengesetzten Packete« statt »zusammengesetzten«.

S. 275 Z. 15 v. u. l. »Stellung« statt »Richtung«.

S. 306 Z. 19 v. o. ergänze: »früher schon von Fedorow in Nr. II seiner Studien z. analyt. Krystallographie (s. auch Zeitschr. f. Kryst. **21**, 700)«.

S. 337 Z. 17 v. u. zu »Hemiëdrie« ergänze: »S. hierüber S. 523«.

S. 342 Z. 15 v. o. l. »$\alpha = 94^\circ\, 4'$« statt »$\alpha = 85^\circ\, 56'$«.

S. 347 Z. 21 v. o. l. »gekreuzte« statt »geneigte«.

S. 380 zu Glutaminsäure ergänze: »die Lösung dieses Körpers ist rechtsdrehend«.

S. 397 Z. 5 v. o. ergänze: »Brechungsindices s. Zeitschr. f. Kryst. **14**, 228«.

S. 401 Trinitrophenol (Pikrinsäure) ist inzwischen durch Brugnatelli (Zeitschr. f. Kryst. **24**, 274) als unzweifelhaft der 7. (pyramidalen) Klasse angehörig erkannt worden.

S. 428 Z. 20 v. o. l. »2,9029« statt »2,9020«.

S. 478 Z. 18. v. u. l. »$x = \{20\bar{2}\bar{1}\}$« statt »$x = \{20\bar{2}1\}$«.

S. 517 Z. 2 v. u. l. »$4H^2O$« statt »$4H^4O$«.

I. ABTHEILUNG.

DIE PHYSIKALISCHEN EIGENSCHAFTEN DER KRYSTALLE.

Die magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Krystalle.

Die Einwirkung mechanischer Kräfte auf die Krystalle.

Die Molekularstructur der Krystalle.

II. Abtheilung.

Die geometrischen Eigenschaften der Krystalle.

Allgemeiner Theil.

Specieller Theil.

Die optischen Eigenschaften der Krystalle.

§ 1. **Die Natur des Lichtes.** Zur Erklärung der Eigenschaften des Lichtes wird angenommen, dass dasselbe eine periodische Bewegung der kleinsten Theilchen einer Materie, des Lichtäthers, sei, welche den Weltraum und ebenso die Körper durchdringt, in letzteren aber unter dem Einflusse der wägbaren Materie gewisse Eigenthümlichkeiten annimmt.

Denken wir uns diesen Aether in Ruhe, d. h. die zwischen den Theilchen desselben wirkenden Kräfte im Gleichgewichte, und werde ein Aethertheilchen aus der diesem Gleichgewicht entsprechenden Lage durch einen Impuls entfernt, werde ihm also in irgend einer Richtung eine gewisse Geschwindigkeit verliehen, so wird nach dieser Theorie eine Kraft geweckt, welche das Theilchen nach seiner Ruhelage zurücktreibt, seine Geschwindigkeit also verringert, und zwar genau nach demselben Gesetze, wie die Schwere auf ein durch einen Stoss in Bewegung gesetztes Pendel wirkt*). Das Aethertheilchen wird daher bei einem gewissen Abstande von seiner ursprünglichen Lage die Geschwindigkeit Null erhalten, alsdann unter der Einwirkung jener Kraft mit beschleunigter Geschwindigkeit zurückkehren und die Gleichgewichtslage mit derselben Geschwindigkeit erreichen, welche es durch den ersten Impuls erhielt, aber in entgegengesetzter Richtung, so dass es sich nun in derselben Weise nach der andern Seite von dem Ausgangspunkte, in Folge der erwähnten Kraft mit abnehmender Geschwindigkeit, entfernt bis zu dem gleichen Abstande wie vorher, und von da mit

---

*) Diese Kraft bezeichnet man nach Huyghens, dem Begründer der Theorie des Lichtäthers, gewöhnlich als eine elastische und spricht daher von der »Elasticität des Aethers«; jedoch muss bemerkt werden, dass zur Erklärung der Erscheinungen des Lichtes keine weitere Annahme erforderlich ist, als die obige, ganz allgemeine, dass durch eine Verschiebung der Aethertheilchen eine Kraft geweckt wird, welche eine den Gesetzen der Pendelbewegung entsprechende Schwingung erzeugt. Für diese Eigenschaft des Aethers, auf welcher die Fortpflanzung des Lichtes beruht, hat Fletcher (The optical Indicatrix and the transmission of Light in Crystals, S. 97) den Namen »Resilienz« vorgeschlagen. Denkt man sich eine Reihe parallel neben einander befindlicher Pendel, zwischen denen irgend eine jene Kraft repräsentirende Verbindung besteht, und ertheilt einem derselben eine Bewegung, so erhält man das vollständige Analogon der im Folgenden beschriebenen Bewegung einer Reihe von Aethertheilchen.

zunehmender Geschwindigkeit zurückkehrt. Ist das Theilchen endlich wieder im Anfangspunkte seiner Bewegung angelangt, so besitzt es genau wieder dieselbe Geschwindigkeit in derselben Richtung, wie im Anfange; es beginnt daher eine zweite *Schwingung*, wie man eine derartige hin- und hergehende Bewegung nennt. Deren Weite, also der während derselben von den Theilchen zurückgelegte Weg, heisst die Maximalamplitude oder schlechtweg die *Amplitude* der Schwingung; der Schwingungszustand des Theilchens in einem bestimmten Moment, gegeben durch den Abstand von der Ruhelage, durch die Geschwindigkeit und die Richtung der Bewegung, heisst die *Phase*; endlich die Zeit, welche zur Ausführung einer ganzen Schwingung, d. h. bis zur nächsten Wiederkehr der gleichen Phase vergeht, die *Schwingungsdauer* oder die *Periode*. Die Amplitude hängt ab von der Anfangsgeschwindigkeit, mit welcher das Theilchen aus der Ruhelage entfernt wird, und ist dieser Geschwindigkeit proportional. Ist z. B. der erste Impuls derart, dass er dem Theilchen die doppelte Anfangsgeschwindigkeit verleiht, so legt es in derselben Zeit den doppelten Weg zurück, erreicht also die doppelte Maximalamplitude, während die Schwingungsdauer constant bleibt.

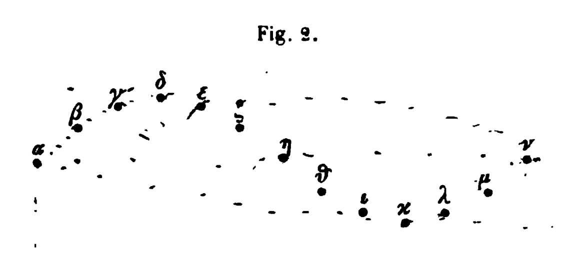
Fig. 1.

Denken wir uns nun eine geradlinige Reihe von Aethertheilchen α, β, γ ... (Fig. 1) in Ruhe, d. h. im Gleichgewicht der zwischen ihnen und den umgebenden Theilchen wirkenden (anziehenden und abstossenden) Kräfte, und werde eines derselben α durch einen Impuls in die geschilderte Vibrationsbewegung versetzt, z. B. ihm eine Geschwindigkeit in der Richtung nach α' hin gegeben, so wird sein Abstand von β vergrössert, und in Folge der dadurch geweckten Kraft müssen diese Theilchen sich einander zu nähern streben; α wird in seiner neuen Stellung α' nicht nur von β zurückgezogen, sondern dieses wird auch nach α' hingezogen werden, und zwar um so mehr, je grösser jene im Aether geweckte Kraft ist. Gegen die Bewegung von β nach α' hin wirkt aber vermöge derselben Kraft die Anziehung von γ, so dass β, in Folge dieser beiden Anziehungen von α' und von γ, eine mittlere Bewegungsrichtung, nämlich die parallel $\alpha\alpha'$ *), einschlägt. In derselben Weise wird hierauf das Theilchen γ durch die Bewegung von β veranlasst, sich nach derselben Richtung hin zu bewegen, u. s. f. alle folgenden. Wenn die Bewegung sich bis zu einem bestimmten Theilchen ν (Fig. 2), welches eben seine Bewegung beginnt, fortgepflanzt hat, so bildet in diesem Moment die vorher geradlinige Punktreihe eine *Welle*, bestehend aus einem Wellenberg und einem gleich langen Wellenthal. Eine derartige Bewegung nennt man eine *Wellenbewegung*, den Abstand $\alpha\nu$, bis zu welchem sich dieselbe fortgepflanzt hat, während das erste Theilchen eine ganze Schwingung

*) Weil die Verschiebung $\alpha\alpha'$ als verschwindend klein, der Winkel zwischen $\alpha'\beta$ und $\beta\gamma$ als unendlich wenig von 180° verschieden anzusehen ist.

ausführte, eine Wellenlänge und bezeichnet sie mit λ. Diese Grösse ist offenbar proportional sowohl der Geschwindigkeit, mit der sich die Bewegung fortpflanzt, als auch der Schwingungsdauer, denn wenn eine Wellenbewegung dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber die doppelte Schwingungsdauer hätte, so müsste sich dieselbe doppelt so weit fortgepflanzt haben, während das erste Theilchen eine ganze Schwingung vollführt; ebenso müsste aber λ doppelt so gross werden, wenn bei gleicher Schwingungsdauer die Fortpflanzung der Bewegung doppelt so schnell vor sich ginge. Innerhalb einer Wellenlänge sind alle Phasen der Bewegung neben einander vorhanden, welche ein und dasselbe Theilchen während der Dauer einer Schwingung nach einander besitzt.

Fig. 2.



Hat sich die Bewegung durch eine grössere Reihe von Punkten fortgepflanzt, so bilden diese nunmehr einen Wellenzug, der in eine Anzahl Wellenlängen getheilt erscheint, welche gleich lang sind, wenn die Verhältnisse auf der ganzen Punktreihe, also auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung, dieselben bleiben. Sämmtliche Theilchen des Wellenzuges, welche um λ oder um ein ganzes Vielfaches von λ von einander abstehen, befinden sich in dem gleichen Schwingungszustand, sie haben den Gangunterschied oder, wie man es auch zu nennen pflegt, die »Phasendifferenz« 0; dagegen besitzen alle diejenigen, deren Abstand $\frac{1}{2}\lambda$ oder ein ungerades Vielfaches davon beträgt, entgegengesetzten Schwingungszustand, d. h. den Gangunterschied $\frac{1}{2}\lambda$. Ein solcher Wellenzug stellt aber natürlich den Zustand einer Reihe von Aethertheilchen nur in einem bestimmten Momente dar; in jedem darauf folgenden Augenblicke befinden sich sämmtliche Theilchen in einer späteren Phase, je nach der Geschwindigkeit, mit welcher die Wellenbewegung fortschreitet.

Ein Lichtstrahl ist somit nach dieser Theorie, der sogenannten »Undulationstheorie des Lichtes«, ein Wellenzug, d. h. eine geradlinige Reihe von Aethertheilchen, in welcher sich eine Wellenbewegung mit einer zwar endlichen, aber sehr grossen Geschwindigkeit fortpflanzt. Die Amplitude der Schwingungen bestimmt die Helligkeit des Strahls, während die Farbe desselben bedingt wird durch die Schwingungsdauer. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Weltraum ist für alle Farben die gleiche (ca. 298 500 Kilometer pro Secunde), und da die Wellenlänge λ diejenige Strecke ist, um welche sich die Bewegung während der Dauer einer Schwingung fortgepflanzt hat, so müssen die Wellenlängen des Lichtes für verschiedene Farben sich genau so verhalten, wie die Schwingungsdauer. Am grössten ist die letztere für rothe Strahlen, kleiner für gelbe,

grüne, blaue, und am kleinsten für violettes Licht, welches also seine Schwingungen am raschesten ausführt. Die Wellenlänge des rothen Lichtes beträgt im Weltraume ca. 0,000760 mm, die des violetten ca. 0,000400 mm; in Folge dessen vollführt ein rother Lichtstrahl in einer Secunde ca. 390 Billionen einzelne Schwingungen, ein violetter dagegen ca. 750 Billionen.

Wie erwähnt, nimmt der Aether, welcher die wägbaren Körper durchdringt, unter dem Einflusse dieser andere Eigenschaften an, vermöge deren er eine Lichtbewegung mit einer anderen Geschwindigkeit (welche meist kleiner ist, als die im leeren Raume) fortpflanzt. In Folge dessen ist die Wellenlänge des Lichtes von der gleichen Farbe in verschiedenen Körpern verschieden, nur die Schwingungsdauer bleibt dieselbe; diese ist es also, welche den specifischen Charakter der Farbe bestimmt.

Ausser der Farbe und der Helligkeit beobachten wir noch andere Unterschiede der Lichtstrahlen, welche von der Art der Schwingungsbewegung abhängen. Findet diese, wie in dem S. 4 angenommenen Beispiele, in einer bestimmten, zum Strahl senkrechten Richtung statt, in welchem Falle man sie eine »transversale« nennt, so kann der betreffende Lichtstrahl sich nicht rings um seine Fortpflanzungsrichtung nach allen Seiten gleichartig verhalten; er muss, da alle Schwingungen in einer bestimmten Ebene stattfinden, eine gewisse Seitlichkeit (Polarität) zeigen; man bezeichnet ihn daher als einen **gradlinig polarisirten** Lichtstrahl. Diese Seitlichkeit muss offenbar eine symmetrische sein sowohl zu der Ebene, in welcher die transversalen Schwingungen stattfinden, wie zu der dazu senkrechten Ebene, welche erstere in der Richtung des Strahles schneidet; wir wollen erstere die **Transversalebene**, letztere die **Polarisationsebene** des Strahles nennen. Gleichartig nach allen Seiten kann sich ein solcher Strahl nur dann verhalten, wenn das Azimuth seiner Transversal- oder »Schwingungsebene« sich sehr rasch um die Richtung des Strahles dreht, d. h. wenn die nach einander folgenden Schwingungen stets in einer Ebene stattfinden, welche gegen die der unmittelbar vorhergehenden um einen kleinen Winkel gedreht ist, so dass dieser Winkel nach einer gewissen Zeit 180° beträgt; alsdann haben während des Ablaufs derselben die Schwingungen nach allen Seiten rings um den Strahl stattgefunden. Diese Zeit ist nun aber bei der ausserordentlich grossen Zahl von Lichtschwingungen während einer Secunde (s. oben) weit kürzer, als die zur Auffassung eines Lichteindruckes erforderliche. Während der letzteren wird sich also die Schwingungsebene viele Male um die Fortpflanzungsrichtung herumgedreht haben, und der Lichtstrahl muss demnach den Eindruck gleichartigen Verhaltens rings um seine Richtung hervorbringen. Das sogenannte **gewöhnliche** (nicht polarisirte) Licht besteht aus Strahlen von der soeben beschriebenen Art der Schwingungsbewegungen.

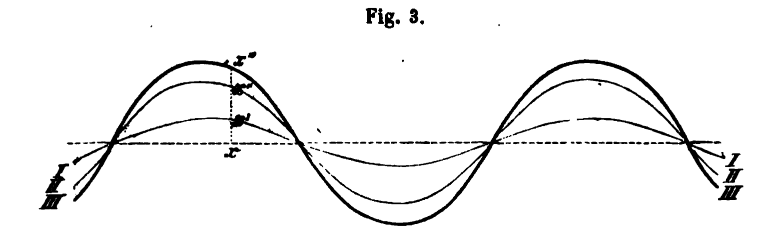
Ausser den gradlinigen Schwingungen giebt es jedoch noch andere Arten von Lichtstrahlen, in welchen die Aethertheilchen sich auf Kreisen oder

Ellipsen bewegen, die also aus circularen oder elliptischen Schwingungen bestehen.

§ 2. Zusammensetzung (Interferenz) des gradlinig polarisirten Lichtes. Wenn ein Aethertheilchen von zwei Lichtbewegungen, welche die gleiche Schwingungsdauer besitzen, zugleich ergriffen wird, so gelangt es nach einer bestimmten Zeit an denjenigen Punkt, wohin es die einzelnen Bewegungen gebracht haben würden, wenn sie nach einander ebenso lange gewirkt hätten. Die Zusammensetzung zweier solcher Partialbewegungen zu einer resultirenden nennt man Interferenz in dem einfachsten Falle, dass die sich zusammensetzenden (interferirenden) Wellenbewegungen sich in derselben Richtung fortpflanzen, und ihre Transversalschwingungen in derselben Ebene stattfinden, sich also nur in Bezug auf ihre Phase und ihre Amplitude unterscheiden.

Gehen zwei gradlinig polarisirte Lichtstrahlen, welche gleiche Fortpflanzungsrichtung und parallele Schwingungsrichtung besitzen, von verschiedenen Punkten einer Reihe von Aethertheilchen aus, so ist die Phase, mit der sie an einem Punkte zur Interferenz gelangen, im Allgemeinen verschieden. Sind die Ausgangspunkte der Bewegung aber genau ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander entfernt, so interferiren die Wellenzüge an jedem Punkte mit gleicher Phase. Bezeichnet in Fig. 3

Fig. 3.

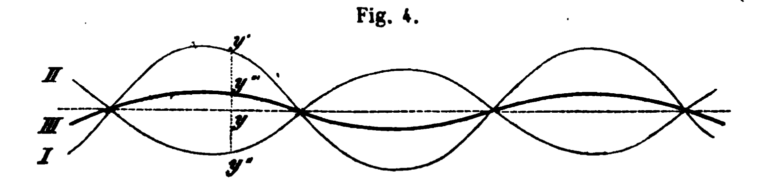


I den Zustand, in welchem die Reihe von Aethertheilchen in einem bestimmten Augenblicke sich befinden würde, wenn die erste der interferirenden Wellenbewegungen allein vorhanden wäre, *II* denjenigen, wenn die zweite allein wirkte, so ist *III* der Zustand der Aethertheilchen in Folge der aus beiden resultirenden Wellenbewegung; denn irgend ein Punkt x würde vermöge der ersten Theilbewegung sich bis x', vermöge der zweiten bis x'' bewegt haben, also muss er sich nunmehr in einem Abstande xx''' von der Ruhelage befinden, welcher gleich ist der Summe der durch die einzelnen Bewegungen hervorgebrachten Abstände xx' und xx''. Es resultirt aus der Interferenz also eine Wellenbewegung von derselben Phase, deren Amplitude die Summe der Schwingungsweiten der sich zusammensetzenden Bewegungen ist.

Kommen zwei interferirende Lichtstrahlen der angegebenen Art von zwei Punkten her, welche einen Abstand von $\frac{1}{2}\lambda$ oder einem ungeraden Vielfachen

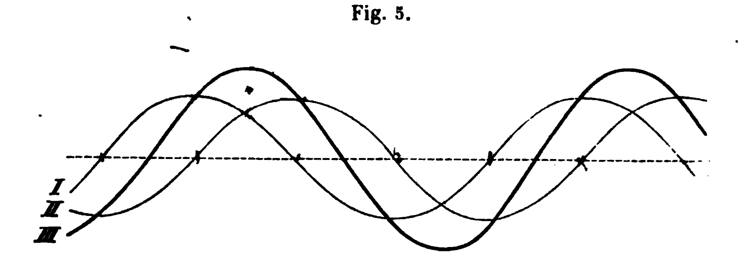
dieser Grösse haben, so wirken sie auf jedes von ihnen gleichzeitig ergriffene Theilchen in entgegengesetztem Sinne; der Punkt y in Fig. 4 z. B. würde durch die Bewegung *I* allein nach oben bis y' getrieben worden sein,

Fig. 4.



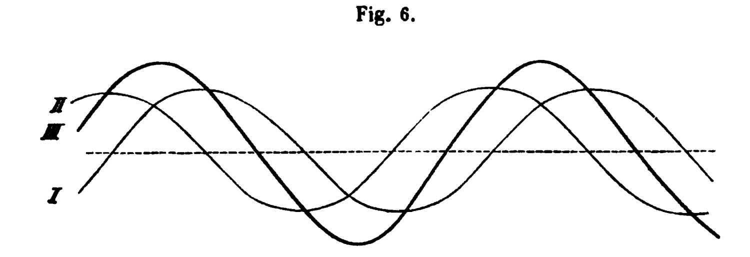
dagegen bis y'' nach unten, wenn *II* allein gewirkt hätte, folglich muss nach Einwirkung der Partialbewegungen sein Abstand von der Ruhelage yy''' die Differenz beider Abstände sein. Es resultirt also aus der Interferenz zweier Wellenbewegungen von $\frac{1}{2}\lambda$ Gangunterschied eine einzige Wellenbewegung (*III* in Fig. 4), deren Phase gleich derjenigen der stärkeren der beiden sich zusammensetzenden Wellenbewegungen, und deren Amplitude gleich der Differenz der Schwingungsweiten derselben ist. In dem besonderen Falle, dass die beiden interferirenden Lichtstrahlen gleiche Amplituden, d. h. gleiche Helligkeit haben, ist diejenige des resultirenden = 0, d. h. die beiden Bewegungen vernichten sich gegenseitig vollständig.

Fig. 5.



Ist die Phasendifferenz eine andere, als 0 oder $\frac{1}{2}\lambda$, so resultirt durch Interferenz eine Wellenbewegung von anderer Phase und anderer Amplitude. Wenn z. B. die Verschiedenheit des Schwingungszustandes $= \frac{1}{4}\lambda$, so ist die

Fig. 6.



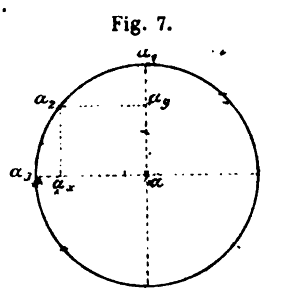
resultirende Bewegung gegen beide Wellenzüge (wenn sie gleiche Amplitude besitzen) um $\frac{1}{8}\lambda$ verschoben, wie aus Fig. 5 leicht ersichtlich. In der ent-

gegengesetzten Richtung um ebenso viel verschoben ist die durch Interferenz entstehende Welle, wenn die beiden Wellenzüge einen Gangunterschied von $\frac{3}{4}\lambda$ besitzen, s. Fig. 6.

Die Intensität der durch Interferenz zweier gradlinig polarisirter Lichtstrahlen mit paralleler Schwingungsrichtung erzeugten Schwingung kann also die verschiedensten, zwischen Null und der Summe der Intensitäten der einzelnen liegenden, Werthe haben, je nach der Phasendifferenz derselben; die Schwingungsebene des resultirenden Lichtstrahls ist aber immer die gleiche, wie die der beiden interferirenden Strahlen.

Zu einem anderen Resultate führt die Zusammensetzung zweier in derselben Richtung sich fortpflanzender, gradlinig polarisirter Strahlen, wenn ihre Schwingungsebene verschieden ist. Betrachten wir z. B. zwei Schwingungen von gleicher Amplitude, deren Schwingungsrichtungen jedoch einen rechten Winkel mit einander bilden, und sei ihr Gangunterschied $= \frac{1}{4}\lambda$, so wird ein in dem Punkte α (Fig. 7) befindliches Aethertheilchen (hier soll die Normale zur Zeichnungsebene in α die gemeinschaftliche Richtung der Strahlen darstellen) vermöge der einen Bewegung in der Richtung $\alpha\alpha_1$, vermöge der andern nach α_3 hin bewegt werden. In dem Momente, in welchem von der ersteren $\frac{1}{4}$ ihrer Schwingungsdauer verlaufen ist, würde, wenn diese allein gewirkt hätte, das Aethertheilchen sich in α_1 befinden; vermöge der zweiten Bewegung, welche $\frac{1}{4}\lambda$ gegen die erste verzögert ist, würde es seine Ruhelage zu verlassen eben erst im Begriffe sein, d. h. seine Verschiebung in der Richtung $\alpha\alpha_3$ wäre Null; also ist α_1 der Ort des Theilchens in dem angegebenen Momente. In einem etwas späteren wäre es vermöge der ersten Schwingung um einen gewissen Weg $\alpha_1\alpha_y$ abwärts bewegt worden; gleichzeitig hat aber die zweite Schwingung gewirkt, und diese allein hätte es von α nach α_x bewegt; nach dem Gesetz des Parallelogramms der Kräfte ist der Ort des Theilchens also nun α_2. Nach Verlauf einer halben Schwingungsdauer würde es in Folge der ersten Bewegung in α, vermöge der zweiten in α_3 sein; die erste Elongation ist gleich Null, also gelangt es in diesem Momente nach α_3, u. s. f. Die Bahn des Aethertheilchens wird im vorliegenden Falle genau diejenige sein, welche das Ende eines Pendels beschreibt, wenn man dasselbe durch einen Stoss aus seiner Ruhelage entfernt und ihm in dem Augenblicke, in welchem es seine grösste Entfernung von demselben hat (in α_1 Fig. 7), einen Stoss von gleicher Stärke in der Richtung $\alpha\alpha_3$, also tangential, ertheilt, nämlich ein Kreis. Durch die Zusammensetzung zweier, senkrecht zu einander gradlinig polarisirter Lichtstrahlen entsteht also circular schwingendes Licht, und zwar von der gleichen Schwingungsdauer, wie es die der einzelnen Strahlen war, da ein Viertel der kreisförmigen Bahn in einem Viertel der Schwingungsdauer durchlaufen worden ist. Derartiges Licht, sogenanntes

Fig. 7.



circular polarisirtes, muss natürlich andere Eigenschaften besitzen, als gewöhnliches Licht, mit dem es nur darin übereinstimmt, dass es keine Seitlichkeit nach einer durch die Richtung des Strahles gelegten Ebene zeigt.

Ist die Amplitude der beiden sich zusammensetzenden Lichtstrahlen im vorhergehenden Falle nicht die gleiche, oder ist ihre Phasendifferenz verschieden von $\frac{1}{4}\lambda$, oder endlich der Winkel der beiden Schwingungsrichtungen nicht 90^0, so resultirt im Allgemeinen eine Bewegung der Aethertheilchen in einer Ellipse; der durch die Zusammensetzung entstehende Lichtstrahl wird als ein elliptisch polarisirter bezeichnet. Ein solcher muss sich in verschiedenen durch seine Fortpflanzungsrichtung gehenden Ebenen verschieden verhalten.

§ 3. **Ausbreitung des Lichtes.** Bisher ist stets nur von einem Lichtstrahl als von einer geradlinigen Reihe in Schwingungen befindlicher Aethertheilchen die Rede gewesen. Da aber ein solches Theilchen nicht nur einer Reihe, sondern auch jeder andern angehört, welche wir erhalten, wenn wir uns von jenem nach in andern Richtungen benachbarten Aethertheilchen Gerade gezogen denken, so muss durch eine Verschiebung des ersten Theilchens in allen diesen Reihen das Gleichgewicht gestört und eine Kraft geweckt werden; d. h. die Lichtbewegung wird sich im Aether nach allen Seiten ausbreiten.

Die Art dieser Ausbreitung wird davon abhängen, ob Schwingungsbewegungen einer beliebigen Art in verschiedenen Richtungen sich mit gleicher oder mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Ein Medium, in welchem das erstere stattfindet, nennt man ein isotropes, ein Medium, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene ist, ein anisotropes oder heterotropes.

Ein isotropes Medium ist der Aether im leeren Raume, ferner derjenige, welcher sich in Gasen oder Flüssigkeiten befindet, endlich auch der Lichtäther, welcher gewisse feste Körper durchdringt, vorausgesetzt, dass sie homogen, d. h. an allen Stellen gleichartig beschaffen sind*). In solchen Körpern pflanzt sich demnach das Licht einer gewissen Farbe nicht nur an jedem Punkte einer jeden Linie, sondern auch in allen Richtungen mit constanter Geschwindigkeit fort. Man nennt derartige Körper optisch isotrope, weil der in ihnen enthaltene Lichtäther die Eigenschaften eines isotropen Mediums zeigt. Von dem ebenfalls isotropen Aether im Weltraume unterscheidet er sich dadurch, dass er das Licht einer anderen Farbe mit anderer Geschwindigkeit, aber ebenfalls nach allen Richtungen mit gleicher,

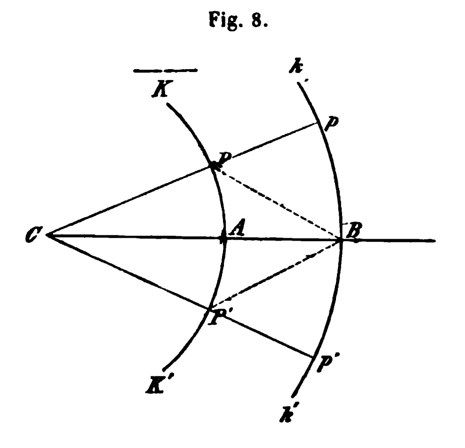
*) Die allgemeinste Definition der Homogenität lautet: »Ein Körper wird homogen genannt, wenn irgend zwei gleiche und ähnliche Theile desselben, in welchen entsprechende Linien parallel und nach derselben Seite gerichtet sind, durch keine Verschiedenheit irgend einer Eigenschaft unterschieden werden können (Thomson und Tait, Treatise on Natural Philosophy).

fortpflanzt. Die Lichtgeschwindigkeit in Gasen, Flüssigkeiten und optisch isotropen festen Körpern hängt also nicht nur von deren Natur, sondern auch von der Periode der Lichtschwingungen ab.

Zu den optisch isotropen Medien gehören die sogenannten amorphen, d. h. nicht krystallisirten, Körper, wie z. B. Glas. Auf solche, als auf den einfachsten Fall, sollen die weiteren Betrachtungen zunächst beschränkt werden.

Beginnt in einem derartigen Medium an irgend einem Punkte eine Lichtbewegung von bestimmter Schwingungsdauer, so werden, da sich dieselbe nach allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt, nach Ablauf einer ganzen Schwingungsdauer T alle Punkte, welche von jener Stelle um eine Wellenlänge λ abstehen, d. h. alle Punkte einer Kugeloberfläche vom Radius λ, gleichzeitig ihre Bewegung beginnen. Nach der Zeit $2T$ werden dies alle auf einer Kugelfläche mit dem Radius 2λ thun, während die vorigen in demselben Moment ihre zweite Schwingung beginnen, u. s. f. Wie sich eine Reihe von Aethertheilchen durch die Schwingungsbewegung in eine Anzahl gleicher Wellenlängen theilt, so theilt sich der den Ausgangspunkt der Lichtbewegung umgebende Aether in eine Anzahl Kugelschalen, deren Abstand $= \lambda$ ist, in welchen alle gleichweit von der Grenze zweier Schalen nach derselben Seite abstehenden Punkte gleiche Oscillationsphase haben. Tragen wir vom Ausgangspunkte der Bewegung aus nach allen Seiten Längen ab, welche der Wellenlänge proportional sind, so bilden deren Endpunkte eine Oberfläche, welche man die Wellenfläche der von dem ersten Punkte ausgehenden Bewegung nennt. Dieselbe enthält alle Aethertheilchen, welche gleichzeitig ihre Bewegung beginnen. In einem optisch isotropen Körper, z. B. in Glas, wird also eine Lichtbewegung, welche von dem Punkte C (Fig. 8) ausgegangen ist, nach einer bestimmten Zeit auf der Oberfläche einer Kugel KK' angelangt sein. Jeder Punkt derselben, z. B. P, beginnt in diesem Augenblicke seine Bewegung, und da derselbe, ebenso wie der Punkt A, gleichzeitig auf allen möglichen von ihm ausgehenden Punktreihen, d. h. Reihen von Aethertheilchen, liegt, so muss er in allen diesen das Gleichgewicht stören, d. h. es muss von ihm nach allen Seiten eine gleiche Wellenbewegung ausgehen.

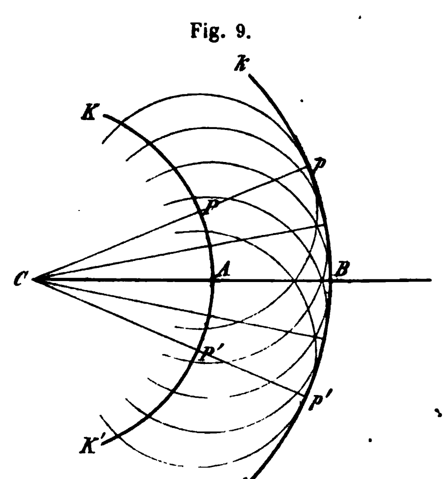
Fig. 8.



Da also jeder bewegte Punkt eines solchen Systems selbst wieder Mittelpunkt einer neuen Wellenfläche ist, so wird nach dem Punkte B auf einer Kugelfläche kk', deren Punkte später ihre Bewegung beginnen, nicht nur Bewegung von A aus gelangen, sondern auch von allen andern Punkten der ersten Kugelfläche KK'. Um die Wirkung, welche diese sämmtlichen Be-

wegungen auf diejenige des Punktes B hervorbringen, zu beurtheilen, muss man die Entfernung der Punkte, von denen sie ausgehen, von B in Rücksicht ziehen. Betrachtet man die Kugel KK' von B aus, und denkt sich auf derselben Kreise von verschiedenem Durchmesser um den Punkt A (wie die Breitengrade um den Nord- oder Südpol der Erde) gezogen, so stehen alle Punkte eines solchen Kreises offenbar gleich weit von B ab, die verschiedenen Kreise dagegen besitzen verschiedene Entfernung von B. Zu jedem Kreise denke man sich ferner denjenigen construirt, dessen Entfernung von B genau um $\frac{1}{2}\lambda$ grösser ist; die beiden Bewegungen, welche je von einem Punkte des einen und dem entsprechenden des andern ausgehend in B zusammenkommen, werden einander durch Interferenz vollständig vernichten und in B gar keine Bewegung hervorbringen. Vergleicht man nun die Wirkung aller dieser kreisförmigen Zonen der Kugelfläche KK' auf den Punkt B, mit Berücksichtigung ihres Flächeninhaltes, so findet man als Gesammtresultat, dass die Wirkungen aller Theile derselben durch diejenigen anderer völlig vernichtet werden, mit Ausnahme der Bewegung, welche vom Punkte A ausgeht. Nach B gelangt also nur diejenige Schwingungsbewegung, welche von A ausging, diese allein setzt B in Bewegung. Da das Gleiche für jeden Punkt gilt, so wird nicht nur von der Bewegung, welche von A ausgehend sich in einer bestimmten Zeit bis zur Kugelober-oberfläche kk' fortgepflanzt haben müsste, bloss die Bewegung in B eine Wirkung ausüben, sondern auch von P wird nur nach p, statt nach allen Seiten, von P' aus nur nach p' Bewegung mitgetheilt u. s. f.

Fig. 9.



Die Punkte, zu denen nach und nach die Bewegung von C aus gelangt, liegen also auf einer **Geraden**, d. h. die Ausbreitung des Lichtes als einer Wellenbewegung des Aethers muss eine geradlinige sein.

Aus der Oberfläche KK', bis zu welcher sich das Licht in einer bestimmten Zeit ausgebreitet hat, erhalten wir diejenige kk' für einen späteren Moment, wenn wir um die einzelnen Punkte der ersteren die Wellenflächen mit dem der Zwischenzeit entsprechenden Radius construiren und diejenige Oberfläche aufsuchen, welche alle diese Wellenoberflächen umhüllt (s. Fig. 9). Verbinden wir die Berührungspunkte jeder dieser Wellenflächen und der umhüllenden Fläche mit ihrem Centrum, z. B. den Berührungspunkt p mit P, so erhalten wir den jeder einzelnen Wellenfläche entsprechenden **Strahl**. Diese Construction, nach ihrem Erfinder die **Huyghens**'sche genannt, wird weiterhin noch mehrfach benutzt werden, um die Wellenflächen und damit

die Lage der Strahlen, d. h. der Verbindungsgeraden der Centren der einzelnen Wellenflächen mit den Punkten, in welchen sie von der umhüllenden Fläche tangirt werden (AB, Pp, $P'p'$ Fig. 9), zu finden. Die Oberfläche, deren Radien die einzelnen Strahlen sind, nennt man daher auch die Strahlenfläche.

Betrachten wir nun einen Lichtstrahl als eine Reihe von Aethertheilchen, welche in transversalen Schwingungen begriffen sind, so finden diese für einen beliebigen Strahl Cp offenbar in der Ebene (der sogenannten »Wellenebene«) statt, welche die Strahlenfläche im Punkte p tangirt; denken wir uns ferner ein Bündel paralleler Strahlen in der Richtung Cp sich gleichzeitig fortpflanzend, so bildet in einem bestimmten Augenblicke die Tangentialebene der Strahlenfläche im Punkte p die »Front« derselben, daher sie auch als Strahlenfront bezeichnet wird. Der zu einer bestimmten Strahlenfront gehörige Strahl ist hiernach die Gerade zwischen dem Centrum der Strahlenfläche und demjenigen Punkte, in welchem die Strahlenfront die Strahlenfläche tangirt. In dem vorliegenden einfachsten Falle, in welchem die letztere die Gestalt einer Kugel besitzt, fällt offenbar der Strahl mit der Normalen der Strahlenfront (kürzer als »Frontnormale« bezeichnet) zusammen.

Ist ein Medium nicht homogen (heterogen), so wird der Aether in verschiedenen Theilen desselben verschieden beschaffen sein, ein sich darin fortpflanzender Lichtstrahl daher gleichsam durch verschiedene Medien hindurchgehen; wir können aber einen solchen Körper als aus verschiedenen homogenen zusammengesetzt betrachten und diesen Fall auf den der homogenen Körper zurückführen, wenn wir wissen, welche Aenderung eine Wellenbewegung beim Uebergang aus einem Medium in ein anderes erfährt.

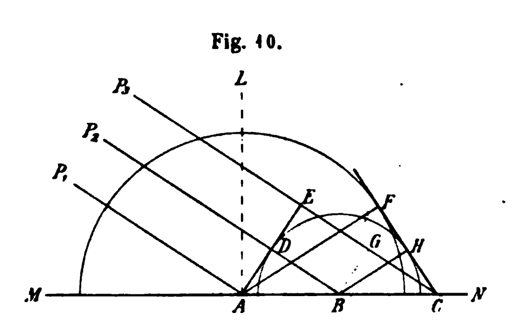
Denken wir uns ein Aethertheilchen an der Grenze zweier Medien, in welchen der Aether verschieden beschaffen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes also eine verschiedene ist, so gehört dieses Theilchen sowohl dem Aether des einen, wie dem des andern Körpers an; wenn also eine Lichtbewegung zu demselben gelangt und es in Schwingungen versetzt, so muss dadurch das Gleichgewicht sowohl in allen den Reihen von Aethertheilchen gestört werden, welche es mit den benachbarten des ersten Mediums verbinden — als auch in allen den Reihen des zweiten Mediums, denen das betrachtete Aethertheilchen an der Grenze angehört. Es muss daher Lichtbewegung rückwärts in dem ersten Medium sich ausbreiten, gleichzeitig aber auch in das zweite eindringen*). Ein an der Grenze zweier

*) Letzteres scheint nur bei den durchsichtigen Körpern der Fall zu sein, jedoch zeigen die scheinbar undurchsichtigen ebenfalls eine Schwächung des zurückgeworfenen Lichtes, also muss auch bei ihnen ein Theil des auffallenden Lichtes eingedrungen sein. In der That besteht der Unterschied nur darin, dass in den durchsichtigen Körpern die Lichtstrahlen in grössere Tiefe eindringen können, ohne merklich geschwächt (absorbirt) zu werden, bei den sogenannten »undurchsichtigen« nur in geringe. Diese Schwächung (Absorption) des Lichtes besteht darin, dass die Bewegung der Aethertheilchen in eine solche der kleinsten Theile des Körpers selbst umgesetzt wird und daher als Licht scheinbar verloren geht.

Medien anlangender Lichtstrahl muss hiernach eine Theilung erfahren in einen zurückgeworfenen (reflectirten) und einen in das zweite Medium eindringenden, welcher, wie sich weiterhin ergiebt, aus seiner Richtung abgelenkt (gebrochen) wird.

§ 4. **Reflexion des Lichtes.** Das Gesetz, nach welchem sich ein an der Grenze zweier Medien reflectirter Lichtstrahl in dem ersten derselben rückwärts fortpflanzt, lässt sich leicht aus der im vorigen § erklärten Huyghens'schen Construction ableiten. Es soll dies im Folgenden zunächst wiederum für den einfachsten Fall zweier optisch isotroper Medien geschehen. Fallen auf eine Grenzfläche derselben unter irgend einem Winkel parallele Lichtstrahlen auf, d. h. Strahlen, welche von einer so entfernten Lichtquelle herkommen, dass eine Anzahl benachbarter als genau parallel und das ihnen entsprechende Stück der Strahlenfläche (einer Kugel mit unendlich grossem Radius) als vollkommen eben betrachtet werden kann, so ist auch das von ihnen getroffene Stück der Trennungsfläche, da es verschwindend klein ist, als eine Ebene anzusehen. Sei MN (Fig. 10) der Durchschnitt dieser Ebene mit derjenigen der Zeichnung und $P_1 P_2 P_3$ drei gleichweit von einander entfernte, in der zur Trennungsebene der beiden Medien senkrechten Zeichnungsebene gelegene Strahlen, so ist ADE ihre Strahlenfront in dem Augenblicke, in welchem der erste Strahl die Grenzfläche trifft. Während der Zeit, welche verfliesst, bis auch der letzte P_3 die Grenzfläche erreicht hat (in C), pflanzt sich der zurückgeworfene erste Strahl von A aus im oberen Medium ebenso weit fort, d. h. bis zu irgend einem Punkte der oberen Hälfte derjenigen Kugel, welche wir uns um A mit dem Radius EC als seine Strahlenfläche zu construiren haben. Der Strahl P_2 trifft nach Verlauf des halben Zeitintervalls die Grenzfläche in B und pflanzt sich während der zweiten Hälfte dieser Zeit rückwärts im ersten Medium fort bis zu irgend einem Punkte der Halbkugel um B mit dem Radius $GC = \frac{1}{2}EC$. Endlich langt der Strahl P_3 genau am Schlusse jenes Zeitintervalles in der Grenzfläche an; die Strahlenfläche der ihm angehörigen zurückgeworfenen Lichtbewegung ist also eine um C mit dem Radius Null construirte Kugel, d. h. der Punkt C selbst. Die gemeinsame Strahlenfront nach der Reflexion ist die Tangentialebene an die einzelnen Strahlenflächen, und da diese offenbar sämmtliche Kugeln, deren Centren auf der Geraden MN liegen, in Punkten berühren muss, welche in die Zeichnungsebene fallen, so erhalten wir ihren Durchschnitt mit dieser, wenn wir von C aus die Tangente CHF ziehen. Die zugehörigen

Fig. 10.

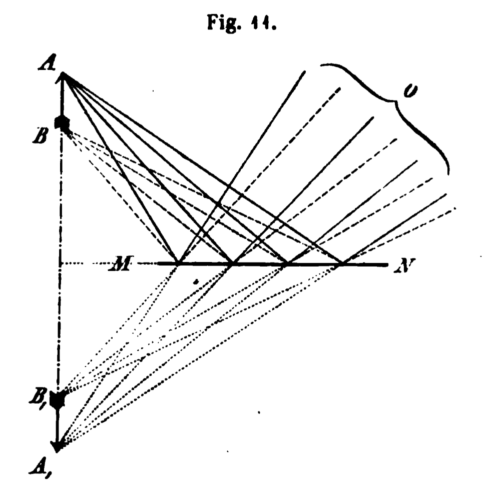


Strahlen sind somit AF (der zurückgeworfene Strahl P_1) und BH (der reflectirte Strahl P_2). Da nun nach Construction $AF = CE$, und da die beiden rechtwinkeligen Dreiecke ACF und ACE die Hypotenuse gemeinsam haben, so ist der Winkel CAF, welchen der reflectirte Strahl mit MN bildet, gleich dem Winkel ACE, d. h. demjenigen, welchen die auffallenden Lichtstrahlen mit derselben Geraden einschliessen. Die gleiche Betrachtung gilt auch für den Strahl BH, d. h. die vorher parallelen Strahlen sind es auch nach der Reflexion, und ihre gemeinsame Strahlenfront CHF bildet denselben Winkel mit MN, wie die ursprüngliche ADE, liegt aber umgekehrt gegen die Normale AL der Trennungsfläche. Nennen wir letztere Richtung das Einfallsloth und den Winkel i, welchen irgend ein einfallender Lichtstrahl mit derselben einschliesst, seinen Incidenz- oder Einfallswinkel, ferner die Ebene durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth (d. i. die Zeichnungsebene in Fig. 10) die Einfallsebene, endlich den Winkel, welchen der reflectirte Strahl mit dem Einfallsloth bildet, den Reflexionswinkel — so lautet das Gesetz der Reflexion des Lichtes:

»Der reflectirte Strahl liegt in der Einfallsebene und der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel«.

Wird eine reflectirende Ebene MN (Fig. 11) nicht von parallelen, sondern von divergirenden Lichtstrahlen getroffen, welche von einem näher gelegenen, Licht aussendenden Punkte, z. B. A, ausgehen, so werden sie, nach dem Reflexionsgesetz zurückgeworfen, genau so divergiren, als ob sie von einem Punkte A' kämen, welcher auf der Normale zu MN oder dessen Verlängerung ebenso weit jenseits MN liegt, als A diesseits. Dasselbe gilt von jedem anderen Punkte eines leuchtenden Körpers. Da unsere Sehthätigkeit so organisirt ist, dass wir das Bild eines Körpers dahin verlegen, woher die in unser Auge divergirend gelangenden Strahlen convergiren oder zu convergiren scheinen, so wird ein nach der reflectirenden (spiegelnden) Fläche in der Richtung O blickendes Auge A an der Stelle A_1, B an der Stelle B_1 und die zwischenliegenden Punkte des Gegenstandes AB zwischen A_1 und B_1, also ein Bild desselben in $A_1 B_1$ erblicken. Ein solches Bild nennt man ein virtuelles im Gegensatze zu einem reellen als einem solchen, von dem die ins Auge gelangenden Strahlen wirklich ausgehen.

Fig. 11.

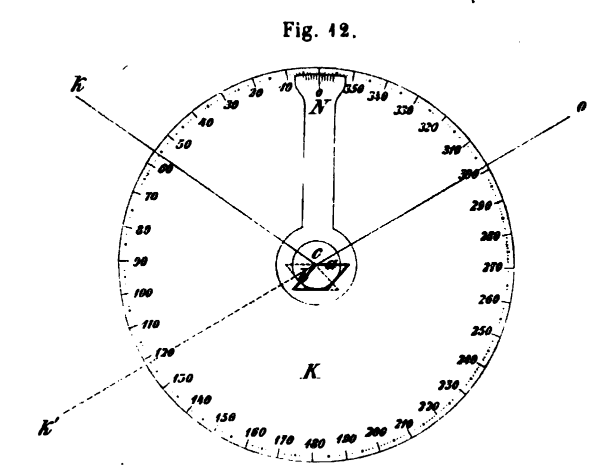


Das Gesetz der Reflexion des Lichtes findet in der Krystallographie eine wichtige Anwendung, nämlich zur Bestimmung der Winkel, welche die

ebenen Flächen der Krystalle mit einander bilden. Das zu diesem Zwecke dienende Instrument heisst Reflexionsgoniometer, und sein Princip ist folgendes:

Der getheilte Kreis *K* (Fig. 12) hat eine drehbare Axe, welche mit dem Zeiger oder Nonius *N* fest verbunden ist, so dass mittelst desselben auf der Kreistheilung der Winkel abgelesen werden kann, um welchen die Axe gedreht worden ist. Diese letztere ragt vor dem Kreise hervor und trägt dort den Krystall derart befestigt, dass die Kante, in welcher sich die beiden Flächen schneiden, deren Neigungswinkel gemessen werden soll, centrirt, d. h. in ihrer Verlängerung die Mitte des Kreises treffend, und justirt ist, d. h. normal zur Ebene des Kreises steht. Befinde sich von den beiden mit *a* und *b* bezeichneten Krystallflächen die erstere alsdann in derjenigen Stellung, dass dem in *o* befindlichen Auge das virtuelle Bild eines in der Richtung *ck* liegenden Gegenstandes in der Richtung *ock'* erscheint, und drehe man nunmehr die Axe und damit den Krystall, wobei natürlich die Kante *a/b* vollkommen stillsteht, bis *b* in eine Stellung gelangt ist, welche der früheren von *a* parallel ist, so befindet sich der Krystall in der Lage, welche durch den punktirten Umriss dargestellt ist, und man erblickt jetzt das Spiegelbild von *k* in derselben Richtung *co* von der zweiten Fläche reflectirt, wie es vorher von der ersten zurückgeworfen wurde. Man sieht nun aus Fig. 12, dass der Winkel, um welchen man drehen musste, derjenige ist, unter welchem sich die beiden Ebenen *a* und *b* schneiden, dass der Flächenwinkel*) des Krystalls also bestimmt ist, wenn jener Drehungswinkel am Kreise abgelesen worden ist. Das Nähere über die Einrichtung und den Gebrauch des Reflexionsgoniometers wird an einer späteren Stelle gegeben werden (in der III. Abthl.).

Fig. 12.



Bei der Reflexion des Lichtes findet übrigens noch insofern eine Aenderung seiner Beschaffenheit statt, als von einem Strahle gewöhnlichen Lichtes, welcher nach S. 6 Schwingungen in allen möglichen Azimuthen

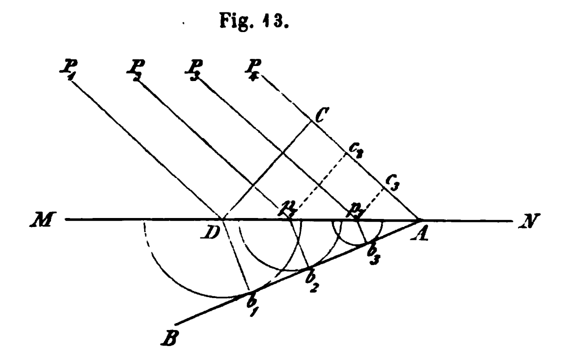
*) Man nennt diesen Winkel auch den »Normalenwinkel« (weil er gleich ist demjenigen, den die Normalen auf *a* und *b* mit einander bilden) oder schlechtweg den »Winkel« der Flächen *ab*. Sein Supplement ist der innere Winkel, d. i. derjenige, den die Flächen *ab* im Innern des Krystalls mit einander einschliessen.

enthält, vorzugsweise die zur Einfallsebene senkrechten Schwingungen zurückgeworfen werden. Dies findet namentlich unter einem bestimmten Einfallswinkel statt, daher man durch Reflexion unter diesem Winkel, dem sogenannten »Polarisationswinkel«, vorherrschend geradlinig polarisirtes Licht erhält. Man kann letzteres noch vollständiger polarisiren, wenn man dasselbe von einer Anzahl auf einander gelegter dünner Glasplatten reflectiren lässt, weil dann an jeder einzelnen Platte Reflexion des durch die oberen eingedrungenen Lichtes und Polarisation desselben eintritt. Ein solcher »Glasplattensatz« bietet daher ein sehr bequemes Mittel dar, aus gewöhnlichem Lichte durch Reflexion unter dem Polarisationswinkel geradlinig polarisirtes herzustellen, dessen Polarisationsebene (s. S. 6) der Einfallsebene parallel ist.

§ 5. **Brechung des Lichtes.** Wie S. 13 erwähnt wurde, findet an der Grenze zweier Medien im Allgemeinen eine Theilung einer an dieselbe gelangenden Wellenbewegung in eine zurückgeworfene und eine eindringende Bewegung statt. Die Richtung des in das zweite Medium eindringenden Wellenstrahls ist, wie nunmehr gezeigt werden soll, von derjenigen im ersten verschieden, sobald die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles in beiden eine verschiedene ist.

Es möge zuerst der Fall eines Lichtstrahles betrachtet werden, welcher sich in dem zweiten Medium mit geringerer Geschwindigkeit fortpflanzt, als im ersten. Seien P_1, P_2, P_3, P_4 (Fig. 13) so nahe an einander liegende und aus so entfernter Lichtquelle herstammende Strahlen, dass wir sie als genau parallel und das zwischen ihnen liegende Stück CD der Strahlenfront als Ebene betrachten können, so wird der Strahl P_1 in einem bestimmten Moment die Grenzebene MN in D treffen.

Fig. 13.

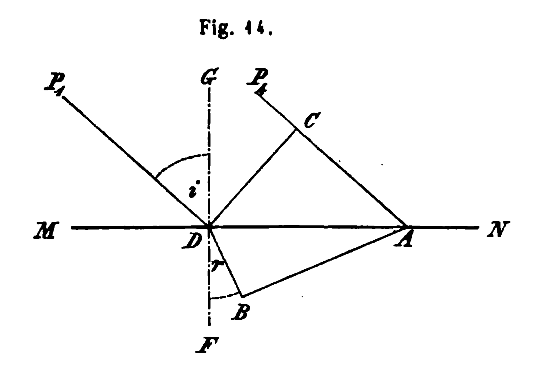


Von da ab pflanzt sich die eindringende Wellenbewegung im zweiten Medium, aber mit geringerer Geschwindigkeit fort. Sei diese z. B. nur die Hälfte derjenigen im ersten Mittel, so wird nach Verlauf der Zeit t, welche der Strahl P_4 nöthig hat, um die Strecke CA zu durchlaufen, P_1 nur so weit in den zweiten Körper eingedrungen sein, als die Hälfte der Strecke CA beträgt. P_1 wird alsdann an irgend einem Punkte der um D mit dem Radius $Db_1 = \frac{1}{2} CA$ beschriebenen Halbkugel angelangt sein. Der zweite Strahl P_2 trifft die Grenzfläche MN etwas später, nämlich in dem Augenblicke, wo P_4 in Punkt c_2 angelangt ist; bis zum Ablauf der Zeit t bewegt sich P_4 im ersten Medium die Strecke c_2A vorwärts; der Strahl P_2, während

derselben Zeit im zweiten Medium befindlich, kann nur eine halb so grosse Strecke zurücklegen; er wird also am Schlusse der Zeit t sich an einem Punkte der Halbkugel befinden, welche mit dem Radius $p_2 b_2 = \frac{1}{2} c_2 A$ um p_2 construirt ist. In gleicher Weise wird nach Verlauf von t die Strahlenfläche der von p_3 aus sich in das zweite Mittel fortpflanzenden Strahlen die Oberfläche einer Halbkugel um p_3 mit dem Radius $p_3 b_3 = \frac{1}{2} c_3 A$ sein. Endlich wird zu derselben Zeit diejenige des Strahles P_4 der Punkt A selbst sein. Die allgemeine Front aller zwischen P_1 und P_4 gelegenen Strahlen im zweiten Medium ist die Fläche, welche alle ihre Strahlenflächen in demselben tangirt, nämlich die durch AB senkrecht zur Zeichnungsebene von Fig. 13 gelegte Ebene. Wir würden dieselbe auch gefunden haben, wenn wir nur von einem Strahl, z. B. P_1, die Strahlenfläche construirt und von A aus die Tangente an dieselbe gezogen hätten. Die im ersten Mittel ebene Strahlenfront CD ist also auch im zweiten noch eben, hat aber eine andere Richtung. Das letztere gilt natürlich auch von den Strahlen, den Geraden zwischen den Punkten D, p_2, p_3 u. s. f. und den Tangirungspunkten b_1, b_2, b_3 etc.

Aus der Huyghens'schen Construction ersehen wir demnach zunächst, dass die in das zweite Medium eindringende Wellenbewegung zwar in der Ebene, in welcher der einfallende Strahl und die Normale zur Grenzfläche GF (Fig. 14) liegen, d. i. in der Einfallsebene, bleibt, aus seiner Richtung aber abgelenkt, gebrochen wird. Wir können nun aus dieser Construction auch das Gesetz ableiten, nach welchem diese Brechung vor sich geht.

Fig. 14.



Die Längen CA und DB verhalten sich nach Construction, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im ersten zu der im zweiten Medium (in unserem Beispiel wie 2 : 1); nennen wir die erstere v, die zweite v', so ist

$$\frac{AC}{BD} = \frac{v}{v'}.$$

Nun ist aber der Einfallswinkel $i = P_1 DG = ADC$, und der Winkel BDF, welchen der gebrochene Strahl mit dem Einfallsloth bildet, der Brechungswinkel r genannt, $= \sphericalangle DAB$. In den beiden rechtwinkeligen Dreiecken ACD und ABD ist:

$$\frac{AC}{AD} = \sin ADC = \sin i$$

$$\frac{BD}{AD} = \sin BAD = \sin r.$$

Diese beiden Ausdrücke, in einander dividirt, geben:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

und, da AC und BD sich verhalten, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten,

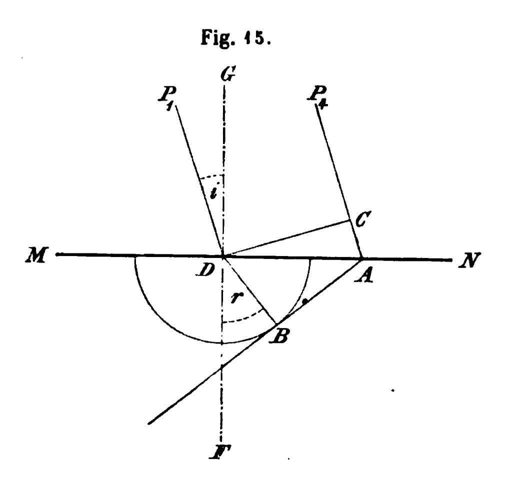
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}.$$

Darnach kann der Einfallswinkel jeder beliebige sein, stets muss sich sein Sinus zu demjenigen des Brechungswinkels verhalten, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten zu der im zweiten Medium. Dieses Verhältniss $\frac{v}{v'}$, der Brechungsindex*), Brechungsexponent oder Brechungsquotient genannt und im Folgenden mit n bezeichnet, gestattet also, wenn es durch Bestimmung der Richtungen eines beliebig einfallenden und des zugehörigen gebrochenen Strahles einmal für zwei optisch isotrope Medien gefunden worden ist, zu jedem in anderer Richtung auf die Grenzfläche derselben beiden Körper auffallenden Lichtstrahl die Richtung des zugehörigen gebrochenen zu berechnen.

In dem bisher betrachteten Falle kam dem zweiten Medium die kleinere Lichtgeschwindigkeit zu, es war $v > v'$, demnach der Brechungsindex $\frac{v}{v'} > 1$. In diesem Falle ist für jeden Einfallswinkel der Brechungswinkel kleiner, als jener; der Strahl wird dem Einfallsloth zu gebrochen.

Pflanzt sich dagegen der Lichtstrahl im zweiten Medium mit grösserer Geschwindigkeit fort, ist $v' > v$, also $n < 1$, so wird, wie aus der ganz analogen Construction Fig. 15, welche daher einer besonderen Erläuterung nicht bedarf, hervorgeht, der abgelenkte Strahl vom Einfallslothe ab gebrochen. Da demnach hier der Brechungswinkel grösser als der Einfallswinkel, so muss es einen der letzteren geben, für den der erstere $= 90°$ ist, d. h. der Strahl nicht mehr in das zweite Medium eindringen kann. Da

Fig. 15.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad (n < 1)$$

ist $\sin r$ d. i. $\frac{\sin i}{n} = 1 = \sin 90°$ für den Fall, dass $\sin i = n$. Der Strahl,

*) Gewöhnlich bezeichnet man als Brechungsindex eines optisch isotropen festen Körpers denjenigen bei der Brechung aus Luft in denselben, also das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeit in Luft zu der im Körper, welches, da in fast allen festen Körpern das Licht sich langsamer fortpflanzt als in der Luft, meist grösser als 1 ist. Da der bestimmte Zahlenwerth von n bei einem und demselben Stoffe für Lichtstrahlen von gleicher Farbe stets derselbe ist, so kann er unter Umständen, wo die Bestimmung anderer Eigenschaften unzulässig ist (z. B. bei geschliffenen Edelsteinen), zur Erkennung der Natur der Substanz benutzt werden.

dessen Einfallswinkel so gross ist, dass sein Sinus genau gleich dem Brechungsexponent, wird daher so gebrochen, dass er sich parallel der Grenzfläche fortpflanzt, also nicht in das zweite Medium eindringt. Ebenso wenig kann dies gemäss dem Brechungsgesetz ein Strahl, dessen Einfallswinkel noch grösser ist, denn dann wird $\frac{\sin i}{n} > 1$. Dies ist aber der Werth für den Sinus des Brechungswinkels, und da kein Winkel existirt, dessen $\sin > 1$, so giebt es in diesem Falle auch keinen Brechungswinkel.

Fig. 16.

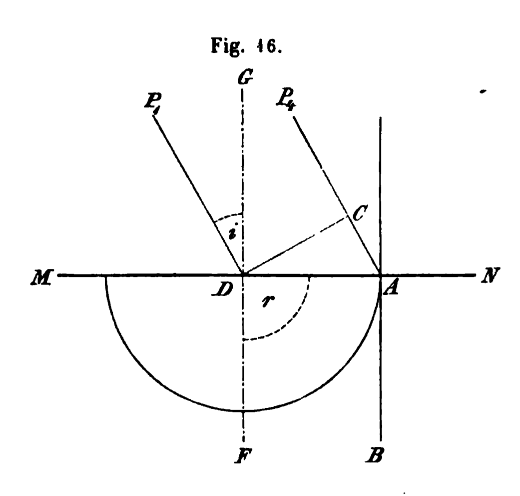
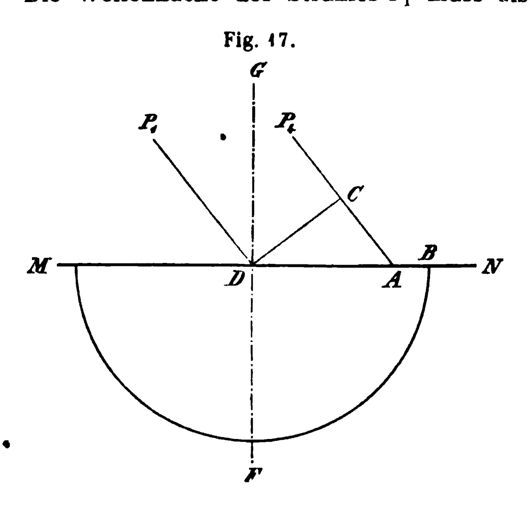


Fig. 15 stellt die Brechung an der Grenze eines Mediums gegen ein zweites (das untere) dar, in welchem die Geschwindigkeit die doppelte von der im oberen Mittel, der Brechungsindex also $= \frac{1}{2}$ ist. Die Strahlenfront im zweiten findet man in vereinfachter Weise als Tangentialebene AB an die Wellenfläche des Strahles P_1 im unteren Medium, welche um D mit dem Radius $BD = 2AC$ beschrieben ist. BD ist demnach die Richtung des gebrochenen Strahles. In Fig. 16 ist i so gross, dass $\sin i$ d. i. $\sin CDA = \frac{AC}{AD} = n = \frac{1}{2}$, also $AD = 2AC$. Die Wellenfläche des Strahles P_1 muss also um D mit dem Radius AD beschrieben werden, sie geht also durch A, die Tangente auf den Kreis aus dem Punkte A, d. h. die Front des gebrochenen Strahls, hat die Richtung AB, der Strahl selbst, die Gerade vom Tangirungspunkt nach der Mitte, liegt also in MN; der Brechungswinkel ist, wie bereits oben die Rechnung lehrte, $= 90^\circ$. Fig. 17 endlich zeigt die Brechung bei noch grösserem Einfallswinkel i unter sonst gleichen Verhältnissen. Die Wellenfläche des Strahles P_1 im zweiten Medium ist die Kugelfläche, um D mit dem Radius $DB = 2AC$ beschrieben; an diese kann von A aus keine Tangentialebene gelegt werden, weil A innerhalb derselben

Fig. 17.

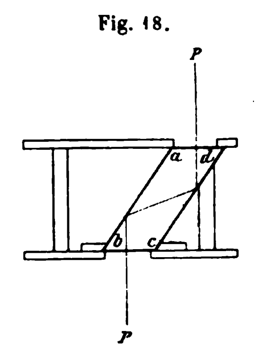


liegt, also giebt es auch keine Front und keinen gebrochenen Strahl im zweiten Medium.

Das Brechungsgesetz lehrt folglich, dass eine Lichtbewegung an der Grenze zweier Medien stets aus ihrer Richtung abgelenkt wird; dass dieselbe, in jeder beliebigen Richtung auf die Grenze auffallend, stets in das zweite Medium eindringt, sobald ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit in demselben kleiner ist, als im ersten; dass dagegen im umgekehrten Falle ein Eindringen der Bewegung nur stattfinden kann, wenn der Einfallswinkel eine bestimmte Grenze nicht überschreitet; bei grösserem Einfallswinkel giebt es vielmehr zu dem einfallenden Strahl keinen gebrochenen mehr, es findet keine Theilung der Lichtbewegung mehr in eine reflectirte und eine gebrochene statt, die ganze Bewegung wird reflectirt. Daher nennt man diese Erscheinung die totale Reflexion des Lichtes, und den Einfallswinkel, von welchem ab dieselbe eintritt und dessen Werth nach Obigem unmittelbar aus dem Brechungsindex folgt, den Grenzwinkel der totalen Reflexion.

Ein reflectirter gewöhnlicher Lichtstrahl wird, wie S. 17 angegeben, so polarisirt, dass seine Einfallsebene die Polarisationsebene ist; ein gebrochener erleidet ebenfalls in geringem Grade Polarisation, hier aber sind es nicht die senkrecht zur Einfallsebene, sondern die in der Einfallsebene schwingenden Strahlen, welche besonders bevorzugt werden. In dem speciellen Falle der totalen Reflexion findet eine Polarisation des gewöhnlichen Lichtes nicht statt, sondern eine Zerlegung geradlinig polarisirten Lichtes in zwei zu einander senkrechte Schwingungen, deren eine in der Einfallsebene, deren andere in der dazu senkrechten Ebene liegen; gleichzeitig erhalten beide eine Phasendifferenz, welche von der Natur des Mediums und von dem Winkel abhängt, unter welchem die Strahlen auf die totalreflectirende Fläche auffallen; die Folge davon ist, dass der auffallende, geradlinig polarisirte Strahl nach der totalen Reflexion im Allgemeinen elliptische Polarisation zeigt. Bildet die Schwingungsebene des Strahles vorher 45° mit der Einfallsebene, so besitzen die beiden bei der Zerlegung entstehenden Schwingungen gleiche Amplitude; ist alsdann der bei der Totalreflexion entstehende Gangunterschied derselben $\frac{1}{4}\lambda$, so muss nach S. 9 durch ihre Zusammensetzung eine circulare Schwingung entstehen. Hierauf beruht die Verwendung eines sogenannten Fresnel'schen Parallelepipeds *abcd* (Fig. 18) zur Erzeugung circular und elliptisch polarisirten Lichtes. Dasselbe besteht aus einer Glassorte, für welche die Phasendifferenz bei der totalen Reflexion unter einem bestimmten Winkel $\frac{1}{8}\lambda$ entspricht. Lässt man daher einen Lichtstrahl *PP* so einfallen, wie es in der Figur dargestellt ist, dass eine zweimalige Totalreflexion unter jenem Winkel stattfindet, so erhalten die beiden entstehenden Schwingungen $\frac{1}{4}\lambda$ Gangunterschied. Ist

Fig. 18.



das eintretende Licht geradlinig polarisirt und bildet seine Schwingungs-
richtung 45° mit der Einfallsebene, so tritt aus dem Fresnel'schen Prisma
ein circular polarisirter Strahl aus; hat die Schwingungsebene des eintretenden
Strahles eine andere Richtung, so besit
gungen ungleiche Amplitude und liefer

§ 6. **Brechung des Lichtes (F**
ebene Oberfläche eines durchsichtigen,
eine zweite, der ersten parallele Fläche

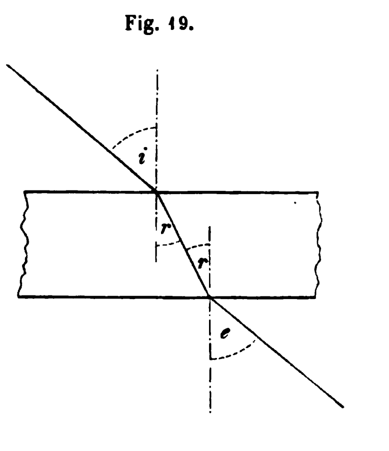


Fig. 19.

erste

der

diese
pflan
Medi
Gren
welc

d. h
zwei
selb
die
dur
leler Lichtstrahlen eingefügt, ändert d
hergehenden ersieht man zugleich, dass

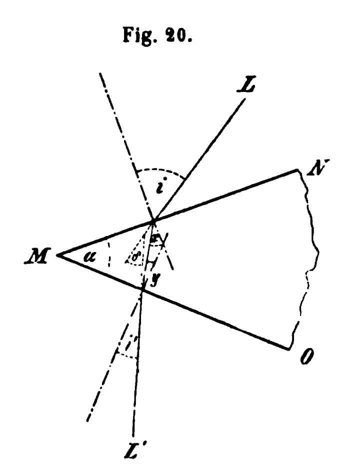


Fig. 20.

aus eine
proke W
dem zw
z. B de
der aus
beim A

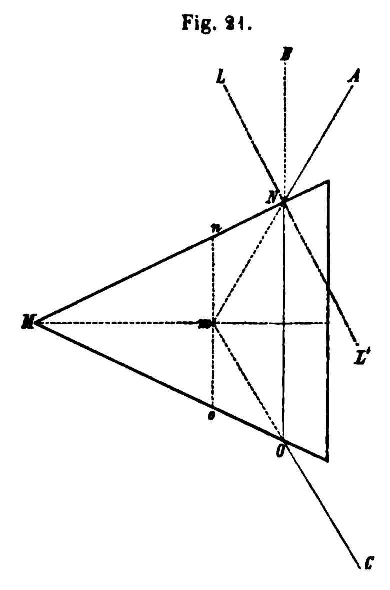
Bet
Lichtstr
ein- un
Austritt ... parallel sind, so
ist zunächst klar, dass dann auch der aus-
tretende Strahl dem einfallenden nicht parallel
sein kann. Sei Fig. 20 der Querschnitt eines
solchen von zwei geneigten Ebenen MN und
MO begrenzten Körpers, ein Prisma genannt, so zeigt die Construction,
dass ein durch denselben hindurchgehender Lichtstrahl LL' eine Ablen-
kung erfährt. Diese Ablenkung können wir berechnen, wenn wir α, den
sogenannten brechenden Winkel des Prismas, den Einfallswinkel i und

den Brechungsindex n kennen. Umgekehrt kann aber ein solches Prisma, indem wir die durch dasselbe hervorgebrachte Ablenkung messen, dazu dienen, den Brechungsindex n des Lichtstrahles, bei seinem Eintritt aus Luft in die Substanz des Prismas, zu bestimmen.

Besonders einfach gestaltet sich die Lösung dieser Aufgabe, wenn der ein- und der austretende Strahl gleiche Winkel mit den beiden Flächen des Prismas einschliessen, also $i = i'$, $x = y$, weil alsdann (wie sich auf verschiedenem Wege beweisen lässt) die durch das Prisma bewirkte Ablenkung δ ihren kleinsten Werth annimmt.

Dieser Fall ist dargestellt in Fig. 21, in welcher $ANOC$ den Weg des Lichtstrahles bezeichnet. Da hier $\sphericalangle MNO = \sphericalangle MON$, so ist die Richtung des Strahles im Prisma, NO, senkrecht zur Halbirenden des Prismenwinkels, also $\sphericalangle ONL' = \frac{\alpha}{2}$. Seien Nm und Om die Verlängerungen der Richtungen, welche der Strahl ausserhalb des Prismas besitzt, und sei no parallel NO, so ist $\sphericalangle Omo = \sphericalangle Nmn = \frac{\delta}{2}$, wenn δ die gesammte durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung, d. i. das Supplement des Winkels AmC bedeutet. Verlängert man ON bis B, so ist der Einfallswinkel $i = ANL = ANB + BNL$. Nun ist aber $ANB = ONm = Nmn = \frac{\delta}{2}$,

Fig. 21.



$BNL = ONL' = \frac{\alpha}{2}$, also der ganze Einfallswinkel $i = \frac{\alpha + \delta}{2}$, der Brechungswinkel r, bei der Brechung aus Luft in das Prisma, $ONL' = \frac{\alpha}{2}$, folglich der Brechungsindex:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

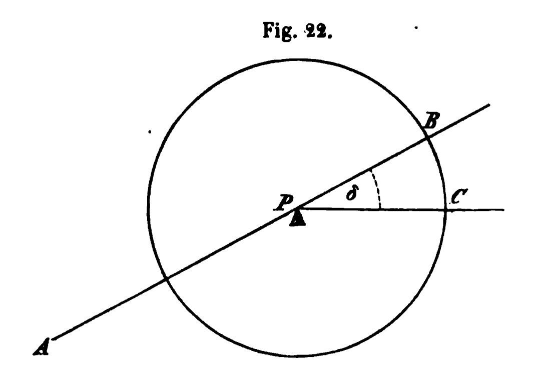
Diese letzte Gleichung ermöglicht nun die am meisten übliche Methode zur Bestimmung des Brechungsindex eines Lichtstrahles beim Eintritt aus Luft in einen festen durchsichtigen Körper. Man hat hierzu nur den brechenden Winkel α eines aus dem Körper bestehenden Prismas und die Minimalablenkung δ eines hindurchgehenden Lichtstrahles zu bestimmen. Das erstere geschieht mittelst des Reflexionsgoniometers (s. S. 16), das letztere ebenfalls mittelst eines getheilten Kreises, in dessen Centrum das Prisma justirt drehbar ist, an welchem man aber ausserdem die Richtung des aus dem Prisma austretenden Strahles, sowie diejenige des eintretenden ablesen kann.

Das Schema Fig. 22 mag dies versinnlichen. Hier ist P das Centrum des Kreises, vor welchem sich die brechende Kante des Prismas befindet, $AP \parallel BP$ die Richtung des einfallenden Lichtes, PC die des gebrochenen Strahles; alsdann ist der am Kreise abzulesende Winkel BPC die Ablenkung δ. Man dreht nun das Prisma um seine brechende Kante, d. h. um die Axe des Kreises, so lange, bis δ seinen kleinsten Werth hat, also bei weiterer Drehung der Strahl PC sich wieder mehr von PB entfernen würde. Hat man diesen Werth von δ, sowie den brechenden Winkel α des Prismas gemessen, so folgt aus der Gleichung

$$\frac{\sin\frac{\alpha+\delta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = n$$

unmittelbar der gesuchte Brechungsindex. Das Nähere über die praktischen Manipulationen bei einer derartigen Messung muss einer späteren Stelle vorbehalten bleiben (s. III. Abth.).

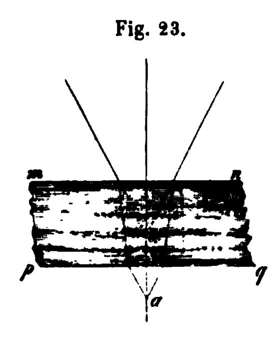
Fig. 22.



Die vorstehend beschriebene Methode zur Bestimmung des Brechungsindex ist die genaueste, erfordert aber ein sorgfältig geschliffenes Prisma von einer gewissen Grösse. Es ist jedoch auch möglich, mit Hülfe einer kleinen Platte eines durchsichtigen Körpers ebenfalls den Brechungsindex desselben zu bestimmen, und zwar nach zwei verschiedenen Methoden.

Von diesen ist die eine diejenige des Herzogs von Chaulnes und beruht darauf, dass die Brennweite eines Mikroskops sich verändert, wenn zwischen das Objectiv und den Brennpunkt eine durchsichtige planparallele Platte eingeschoben wird. Wie Fig. 23 zeigt, scheinen alsdann die Strahlen von einem Punkte a' herzukommen, während sie in Wirklichkeit von a ausgehen. Wenn man also irgend ein Object im Mikroskop scharf eingestellt hatte und nunmehr die Platte über demselben einschiebt, so muss man die Entfernung des Mikroskops vom Object um eine gewisse Grösse ändern, um das letztere wieder scharf zu sehen; durch eine Theilung an der Feinstellschraube des Mikroskops kann man diese Grösse sehr genau messen. Zwischen d, der Aenderung der Brennweite des Objectivs, der Dicke e der eingefügten Platte und deren Brechungsexponent n existirt folgende Beziehung:

Fig. 23.

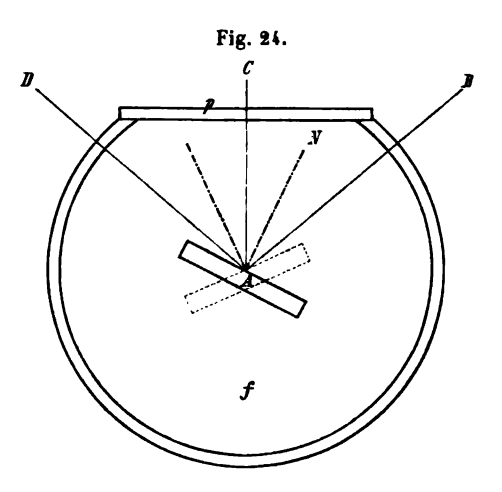


$$n = \frac{e}{e - d},$$

aus welcher man somit nach Bestimmung von e und d den Brechungsindex berechnen kann.

Die zweite der erwähnten Methoden zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses beruht auf dem Gesetze der totalen Reflexion (S. 21) und besteht nach der Form, welche ihr von Kohlrausch gegeben wurde, in einer Messung des Grenzwinkels der totalen Reflexion auf folgendem Wege: Sei f (Fig. 24) eine in ein cylindrisches Glasgefäss eingeschlossene Flüssigkeit, deren Brechungsindex höher sein muss, als derjenige des zu untersuchenden Körpers (um möglichst viele Substanzen nach dieser Methode untersuchen zu können, wählt man eine Flüssigkeit von sehr hoher Brechbarkeit, z. B. Bromnaphtalin). Vorn ist das Gefäss durch eine planparallele Glasplatte p abgeschlossen, vor welcher sich, senkrecht darauf gerichtet, ein kleines auf unendliche Entfernung, also auf parallele Strahlen eingestelltes Fernrohr befindet. An einem von oben her eintauchenden, drehbaren Halter ist die Platte des zu untersuchenden Körpers so befestigt, dass die Drehungsaxe in ihre ebene Vorderfläche fällt, welche von der Seite her durch diffuses Licht beleuchtet wird. Unter den Lichtstrahlen, welche unter verschiedenen Neigungen auf diese Fläche auffallen, befinden sich auch solche der Richtung BA, und diese seien es, welche mit der Normale der Platte AN den Winkel i, d. i. den Grenzwinkel der totalen Reflexion, bilden. Dreht man die zu untersuchende Platte genau in die in Fig. 24 gezeichnete Stellung, bei welcher die parallel AC ($CAN = BAN = i$) reflectirten Strahlen in der Mitte des Gesichtsfeldes im Fernrohr vereinigt werden, so muss die eine Hälfte von dessen Gesichtsfeld solche Strahlen empfangen, welche unter kleinerem Winkel, als i, auf die Platte auffallen und daher nur zum Theil reflectirt werden, zum Theil in jene eindringen, die andere Hälfte dagegen solche Strahlen, welche die Platte unter grösserem Einfallswinkel treffen und daher mit ihrer vollen Intensität reflectirt werden; die letztere Hälfte des Gesichtsfeldes muss also heller erscheinen und von der weniger hellen andern Hälfte durch eine senkrechte Grenzlinie getrennt sein, welche genau durch die Mitte geht; diese Position der Platte kann also durch Einstellung der Grenzlinie auf die Mitte des Gesichtsfeldes gefunden werden. Lässt man nun das zerstreute Licht von der andern Seite des Glasgefässes einfallen und dreht die Platte, bis wiederum jene Grenzlinie in der Mitte

Fig. 24.



des Gesichtsfeldes erscheint, so befindet sich nunmehr die Platte in der punktirt angedeuteten Stellung, und die Richtung AB ist an die Stelle von AC getreten, während die dem Grenzwinkel der totalen Reflexion entsprechenden Strahlen in der Richtung DA einfallen. Der Winkel, um welchen man die Platte drehen musste, ist offenbar $= 2i$, und man erhält somit, indem man die ausgeführte Drehung an einem Theilkreise abliest und halbirt, die Grösse des Grenzwinkels der totalen Reflexion. Nach S. 19 ist nun aber der Sinus dieses Winkels gleich dem Brechungsindex, d. h. dem Verhältniss der Lichtgeschwindigkeit in der Flüssigkeit, F, zur Lichtgeschwindigkeit in der Platte, v, also

$$\sin i = \frac{F}{v}, \quad \text{folglich: } v = \frac{F}{\sin i}.$$

Dividirt man beide Seiten der letztern Gleichung in die Grösse der Lichtgeschwindigkeit in Luft, welche $= V$ sei, so erhält man

$$\frac{V}{v} = \frac{V}{F} \sin i.$$

$\frac{V}{F}$, das Verhältniss der Lichtsgeschwindigkeiten in Luft und Flüssigkeit, ist aber der Brechungsindex der letzteren, welchen man mit Hülfe eines mit der Flüssigkeit angefüllten Hohlprismas nach der zuerst angegebenen Methode der Minimalablenkung bestimmen kann. Sei derselbe für die betreffende Flüssigkeit ein für allemal bestimmt und $= \mu$, so ist

$$\mu \sin i = \frac{V}{v}.$$

Der Quotient $\frac{V}{v}$, das Verhältniss von Lichtgeschwindigkeit in der Luft und in der Platte, ist aber der gesuchte Brechungsindex der letzteren, den man also findet, indem man den Sinus des gemessenen Grenzwinkels der totalen Reflexion multiplicirt mit dem Brechungsexponenten der angewandten Flüssigkeit. Die nähere Beschreibung des bei dieser Methode benutzten Apparates, des **Totalreflectometers**, wird in der III. Abtheilung gegeben werden.

Bestimmt man auf einem der angegebenen Wege den Brechungsindex eines optisch isotropen Körpers für einen Lichtstrahl einer gewissen Farbe, ferner für einen Strahl einer andern Farbe, so findet man beide verschieden. Damit übereinstimmend sieht man, dass ein Strahl weissen Lichtes durch ein Prisma zerlegt wird in Strahlen verschiedener Farbe, welche sämmtlich eine ungleiche Ablenkung in demselben erfahren. Da diese Farben und ihre Reihenfolge, der Ablenkung nach, im Allgemeinen bei verschiedenen Substanzen des Prismas die gleichen sind, so können sie nicht durch das letztere hervorgebracht worden sein, sondern müssen schon im einfallenden weissen Lichte präexistirt haben. Es ist demnach anzunehmen, dass das sogenannte weisse Licht aus den verschiedenen, durch die Brechung zu einem **Spectrum** zerstreuten (**dispergirten**) Farben bestehe. In der That vermögen wir durch ein umgekehrt gestelltes gleichartiges Prisma dieselben wieder sämmtlich zu vereinigen, und alsdann machen sie auf unser

Auge wieder den Eindruck des Weiss. Das Farbenspectrum, welches das weisse Licht durch ein Prisma liefert, hat eine grössere Ausdehnung, wenn der brechende Winkel des Prismas grösser ist, da die Ablenkung jeder Farbe mit dem Werthe jenes Winkels wächst, also auch der Abstand der wenigst brechbaren Strahlen im Spectrum von den am stärksten brechbaren. Die Ausdehnung desselben hängt aber ausserdem noch ab von dem Dispersionsvermögen, d. h. von der Zerstreuungskraft für die verschiedenen Farben, welche die Substanz des Prismas besitzt.

Die Erfahrung lehrt demnach, dass der Brechungsindex sich nicht nur mit der Substanz, sondern auch mit der Farbe, d. h. mit der Schwingungsdauer und folglich mit der Wellenlänge des Lichtes, ändert. Die genaue theoretische Herleitung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer jeden Wellenbewegung liefert denn auch eine Abhängigkeit derselben von der Wellenlänge der Bewegung. Diese Abhängigkeit ist für den Brechungsindex sehr angenähert ausgedrückt durch die Formel (von Cauchy):

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

in welcher A und B für eine und dieselbe Substanz Constante sind, λ die Wellenlänge bedeutet. Wenn man demnach für zwei Farben, deren Wellenlängen λ_1 und λ_2 sind, die Brechungsindices bestimmt hat, so kann man mittelst obiger Formel A und B (indem man jene Werthe einsetzt und die beiden Gleichungen nach A und B auflöst) berechnen und kennt alsdann für jede beliebige Farbe mit anderem λ das zugehörige n. Aus dieser Dispersionsformel sieht man, dass der Brechungsindex, also auch die Ablenkung, um so kleiner wird, je grösser die Wellenlänge des gebrochenen Lichtes ist. Da nach Früherem das Roth unter den Farben des Spectrums die grösste Wellenlänge hat, so ist dieses die am wenigsten abgelenkte Farbe; stärker abgelenkt sind Orange, Gelb, Grün, Blau, und die am weitesten abgelenkte Farbe des ganzen Spectrums ist Violett. Dieses letzte besteht also aus Schwingungen von der kleinsten Wellenlänge, welche noch als Licht wahrgenommen werden können. Betrachten wir ein solches Farbenspectrum, wie es z. B. durch ein Prisma von Glas erzeugt wird (s. Taf. I, Fig. 1), so sehen wir, dass jede der soeben genannten Farben noch einen bestimmten Raum in der Breite einnimmt, also noch Strahlen enthält, deren Ablenkung und somit deren Wellenlänge noch zwischen gewissen Grenzen verschieden ist. Hiernach kann eine genaue Bestimmung des Brechungsindex für eine Farbe, z. B. für Gelb überhaupt, nicht vorgenommen werden, sondern nur für die Strahlen von einer bestimmten Wellenlänge unter allen denen, welche zum Gelb gehören, welche also nur an einer bestimmten Stelle im Gelb des Spectrums erscheinen. Solches Licht, welches nur aus Schwingungen von einer und derselben Wellenlänge besteht, nennt man einfarbig, homogen oder monochromatisch. Man kann solches auf verschiedene Arten erhalten.

1) Einfarbig ist das Licht, welches gewisse Metalldämpfe in glühendem

Zustande aussenden. Lässt man z. B. festes schwefelsaures Lithium, Natrium oder Thallium, an einen dünnen Platindraht angeschmolzen, in einer nicht leuchtenden Gasflamme (eines Bunsen'schen Brenners) verdampfen, so sendet diese im ersten Falle monochromatisches rothes Licht mit der Wellenlänge (in Luft) 0,000670 mm, im zweiten gelbes ($\lambda = 0{,}000589$ mm), im dritten grünes Licht ($\lambda = 0{,}000535$ mm) aus, und das Licht solcher gefärbter Flammen ist das bequemste Hülfsmittel zur Bestimmung des Brechungsindex eines Körpers für verschiedene Farben.

2) Lässt man die Entladung der Electricität in einer mit Wasserstoff gefüllten sogen. Geissler'schen Röhre stattfinden, so erhält man Licht, welches nur aus drei homogenen Farben ($\lambda = 0{,}000656$; $0{,}000486$; $0{,}000434$ mm) gemischt ist und daher bei der Zerlegung durch ein Prisma kein continuirliches Farbenspectrum, sondern nur drei helle Linien, eine rothe und zwei blaue, zeigt, welche zu genauen Einstellungen benutzt werden können. Das sogen. Linienspectrum des Wasserstoffs kann daher mit Vortheil bei der Messung des Brechungsindex eines Prismas benutzt werden, wenn der electrische Strom eines Inductionsapparates zur Verfügung steht.

3) Das Sonnenlicht enthält nicht alle zwischen dem äussersten Roth und äussersten Violett befindlichen Farben, wie sie z. B. das einer weissen Flamme, durch ein Prisma zerlegt, zeigt, sondern gewisse Lichtarten werden beim Durchgang durch die äussere Dampfhülle der Sonne vernichtet. An den diesen Lichtarten entsprechenden Stellen des hellen Spectrums erscheinen bei geeigneter Hervorbringung desselben demnach äusserst schmale dunkle Lücken (die sogenannten Fraunhofer'schen Linien), wodurch also bestimmte Stellen im Spectrum scharf markirt sind, und für diese alsdann die Ablenkung und somit der Brechungsindex des Prismas sehr genau gemessen werden kann. Die wichtigsten dieser Linien sind mit der üblichen Buchstabenbezeichnung und Angabe ihrer Wellenlängen (in Millionstel Millimetern, $\mu\mu$) in Fig. 1 Taf. 1 eingetragen. Mehrere derselben liegen an Stellen, an denen sich helle Linien des Emissionsspectrums glühender Gase und Dämpfe befinden (Natrium = D, Wasserstoff = C, F, G).

4) Angenähert einfarbig ist auch das Licht, wenn es durch gewisse farbige Körper hindurchgegangen ist, z. B. durch rothes Glas, welches ausser Roth alle übrigen Lichtarten vernichtet; doch haben die hindurchgehenden Strahlen noch merklich verschiedene Wellenlängen, daher sie im Spectrum nicht an einer einzigen Stelle, sondern innerhalb eines Streifens von einiger Breite auftreten und somit zu genauen Messungen der Ablenkung nicht geeignet sind.

Durch die Bestimmung der Brechungsindices fester durchsichtiger Körper an der Grenze gegen Luft findet man, wie schon erwähnt, dass die Lichtgeschwindigkeit in denselben im Allgemeinen geringer ist, als in der Luft, dass also der Brechungsquotient aus Luft in einen solchen Körper grösser als 1 ist; bei der grossen Mehrzahl liegt er zwischen den Grenzen 1,4 und 1,7,

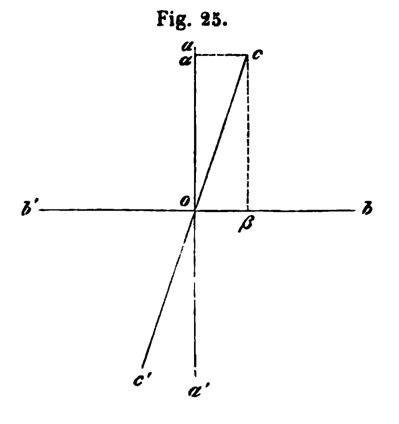
doch giebt es auch Substanzen mit beträchtlich höherem Brechungsindex, z. B. ist derjenige des Diamant

$$n = 2{,}4135 \text{ roth,}$$
$$= 2{,}4195 \text{ gelb,}$$
$$= 2{,}4278 \text{ grün.}$$

Für diesen Körper ist also der Brechungsindex beim Austritt aus demselben in Luft ca. $\frac{1}{2,4}$, d. i. ungefähr der Sinus von 25°, daher zu einem Lichtstrahl, welcher sich im Innern eines Diamanten fortpflanzt und eine Grenzfläche unter einem grössern Einfallswinkel, als 25°, trifft, kein gebrochener mehr existiren kann; ein solcher wird demnach total reflectirt, und wegen des hohen Brechungsindex ist hier der Grenzwinkel der totalen Reflexion so klein, dass ein Lichtstrahl in einem von vielen ebenen Facetten begrenzten Diamanten meist eine grosse Zahl totaler Reflexionen zu erleiden hat. Dies ist die Ursache der zahlreichen Lichtreflexe im Innern eines geschliffenen Diamanten.

§ 7. **Doppelbrechung des Lichtes.** Zu den optisch isotropen Körpern, d. h. denjenigen, deren Aether ein isotropes Medium darstellt, gehört ausser den sogenannten amorphen Körpern, wie Glas, auch eine bestimmte Klasse von Krystallen (z. B. der am Schlusse des letzten § erwähnte Diamant). Fällt auf die Oberfläche irgend eines dieser Körper, wie sie den Gegenstand der bisherigen Betrachtungen bildeten, ein Strahl gewöhnlichen oder geradlinig polarisirten Lichtes senkrecht auf, so erleidet er keine Brechung ($i = 0$, also auch $r = 0$) und ebenso wenig, wenn er den Körper durch eine der ersten parallele Fläche verlässt. Untersuchen wir nun nach dem Austritt seine Beschaffenheit, so finden wir, dass der Strahl im ersteren Falle, wie vorher, aus gewöhnlichem Lichte besteht, im zweiten geradlinig polarisirt geblieben und auch an seiner Schwingungsrichtung nichts geändert ist. Es ist dies die natürliche Folge der Isotropie des Lichtäthers in einem solchen Körper, wie aus dem Folgenden leicht einzusehen. Es sei o (Fig. 25) der Punkt, in welchem ein Strahl gewöhnlichen Lichtes die Eintrittsfläche des optisch isotropen Körpers (diese ist in der Figur zugleich die Zeichnungsebene) senkrecht trifft. Ein dort befindliches Aethertheilchen werde in einem bestimmten Zeitmomente in Schwingungen nach aa' versetzt, so wird bei jeder folgenden Vibration die Richtung derselben um einen sehr kleinen Winkel gedreht sein, also z. B. in einem gewissen Augenblicke parallel cc' liegen. Ein Impuls, welcher das Aethertheilchen o nach c hin bewegt,

Fig. 25.



wirkt ebenso, wie zwei gleichzeitig ausgeübte Impulse nach a und b, welche für sich dasselbe nach α resp. β bewegt haben würden. Da aber in dem in Rede stehenden Medium die Schwingungen, sie mögen stattfinden in welcher Richtung sie wollen, sich gleich schnell fortpflanzen, so werden an jedem jenseits o in der Fortpflanzungsrichtung folgenden Theilchen, welches von der Bewegung ergriffen wird, die beiden Impulse nach a und b gleichzeitig anlangen und sich also zu einer einzigen Bewegung nach c zusammensetzen. Dieselbe Betrachtung gilt für jede Schwingungsrichtung; es muss demnach eine Bewegung, welche schnell nach einander in allen Azimuthen stattfindet, nach ihrem Eindringen in ein Mittel, welches der oben angegebenen Bedingung genügt, den gleichen Wechsel ihrer Schwingungsrichtung beibehalten. So erklärt es sich, dass ein Strahl gewöhnlichen Lichtes in einem solchen Körper sich als gewöhnlicher Lichtstrahl fortpflanzt. Dass ein geradlinig polarisirter Lichtstrahl von beliebiger Schwingungsrichtung sich in einen derartigen Medium mit unveränderter Schwingungsrichtung fortpflanzen muss, versteht sich hiernach von selbst.

Anders jedoch muss sich ein Lichtstrahl verhalten, wenn er in einen optisch anisotropen Körper, d. h. einen solchen eindringt, dessen Aether ein anisotropes Medium darstellt, in welchem sich daher verschieden gerichtete Schwingungen mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Die Erfahrung lehrt nun, dass in allen homogenen Medien, in denen der Aether sich nach verschiedenen Richtungen verschieden verhält, unter sämmtlichen in einer Ebene stattfindenden Schwingungen diejenigen einer bestimmten Richtung sich am schnellsten, diejenigen, deren Schwingungsrichtung zu jener senkrecht steht, sich am langsamsten fortpflanzen. Ist o nun ein Aethertheilchen, welches von einer soeben in den Körper eintretenden Bewegung von der Natur des gewöhnlichen Lichtes getroffen wird, und ist in einem bestimmten Augenblicke die Schwingungsrichtung diejenige aa', welche der grössten Fortpflanzungsgeschwindigkeit entspricht, in einem der folgenden cc', so wird letztere Schwingung nach Obigem gleichbedeutend sein mit den Schwingungen, welche durch zwei gleichzeitige Impulse bewirkt werden, deren einer parallel aa', der andere parallel bb' (der Schwingungsrichtung der unter allen in der Ebene ab schwingenden sich am langsamsten fortpflanzenden Strahlen) stattfindet, und deren Amplituden im Verhältniss der Längen $o\alpha$ und $o\beta$ stehen. Diese beiden Schwingungen pflanzen sich aber mit verschiedener Geschwindigkeit fort, gelangen also zu verschiedenen Zeiten an eines der später in Bewegung gesetzten Aethertheilchen; sie können sich demnach dort nicht mehr zu einer Schwingung cc' zusammensetzen, sondern werden ihren Weg getrennt fortsetzen. In einem noch späteren Momente wird o nach einer Richtung bewegt werden, welche einen noch grösseren Winkel mit aa' macht als die Richtung cc'; diese Bewegung wird also ebenfalls in zwei, parallel aa' und bb', zerlegt werden, in welchem Falle aber die Componente nach bb' einen grösseren Werth besitzt als vorher. Die gesammte Bewegung eines gewöhnlichen Lichtstrahles, dessen Schwingungs-

azimuth sehr schnell wechselt, wird also in zwei Lichtstrahlen zerlegt werden, von denen der eine parallel aa' schwingt und dessen Intensität mit dem Azimuth des eintretenden Strahles wechselt, und zwar in dem Moment, wo dieses parallel aa' ist, gleich der vollen Intensität des eintretenden Lichtes ist, dann abnimmt, Null wird, sobald dieses Azimuth parallel bb' ist, dann wieder wächst u. s. f. Dieser Wechsel der Intensität tritt aber so schnell ein, dass der Lichtstrahl den Eindruck eines solchen von constanter mittlerer Intensität macht, also eines, dessen Intensität gleich der Hälfte von der des eintretenden Strahles ist. Der zweite Strahl, welcher durch die Zerlegung entsteht, dessen Schwingungen parallel bb' stattfinden, hat in denselben Augenblicken die Intensität Null, wenn die des ersten im Maximum ist, nimmt zu, wenn jene abnimmt, erreicht das gleiche Maximum, wenn jene gleich Null wird u. s. f., d. h. dieser zweite Strahl macht ebenso den Eindruck eines Strahles von der constanten Helligkeit, gleich der Hälfte derjenigen des eintretenden Strahles.

Beim Eintritt eines gewöhnlichen Lichtstrahles in derartig anisotropen Aether entstehen also aus jenem zwei Lichtstrahlen von verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber gleicher Helligkeit, deren Schwingungen in der senkrecht zum Strahl stehenden Ebene stattfinden, die des einen in der Richtung, welche der grössten, die des andern in der, welche der kleinsten Lichtgeschwindigkeit der in jener Ebene schwingenden Strahlen entspricht. Wir erhalten also zwei geradlinig und zwar senkrecht zu einander polarisirte Strahlen, deren einer eine gewisse Verzögerung gegen den andern erfährt, so dass beide beim Austritt, je nach der Verschiedenheit ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit und je nach der Länge des von ihnen in dem optisch anisotropen Körper durchlaufenen Weges, eine gewisse Phasendifferenz haben. Das Gleiche ist auch der Fall, wenn das eintretende Licht geradlinig polarisirt war, nur ist dann die Helligkeit der beiden Strahlen im Allgemeinen nicht gleich, sondern hängt von dem Winkel ab, welchen die Schwingungsebene des eintretenden Lichtes mit den beiden Richtungen bildet, denen parallel die Schwingungen der mit der grössten und der mit der kleinsten Geschwindigkeit sich fortpflanzenden Strahlen stattfinden.

Ist die Fläche, durch welche das Licht wieder aus dem Körper austritt, der Eintrittsfläche nicht parallel, wird dasselbe also gebrochen, so wird, da die Brechung von der Lichtgeschwindigkeit in dem Körper abhängt, die Ablenkung der Strahlen eine verschiedene sein; der vorher einfache Lichtstrahl wird also in einem derartigen Medium doppelt gebrochen in zwei Strahlen von verschiedener Richtung. Man nennt daher die optisch anisotropen Substanzen auch »doppeltbrechende«, die optisch isotropen »einfachbrechende«.

Nach ihrem Verhalten gegen die Lichtstrahlen zerfallen die Krystalle in zwei Klassen, die einfachbrechenden und die doppeltbrechenden. Die ersteren haben, wie die amorphen Körper, den gleichen Brechungsindex für Strahlen einer bestimmten Farbe, in welcher Richtung dieselben auch den Krystall durchlaufen, sie verhalten sich also

in optischer Beziehung ganz wie jene, während sie in andern, späterhin ausführlich zu besprechenden Eigenschaften sich wesentlich von ihnen unterscheiden (z. B. durch die sogenannte »Spaltbarkeit«, die Fähigkeit, nach gewissen Ebenen eine leichtere Trennung der Theilchen zu gestatten). Es gelten also für sie alle bisherigen Betrachtungen, während die doppeltbrechenden Krystalle den Gegenstand der nun folgenden bilden sollen.

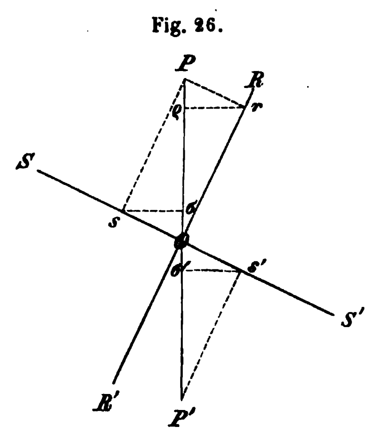
Zur Unterscheidung der einfach- und der doppeltbrechenden Krystalle kann die Beobachtung der verschiedenen Ablenkung der beiden in letzteren entstehenden Lichtstrahlen im Allgemeinen nicht benutzt werden, weil die Verschiedenheit oft so gering ist, dass sie bei kleineren Krystallen der Wahrnehmung entgeht. Die Unterscheidung beider Arten von Krystallen ist jedoch auch bei den kleinsten Dimensionen und sehr schwacher Doppelbrechung möglich durch den Umstand, dass die beiden, in einem Krystalle der zweiten Art entstehenden polarisirten Strahlen mit einer, wenn auch sehr geringen, Phasendifferenz austreten. In Folge dieser können dieselben zur Interferenz (s. S. 7) gebracht werden, sobald es möglich ist, dieselben nicht in zwei zu einander senkrechten Ebenen, sondern in der gleichen Ebene ihre Schwingungen ausführen zu lassen. Dies geschieht dadurch, dass man in den Gang der beiden aus dem Krystall ausgetretenen Lichtstrahlen ein Medium einführt, welches nur Strahlen einer bestimmten Schwingungrichtung passiren lässt. Hierzu kann die Reflexion an einer Glasplatte oder noch besser an einem »Glasplattensatz« unter den Polarisationswinkel (s. S. 17) dienen. Vollständiger wird aber dieser Zweck erreicht, wenn man das Licht durch einen doppeltbrechenden Krystall gehen lässt, in welchem der eine der beiden darin entstehenden Strahlen beseitigt wird, so dass nur linear polarisirtes Licht einer bestimmten Schwingungsrichtung hindurchgelassen wird. Dies ist z. B. der Fall bei gewissen Varietäten des Minerals Turmalin und in noch höherem Grade bei den Krystallen des schwefelsauren Jodchinins (des sogenannten Herapathit), welche den einen der beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen so stark absorbiren, dass sie für diesen schon bei geringer Dicke ganz undurchsichtig sind. Da aber hierbei auch der andere Strahl erheblich geschwächt und gefärbt wird, so ist zur Herstellung eines einheitlich polarisirten Strahls vortheilhafter die Anwendung eines farblosen Krystalls von starker Doppelbrechung, d. h. eines solchen, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden senkrecht zu einander stattfindenden Schwingungen so verschieden ist, dass bei einer bestimmten Anordnung der eine derselben im Innern des Krystalls total reflectirt, der andere demnach allein durchgelassen wird. Eine derartige Vorrichtung, welche in § 10 näher beschrieben werden soll, construirte zuerst Nicol aus einem Kalkspath, und nach ihm wird dieselbe »Nicol'sches Prisma« oder kurz »Nicol« genannt. Mittelst derselben kann man also einfallendes gewöhnliches Licht in geradlinig polarisirtes von bestimmter Schwingungsrichtung umwandeln, daher man eine solche Vorrichtung auch als »Polarisator« bezeichnet.

Bringen wir nun ein solches Nicol'sches Prisma in den Weg der beiden aus einem doppeltbrechenden Krystalle ausgetretenen Lichtstrahlen, so wird jeder derselben in dem Polarisator wieder in zwei zerlegt, von denen nur einer, und zwar nur der auf die bestimmte Schwingungsebene des Polarisators entfallende, hindurchgeht; die beiden vorher auf einander senkrechten Schwingungen sind also gleichsam auf eine Schwingungsebene zurückgeführt.

Zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen durch dieselben existirt aber noch eine zweite Bedingung, welche sich aus folgenden Betrachtungen ergiebt:

Sei PP' (Fig. 26) die Schwingungsrichtung eines linear polarisirten Strahles, welcher in der senkrecht zur Ebene der Zeichnung stehenden Richtung in einen doppeltbrechenden Krystall eintritt und daselbst in zwei Strahlen mit den Schwingungsrichtungen RR' und SS' zerlegt wird. Ist der Krystall genau von einer solchen Dicke, dass die beiden, sich ungleich schnell darin fortpflanzenden Strahlen bei ihrem Austritt aus demselben einen Gangunterschied von einer ganzen oder einem Vielfachen einer Wellenlänge des angewandten einfarbigen (homogenen) Lichtes besitzen, so wird ein Aethertheilchen auf der Bahn des Lichtes, sobald das letztere den Krystall verlassen hat, sich jedesmal vermöge der einen Vibrationsbewegung in demselben Augenblicke von O nach r hin bewegen, in welchem die andere der beiden entstehenden Bewegungen es von O nach s hin treiben würde. Wenn nunmehr die beiden Strahlen durch einen Nicol, dessen Hauptschnitt parallel PP' ist, auf eine Polarisationsebene zurückgeführt werden, so geht von jeder Bewegung nur die Componente $O\varrho$ und $O\sigma$, parallel PP', hindurch. Diese beiden Bewegungen müssen, da sie gleichzeitig nach derselben Seite stattfinden, sich einfach zur Summe ihrer Amplituden zusammensetzen, also mit gleicher Phase interferiren, d. h. mit derselben Phasendifferenz, welche sie im Krystall erhalten hatten. Ist dagegen der Durchmesser des Krystalls so gross, dass die Verzögerung, welche der eine der beiden Strahlen gegen den andern erfährt, $\frac{1}{2}\lambda$ oder ein ungerades Vielfaches davon beträgt, so findet die Bewegung des Aethertheilchens O in dem Augenblicke, wo es vermöge der einen Schwingung nach r hin bewegt wird, vermöge der zweiten nach s' hin statt. Beide Bewegungen können dadurch zur Interferenz gebracht werden, dass sie durch einen Nicol auf gleiche Schwingungsebene reducirt werden. Steht dessen Hauptschnitt, wie vorher, parallel PP', so finden die interferirenden Bewegungen gleichzeitig nach entgegengesetzten Seiten statt, nämlich nach $O\varrho$ und $O\sigma'$, sie interferiren also mit entgegengesetzter Phase, d. h. ebenfalls mit derselben

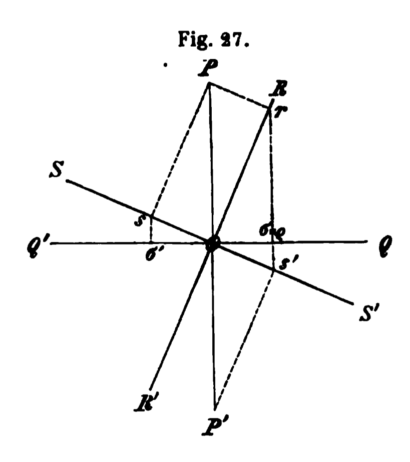
Fig. 26.



Phasendifferenz, mit welcher sie aus dem Krystall austraten. Hieraus ergiebt sich allgemein, dass zwei Strahlen, welche durch Doppelbrechung aus einem linear polarisirten entstehen, mit derselben Phasendifferenz, welche sie durch den doppeltbrechenden Krystall erhalten, interferiren, sobald sie auf eine Schwingungsebene zurückgeführt werden, welche derjenigen des ersten Strahles parallel ist.

Betrachten wir jetzt den entgegengesetzten Fall, in welchem die Schwingungsebene des in den Krystall eintretenden Lichtstrahles senkrecht zum Hauptschnitt des Nicols steht, welcher die beiden Strahlen auf eine Schwingungsebene zurückführt. Ist wieder PP' (Fig. 27) parallel der Schwingungsebene des eintretenden Lichtes, und ist der Krystall so dick, dass die beiden darin entstehenden Strahlen beim Austritt λ, oder ein Vielfaches von λ, Gangunterschied haben, so wird der eine derselben das Aethertheilchen O nach r, der andere gleichzeitig nach s hin bewegen. Ist nun aber das Nicol'sche Prisma um 90° gegen seine frühere Stellung gedreht, ist seine Schwingungsebene (d. h. diejenige des von ihm durchgelassenen Lichtes) parallel QQ_1, so sind die beiden Componenten, welche zur Interferenz gelangen, $O\varrho$ und $O\sigma'$; diese liegen nach entgegengesetzten Seiten, also findet die Interferenz mit entgegengesetzter Phase statt, während die beiden Strahlen mit gleicher Phase aus dem Krystall ausgetreten waren. Ist dagegen der Durchmesser des Krystalls so gross, dass die beiden Strahlen beim Austritt entgegengesetzte Phase besitzen, so sind ihre gleichzeitigen Bewegungsgrössen (s. Fig. 27) Or und Os'; werden diese auf die eine Schwingungsrichtung QQ_1 zurückgeführt, so sind ihre mit einander interferirenden gleich grossen Componenten, $O\varrho$ und $O\sigma$, nach derselben Seite gelegen, also findet die Interferenz mit gleicher Phase statt. Allgemein: Zwei Strahlen, welche durch Doppelbrechung aus einem linear polarisirten Strahle entstehen, interferiren mit entgegengesetzter Phasendifferenz, als diejenige ist, mit welcher sie aus dem doppeltbrechenden Krystall austreten, wenn die Schwingungsebene, auf welche sie reducirt werden, senkrecht zur ursprünglichen Schwingungsebene steht.

Fig. 27.



Denken wir uns jetzt statt eines linear polarisirten Lichtstrahles einen gewöhnlichen in den Krystall eintretend, so findet in dem Momente, in welchem die Schwingungsebene desselben parallel derjenigen des zurückführenden Nicols ist, die Interferenz mit derselben Phasendifferenz statt, mit

welcher die beiden Strahlen aus dem Krystall austreten, — nach einem ausserordentlich kleinen Zeitraum, während dessen sich die Schwingungsebene des gewöhnlichen Lichtes um 90° gedreht hat, mit der entgegengesetzten, d. h. mit ihrem Gangunterschied + oder — $\frac{1}{2}\lambda$. In Folge dessen müssen auf der Bahn des Lichtes die durch Interferenz entstehenden Maxima und Minima der Lichtintensität einander ebenso rasch folgen, als sich die Polarisationsebene des gewöhnlichen Lichtes jedesmal um einen rechten Winkel gedreht hat. Wir werden also von diesem Wechsel der Intensität ebenso wenig etwas wahrnehmen, als wenn wir, wie es S. 31 geschah, die Strahlen direct betrachtet, d. h. nicht nach dem Austritte noch durch ein Nicol'sches Prisma hätten gehen lassen. Es können demnach auf diese Weise Interferenzerscheinungen nicht beobachtet werden, da an einer bestimmten Stelle wohl momentan durch Interferenz Dunkelheit erzeugt wird, in unmessbar kleiner Zeit darauf jedoch um so grössere Helligkeit, so dass im Ganzen der Eindruck eines Strahles von constanter mittlerer Helligkeit resultirt.

Hierdurch sind nunmehr die Bedingungen der Interferenz linear polarisirten Lichtes vollständig erkannt; sie lauten: Zwei linear polarisirte Strahlen interferiren nur dann, wenn sie aus einem einzigen linear polarisirten Lichtstrahle durch Doppelbrechung entstanden sind und durch ein Nicol'sches Prisma auf die gleiche Polarisationsebene zurückgeführt werden.

Zur Untersuchung eines Krystalls auf seine Doppelbrechung mittelst der durch die Geschwindigkeitsdifferenz der doppeltgebrochenen Strahlen verursachten Interferenz muss man demnach zwei Nicol'sche Prismen anwenden, deren eines dazu dient, das gewöhnliche Licht vor dem Eintritt in den zu untersuchenden Krystall in geradlinig polarisirtes zu verwandeln, daher dieser erste Nicol im engeren Sinne des Wortes der »Polarisator« genannt wird, während der zweite das aus dem Krystall austretende Licht zu analysiren gestattet und daher als »Analysator« bezeichnet wird.

Blickt man durch zwei parallele, hinter einander befindliche Nicol'sche Prismen hindurch, so werden die aus dem einen austretenden Lichtstrahlen mit derselben Schwingungsrichtung auch durch den zweiten hindurchgehen, die Helligkeit des Lichtes also keine Aenderung erfahren. Dreht man aber den zweiten um die Richtung der Lichtstrahlen, so wird nur die seiner Schwingungsrichtung entsprechende Componente hindurchgelassen, und diese wird bei weiterer Drehung immer kleiner, endlich nach 90° Drehung gleich Null, weil alsdann das in den zweiten Nicol eintretende Licht genau diejenige Schwingungsrichtung besitzt, welche in demselben total reflectirt wird. Zwei derartig »gekreuzte« Nicols lassen also kein Licht durch.

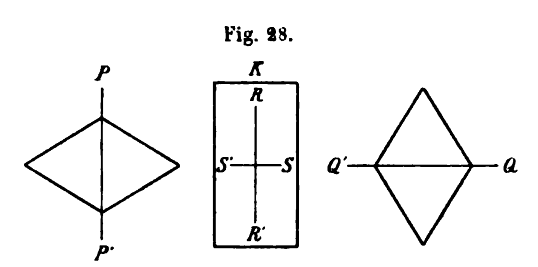
Fügt man nun zwischen den beiden gekreuzten Nicols einen einfachbrechenden Krystall ein, so kann hierdurch keine Aenderung hervorgebracht werden, da die Schwingungen des Lichtes in einem solchen, sie mögen

stattfinden in welcher Richtung sie wollen, immer in gleicher Weise ohne Zerlegung fortgepflanzt werden. **Ein einfachbrechender Krystall erscheint also zwischen gekreuzten Nicols in jeder Stellung dunkel.** Diesem Versuche können auch Krystalle von mikroskopischen Dimensionen unterworfen werden, indem man unter dem Objectträger eines Mikroskops einen Polarisator anbringt und auf das Ocular einen Analysator aufsetzt. Dreht man den letzteren aus der mit dem ersten parallelen Stellung um 90°, so löscht er das von unten polarisirt in das Instrument eingetretene Licht vollständig aus, das Gesichtsfeld des Mikroskops wird dunkel und ebenso alle etwa darin befindlichen einfachbrechenden Krystalle, und in der Dunkelheit derselben kann auch keine Aenderung stattfinden, wenn wir sie in ihrer Ebene drehen (wozu das zu untersuchende Präparat sich auf einem am Mikroskop angebrachten, drehbaren Objecttisch befinden muss).

Ganz anders verhalten sich doppeltbrechende Krystalle.

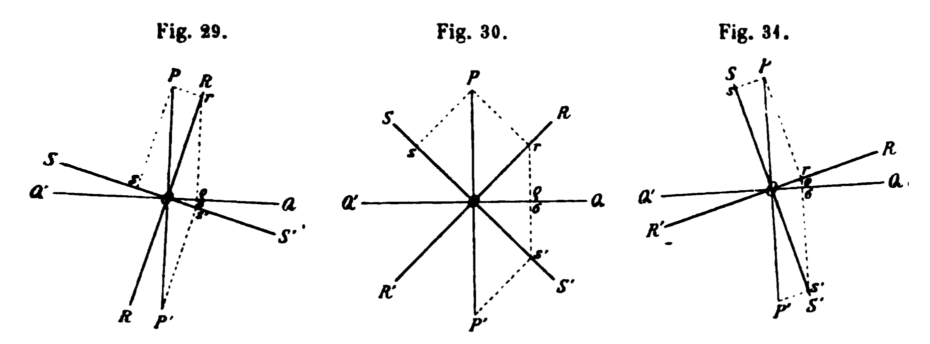
Sind die beiden gekreuzten, in Fig. 28 durch ihre Querschnitte dargestellten Nicol'schen Prismen, deren eines die Schwingungen parallel PP', das andere die parallel QQ' stattfindenden hindurchlässt, hinter einander (in der Figur sind sie der Deutlichkeit halber neben einander gestellt) in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltet, und wird ein dünner doppeltbrechender Krystall K derart zwischen beide gebracht, dass die Schwingungen RR' und SS' der in demselben entstehenden Strahlen mit den von den beiden Nicols durchgelassenen parallel sind — so findet allerdings, wie bei einem einfachbrechenden Krystalle, vollständige Auslöschung des Lichtes statt, denn die parallel PP' stattfindende, in K eintretende Schwingung ist dann genau parallel RR', geht also, weil die auf die Richtung SS' entfallende Componente gleich Null ist, unverändert durch den Krystall und wird im zweiten Nicol total reflectirt. Dies ist jedoch nicht mehr der Fall, sobald wir den Krystall K durch Drehung in seiner Ebene aus obiger Stellung in eine andere bringen.

Fig. 28.



Angenommen, die Ein- und Austrittsfläche des Lichtes seien so wenig von einander entfernt, d. h. der Krystall stelle eine so dünne planparallele Platte dar, dass die beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen einer bestimmten Farbe beim Austritt aus derselben einen Gangunterschied von genau einer halben Wellenlänge erhalten haben — so entstehen, wenn die Krystallplatte K um den Winkel POR (Fig. 29) gedreht worden ist, in derselben zwei Schwingungen, welche beim Austritt gleichzeitig nach r und s' hin stattfinden, deren durch den zweiten Nicol hindurchgehende Componenten $O\varrho$ und $O\sigma$ sich also summiren. Die Platte K erscheint also jetzt

erhellt, und die Helligkeit derselben hängt ab von der Grösse der Componenten $O\varrho$ und $O\sigma$. Aus der Vergleichung der Figuren 29, 30, 31 geht hervor, dass diese beiden Componenten, welche stets gleich gross sind, ihr



Maximum erreichen, also auch ihre Summe am grössten ist, wenn der Drehungswinkel $POR = 45^\circ$ (Fig. 30). Nach einer Drehung von 90° werden beide wieder Null; man hat alsdann den in Fig. 28 dargestellten Fall, nur sind die Richtungen RR' und SS' vertauscht. Die mit Lichtstrahlen von der betreffenden Farbe beleuchtete Krystallplatte wird also nur dann dunkel erscheinen, wenn die Schwingungsrichtungen derselben, RR' und SS', mit denjenigen der Nicols, PP' und QQ', zusammenfallen, und dies ist offenbar während einer ganzen Umdrehung viermal der Fall; in jeder andern Stellung dagegen wird sie hell, mit der Farbe des benutzten Lichtes, erscheinen — und zwar wird die Helligkeit jedesmal dann ein Maximum erreichen, wenn die Richtungen RR', SS' mit PP' und QQ' 45° bilden.

Wird der Krystall nicht in monochromatischem, sondern in weissem Lichte untersucht, so wird die gleiche Verzögerung des einen gegen den andern der doppeltgebrochenen Strahlen für die Schwingungen derjenigen Farben, welche eine grössere Wellenlänge besitzen, noch nicht $\frac{1}{2}\lambda$ betragen, für die mit kleinerer Wellenlänge mehr als $\frac{1}{2}\lambda$; in beiden Fällen ist also das Resultat der Interferenz der beiden Componenten parallel PP' und QQ' nicht gleich ihrer Summe, sondern kleiner (vergl. S. 8). In Folge davon werden die verschiedenen Farben nach dem Durchgange durch den zweiten Nicol nicht mehr in demselben Verhältniss der Intensität stehen, wie es vorher im weissen Lichte der Fall war; sie werden dann dem Auge nicht mehr den Eindruck von Weiss machen, sondern einen Farbeneindruck, in welchem die in Bezug auf ihre Intensität bei der Interferenz begünstigte Farbe vorherrscht. Da diese Begünstigung ihr Maximum bei 45° erreicht, so erscheint die betreffende Farbe in dieser Stellung verhältnissmässig am reinsten.

Hat der Krystall eine andere Dicke, so wird das Gleiche für eine andere Stelle im Spectrum gelten, jener wird demnach in einer andern Farbe aufgehellt erscheinen. Allgemein:

Ein dünner doppeltbrechender Krystall erscheint beim

Drehen zwischen gekreuzten Nicols viermal dunkel, dazwischen hell mit einer bestimmten Farbe, welche am reinsten und hellsten ist in den vier diagonalen Stellungen.

Werden die beiden Nicol'schen Prismen nicht gekreuzt, sondern parallel gestellt, so findet die Interferenz nach S. 34 nicht mit entgegengesetzter, sondern mit derselben Phasendifferenz statt, welche im Krystall entstand; die um $\frac{1}{2}\lambda$ oder um ungerade Vielfache davon gegen einander verzögerten Strahlen summiren also nicht ihre Amplituden, sondern vernichten einander vollständig, — diejenigen, deren Gangunterschied eine oder mehrere ganze Wellenlängen beträgt, interferiren mit gleicher Phase und verstärken einander. Bei der Beleuchtung mit weissem Lichte werden folglich zwischen parallelen Nicols diejenigen Farben vernichtet, welche bei gekreuzten Nicols am meisten vorherrschen, und diejenigen herrschen vor, welche im letzteren Falle die geringste Intensität besitzen. Die auf diese Art entstehende Mischfarbe nennt man die Complementärfarbe der vorigen.

Dass die Farben, welche dünne Platten doppeltbrechender Krystalle im polarisirten Lichte zeigen, wirklich Mischfarben sind, welche in der angegebenen Weise entstehen, kann man dadurch nachweisen, dass man dieselben durch ein Prisma spectral zerlegt. Man erblickt dann an Stelle derjenigen Farbe im Spectrum, welche durch die Interferenz vernichtet wird, einen dunklen Streifen, der sich nach beiden Seiten verliert, weil auch von den benachbarten Farben nach der Interferenz nur noch eine geringe Intensität übrig bleibt. Dreht man das eine der Nicol'schen Prismen um 90°, so erblickt man die grösste Helligkeit da, wo vorher die dunkle Bande auftrat und Abnahme der Intensität des Lichtes nach beiden Seiten.

Das Auftreten einer Farbe beim Drehen eines Krystalls zwischen gekreuzten Nicols lässt aber nicht nur im Allgemeinen diesen als doppeltbrechend erkennen, sondern die bestimmte, hierbei beobachtete Farbennuance giebt auch direct an, welche Verzögerung der eine der beiden Strahlen gegen den andern erfahren hat*). Man sagt nun von einer Krystallplatte,

---

*) Die Abhängigkeit, in welcher die Grösse dieser Verzögerung von der Dicke des Krystalls und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit beider Strahlen steht, ist sehr leicht einzusehen. Bezeichnet man die Dicke mit e, so ist die Zahl der Schwingungen, welche ein Lichtstrahl in dem Krystall zurücklegt, offenbar proportional e und (bei gleicher Dauer einer Schwingung) umgekehrt proportional seiner Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Ist die letztere für die beiden Strahlen v_1 resp. v_2, so beträgt die Verzögerung des einen gegen den andern $\frac{e}{v_1} - \frac{e}{v_2}$. Sei v die Lichtgeschwindigkeit in der Luft, so können wir für die Verzögerung Δ auch schreiben:

$$\Delta = \frac{e}{v}\left(\frac{v}{v_1} - \frac{v}{v_2}\right) = \frac{e}{v}(n_1 - n_2),$$

wenn n_1 und n_2 die Brechungsindices der beiden Strahlen bezeichnen. Da nach S. 5 die Wellenlänge λ proportional der Geschwindigkeit v und der Schwingungsdauer T, also $\lambda = vT$ oder $v = \frac{\lambda}{T}$, so ist auch $\Delta = \frac{eT}{\lambda}(n_1 - n_2)$.

sie habe eine stärkere Doppelbrechung, als eine andere, wenn sie bei gleicher Dicke einen grösseren Gangunterschied der beiden senkrecht zu einander schwingenden Strahlen hervorbringt. Hieraus ist ersichtlich, dass die beobachtete Farbennuance bei bekannter Dicke einen Schluss auf die Stärke der Doppelbrechung, oder umgekehrt bei bekannter Doppelbrechung einen Schluss auf die Dicke der Platte zu ziehen gestattet. Dieser praktischen Wichtigkeit für die Krystalloptik wegen sollen im folgenden Paragraphen die den verschiedenen Verzögerungen entsprechenden Farben, welche doppeltbrechende Krystalle im polarisirten Lichte zeigen, ausführlich betrachtet werden.

§ 8. **Polarisationsfarben doppeltbrechender Krystalle.** Die durch Interferenz im polarisirten Lichte auftretenden Farbennuancen sind auf Tafel I in Fig. 2 dargestellt worden, und zwar entspricht jedem Farbenton der darunter in $\mu\mu$ (Millionstel Millimeter) angegebene Gangunterschied Δ der beiden interferirenden Strahlen.

Die Wellenlängen der verschiedenen Farben des sichtbaren Spectrums (s. Fig. 1 auf derselben Tafel) liegen zwischen den Grenzen

ca. 0,000380 und 0, 000775 mm,

da die noch innerhalb des am stärksten brechbaren Violett liegenden Linien H die Wellenlängen 0,000393 und 0,000397 besitzen, während für die noch innerhalb des am wenigsten brechbaren Roth fallende Linie A $\lambda = 0{,}000760$ ist.

Denken wir uns nun eine doppeltbrechende Krystallplatte so dünn, resp. einer so schwach doppeltbrechenden Substanz angehörig, dass die in ihr entstehenden beiden Strahlen nur einen Gangunterschied im Betrage eines sehr kleinen Bruchtheils der Wellenlänge des äussersten Roth erhalten, so ist dieser auch ein, wenn auch nicht so geringer, doch immer noch kleiner Bruchtheil von der Wellenlänge des äussersten Violett; die Strahlen aller Farben treten also nahezu mit gleicher Phase schwingend aus dem Krystall und werden daher zwischen gekreuzten Nicols (vergl. S. 34) nahezu vollständig vernichtet. Eine derartige Krystallplatte wird daher nur eine sehr geringe Aufhellung zeigen, und zwar einen grauen Farbenton, welcher natürlich mit steigender Verzögerung heller wird. Erst wenn diese ca. 0,000100 mm beträgt, beginnt eine schwach violette Nuance (Lavendelgrau), denn diese Grösse ist ca. $\frac{1}{8}\lambda$ des äussersten Roth und ca. $\frac{1}{4}\lambda$ des äussersten Violett; für letztere Farbe nähert sich also der Gangunterschied bedeutend mehr dem Betrage einer halben Wellenlänge, bei welchem zwischen gekreuzten Nicols die Interferenz mit gleicher Phase stattfindet, also grösste Helligkeit entsteht. Das Violett muss also relativ etwas mehr Helligkeit besitzen, als die übrigen Farben des Weiss; da aber seine absolute Intensität im Spectrum eine sehr geringe ist, so unterscheidet sich der gesammte Farbeneindruck so wenig von dem eines Weiss von geringerer Helligkeit, d. h. von reinem Hellgrau, dass der Unterschied im Bilde kaum wiederzugeben ist. Mit

zunehmendem Betrage der Verzögerung gilt die gleiche Betrachtung für Farben mit grösserer Wellenlänge, daher weiterhin Blau, dann Grün, dann Gelb in der durch Mischung entstehenden Farbennuance etwas mehr vorherrschen, aber, da natürlich nun alle Farben grössere Intensität erhalten und die weniger brechbaren im Allgemeinen heller sind, anfangs nur in geringem Grade, so dass die fortgesetzt heller werdende Mischfarbe sich immer noch wenig von Weiss unterscheidet*), bis endlich bei einem Gangunterschied von ca. 0,000300 mm ein lebhaftes Gelb sichtbar wird. Diese Grösse ist nämlich, wie aus dem Sonnenspectrum Fig. 1 zu ersehen, gleich $\frac{1}{2}\lambda$ eines sehr intensiven Gelb, dieses interferirt also zwischen gekreuzten Nicols mit gleicher Phase; das äusserste Violett wird, da jene Grösse fast eine ganze Wellenlänge desselben beträgt, nahezu vernichtet, während Grün und Roth eine ungefähr gleiche Schwächung durch die Interferenz erfahren; die Mischung dieser letzteren, sogenannten complementären Farben giebt aber Weiss, so dass durch sie die gelbe Färbung des Gesammteindruckes nur insofern beeinflusst wird, als ein helleres Gelb resultirt. Mit steigender Dicke oder zunehmender Doppelbrechung der Krystallplatte geht das Gelb über in Orange und Roth, welches am lebhaftesten ist, wenn die Verzögerung des einen Strahls gegen den andern ca. 0,000530 mm beträgt, denn diese Grösse ist gleich der Wellenlänge für Grün in der Nähe der Linie E; die letztere Farbe wird daher zwischen gekreuzten Nicols vollständig vernichtet, während die rothen Strahlen noch mit ca. $\frac{2}{3}\lambda$, die violetten dagegen mit fast $\frac{3}{2}\lambda$, also nahezu mit demjenigen Gangunterschied interferiren, welcher die Summe der Helligkeiten der beiden sich zusammensetzenden Strahlen ergiebt. Da nun in die Zusammensetzung des weissen Lichtes die rothen Strahlen mit einer viel grösseren Intensität eintreten, als die violetten, so ist der Gesammteindruck ein intensives Roth, dessen Zerlegung durch ein Prisma ein Spectrum mit einem dunklen Streifen im Grün liefert**). Diese Farbe geht nun weiterhin in Violett über, welches am lebhaftesten ist, wenn die Verzögerung 0,000575 mm beträgt, weil dies nahezu gleich $\frac{3}{2}\lambda$ des hellsten Violett im Spectrum ist und alsdann gerade das intensivste Gelb (in der Nähe der Linie D) vernichtet wird. Die dieser Verzögerung entsprechende Interferenzfarbe wird als »sensibles Violett« bezeichnet, weil eine kleine Aenderung der Phasendifferenz in dem einen oder andern Sinne eine verhältnissmässig grosse Aenderung der Farbe nach Roth oder Blau hin hervorbringt. Da von nun an die Farben sich gewissermassen wiederholen,

---

*) Beim Uebergang von Bläulichweiss zu Gelblichweiss erscheint sie in Folge der Inensitätsverhältnisse der sie zusammensetzenden Farben sogar rein weiss.

**) Bei parallelen Nicols erscheint ein lebhaftes Grün als Complementärfarbe, deren spectrale Zerlegung natürlich ein Lichtmaximum im Grün ($\lambda = 530$) zeigt, während die Helligkeit nach beiden Seiten abnimmt. Ein dunkler Streifen ist aber bei dieser Stellung der Nicols nicht sichtbar, weil vollständige Vernichtung nur stattfinden würde für $\lambda = 265 = \frac{1}{2} \cdot 530$ und $\lambda = 795 = \frac{3}{2} \cdot 530$, und derartige Wellenlängen ausserhalb des sichtbaren Spectrums fallen.

so bezeichnet man die bisher betrachteten als **Farben erster Ordnung**; diese sind also: Grau, Lavendelgrau, Bläulichgrau, Grünlichweiss, Gelbweiss, Gelb I. Ordnung, Orange I. O., Roth I. O. und sensibles Violett I. Ordnung.

Wie man aus der Farbentafel ersieht, wechseln die Nuancen in der gesammten letzten Partie der Farben I. Ordnung weitaus am raschesten mit der Verzögerung; wenn man daher eine dünne Krystallplatte, die das Roth oder Violett I. O. liefert, in den Gang der Lichtstrahlen, welche ein mit zwei gekreuzten Nicols versehenes Mikroskop durchlaufen, einfügt, und es befinden sich im Gesichtsfelde desselben Krystalle von sehr schwacher Doppelbrechung, so werden diese deutlich in einer andern Farbe erscheinen, als das übrige Gesichtsfeld, weil die von ihnen bewirkte Hinzufügung oder Wegnahme einer kleinen Phasendifferenz sogleich eine merkliche Aenderung des Farbentones hervorbringt. Hierauf beruht die Verwendung derartiger dünner Krystallplatten (z. B. von Gyps) zur Erkennung äusserst schwacher Doppelbrechung (Näheres darüber s. in § 20).

Bei weiter steigender Dicke der betrachteten Krystallplatte geht das Violett allmählich in Blau über, welches am reinsten erscheint bei einem Gangunterschied von 0,000660 mm, denn diese Grösse ist gleich $\frac{3}{2}\lambda$ des hellsten Blau im Spectrum, aber auch gleich λ des hellen Orange, also ist das erstere nach der Interferenz im Maximum, während Orange und Gelb, welche die Farbenmischung grün erscheinen lassen würden, im Minimum sind. Erst bei einer Verzögerung der beiden Strahlen um ungefähr 0,000800 mm tritt lebhaftes Grün auf, denn dieser Werth entspricht $\frac{3}{2}\lambda$ des hellsten Grün bei E), ferner nahezu einer ganzen Wellenlänge für das äusserste Roth, endlich der doppelten Wellenlänge des Violett, so dass die an beiden Enden des Spectrums gelegenen Farben durch die Interferenz vernichtet werden. Zwischen 850 und 900 $\mu\mu$ rückt das Maximum der Intensität nach Gelb und Orange hin, daher diese Farben vorwalten, und weiterhin geht das letztere immer mehr in Roth über, bis endlich bei einer Verzögerung von 0,001060 mm (d. i. $2 \times 0,000530$ mm, derjenigen des Roth I. O.) das sogenannte **Roth zweiter Ordnung** am reinsten erscheint. Die angegebene Grösse ist nämlich gleich 2λ für Grün in der Nähe der Linie E, so dass dieses vollständig vernichtet wird, ferner gleich $\frac{5}{2}\lambda$ für Indigo von der Wellenlänge 424 und gleich $\frac{3}{2}\lambda$ für Roth mit der Wellenlänge 700; da nun letzteres erheblich lichtstärker ist, als Indigo, so erscheint ein verhältnissmässig reines Roth. Dieses liefert, wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich, bei der spectralen Zerlegung, wie das Roth I. O., nur einen dunklen Streifen im Grün; bei parallelen Nicols dagegen, wo die grösste Helligkeit im Grün liegt, treten zwei dunkle Streifen, der eine im Indigo, der andere im Roth auf, so dass beide Enden des Spectrums verdunkelt erscheinen, was beim Roth I. O. nicht der Fall ist (s. Anmerk. **) auf vor. S.).

Wie leicht einzusehen, geht bei weiterer Zunahme der Verzögerung das Roth in Violett über und dieses von dem Gangunterschied 0,001130 mm an in Blau (die betreffende Uebergangsfarbe wird als »sensibles Violett Nr. II«

bezeichnet), so dass hier eine neue Folge der Farben Blau, Grün, Gelb, Roth und Violett beginnt, welche man als Farben dritter Ordnung bezeichnet. Das hierzu gehörige Roth III. O. entspricht einer Verzögerung von 0,001590 mm, d. h. wieder einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge des grünen Lichtes bei E, nämlich $3 \times 0,000530$; es wird also auch bei dieser Doppelbrechung die genannte Farbe durch die Interferenz vernichtet, aber auch ein Theil des Roth und des Violett, denn der Gangunterschied ist jetzt auch nahe gleich 2λ des äussersten Roth und gleich 4λ von Violett; im Maximum ihrer Intensität werden also bei der Interferenz die Farben mit $\frac{5}{2}\lambda$ und $\frac{7}{2}\lambda$ Gangunterschied sein, d. h. Orangeroth ($\lambda = 636$) und Indigoblau ($\lambda = 454$); diese mischen sich zu einem viel weniger reinen Roth von geringerer Intensität, weil gleichzeitig sehr erhebliche Theile des Spectrums ausgelöscht sind (die spectrale Zerlegung zeigt einen dunklen Streifen im Grün, einen zweiten im Violett und eine Verkürzung des rothes Endes; werden die Nicols parallel gestellt, so erscheinen natürlich zwei dunkle Streifen, im Orangeroth und Indigoblau).

In noch viel höherem Grade nimmt die Reinheit und Lebhaftigkeit der Farben ab in den nun folgenden der vierten Ordnung, denn z. B. das hierher gehörige Roth entspricht einem Gangunterschied von 0,002120 mm, d. h. 4×530; dies ist aber auch gleich 3×707 und gleich 5×424 $\mu\mu$, von denen ersteres die Wellenlänge eines sehr lebhaften Roth, letzteres diejenige des Indigo in der Nähe der Linie G ist. Die spectrale Zerlegung dieser Farbe liefert also ausser dem dunklen Streifen im Grün noch zwei weitere, einen im Roth, den andern im Indigo, so dass nur ein blasses und stärker mit Gelb versetztes Roth aus der Mischung hervorgeht. Ebenso ist auch die bei parallelen Nicols entstehende Complementärfarbe ein sehr unreines und blasses Grün, in welchem sich bei der Zerlegung durch ein Prisma Maxima an jenen drei Stellen des Prismas zeigen, während im Blau und Gelb je ein dunkler Streifen auftritt.

Je grösser die Dicke der im polarisirten Lichte betrachteten Krystallplatte resp. deren Doppelbrechung wird, je grössere Verzögerung also die beiden in derselben entstehenden Strahlen gegen einander erfahren, desto weniger kann die bei der Interferenz beider entstehende Farbe 5., 6. Ordnung u. s. f. sich von Weiss unterscheiden, wie eine einfache Betrachtung lehrt. Sei z. B. der Gangunterschied = 0,011475 mm, so ist dies gleich 15×765 $\mu\mu$, d. h. 15λ des äussersten Roth jenseits der Linie A, ebenso aber auch gleich 16×717 $\mu\mu$, d. i. 16λ des Roth bei Linie a, ferner: 17×675 $\mu\mu = 17\lambda$ des Roth zwischen B und C, 18×637 $\mu\mu = 18\lambda$ von Orange, 19×604 $\mu\mu = 19\lambda$ des Gelb von der Linie D nach Orange hin, 20×574 $\mu\mu = 20\lambda$ des Gelb auf der entgegengesetzten Seite von D, 21×547 $\mu\mu = 21\lambda$ von Gelbgrün, 22×522 $\mu\mu = 22\lambda$ des Grün zwischen b und E, 23×499 $\mu\mu = 23\lambda$ von Blaugrün, 24×478 $\mu\mu = 24\lambda$ des Blau nahe bei F, 25×459 $\mu\mu = 25\lambda$ des lebhaftesten Blau, 26×441 $\mu\mu = 26\lambda$ des Blau nahe der Linie G, 27×425 $\mu\mu = 27\lambda$ von Indigo, 28×410 $\mu\mu =$

28 λ des Ueberganges zu Violett, 29 $\times$ 395 $\mu\mu$ = 29 λ des Violett bei den Linien *H*. Wenn eine Krystallplatte dieser Art mit weissem Lichte beleuchtet und nach der Interferenz die austretenden Strahlen durch ein Prisma zerlegt werden, so erscheinen demnach in dem Spectrum desselben fünfzehn dunkle Streifen, während diejenigen dazwischen liegenden Farbennuancen, für welche der Gangunterschied ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, im Maximum der Helligkeit sind. Die entstehende Mischung enthält daher alle Farben des Spectrums und nahezu auch in demselben Verhältnisse ihrer Intensität, wie das weisse Licht vorher; dieselbe wird also auf unser Auge wieder den Eindruck von Weiss machen, oder richtiger von Hellgrau, denn die Gesammtintensität ist natürlich eine geringere, weil für Theile aller Farben durch die Interferenz Auslöschung eingetreten ist. Diese Interferenzfarbe nennt man das Weiss höherer Ordnung. Drehen wir die Nicols in die parallele Stellung, so erscheinen im Spectrum überall da dunkle Streifen, wo bei gekreuzten Nicols Lichtmaxima waren, und helle, wo vorher Minima sich befanden; die entstehende Interferenzfarbe, die complementäre der vorigen, kann aber natürlich ohne spectrale Zerlegung ebenso wenig von Weiss unterschieden werden, als jene. Je dicker eine das Weiss höherer Ordnung zeigende Platte ist, für desto zahlreichere Stellen im Spectrum findet die Vernichtung durch Interferenz statt, um so genauer steht daher die Helligkeit der übrig bleibenden Farben in demselben Verhältniss, wie im weissen Lichte, und um so genauer ist dieselbe gleich der Hälfte derjenigen, welche ohne die Interferenz vorhanden wäre.

Hieraus ergiebt sich, dass von einer gewissen Dicke ab eine doppeltbrechende Krystallplatte beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols keine Farbe mehr zeigt, sondern einfach hell und dunkel wird; die grösste Aufhellung mit weissem Lichte findet bei diagonaler Stellung ihrer Schwingungsrichtungen zu denen der Nicols statt. Die Dicke, bei welcher das Weiss der höheren Ordnung eintritt, hängt von der specifischen Stärke der Doppelbrechung der betreffenden krystallisirten Substanz ab, denn je grösser diese ist, bei desto geringerer Dicke einer aus letzterer bestehenden Platte wird offenbar der hierzu erforderliche Gangunterschied erreicht.

Die an dünnen Krystallplatten beobachtete Farbe erfährt, wie aus dem Vorigen ohne Weiteres einzusehen, eine merkliche Aenderung bei einer kleinen Aenderung der Dicke; hat daher eine solche Platte an verschiedenen Stellen nicht genau den gleichen Durchmesser, so zeigt sie auch nicht überall die gleiche Interferenzfarbe. Das Erscheinen der gleichen Farbennuance in der ganzen Ausdehnung der Platte ist daher ein sehr empfindliches Mittel zur Controle über die Gleichheit ihrer Dicke an allen Stellen.

Verschiedene Polarisationsfarben an verschiedenen Stellen zeigt aber auch eine überall gleich dicke Platte, wenn sie nicht aus einem homogenen Krystall, sondern z. B. aus einem Aggregat in verschiedener Orientirung mit einander verwachsener Krystalle der gleichen Art herausgeschnitten ist,

weil, wie im Folgenden gezeigt werden wird, in allen doppeltbrechenden Krystallen die Stärke der Doppelbrechung mit der Richtung sich ändert. Viele sogenannte »dichte« Mineralien sind nun krystallinische Aggregate, d. h. sie bestehen aus sehr kleinen Krystallpartikeln in unregelmässiger gegenseitiger Orientirung; sind diese Partikel nun doppeltbrechend, so zeigt eine aus dem Aggregat hergestellte sehr dünne Platte bei mikroskopischer Betrachtung zwischen zwei gekreuzten Nicol'schen Prismen Aggregatpolarisation: die verschiedenen Partikel unterscheiden sich von einander durch ihre verschiedene Färbung und durch ungleiche Lage ihrer Auslöschung beim Drehen. Hierdurch tritt die Textur eines solchen Aggregates deutlich hervor, während es ohne Anwendung des polarisirten Lichtes vielleicht ganz einheitlich erscheint. Wir haben es hier mit einem nicht homogenen Körper zu thun, und dies ist zuweilen auch der Fall bei frei ausgebildeten Krystallen. Durch Störungen des Wachsthums eines solchen kommt es vor, dass einzelne Theile desselben aus ihrer normalen Orientirung gleichsam abgelenkt worden sind. Da die Schwingungsrichtungen des Lichtes in doppeltbrechenden krystallisirten Körpern in bestimmter Beziehung zur Anordnung ihrer kleinsten Theilchen stehen, so werden dieselben durch jene Ablenkungen ebenfalls verändert, und die betreffenden Theile des Krystalls löschen alsdann zwischen gekreuzten Nicols nicht in denselben Stellungen aus, wie der übrige Krystall. Auch wenn während des Wachsthums eines Krystalls eine allmähliche Aenderung in der chemischen Zusammensetzung stattgefunden hat, so dass die äusseren Schichten desselben sich in ihrer Natur am meisten von den inneren unterscheiden, und wenn diesem Unterschiede zugleich ein solcher in der Orientirung der Schwingungsrichtungen entspricht, so erscheint der Krystall nicht in seiner ganzen Ausdehnung gleichzeitig dunkel, sondern die Auslöschung wandert beim Drehen über denselben hin.

Die in Fig. 2 auf Tafel I dargestellten Farben 1., 2., 3., 4. Ordnung kann man am besten studiren mittelst eines, aus einem doppeltbrechenden Krystall, z. B. Quarz, geschliffenen, dünnen Keiles von der in Fig. 95 abgebildeten Form, welchen man zwischen zwei gekreuzte Nicols so einschiebt, dass seine Längsrichtung 45° mit den Schwingungsrichtungen jener bildet*). Es muss aber hierzu bemerkt werden, dass die auf S. 39 bis 42 gegebene Erklärung der Polarisationsfarben dünner doppeltbrechender Lamellen auf der Voraussetzung beruht, der Gangunterschied, welchen eine solche hervorbringt, sei für alle im weissen Lichte enthaltenen Farben gleich gross. Wie weiterhin gezeigt werden wird, trifft diese Voraussetzung bei keinem doppeltbrechenden Körper genau zu, sondern die Verzögerung des einen Strahls

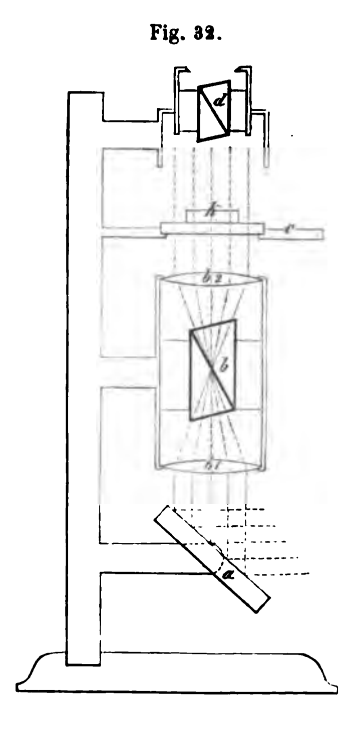
---

*) Derartige Quarzkeile, welche die Farben der ersten vier Ordnungen zeigen, liefert die Firma Dr. Steeg und Reuter in Homburg (s. Anhang) in trefflicher Ausführung; jedoch beginnen in solchen Keilen die Farben erster Ordnung mit dem hellen Grau, welches einem Gangunterschied von ca. 100 $\mu\mu$ entspricht, weil es nicht möglich ist, den Quarz noch dünner zu schleifen.

gegen den andern ist ein wenig grösser oder kleiner für die Strahlen von einer andern Schwingungsdauer. Dadurch werden Verschiedenheiten in der sich ergebenden Mischfarbe hervorgebracht, welche jedoch in den meisten Fällen so gering sind, dass sie in einer Reproduction, wie sie Fig. 2 auf Tafel I giebt, kaum mehr zur Darstellung gebracht werden können. Da die Stärke der Doppelbrechung, also auch der entstehende Gangunterschied bei einer bestimmten Dicke der Platte, bei gewissen Substanzen zunimmt mit steigender Wellenlänge des Lichtes, bei andern abnimmt, so stellt jene Figur gleichsam den Normalfall dar, welchem sich die an den Krystallen wirklich beobachteten Farben 1., 2., 3., 4. Ordnung um so mehr nähern, je geringer die Differenz ihrer Doppelbrechung für verschiedene Farben ist.

§ 9. **Polarisationsapparate.** Zur Beobachtung der in den beiden vorhergehenden Paragraphen erklärten optischen Erscheinungen dient der in Fig. 32 in einem verticalen Durchschnitte dargestellte Polarisationsapparat. Derselbe besteht aus einem Spiegel a, der so geneigt wird, dass er das von einer hellen Stelle des Himmels herkommende Licht vertical nach oben reflectirt, einem polarisirenden Nicol b, welcher vortheilhaft in einem Rohr zwischen zwei Glaslinsen b_1 und b_2 so angebracht wird, dass der gemeinschaftliche Brennpunkt dieser in seine Mitte fällt, so dass die auf die erste Linse parallel auffallenden Strahlen, nachdem sie, in einen Doppelkegel zusammengeschnürt, sämmtlich durch den Nicol gegangen sind, auch parallel aus der zweiten Linse austreten; ferner besteht das Instrument aus dem Krystallträger c mit horizontaler drehbarer Glasplatte, auf welche der zu untersuchende Krystall k gelegt wird, endlich aus dem analysirenden Nicol d, welcher die doppeltgebrochenen Schwingungen wieder auf eine Polarisationsebene zurückführt. Beide Nicols sind, wie der Krystallträger, um die verticale Axe des Apparates drehbar. Der Polarisator kann auch dadurch ersetzt werden, dass an Stelle des reflectirenden Spiegels ein sogenannter »Glasplattensatz« angebracht wird, welcher nach S. 17 dem reflectirten Lichte eine, wenn auch nicht ganz vollständige, Polarisation verleiht. Die Verwendung eines solchen Polarisators ist deshalb eine häufige, weil derselbe weit billiger herzustellen ist, als ein grosses Nicol'sches Prisma, wie ein solches für die Lichtstärke des Instrumentes wünschenswerth ist. Die einfachste

Fig. 32.



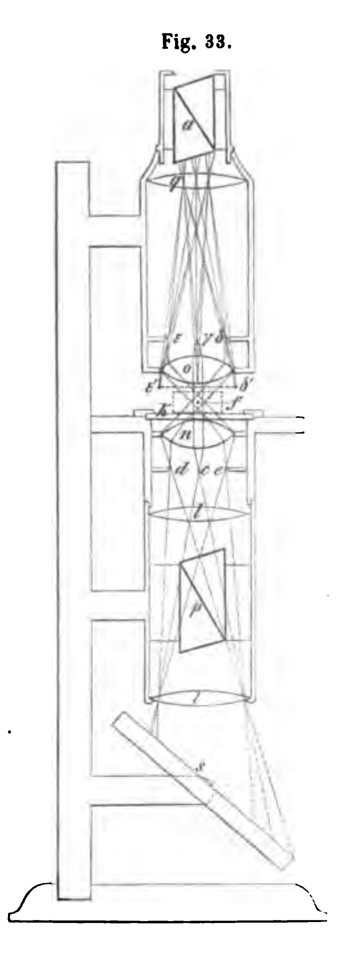
und freilich auch unvollkommenste Form eines Polarisationsapparates endlich ist die sogenannte Turmalinzange, bestehend aus zwei gegen einander drehbar gefassten Turmalinplatten (vergl. S. 32), zwischen welche der zu untersuchende Krystall einfach eingeklemmt wird; zur Beobachtung wird das kleine Instrument gegen den hellen Himmel gerichtet.

Der in Fig. 32 abgebildete Polarisationsapparat wird auch das Orthoskop genannt, weil nur die die Krystallplatte rechtwinkelig durchlaufenden Lichtstrahlen in Bezug auf die Veränderung, welche sie im Krystall erlitten haben, mit demselben untersucht werden. Ist der Krystall mit freiem Auge nicht mehr sichtbar, d. h. bedarf man zu seiner Beobachtung des Mikroskopes, so wandelt man das letztere in ein Orthoskop um, indem man unter dem Objecttisch, welcher selbstverständlich für derartige Untersuchungen ein drehbarer sein muss, ein Nicol'sches Prisma einfügt und ein zweites auf das Ocular aufsetzt oder zwischen Ocular und Objectiv im Mikroskope selbst anbringt. Blickt man nun in ein solches Instrument, nachdem man den oberen Nicol gegen den unteren gekreuzt hat, so erscheint das Gesichtsfeld dunkel und ebenso alle darin befindlichen einfach brechenden Körper. Bringt man aber ein durchsichtiges Präparat, in welchem sich doppeltbrechende Krystalle befinden, z. B. eine äusserst dünn geschliffene Platte (Dünnschliff) eines Gesteins, auf den Objecttisch und dreht diesen in seiner Ebene, so müssen jene Krystalle den in den vorhergehenden Paragraphen erläuterten Wechsel zwischen dunkel und hell resp. farbig durchmachen. Versieht man die Fassung der drehbaren Nicols mit Marken, durch welche man ihnen jederzeit eine bestimmte Orientirung geben kann, in der sie zugleich gekreuzt sind, und bringt man in der Bildebene des Mikroskopes ein Fadenkreuz so an, dass der eine der beiden alsdann im Gesichtsfelde erscheinenden Fäden genau die Schwingungsrichtung des aus dem untern Nicol austretenden Lichtes, der andere die Richtung der vom Analysator hindurchgelassenen Schwingungen besitzt, so gestattet das Instrument nicht nur, das Vorhandensein und die Stärke der Doppelbrechung eines Krystalls, mittelst der beim Drehen auftretenden Farbe nach § 8, zu bestimmen, sondern auch die Schwingungsrichtungen der beiden im Krystall entstehenden Strahlen festzustellen. Zu dem Zwecke wird der Rand des drehbaren Objecttisches mit einer Kreistheilung versehen, so dass seine jedesmalige Stellung an einer festen Marke abgelesen werden kann. Man dreht nun den Tisch so weit, bis eine gerade Begrenzungslinie des zu untersuchenden und in die Mitte des Gesichtsfeldes gebrachten Krystalls in ihrer ganzen Länge den einen der beiden Fäden berührt, d. h. ihm parallel ist, und liest diese Stellung an der Kreistheilung ab. Im Allgemeinen wird keine der Schwingungsrichtungen mit dieser Begrenzungslinie der Krystallplatte parallel sein und wird daher die Platte nicht dunkel erscheinen (vergl. S. 37); dreht man aber den Objecttisch und damit den Krystall aus dieser Stellung bis zu derjenigen, in welcher die Auslöschung des Lichtes eintritt, in welcher also die Schwingungsrichtungen des Krystalls mit den-

jenigen der Nicols zusammenfallen, so giebt die am Theilkreise abgelesene Drehung den Winkel an, welchen eine dieser Schwingungsrichtungen mit der vorher eingestellten Begrenzungslinie des Krystalls einschliesst. Das Nähere über die Einrichtung und den Gebrauch derartiger Polarisationsmikroskope wird in der III. Abtheilung dieses Buches gegeben werden.

Sowohl mit dem oben beschriebenen Polarisationsinstrument als mit dem Mikroskope, welches für Polarisation eingerichtet ist, kann man im Allgemeinen nur diejenigen optischen Erscheinungen, welche der Krystall in einer Richtung zeigt, untersuchen. Man bezeichnet daher diese Art der Untersuchung als diejenige im parallelen polarisirten Lichte.

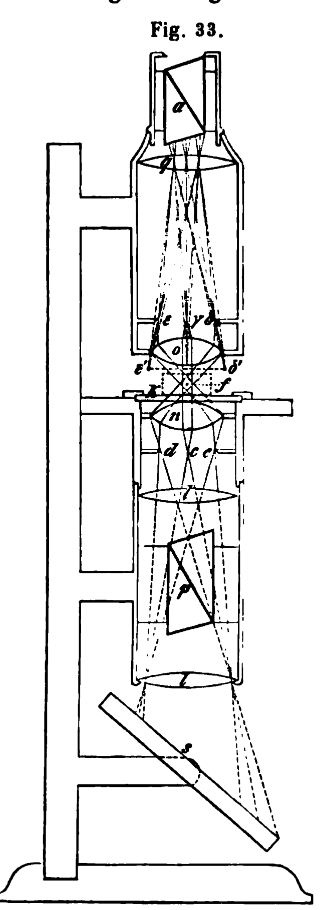
Fig. 33.



Sehr häufig beabsichtigt man aber, die Veränderungen, welche das polarisirte Licht bei seinem Durchgange durch einen Krystall in möglichst verschiedenen Richtungen erleidet, gleichzeitig zu beobachten. Dazu dient das Polarisationsinstrument zur Beobachtung im convergenten Lichte, auch Konoskop genannt. Dasselbe, in Fig. 33 in verticalem Durchschnitt durch die Mitte dargestellt, besteht aus einem Spiegel *s* und dem Polarisator *p*, welcher von zwei Linsen *l*, *l* eingeschlossen ist, genau so, wie bei dem Polarisationsinstrument mit parallelem Licht. Hinter der obern Linse *l* befindet sich ein geschwärzter Metallschirm (Diaphragma) mit kreisrunder Oeffnung vom Durchmesser *de*. Diese Oeffnung wird vom hellen Himmel her, durch Vermittelung des Spiegels *s*, des Nicols *p* und der Linsen *l*, beleuchtet, und zwar jeder Punkt derselben durch einen Strahlenkegel, dessen Spitze der besagte Punkt selbst und dessen Basis die untere Linse *l* ist. In der Figur sind diese Strahlenkegel für die beiden Randpunkte *de* und für den Mittelpunkt *c* des Diaphragmas angegeben, aber unterhalb der obersten Linse *l* nur punktirt fortgeführt, weil der wahre Gang der Lichtstrahlen zwischen *l*, *l* und *s* wegen der Brechung in den Linsen ein anderer und zwar derart ist, dass alle vom Spiegel auf die untere Linse parallel auffallenden Strahlen nach ihrem Austritt aus der obern wieder einander parallel, natürlich aber alsdann Bestandtheile verschiedener auf *c*, *d*, *e* u. s. f. auffallender Lichtkegel werden. Die von unten her durch linear polarisirtes Licht erleuchtete helle Oeffnung *de* ist es nun,

nach welcher wir durch das Instrument hinblicken. Wir können daher jeden Punkt derselben, z. B. *d*, als einen solchen, von welchem divergirende Lichtstrahlen ausgehen, betrachten; jedoch gehen dieselben nicht, wie von einem selbstleuchtenden Punkte, nach allen Seiten aus, sondern nur nach denjenigen, welche innerhalb der Divergenz des Kegels liegen, dessen Spitze *d* und dessen Basis die untere Linse *l* ist. Die von *d* ausgehenden Strahlen sind die geradlinigen Fortsetzungen derjenigen des betreffenden Kegels.

Fig. 33.



Verfolgen wir deren Weg nach aufwärts, so sehen wir sie divergirend auf eine Linse *n* von starker Krümmung auftreffen; diese steht von dem Diaphragma *de* genau im Abstande der Brennweite, so dass also alle von einem Punkte der Brennebene *de* divergirende Strahlen durch *n* in parallele verwandelt werden. Oberhalb *n* befindet sich eine Linse *o* von derselben Grösse und Krümmung, welche an der Unterseite eines in der Höhe verstellbaren Rohres befestigt ist, in welchem sich ausserdem das Ocular *q* befindet; dieses Rohr wird so weit gesenkt, dass der Brennpunkt von *o* und der von *n*, welche gleiche Focallänge besitzen, in *f* zusammenfallen. Der von *d* ausgehende Strahlenkegel wird auf der linken Seite von *n* gebrochen und dabei in einen Strahlencylinder verwandelt; dieser geht durch die rechte Seite von *o* und wird, da die Strahlen parallel sind, in der Brennebene von *o*, und zwar an dem *d* entsprechenden Punkte δ derselben, wieder vereinigt. In der Figur ist die gleiche Construction ausgeführt für die Strahlen, welche von dem Mittelpunkte *c* der hellen Oeffnung *de* ausgehen und sich in γ vereinigen müssen, endlich für diejenigen, welche, von *e* kommend, in ε convergiren. Da dasselbe für alle Punkte der erleuchteten Oeffnung *de* gilt, so muss in der Ebene $\delta\varepsilon$ ein reelles Bild von jener Oeffnung entstehen. Dieses betrachten wir nun mit einer sehr schwach vergrössernden Lupe, nämlich mit dem Ocular *q*, durch welches wir ein virtuelles Bild, etwa in der Ebene $\delta'\varepsilon'$, erblicken. Die Strahlen, welche von diesem Bilde zu kommen scheinen, gehen, ehe sie ins Auge gelangen, durch den analysirenden Nicol *a*. Legen wir nun auf den Krystallträger *k* eine planparallele Platte eines krystallisirten Mediums so auf, dass sich *f* innerhalb derselben befindet (in der Figur ist eine solche punktirt angedeutet), so gehen durch dieselbe Strahlensysteme von sehr verschiedener Richtung; alle Strahlen

gleicher Richtung, welche in einem homogenen (vergl. S. 10) Krystall ja die gleiche Veränderung erfahren müssen, vereinigen sich in einem einzigen Punkte des Bildes $\delta'\varepsilon'$; alle von abweichenden Richtungen an anderen Punkten. In dem Bilde $\delta'\varepsilon'$ vermögen wir also mit einem Blicke alle Interferenzerscheinungen zu übersehen, welche Strahlen von sehr mannigfaltigen Richtungen — nämlich von allen, welche innerhalb des von f auf den Umfang der Linse n gefällten Kegels liegen — in dem zu untersuchenden Krystall erleiden; wir sehen dann im Gesichtsfelde ein sogenanntes »Interferenzbild« des Krystalls, dessen verschiedene Stellen, verschiedenen Richtungen der Strahlen im Krystall entsprechend, verschiedene Farbe und Lichtintensität zeigen. Je kürzer die Brennweite von n und o ist, einen desto grösseren Oeffnungswinkel besitzt jener Kegel, desto grösser ist das Gesichtsfeld des Instrumentes. Da es häufig der Vereinigung von Strahlen innerhalb des Gesichtsfeldes bedarf, welche unter sehr divergirenden Richtungen durch den Krystall gegangen sind, so hat zuerst Nörremberg jede der beiden Linsen n und o durch ein System mehrerer planconvexer, einander fast berührender Gläser ersetzt, welche zusammen wie eine Linse von sehr kurzer Brennweite wirken. In dieser, jetzt allgemein gebräuchlichen Form construirt, heisst der Apparat deswegen häufig »das Nörremberg'sche Polarisationsinstrument«.

Der vorstehend beschriebene Apparat dient zur Untersuchung grösserer Krystallplatten im convergenten polarisirten Lichte, gerade so wie der in Fig. 32 abgebildete zur Untersuchung solcher im parallelen Lichte dient. Ebenso wie man aber ein Mikroskop mit drehbarem Objecttisch durch Hinzufügung von zwei Nicol'schen Prismen zur orthoskopischen optischen Untersuchung kleiner Krystalle verwendbar machen kann, so vermag man es auch in ein Konoskop zu verwandeln, mit welchem man dann auch einen mikroskopisch kleinen Krystall im convergenten polarisirten Lichte zu untersuchen im Stande ist. Zu dem Zwecke ist es nur nöthig, unmittelbar unter demselben in der Oeffnung des Objecttisches eine Sammellinse einzufügen, welche stark convergirende Lichtstrahlen durch den in der Mitte des Gesichtsfeldes befindlichen Krystall hindurchsendet, und die optischen Theile des eigentlichen Mikroskopes nicht mehr auf diesen, sondern auf das in einer anderen Ebene entstehende Interferenzbild einzustellen. Letzteres geschieht entweder durch Entfernung des Oculars, nach welcher man das sehr kleine Interferenzbild an einer bestimmten Stelle im Rohre erblickt, — oder durch Hinzufügung eines Hülfsoculars, welches die richtige Einstellung und zugleich eine Vergrösserung des Interferenzbildes bewirkt, so dass man dann im Gesichtsfelde nicht den Krystall, sondern das von ihm erzeugte Interferenzbild erblickt. Die eingehendere Beschreibung derartiger Konoskope und die Methoden ihrer Anwendung s. in der III. Abtheilung.

§ 10. Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspath. Die Beziehungen, in welchen in einem doppeltbrechenden Krystall die Schwingungs-

richtungen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen zu der Form desselben stehen, sind zuerst am Kalkspath (Calcit, krystallisirtes kohlensaures Calcium) erkannt worden, und dieses Mineral dadurch zum Ausgangspunkte der Erforschung der Gesetze der Doppelbrechung geworden. Seine Krystalle sind nach drei Richtungen, welche einander unter Winkeln von 74° 56′ schneiden, sehr vollkommen spaltbar, und da dasselbe sich in sehr grossen wasserhellen Krystallen in der Natur (besonders auf Island) vorfindet, ist es leicht, grosse durchsichtige Spaltungsstücke von der Form eines sogenannten Rhomboëders (Fig. 34) herzustellen. Diese eignen sich namentlich deshalb in hohem Grade zu dem experimentellen Studium der Erscheinungen der Doppelbrechung, weil der Kalkspath die Eigenschaft besitzt, die beiden in demselben sich fortpflanzenden Strahlen sehr beträchtlich verschieden abzulenken. Stelle Fig. 35 einen sogenannten Hauptschnitt, d. h. einen Durchschnitt des Rhomboëders durch die vier Eckpunkte *abcd* (Fig. 34) dar, so dass *ab* und *cd* die kurzen Diagonalen der Rhomboëderflächen sind. Lässt man nun senkrecht auf eine dieser Flächen, parallel der im Hauptschnitte liegenden Richtung *mn*, ein Bündel gewöhnlicher Lichtstrahlen fallen, z. B. blickt man durch die beiden parallelen Rhomboëderflächen nach einer kleinen kreisrunden und beleuchteten Oeffnung in einem dunkeln Schirm, so sieht man zwei gleich helle Bilder dieser Oeffnung, woraus hervorgeht, dass ein in der Richtung *mn* in den Kalkspath eintretender Lichtstrahl in zwei zerlegt wird, von denen einer, *no*, wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl bei senkrechter Incidenz, ungebrochen durch den Kalkspath hindurchgeht, während der zweite, in der Ebene des Hauptschnittes abgelenkt, im Krystall sich von *n* nach *p* bewegt, dort die entgegengesetzte Brechung wie in *n* erfährt, also in der Richtung *pe* austritt. Da von diesen beiden Strahlen nur der erstere *no* dem Brechungsgesetz für gewöhnliches Licht (s. § 5) folgt, so nennt man ihn den ordentlichen (ordinären) Strahl, den andern den ausserordentlichen (extraordinären).

Fig. 34.

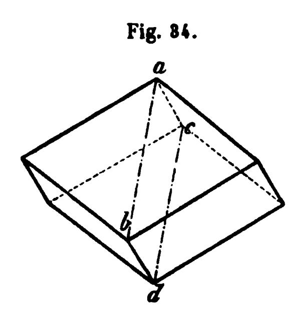
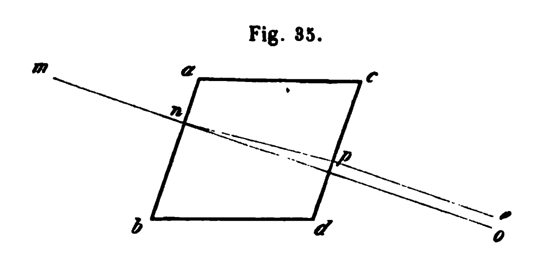


Fig. 35.



Macht man den Kalkspath in einer Fassung drehbar um eine Axe, parallel der Richtung des auffallenden Lichtes, so lässt sich leicht bestimmen, welches von den beiden nunmehr sichtbaren Bildern der hellen Oeffnung in dem vorgesetzten dunkeln Schirme das ordentliche, welches das ausserordentliche ist, da ersteres, als nicht abgelenkt, beim Drehen des

Rhomboëders stehen bleibt, letzteres, welches im Hauptschnitt abgelenkt ist, mit dessen Drehung sich im Kreise um das ordentliche Bild herumbewegt. Bringt man jetzt vor diesen Kalkspath einen zweiten, gleich gross und ebenso gefasst, in vollkommen paralleler Stellung an, und blickt durch beide hindurch nach der hellen Oeffnung, so sieht man, dass das ordentliche Bild *o* ganz als ordentliches Bild hindurchgeht, ohne abermals doppelt gebrochen zu werden, ebensowenig wie das zweite, welches dagegen als extraordinäres Bild durch Kalkspath *II* geht, da es eine weitere Ablenkung um den gleichen Betrag, wie die in *I*, erleidet; man sieht also, wie vorher, zwei gleich helle Bilder übereinander, aber in doppeltem Abstande. Dreht man nun den vorderen Kalkspath in seiner Fassung nach rechts oder links, so erscheinen vier Bilder der Oeffnung, aber von verschiedener Helligkeit, und man sieht an der Ablenkung leicht, dass jedes der Bilder *o* und *e* in ein ordinäres und ein extraordinäres zerlegt worden ist. Fig. 36 zeigt die beobachtete Erscheinung für den Fall, dass man den Hauptschnitt des dem Auge zunächst befindlichen Kalkspaths *II* um einen kleinen Winkel nach rechts gedreht hat; während bei paralleler Stellung mit dem ersten *I* nur ein ordinäres Bild *o* und ein ebenso helles extraordinäres an der Stelle e_2 sichtbar waren (e_1 bezeichnet die Stelle des extraordinären Bildes, wenn nur der erste Kalkspath vor der hellen Oeffnung steht), erfährt jetzt das Bild e_1 eine Ablenkung im Hauptschnitt des zweiten Kalkspathes, erscheint also in ε_e, besitzt aber eine etwas geringere Helligkeit, und in e_1, d. h. ohne Ablenkung, erscheint ein zweites lichtschwaches Bild; andererseits hat auch *o* an Helligkeit abgenommen, und im Hauptschnitt des zweiten Kalkspaths abgelenkt, also extraordinär gebrochen, erscheint ein Bild ε_o von derselben geringen Lichtstärke, wie das jetzt ordinäre e_1. Je weiter man dreht, desto mehr nimmt die Helligkeit des ordinären *o*, aus dem ersten ordentlichen entstandenen, und des extraordinären Bildes ε_e, welches aus dem ausserordentlichen entstanden ist, ab, während die Helligkeit der beiden andern Bilder fortwährend zunimmt; bei 45° Drehung sind alle vier Bilder gleich hell und befinden sich in der durch Fig. 37 wiedergegebenen Stellung. Wenn die Hauptschnitte beider Kalk-

Fig. 36.

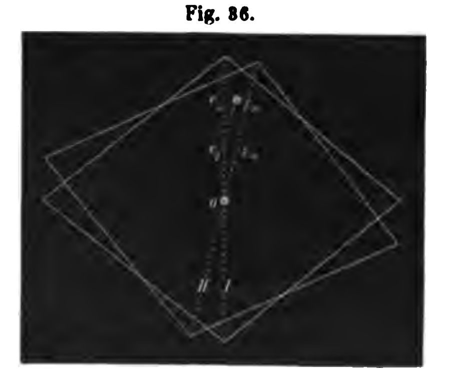


Fig. 37.

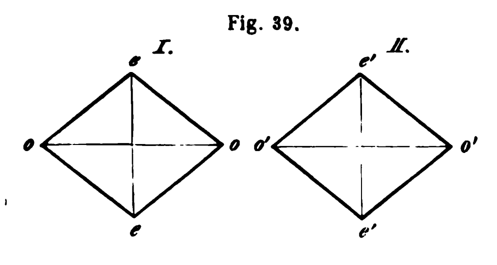


späthe senkrecht auf einander stehen, so verschwinden das ordentliche Bild von o und das ausserordentliche von e ganz, es erscheinen nur zwei Bilder ε_0 und e_1, das abgelenkte, also ausserordentliche, von o, und das nicht weiter gebrochene, also ordentliche Bild von e (s. Fig. 38). Nach einer Drehung von 180° erscheint nur ein einziges Bild, da e im zweiten Kalkspath um gleich viel nach der entgegengesetzten Richtung abgelenkt wird, als im ersten, also nach seinem Austritt mit dem Bilde o zur Deckung kommt. Bei einer ganzen Drehung eines der beiden Kalkspäthe um 360° giebt es, wie die Beobachtung zeigt, nur vier Stellungen (wenn sich nämlich die Hauptschnitte beider unter 45° durchschneiden), in denen die aus dem ersten Rhomboëder austretenden Strahlen o und e sich wie gewöhnliche Lichtstrahlen verhalten, d. h. in zwei gleich helle zerlegt werden; in allen andern Stellungen entstehen zwei Strahlen von ungleicher Intensität aus denselben; bei parallelen oder senkrecht einander durchkreuzenden Hauptschnitten endlich werden sie gar nicht mehr doppelt gebrochen*).

Fig. 38.

Man ersieht also aus diesem Verhalten, dass jeder der beiden Strahlen (eigentlich Bündel von Strahlen), welche aus dem ersten Kalkspath austraten, eine vollkommen symmetrische Seitlichkeit erkennen lässt in Bezug auf die dem Hauptschnitt entsprechende Diagonale des Rhombus, welcher die Ein- und Austrittsfläche des Lichtes am Kalkspath darstellt. Wollen wir diese Erscheinungen also dadurch erklären, dass im Krystall zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen entstanden sind, so können wir dies auf keine andere Weise, als indem wir annehmen, dass die Schwingungsrichtung des einen derselben mit jener Diagonalen, die des andern mit der dazu Senkrechten (der längeren Diagonale des Rhombus) zusammenfällt.

Fig. 39.

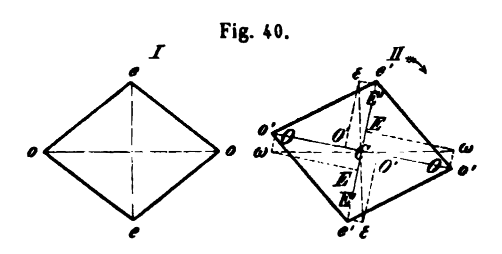


Angenommen, der ordinäre Strahl o, welcher aus dem Kalkspath austritt, bestehe nur aus geradlinigen Schwingungen parallel der längeren Diagonale der Rhomboëderfläche, der extraordinäre e aus solchen parallel der kurzen Diagonale. Mögen in Fig. 39 *I* und *II* die beiden Kalkspathrhomboëder, durch welche das Licht gehen soll, welche man sich also, den

*) Diese Erscheinungen sind geeignet, geradlinig polarisirtes Licht von gewöhnlichem zu unterscheiden, zu welchem Zwecke unser Auge nicht befähigt ist.

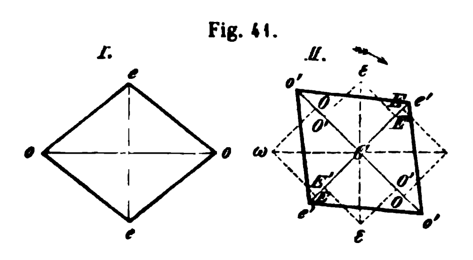
einen vor dem andern, zu denken hat, neben einander darstellen, so würden *oo* und *o'o'* in denselben die Schwingungsrichtungen des ordentlichen, *ee* und *e'e'* diejenigen des ausserordentlichen Strahles sein, dessen Fortpflanzungsrichtung senkrecht zur Zeichnungsebene steht. Der ordentliche Strahl mit der Schwingungsrichtung *oo*, welcher aus *I* austritt, gelangt in *II*, wenn *I* und *II* parallel sind, wie es Fig. 39 darstellt, mit der Schwingungsrichtung *o'o'*, hier wird die Bewegung zerlegt in eine solche nach *o'o'* und eine nach *e'e'*; der auf letztere Richtung fallende Antheil derselben ist jedoch gleich Null, die Componente parallel *o'o'* entspricht der gesammten Intensität des in *II* eintretenden ordentlichen Strahls; dieser wird also im zweiten Kalkspath nicht doppelt gebrochen, sondern geht vollständig als ordentlicher Strahl durch denselben. Denken wir uns jetzt *II* um einen kleinen Winkel gedreht (s. Fig. 40), so tritt der ordentliche Strahl aus *I* mit der Schwingungsrichtung *ωω* in *II* ein, wird hier in zwei Strahlen zerlegt, welche nach *o'o'* und *e'e'* schwingen, und deren Amplituden sich verhalten, wie die Längen *CO* und *CE*, d. h. er geht nicht mit seiner vollen Intensität als ordentlicher Strahl hindurch, der Rest als ausserordentlicher, also im Hauptschnitt von *II* abgelenkt, wie es Fig. 36 zeigt.

Fig. 40.



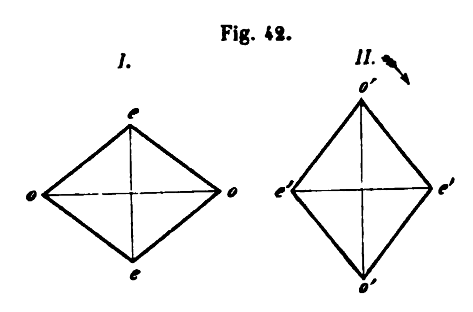
In diesem Falle wird der aus dem ersten Kalkspath austretende ordentliche Strahl im zweiten also doppelt gebrochen, liefert aber zwei Strahlen von verschiedener Intensität. Bei einer weiteren Drehung des Kalkspaths *II* (Fig. 41), wenn derselbe nämlich 45° mit *I* bildet, wird der ordentliche Strahl durch *II* in gleich grosse Componenten zerlegt, er liefert also zwei gleich helle Strahlen, einen ordinären und einen extraordinären; demnach geht er nur zur Hälfte als ordentlicher Strahl durch den zweiten Kalkspath. Das ist genau die in Fig. 37 dargestellte Erscheinung. Je weiter man nun *II* dreht, ein um so kleinerer Antheil der aus *I* austretenden horizontalen Schwingungen des Aethers geht als ordentlicher Strahl durch *II*; bei der in Fig. 42 dargestellten Stellung, in welcher *I* und *II* rechtwinkelig gekreuzt erscheinen, tritt der aus *I* herauskommende ordinäre Strahl in *II* mit der Schwingungsrichtung *e'e'* ein, wird also in zwei senkrechte Componenten zerlegt, deren erste, parallel *o'o'*, gleich Null, deren zweite, parallel *e'e'*, gleich der ganzen Amplitude des eintretenden Lichtes ist; der Strahl *o* kann also gar nicht mehr als ordinärer Strahl durch

Fig. 41.



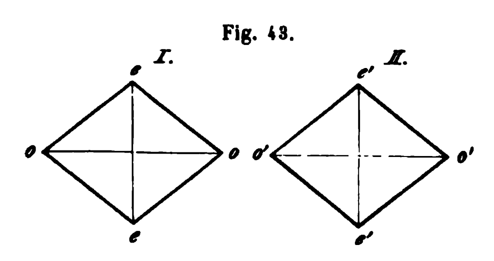
den zweiten Kalkspath hindurchgehen, er geht ganz als extraordinärer hindurch (vergl. Fig. 38). Theilweise als ordentlicher gelangt er wieder durch *II* bei weiterer Drehung des letzteren, vollständig, wenn die gesammte Drehung = 180° ist, — und es ist einleuchtend, dass völlig das Gleiche eintreten muss, wenn die Drehung, von der Stellung in Fig. 39 ausgehend, nach links herum, statt nach rechts, stattgefunden hätte. Die zu Grunde gelegte Annahme über die Natur des durch den Kalkspath hindurch gegangenen Lichtes lehrt demnach ebenso, wie die beobachteten und vorher beschriebenen Erscheinungen, dass der Hauptschnitt des Kalkspathrhomboëders insofern charakteristisch für den aus dem ersten Rhomboëder austretenden ordinären Strahl ist, als derselbe ganz als ordentlicher durch *II* hindurchgeht, wenn der Hauptschnitt von *II* parallel dem von *I*, um so weniger, je grösser der Winkel ist, welchen die Hauptschnitte beider einschliessen, endlich gar nicht, wenn dieselben senkrecht aufeinander stehen. Diese für den Strahl *o* so charakteristische Ebene ist also die zu der für ihn angenommenen Schwingungsrichtung senkrechte Ebene, d. h. diejenige, welche S. 6 als Polarisationsebene eines geradlinig polarisirten Lichtstrahls bezeichnet wurde. Man sagt daher, der ordentliche Strahl sei im Hauptschnitt des Krystalls polarisirt.

Fig. 42.



Betrachten wir nunmehr den zweiten, ausserordentlichen Lichtstrahl, welcher aus Kalkspath *I* austritt, unter denselben Voraussetzungen, so zeigt Fig. 39 oder 43, dass dieser, in *II* mit der Schwingungsrichtung *e'e'* eintretend, in zwei Componenten nach *o'o'* und *e'e'* zerlegt wird, deren erste gleich Null ist; diese hat aber die Schwingungsrichtung des ordentlichen Strahls, also kann bei paralleler Stellung der Kalkspäthe der Strahl *e* aus *I* gar nicht als ordentlicher Strahl durch *II* hindurchgehen, wie dies in der That die Beobachtung lehrt (vergl. S. 51). Drehen wir *II* um einen Winkel (s. Fig. 44), so tritt *e* mit der Schwingungsrichtung *εε* ein und wird in die beiden Componenten *CO'* und *CE'* zerlegt; jetzt geht also der extraordinäre Strahl des ersten Kalkspaths theilweise als ordentlicher durch den zweiten, und zwar ein um so grösserer Antheil, je weiter wir drehen. Steht endlich, wie in Fig. 45, die zum Hauptschnitt des zweiten Kalkspaths senkrechte Ebene, welche durch *o'o'* und die Fortpflanzungsrichtung des Strahles bestimmt ist, parallel dem Hauptschnitt des ersten, so muss der aus diesem

Fig. 43.



austretende extraordinäre Strahl vollständig als ordinärer Strahl durch *II* hindurchgehen (wie es nach Fig. 38 wirklich der Fall ist); bei noch weiterer Drehung wieder nur unvollständig u. s. f. Dem Hauptschnitt des ersten Kalkspaths muss also parallel sein die senkrecht zum Hauptschnitt stehende Ebene des zweiten, damit der Strahl *e* als gewöhnlicher vollständig durch letzteren hindurchgelangen kann; einen je grösseren Winkel jene beiden Ebenen miteinander einschliessen, um so weniger kann von jenem als ordentlicher Strahl durch *II* hindurch. Die Ebene, welche senkrecht zum Hauptschnitt steht, d. i. die Transversalebene (s. S. 6) des ordentlichen Strahls, ist also ganz in gleicher Weise charakteristisch für den extraordinären Strahl, wie es der Hauptschnitt selbst für den ordinären ist; jene ist demnach die Polarisationsebene des ausserordentlichen Lichtstrahls, dieser ist senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt.

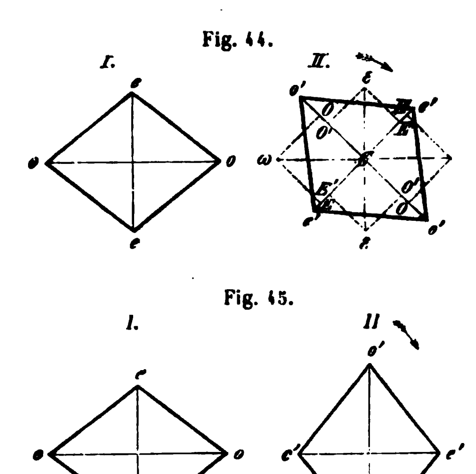

Fig. 44.

Fig. 45.

Man ersieht aus dem Vorhergehenden, dass die Annahme, der ordinäre Strahl schwinge parallel der grossen, der extraordinäre parallel der kleinen Diagonale der Rhomboëderfläche, die beobachteten Erscheinungen vollkommen erklärt *).

Dieselben sind ferner in Uebereinstimmung mit der in § 7 (S. 30) gegebenen Auseinandersetzung, wonach die Zerlegung stets in zwei senkrecht zu einander stattfindende Schwingungen erfolgt. Diese Auseinandersetzung

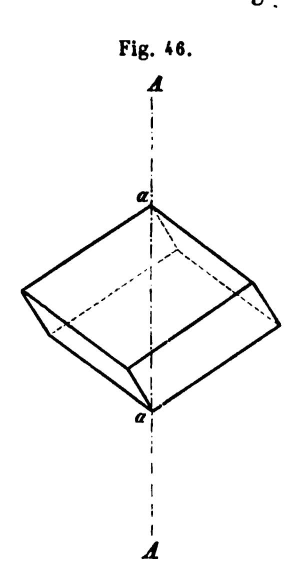
*) Dasselbe ist auch der Fall mit der Annahme, dass umgekehrt der extraordinäre Strahl parallel der längeren Diagonale, der ordinäre parallel der kürzeren seine geradlinigen Vibrationen ausführe. Vertauscht man nämlich in den Figuren 39 bis 45 durchweg die Buchstaben *o* und *e*, so resultiren genau die gleichen Folgerungen, z. B. folgt auch dann aus Fig. 39 oder 43, dass der aus dem ersten Kalkspath austretende ordinäre Strahl ganz als ordinärer durch den zweiten hindurchgeht u. s. f.

Diese beiden, einzig möglichen, Annahmen unterscheiden sich darin, dass bei der ersten vorausgesetzt wird, ein geradlinig polarisirter Lichtstrahl schwinge senkrecht zu seiner Polarisationsebene, bei der zweiten, er schwinge parallel derselben. Da man in der Physik der ersteren dieser Voraussetzungen, welche beide die Erscheinungen der Doppelbrechung gleich gut zu erklären geeignet sind und zwischen denen eine zweifellose Entscheidung noch nicht getroffen ist, allgemein den Vorzug giebt, so soll im Folgenden, wie es auch bereits § 1 (S. 6) geschehen ist, stets angenommen werden, dass die Schwingungsebene eines linear polarisirten Lichtstrahles senkrecht zu seiner Polarisationsebene stehe.

beruhte aber ihrerseits auf der in § 1 (S. 6) gemachten Annahme, dass das in den Kalkspath eintretende gewöhnliche Licht ebenfalls linear polarisirtes, senkrecht zur Richtung des Strahls schwingendes Licht sei, dessen Schwingungsazimuth aber, oder, was dasselbe bedeutet, dessen Polarisationsebene fortwährend sehr schnell wechselt. Dass diese Annahme in der That eine berechtigte ist, beweist das folgende von Dove angegebene Experiment: Lässt man einen Kalkspath, auf dessen eine Rhomboëderfläche ein gewöhnlicher Lichtstrahl senkrecht auffällt, folglich der entstehende ordinäre Strahl in derselben Richtung an der entgegengesetzten Fläche austritt, um diese Richtung als Drehungsaxe sehr schnell rotiren, so zeigt der austretende ordinäre Strahl einem zweiten Kalkspath gegenüber nicht mehr das Verhalten eines polarisirten, sondern das eines gewöhnlichen Lichtstrahls. Hier hat man es aber bestimmt mit einem geradlinig polarisirten Strahle zu thun, nur dass seine Polarisationsebene (der Hauptschnitt des Kalkspathes) durch dessen Rotation ihre Richtung fortwährend sehr schnell ändert.

Wenn auf eine Rhomboëderfläche des Kalkspathes ein Lichtstrahl nicht, wie S. 50 (Fig. 35) angenommen wurde, senkrecht, sondern schief auffällt, jedoch innerhalb der Ebene des Hauptschnittes *abcd* geneigt, so beobachtet man, dass die Richtungen beider entstehender Strahlen, welche natürlich beide eine Ablenkung erfahren, ebenfalls den Hauptschnitt nicht verlassen. Dasselbe geschieht, wenn statt des einen Paares paralleler Flächen, welches das Rhomboëder begrenzt, eines der beiden andern genommen wird. In jedem dieser drei Fälle ist die Lage des Hauptschnittes eine andere, da sie durch die Normale zur Rhomboëderfläche und durch die Schwingungsrichtung des entstehenden ausserordentlichen Strahles bestimmt ist; die Hauptschnitte für das erste, zweite und dritte Flächenpaar des Rhomboëders schneiden einander aber in einer Richtung *AA* (Fig. 46), mit welcher die drei oberen und folglich auch die drei unteren Flächen des Rhomboëders gleiche Winkel bilden. Nennen wir diese in Fig. 46 senkrecht gestellte Richtung*) die Axe des Rhomboëders, so können wir den optischen Hauptschnitt desselben für einen auf eine Rhomboëderfläche auffallenden Strahl nunmehr definiren als diejenige Ebene, in welcher das Einfallsloth (d. h. die Normale zur Rhomboëderfläche) und die Axe des Rhomboëders gelegen sind. Lässt man nun Lichtstrahlen unter verschiedenen Winkeln geneigt, aber immer in einem solchen Hauptschnitt, auffallen, und

Fig. 46.



*) Denken wir sie uns durch zwei gegenüberliegende Ecken des Rhomboëders gelegt, so schneiden einander in ihren beiden Endpunkten *a* je drei gleichwinkelige Kanten.

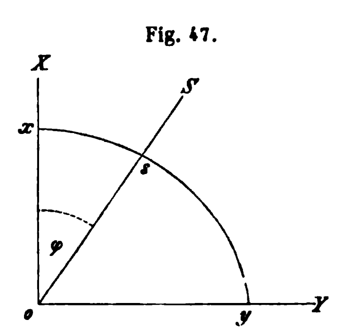
bestimmt den Brechungsindex der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen für jeden derselben, so ergiebt sich, dass derjenige des ordinären Strahls immer derselbe bleibt, unter welchem Winkel das Licht auch einfällt, nämlich für eine bestimmte mittlere Farbe den Werth $\omega = 1{,}6583$ besitzt. Es war dies auch schon deshalb zu erwarten, weil dieser Strahl für alle im Hauptschnitt liegenden Neigungen des einfallenden Lichtes stets dieselbe Schwingungsrichtung besitzt, nämlich nach unserer Annahme die Normale zum Hauptschnitt. Bestimmt man unter gleichen Verhältnissen den Brechungsindex des ausserordentlichen Strahles, so ergiebt sich dieser verschieden, je nach der Richtung, in welcher er sich im Kalkspath bewegt (wie auch zu erwarten stand, da seine in den Hauptschnitt fallende und zur Fortpflanzungsrichtung normale Schwingungsrichtung mit der Neigung des einfallenden Strahls zur Axe sich ändert), und zwar ist dieser Brechungsindex genau gleich dem des ordinären Strahles 1,6583), wenn der extraordinäre sich parallel der Axe fortpflanzt, er ist um so kleiner, je grösser der Winkel zwischen seiner Richtung und der Axe ist, und hat seinen kleinsten Werth $\varepsilon = 1{,}4864$ senkrecht zur Axe.

Wählen wir jetzt statt eines jener oben definirten drei Hauptschnitte irgend eine ebenfalls, wie jene drei, durch die Axe gehende Ebene, und schleifen wir senkrecht zu derselben eine ebene Fläche an den Kalkspath an, durch welche das Licht eintritt, — so beobachten wir, dass die Brechungsindices der unter verschiedenen Neigungen in jener Ebene auffallenden Strahlen genau dieselben Werthe haben, wie sie im vorhergehenden Falle bei gleichem Neigungswinkel gegen die Axe gefunden wurden. Für diese beliebig gewählte Ebene sind die optischen Verhältnisse des Krystalls ganz dieselben, wie für die oben definirten drei Hauptschnitte, folglich können wir diese ebenfalls als einen solchen bezeichnen und nennen nun ganz allgemein den optischen Hauptschnitt eines einfallenden Strahles diejenige Ebene, welche durch den Strahl und die optische Axe des Krystalls geht, wobei wir unter »optische Axe des Krystalls« diejenige Richtung verstehen, in welcher der ordinäre und der extraordinäre Strahl gleichen Brechungsindex besitzen. Der Kalkspath ist demnach ein Krystall mit unendlich vielen optischen Hauptschnitten, welche einander sämmtlich in der Axe schneiden und alle gleichwerthig sind, denn in jedem derselben nimmt der Brechungsindex des ausserordentlichen Strahles mit der Neigung gegen die Axe in derselben Weise ab, während der des ordentlichen nicht nur in allen Hauptschnitten, sondern auch in jeder Richtung innerhalb eines jeden denselben Werth beibehält.

Da ein kleinerer Brechungsindex einer grösseren Lichtgeschwindigkeit im Krystall entspricht, so folgt aus diesen Beobachtungen: der ordentliche Strahl o, welcher im Kalkspath entsteht, pflanzt sich nach allen Richtungen gleich schnell fort, der ausserordentliche e in der Richtung der Axe mit derselben Geschwindigkeit, in jeder

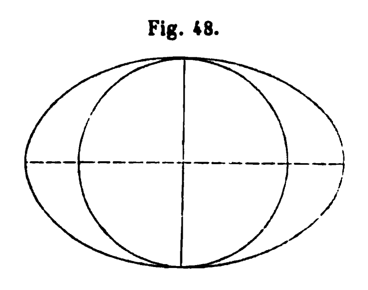
andern mit grösserer. Da die beiden Strahlen gleiche Geschwindigkeit haben, wenn sie sich parallel der Axe bewegen, so kann nach S. 30 parallel dieser Richtung keine Doppelbrechung stattfinden; gewöhnliches Licht pflanzt sich demnach als solches durch den Kalkspath fort, wenn es parallel seiner optischen Axe hindurchgelangt. Ganz so, wie bei einem gewöhnlichen Lichtstrahl in einem einfach brechenden Mittel, sind auch die Verhältnisse des ordinären Strahles, seine Richtung ist also für jeden Fall durch die Huyghens'sche Construction zu bestimmen; seine Strahlenfläche ist eine Kugel. Was den extraordinären Strahl betrifft, so hat schon Huyghens nachgewiesen, dass die verschiedenen Geschwindigkeiten, welche ausserordentliche Strahlen innerhalb eines Hauptschnittes, aber von verschiedener Neigung gegen die Axe, besitzen, sich zu einander verhalten, wie die gleich gerichteten radii vectores einer Ellipse, deren kleine Axe die Geschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles parallel zur optischen Axe, deren grosse Axe die Geschwindigkeit desselben senkrecht zur Axe ist. Wenn in Fig. 47 Y eine Richtung senkrecht zur optischen Axe, X parallel derselben, die Ebene XY also ein optischer Hauptschnitt des Kalkspaths, wenn ferner $ox : oy$ das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeiten des Strahles e parallel und senkrecht zur Axe, so ist diejenige eines beliebigen extraordinären Strahles oS, welcher den Winkel φ mit der Axe bildet, gleich os, d. h. der Länge des Radius vector der Ellipse in derselben Richtung. Da erfahrungsgemäss die Lichtgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles für alle Richtungen dieselbe ist, welche gleiche Winkel mit der Axe bilden, so gilt Obiges für alle unzählig vielen Hauptschnitte, welche rings um die Axe zu denken sind. Die Länge os ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für alle Strahlen mit gleichem Winkel φ, welche man erhält, wenn man sich die Fig. 47 um ox als Rotationsaxe um 360° gedreht denkt. Die ganze Ellipse liefert hierbei ein Sphäroid oder Rotationsellipsoid, dessen Radius vector in jeder beliebigen Richtung ein Maass der Grösse der Lichtgeschwindigkeit von e in derselben Richtung ist. Geht also von irgend einem Punkte o im Innern des Kalkspaths eine Lichtbewegung aus, so wird der extraordinäre Antheil derselben sich zwar auch nach allen Richtungen fortpflanzen, aber nicht mit derselben Geschwindigkeit; nach einer bestimmten Zeit wird er in der Richtung der Axe bis x, senkrecht zu derselben nach allen Seiten gleichweit nämlich bis y, in der beliebigen Richtung oS bis s u. s. f., gelangt sein, d. h. bis an die Oberfläche jenes Ellipsoides, welches durch die Rotation der Ellipse xsy um ox entsteht. Die Radien dieses Ellipsoides sind proportional den Wellenlängen des Lichtes von einer bestimmten Schwingungsdauer, welches sich parallel diesen Radien fortpflanzt, da die Wellenlänge mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit pro-

Fig. 47.



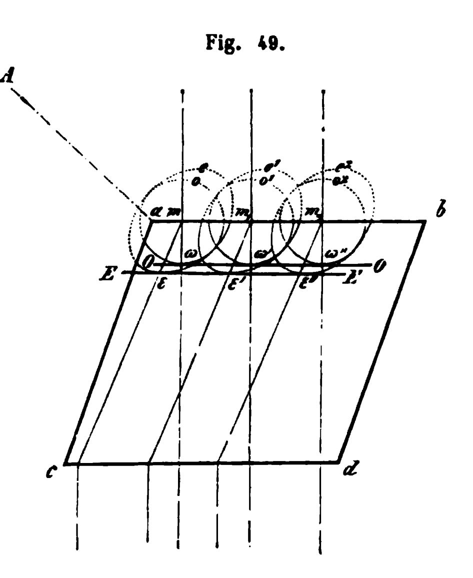
portional wächst. Die Wellen- oder Strahlenfläche des ausserordentlichen Strahles ist demnach ein Rotationsellipsoid, dessen kleine Axe seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit parallel zur optischen Axe und zugleich Rotationsaxe, dessen grosse Axe die Geschwindigkeit von e senkrecht zur optischen Axe ist. Da in der Richtung der Axe oX die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahles gleich gross sind, so muss die Strahlenfläche des ersteren in der Richtung oX denselben Durchmesser ox besitzen, wie die des letzteren; die vollständige Strahlenfläche des Lichtes im Kalkspath erhalten wir demnach, wenn wir die beiden in Fig. 48 dargestellten Curven um die senkrechte Axe rotiren lassen. Beginnt also an irgend einem Punkte im Innern des Kalkspaths eine Lichtbewegung und kann sich dieselbe ungehindert nach allen Seiten fortpflanzen, so ist sie nach einer bestimmten Zeit auf einer doppelten Oberfläche angelangt, bestehend aus einem Rotationsellipsoid und einer von diesem umhüllten Kugel, welche das Ellipsoid in den Endpunkten der Rotationsaxe (der kleinen Axe der erzeugenden Ellipse) berührt.

Fig. 48.



Durch die Kenntniss der vollständigen Wellenfläche ist uns nun in der Huyghens'schen Construction ein Mittel gegeben, für einen in beliebiger Richtung in einen Kalkspath eintretenden Lichtstrahl die Richtung des extraordinären ebenso gut, wie die des ordinären Strahles zu bestimmen.

Fig. 49.

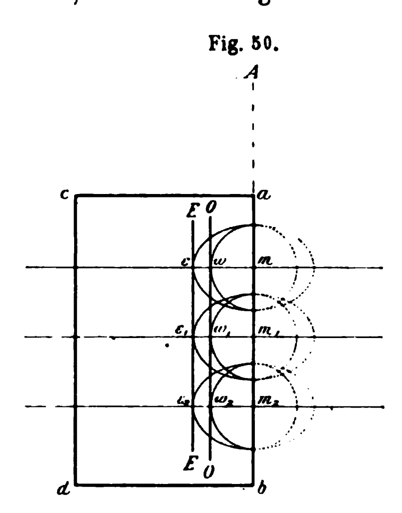


Sei z. B. in Fig. 49 $abcd$ ein Hauptschnitt eines Kalkspathrhomboëders (ab und cd kurze Diagonalen, ac und bd stumpfe Kanten), so ist aA die Richtung der optischen Axe; fallen nun in der Weise, wie wir (s. Fig. 35) zum ersten Male die Erscheinungen der Doppelbrechung am Kalkspath beobachteten, auf ab gewöhnliche Lichtstrahlen mit senkrechter Incidenz auf, so ist ihre Strahlenfront parallel ab, also werden sie sämmtlich zu gleicher Zeit von den Punkten m, m_1, m_2, . . aus beginnen, sich im Kalkspath fortzupflanzen. Der entstehende ordinäre Strahl gelangt von diesen Punkten aus in einer bestimmten Zeit bis an die Oberfläche der Kugeln o, o_1, o_2, . . .:

nach Früherem ist seine neue Strahlenfront die Tangentialebene an alle diese einzelnen Wellenflächen, also OO, und $m\omega$, $m_1\omega_1$ u. s. f. die Richtung der entstehenden ordentlichen Strahlen. Der zweite, extraordinäre Strahl ist in derselben Zeit gelangt von m, m_1, m_2, . . aus bis an die Oberfläche der Rotationsellipsoide e, e_1, e_2, . . ., deren Rotationsaxe parallel aA ist: seine Strahlenfront im Kalkspath ist also die gemeinschaftliche Tangentialebene aller dieser Wellenflächen, EE in unserem Durchschnitt, und die Richtung $m\varepsilon$, $m_1\varepsilon_1$ u. s. f. der extraordinären Strahlen ist gegeben durch die geradlinige Verbindung von m, m_1 . . mit den Punkten der Rotationsellipsoide, in welchen sie von EE berührt werden. Der ausserordentliche Strahl muss also eine Ablenkung im Hauptschnitt erfahren, ganz so, wie wir es früher beobachtet haben, und ausserdem sieht man, dass bei demselben nicht, wie bei dem ordinären Lichtstrahl, die Strahlenfront und die Richtung des Strahles senkrecht aufeinander stehen.

Es ist dies die Folge des Umstandes, dass die Tangente einer Ellipse (und ebenso die Tangentialebene eines Sphäroids) im Allgemeinen nicht normal steht zu dem Radius vector, in dessen Endpunkt sie die Ellipse resp. das Ellipsoid berührt. Die Schiefe beider Richtungen und somit auch die Ablenkung des ausserordentlichen Strahls ist am grössten für einen bestimmten Winkel zur Axe, welcher von der Gestalt der Ellipse, d. h. von dem Verhältniss ihrer grossen und kleinen Axe, abhängt. Nur an den Endpunkten dieser beiden Axen steht die Tangente senkrecht zum Radius vector. Wäre daher die Eintrittsfläche ab senkrecht zur optischen Axe des Kalkspaths, so würde die Richtung der senkrecht auffallenden Lichtstrahlen mit Aa zusammenfallen, d. h. mit der gemeinsamen Axe beider Schalen der einzelnen Wellenflächen; die diese berührende Strahlenfront und ebenso die Richtung beider Strahlen wäre dann identisch, es gäbe dann nur eine Strahlenfront und einen Strahl, d. h. es fände keine Doppelbrechung statt. Ist dagegen die Eintrittsfläche parallel zur Axe (s. Fig. 50), so haben die beiden die einzelnen Wellenflächen berührenden Strahlenfronten OO und EE ihren grössten Abstand von einander, entsprechend der grösstenVerschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordinären und des extraordinären Strahls; da EE aber die Ellipse in dem Endpunkte einer Axe derselben berührt, so sind $m\varepsilon$, $m_1\varepsilon_1$ u. s. f. senkrecht zu EE; folglich haben auch in diesem Falle die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen die gleiche Fortpflanzungsrichtung im Krystall. Denkt man sich daher planparallele Flächenpaare von verschiedener Neigung zur optischen Axe an einem Kalkspath

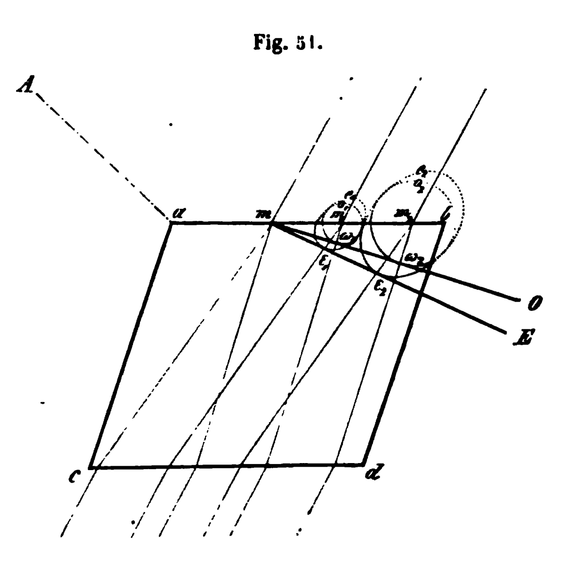
Fig. 50.



angeschliffen und blickt durch je eines derselben nach einer kleinen hellen Oeffnung hin, so würde diese Oeffnung einfach erscheinen bei Benutzung des Flächenpaares senkrecht zur Axe (wenn also die Strahlen parallel der Axe durch den Kalkspath hindurchgehen); bei Anwendung der Flächen von geringerer Neigung zur Axe würden zwei Bilder erscheinen, deren Abstand mit abnehmender Schiefe zur Axe zunimmt, bei einer gewissen Richtung der Ein- und Austrittsfläche des Lichtes sein Maximum erreicht und dann wieder abnimmt, bis endlich, wenn man durch zwei der optischen Axe parallele Flächen hindurchblickt, beide Bilder einander überdecken.

Wenn Lichtstrahlen nicht senkrecht, sondern unter schiefer Incidenz auf eine ebene Fläche des Kalkspathes auffallen, so ist der einfachste Fall der in Fig. 51 dargestellte, dass der Hauptschnitt zugleich die Einfallsebene ist, d. h. dass optische Axe, Normale der Eintrittsfläche und Strahlenrichtung in einer Ebene liegen. Es werden dann die Punkte m, m_1, m_2 der Eintrittsfläche zu verschiedenen Zeiten von den Wellenbewegungen erreicht; die Front des resultirenden ordentlichen Strahles ist alsdann die Tangentialebene durch mO senkrecht zum Hauptschnitt, die des ausserordentlichen die entsprechende Ebene durch mE; die ordinäre Wellenbewegung pflanzt sich also in der Richtung $m_1\omega_1$, $m_2\omega_2$, die extraordinäre parallel $m_1\varepsilon_1$, $m_2\varepsilon_2$ fort. Die Strahlenfront mE tangirt die einzelnen Ellipsoide e_1, e_2 in den Punkten ε_1, ε_2, und diese müssen in der Ebene des Hauptschnitts $abcd$ liegen, da in denselben auch die Rotationsaxe der Ellipsoide fällt, und dieser Hauptschnitt, der zugleich Einfallsebene des Lichtes ist, jedes der Sphaeroide in zwei völlig symmetrische Hälften theilt.

Fig. 51.

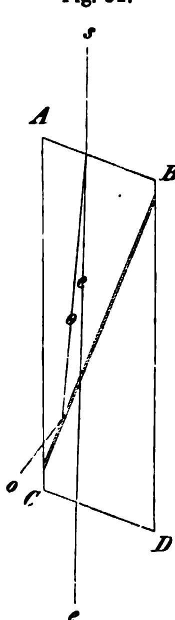


Fällt dagegen die Einfallsebene des Lichtes nicht mit einem Hauptschnitt zusammen, so findet keine derartige symmetrische Halbirung der einzelnen Wellenflächen durch die Einfallsebene mehr statt, folglich berührt die Tangentialebene jene in Punkten, welche ausserhalb der Einfallsebene des Lichtes liegen. Der ausserordentliche Strahl, dessen Richtung die geradlinige Verbindung des Punktes auf dem Rotationsellipsoid, welcher von der Strahlenfront berührt wird, mit dem Mittelpunkte desselben ist, tritt somit aus der Einfallsebene des Lichtes in allen Fällen heraus, wo diese nicht mit einem Hauptschnitt zusammenfällt, während selbstverständ-

lich der ordinäre stets in der Einfallsebene bleibt, da seine Wellenfläche. wie die des gewöhnlichen Lichtes, eine Kugel ist. In allen Fällen aber kann für jede beliebige Richtung des auffallenden Lichtes, wenn die Lage der von demselben getroffenen Fläche des Kalkspathes bekannt ist, aus der Gestalt und Lage der Wellenfläche nicht nur die Richtung des entstehenden ordentlichen, sondern auch des ausserordentlichen Strahles bestimmt werden.

Die nunmehr vollständige Kenntniss der Fortpflanzungsverhältnisse des Lichtes im Kalkspath gestattet jetzt die Erklärung der S. 32 erwähnten Vorrichtung zur Polarisation des Lichtes, des sogenannten Nicol'schen Prismas*), welches folgendermassen hergestellt wird: Man spaltet aus wasserhellem Kalkspath ein Rhomboëder, aus vier grösseren und zwei kleineren Flächen bestehend, dessen Hauptschnitt die Form von $ABCD$ in Fig. 52 hat; dieses wird, nachdem die obere und untere Endfläche so abgeschliffen sind, dass sie 68° (statt 71°) mit den verticalen Kanten bilden, nach BC, senkrecht zum Hauptschnitt, durchsägt, die beiden Schnittflächen vollkommen eben gemacht und polirt, endlich beide Hälften in ihrer ursprünglichen Stellung mit Canadabalsam wieder aneinander gekittet. Trifft auf ein solches Prisma ein Lichtstrahl parallel seiner Längsrichtung (s in Fig. 52), so wird er in zwei verschieden gebrochene Strahlen zerlegt: der ausserordentliche e bewegt sich in einer Richtung im Kalkspath, in welcher sein Brechungsindex $= 1{,}536$ ist; ungefähr denselben Werth besitzt derjenige des Canadabalsams für jede Art von Schwingungen (da dieser ein optisch isotroper Körper ist), folglich wird der Strahl e fast ohne Ablenkung durch den Canadabalsam hindurchgehen. Dagegen wird der ordentliche Strahl o weit stärker abgelenkt, trifft also unter grösserem Incidenzwinkel auf die Grenze von Kalkspath und Canadabalsam; da sein Brechungsindex im Kalkspath $= 1{,}658$. im Balsam $= 1{,}536$, so pflanzt er sich im ersten Medium mit geringerer Geschwindigkeit fort, als im zweiten, und nach S. 21 kann in einem solchen Falle das Licht nur dann aus dem ersten in das zweite eintreten, wenn der Einfallswinkel eine bestimmte Grenze nicht überschreitet. In dem beschriebenen Falle ist diese Grenze überschritten, folglich findet Totalreflexion des Strahles o statt, durch welche derselbe auf die Seitenflächen des Prismas geworfen und durch eine schwarze Fassung desselben absorbirt wird. Durch den Nicol hindurch gelangt also nur der im Hauptschnitt schwingende, senkrecht dazu polarisirte, extraordinäre Strahl hindurch.

Fig. 52.



*) Die neueren Verbesserungen des Nicol'schen Prismas sollen in der III. Abtheilung beschrieben werden.

§ 11. Optisch einaxige Krystalle. Im vorigen Paragraphen wurde angeführt, dass der Brechungsindex des ordentlichen Strahls im Kalkspath für das Licht einer bestimmten mittleren Farbe den constanten Werth $\omega = 1,6583$, derjenige des extraordinären, wenn die Fortpflanzungsrichtung senkrecht zur Axe sei, den am meisten von dem ersteren differirenden Werth $\varepsilon = 1,4864$ habe. Diese beiden Grössen werden die Hauptbrechungsindices des Kalkspathes für jene Farbe genannt. Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes der betreffenden Farbe in der Luft mit v, die des ordentlichen Strahls von derselben Schwingungsdauer mit v_o, endlich die Geschwindigkeit des extraordinären Lichtstrahls für die angegebene Richtung im Krystall und die gleiche Farbe mit v_a, so ist nach der allgemeinen Definition des Brechungsindex (s. S. 19):

$$\omega = 1,6583 = \frac{v}{v_o}, \qquad \varepsilon = 1,4864 = \frac{v}{v_a}.$$

Daraus folgt das Verhältniss der beiden Hauptfortpflanzungsgeschwindigkeiten

$$v_o : v_a = \varepsilon : \omega = \frac{1,4864}{1,6583} = 0,8963.$$

Dieses Verhältniss, welches, wie aus dem vorigen Paragraphen hervorgeht, zugleich das Verhältniss der kleinen zur grossen Axe der die Wellenfläche des ausserordentlichen Strahls erzeugenden Ellipse ist, gilt für die Linie D im Spectrum, da die angeführten Zahlenwerthe für ω und ε sich auf diese beziehen. Lichtstrahlen von anderer Schwingungsdauer liefern ein etwas abweichendes Axenverhältniss jener Ellipse. Bestimmen wir die Werthe der beiden Hauptbrechungsindices im Kalkspath für Licht von geringerer Brechbarkeit, z. B. für die Linie A im Roth, so finden wir $\omega = 1,6499$, $\varepsilon = 1,4826$, das Verhältniss

$$v_o : v_a = \varepsilon : \omega = \frac{1,4826}{1,6499} = 0,8986$$

also etwas grösser. Umgekehrt ergiebt sich für Licht grösser Brechbarkeit ein niedrigerer Werth, z. B. ist für die Linie H im Violett $\omega = 1,6832$, $\varepsilon = 1,4977$, also das Verhältniss

$$v_o : v_a = \varepsilon : \omega = \frac{1,4977}{1,6832} = 0,8898.$$

Hieraus folgt, dass die Gestalt der Strahlenfläche sich mit der Farbe des Lichtes ändert. Das Gleiche ist der Fall mit der Stärke der Doppelbrechung, welche sich aus der Differenz der beiden Hauptbrechungsindices ergiebt, denn diese Differenz beträgt für die genannten drei Farben:

Linie A: $\omega - \varepsilon = 0,1673$
» D » 0,1719
» H » 0,1855.

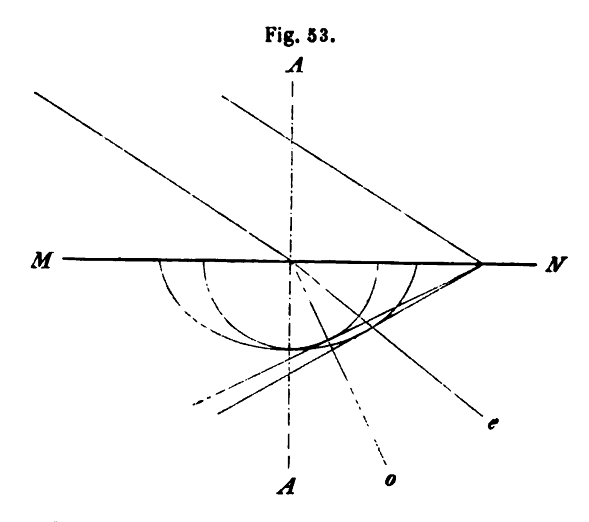
Die für den Kalkspath zuerst von Huyghens, wenn auch damals (i. J. 1678) nicht mit so genauen Zahlenwerthen, wie es die oben angegebenen sind, festgestellte Thatsache, dass die Strahlenfläche des Lichtes in demselben aus einer Kugel und einem Rotationsellipsoid besteht, welches die erstere

in den Endpunkten seiner Rotationsaxe berührt, ist später noch für zahlreiche andere Krystalle nachgewiesen worden. Alle diese haben mit dem Kalkspath gemeinsam, dass die Gestalt der Strahlenfläche von der Schwingungsdauer des Lichtes abhängt, aber die Art der Aenderung derselben mit der Farbe ist für jede dieser Arten von Krystallen eine andere, ebenso wie auch die Werthe der beiden Hauptbrechungsindices ω und ε für die gleiche Farbe bei verschiedenen hierher gehörigen krystallisirten Substanzen verschiedene sind. So giebt es unter ihnen solche mit höheren Werthen von ω und ε, als die des Kalkspaths, andere mit geringerer Brechbarkeit, ferner Krystalle mit starker (hierzu gehört der Kalkspath) und mit schwacher Doppelbrechung, in denen also ω und ε wenig verschieden sind (z. B. ist im Pennin $\omega - \varepsilon = 0,001$).

In jedem dieser Krystalle ist aber, wie im Kalkspath, die Richtung der Rotationsaxe des Sphäroids der Strahlenfläche, d. i. die Richtung ohne Doppelbrechung, für alle Farben die gleiche. Dieselben besitzen also nur eine optische Axe und werden deshalb optisch einaxige Krystalle genannt.

In einer Beziehung stimmt jedoch nur ein Theil der optisch einaxigen Krystalle mit dem Kalkspath überein, nämlich darin, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des extraordinären Strahls grösser ist, als die des ordinären, während bei den übrigen das Umgekehrte der Fall ist. Die optisch einaxigen Krystalle zerfallen demnach in zwei Abtheilungen: die erste, zu welcher der Kalkspath gehört, sind solche, deren Wellenfläche, nach dem Haupt-

Fig. 53.



schnitt halbirt, die Gestalt von Fig. 48 hat, nur dass bei der Mehrzahl derselben die Ellipse weit weniger vom Kreise abweicht, als es beim Kalkspath der Fall ist*). Wie aus Fig. 53 ersichtlich, wird in denselben der

*) Auch bei diesem ist die Differenz zwischen grosser und kleiner Axe der Ellipse nicht so beträchtlich, wie sie der Deutlichkeit wegen in den Figuren angenommen worden ist.

ausserordentliche Strahl *e* stets, vom ordentlichen *o* aus gerechnet, von der optischen Axe *AA* weg gebrochen; man nennt dieselben deshalb repulsive oder negative Krystalle.

In einem Krystall der zweiten Abtheilung, wohin z. B. der Quarz gehört, hat die Wellenfläche im Hauptschnitt die Gestalt Fig. 54; die Ge-

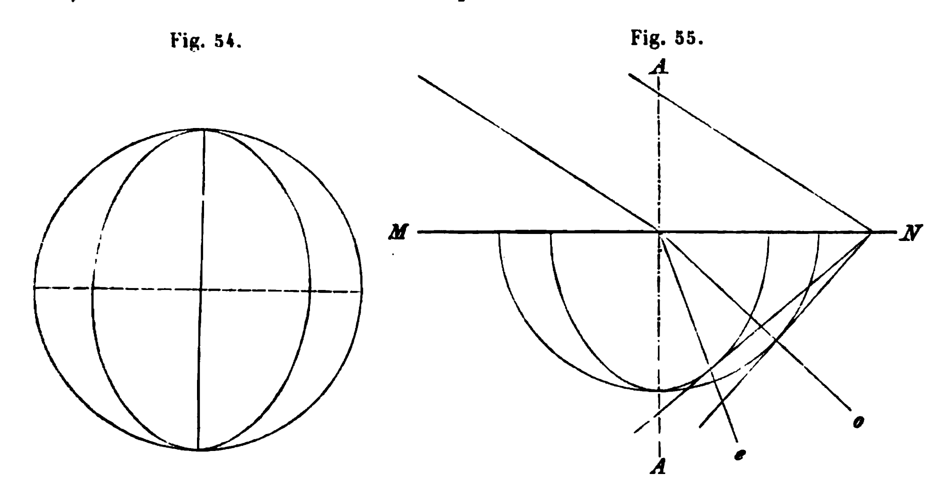


Fig. 54. Fig. 55.

schwindigkeit, mit welcher sich der extraordinäre Strahl bewegt, ist nur in der Axe gleich der des ordentlichen, in jeder anderen Richtung kleiner, sein Brechungsindex also grösser. Aus Fig. 55 ist nun zu entnehmen, dass hier, umgekehrt wie bei den negativen Krystallen, der ausserordentliche Strahl *e*, vom ordentlichen *o* aus gerechnet, nach der optischen Axe hin abgelenkt wird. Diese Krystalle nennt man deshalb optisch positive oder attractive.

Welcher der beiden Abtheilungen ein optisch einaxiger Krystall auch angehöre, so lässt sich aus seiner Strahlenfläche die Fortpflanzungsrichtung eines beliebigen Strahles genau in derselben Weise durch die Huyghens'sche Construction finden, wie es für den Kalkspath S. 59 f. gezeigt wurde. Auch in Bezug auf die Schwingungsrichtungen der beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen gelten für alle einaxigen Krystalle die gleichen Gesetzmässigkeiten, d. h. eine beliebig gerichtete Schwingung wird stets in eine ordinäre, in der Ebene des Hauptschnittes polarisirte und daher nach unserer frühern Annahme senkrecht zu dieser Ebene stattfindende, und eine extraordinäre zerlegt, deren Polarisationsebene die senkrecht zum Hauptschnitt durch den Strahl gelegte Ebene, und welche folglich nach der gleichen Annahme im Hauptschnitt und senkrecht zum Strahl gerichtet ist. Da der Hauptschnitt jedesmal durch die Richtungen des Strahles und der optischen Axe gegeben ist, beide aber aus der Gestalt der Strahlenfläche und aus ihrer Orientirung im Krystall folgen, so liefert diese auch die Kenntniss der Schwingungsrichtung, resp. die Polarisation, für jeden beliebigen Lichtstrahl.

Zur Bestimmung der Gestalt der Strahlenfläche ist die Messung der beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des extraordinären Strahles erfor-

derlich, wenn derselbe den Krystall einmal parallel, das andere Mal senkrecht zur Axe durchläuft, denn das Verhältniss dieser beiden Grössen ist dasjenige der beiden Axen der die Strahlenfläche erzeugenden Ellipse, durch welches deren Gestalt vollständig bestimmt ist. Dieses Verhältniss ist aber. da die erstere Geschwindigkeit mit der des ordinären Strahls identisch ist, gleich $v_o : v_a$, d. h. das umgekehrte Verhältniss der beiden Hauptbrechungsindices ω und ε (vergl. S. 63). Man hat also nur nöthig, den Brechungsindex des ordentlichen Strahls für eine beliebige Richtung und denjenigen des extraordinären, wenn er sich senkrecht zur optischen Axe fortpflanzt, zu messen, d. h. nach unserer Annahme: den Brechungsindex ω von Lichtschwingungen, welche senkrecht zur Axe stattfinden, und den Index ε der parallel zur Axe schwingenden Strahlen. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen:

1) Mittelst eines Prismas, dessen brechende Kante parallel der optischen Axe ist. In einem solchen steht, wenn die S. 23 auseinandergesetzte Methode angewendet wird, die Einfallsebene des Lichtes senkrecht zur optischen Axe; es wird daher ein einfallender Strahl in zwei zerlegt, von denen der eine parallel der Axe, der andere senkrecht dazu schwingt; die Minimalablenkung des ersteren liefert nach der l. c. angegebenen Formel ε, diejenige des zweiten ω. Die beiden Strahlen können leicht durch ein vor das Auge gehaltenes Nicol'sches Prisma unterschieden werden, denn wenn dessen Hauptschnitt der brechenden Kante des Prismas parallel ist, wird nur der ausserordentliche Strahl hindurchgelassen, der ordinäre dagegen ausgelöscht.

2) Mittelst eines Prismas, dessen brechende Kante senkrecht zur optischen Axe ist; hier muss aber die weitere Bedingung erfüllt sein, dass die beiden Flächen des Prismas gleiche Winkel mit der Axe einschliessen, damit die im Prisma sich fortpflanzenden Strahlen im Minimum der Ablenkung normal zur optischen Axe gerichtet sind (vergl. Fig. 21, S. 23, in welcher, auf diesen Fall angewendet, *Mm* die Richtung der optischen Axe sein würde). Alsdann ist nämlich wieder die Schwingungsrichtung des einen Strahls parallel, die des anderen senkrecht zur Axe, und man kann auch mit einem derartigen Prisma ε und ω gleichzeitig bestimmen, indem man jeden der beiden Strahlen einzeln auf das Minimum seiner Ablenkung einstellt und aus der S. 23 gegebenen Formel den zugehörigen Brechungsindex berechnet.

3) Mittelst des Totalreflectometers (s. S. 25) und einer beliebig gerichteten Platte des Krystalls. Hierbei erhält man zwei Grenzen der totalen Reflexion, weil der in der Grenzschicht sich fortpflanzende Strahl in zwei zerlegt wird, welche senkrecht zu einander schwingen und, entsprechend der Verschiedenheit ihrer Geschwindigkeit, auch verschiedene Winkel der totalen Reflexion besitzen. In der Ebene der Krystallplatte, dieselbe mag im Krystall orientirt sein, wie sie wolle, existirt immer eine Richtung, welche mit der optischen Axe 90° bildet; befestigt man nun die Platte so im Totalreflectometer, dass diese Richtung horizontal, d. h. parallel der Einfallsebene des Lichtes ist, so ist sie bei der totalen Reflexion die Richtung, in der sich das Licht fortpflanzt; ein senkrecht zur Axe im Krystall sich

fortpflanzender Strahl wird aber in zwei zerlegt, deren einer parallel, deren anderer senkrecht zur Axe schwingt. Die Einstellung der beiden Grenzen der totalen Reflexion liefert also ω und ε.

Wird die Bestimmung der beiden Hauptbrechungsindices nach einer dieser Methoden für zwei homogene Farben, z. B. für Lithiumroth und Natriumgelb, ausgeführt, so kann man aus den erhaltenen Zahlen die Brechungsindices für alle übrigen Farben berechnen nach der S. 27 angegebenen Dispersionsformel. Da aber die beiden senkrecht zu einander schwingenden Lichtstrahlen verschieden gebrochen und, wie die Erfahrung lehrt, auch stets ungleich dispergirt werden, so sind die Constanten A und B der Dispersionsformel natürlich für ω andere als für ε.

Ausser der Bestimmung der Gestalt der Strahlenfläche für eine oder mehrere Farben bedarf es zur vollständigen optischen Kenntniss eines Krystalls noch der Feststellung der Orientirung seiner optischen Axe. Die Aufsuchung dieser Richtung geschieht mit Hülfe der Interferenzerscheinungen im convergenten polarisirten Lichte, daher diese im folgenden Paragraphen, und zwar im Anschluss an diejenigen im parallelen Lichte, behandelt werden sollen.

§ 12. Verhalten einaxiger Krystalle im Polarisationsapparate.

a) Im parallelen Lichte (Orthoskop). Bringen wir eine, von zwei parallelen, zur optischen Axe senkrechten, natürlichen oder künstlichen ebenen Flächen begrenzte Krystallplatte horizontal auf den Krystallträger des Orthoskopes, so gehen durch dieselbe nur Lichtstrahlen in verticaler Richtung, also parallel ihrer optischen Axe, hindurch. Dies ist aber die Richtung ohne Doppelbrechung, in welcher ein einaxiger Krystall sich verhält wie ein einfachbrechender Körper. Die Platte ändert demnach an der Polarisation der durchgehenden Strahlen nicht das Geringste; sie erscheint ebenso dunkel, wie das übrige Gesichtsfeld, wenn die Hauptschnitte der beiden Nicols des Instrumentes unter einem rechten Winkel gekreuzt sind, ebenso hell bei paralleler Stellung der Nicols. Vollkommen dunkel erscheint aber natürlich im ersteren Falle die Platte nur dann, wenn keine andern Strahlen hindurchgehen, als solche, welche der optischen Axe genau parallel sind. Dies ist streng genommen nur bei mikroskopischen Krystallen der Fall, weil durch grössere Platten auch noch mehr oder weniger zur Axe geneigte Strahlen hindurchgelangen, welche eine Doppelbrechung und in Folge dessen eine Aufhellung erfahren.

Sind die Ein- und Austrittsflächen am Krystall nicht senkrecht zur optischen Axe, so tritt auch für normal auf die Platte auffallende Strahlen, da diese nun einen von Null verschiedenen Winkel mit der optischen Axe bilden, Doppelbrechung ein. Jeder derselben wird in einen ordentlichen, senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden und ohne Ablenkung hindurchgehenden Strahl einerseits und in einen extraordinären andererseits zerlegt, welcher, im Hauptschnitt schwingend und in derselben Ebene abgelenkt,

beim Austritt aus der planparallelen Krystallplatte wieder so gebrochen wird, dass er seiner früheren Richtung, d. i. der Normale zur Ebene der Platte, von Neuem parallel wird. Denken wir uns die ganze Krystallplatte von senkrecht einfallenden Strahlen beleuchtet, so werden von jeder Stelle der Austrittsfläche aus zwei Lichtstrahlen sich normal zu ihr fortpflanzen, ein ordinärer senkrecht durch die Platte hindurchgegangener, und ein extraordinärer, welcher sich im Innern des Krystalls schief gegen die Ein- und Austrittsfläche bewegte, also von einem andern der einfallenden Strahlen herstammt, als der erstere. Diese beiden in der Luft sich in derselben Bahn fortpflanzenden Strahlen schwingen senkrecht zu einander und besitzen wegen der Verschiedenheit ihrer Geschwindigkeit im Krystall eine Phasendifferenz, müssen also bei gekreuzten Nicols die S. 39—43 ausführlich behandelten Interferenzerscheinungen zeigen. Die Stärke der Doppelbrechung in der Krystallplatte hängt ab von der Neigung der Normale derselben zur optischen Axe; ist diese klein, so ist auch die Doppelbrechung gering, und es erscheinen die Farben niederer Ordnung; bei gleicher Dicke steigt mit zunehmender Grösse jener Neigung die Farbenordnung und ist am höchsten bei einer der optischen Axe parallelen Platte, denn in dieser pflanzen sich die beiden Strahlen senkrecht zur Axe fort und erhalten daher den grössten Gangunterschied*). Untersuchen wir Platten von verschiedener Dicke, so steigt natürlich die Verzögerung und mit dieser die Farbe, bei gleicher Neigung zur optischen Axe, proportional mit der Dicke, bis schliesslich das Weiss der höheren Ordnung erscheint. Die Dicke der Platte, bei welcher dieses eintritt, ist aber offenbar um so grösser, je kleiner der Winkel, welchen die Lichtstrahlen mit der optischen Axe einschliessen, d. h. je geringer die Doppelbrechung ist; unter allen Platten, welche man sich in verschiedener Richtung aus einem Krystall herausgeschnitten denken kann, zeigen daher diejenigen parallel der Axe das Weiss der höheren Ordnung schon bei der verhältnissmässig geringsten Dicke.

Vergleichen wir Krystallplatten verschiedener Substanzen mit einander, so zeigen diese auch bei gleicher Dicke und gleicher Neigung zur optischen Axe eine verschiedene Interferenzfarbe, denn diese hängt natürlich noch ab von der specifischen Doppelbrechung einer jeden Substanz, d. h. von dem relativen Abstand der beiden Schalen ihrer Strahlenfläche. Ist diese gering, so gehört eine grosse Dicke der Krystallplatte oder eine erhebliche Neigung ihrer Normale zur optischen Axe dazu, um das Weiss der höheren Ordnung hervorzubringen; ein stark doppeltbrechender Krystall dagegen zeigt dasselbe schon bei geringer Dicke oder bei einem kleinen Winkel der Plattennormale zur Axe.

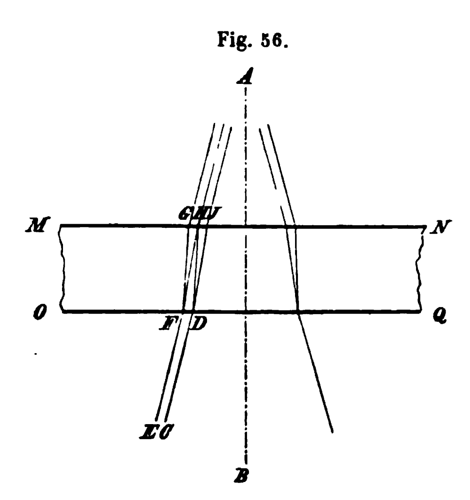
*) Wenn daher in einer, aus einem Gestein hergestellten, sehr dünnen planparallelen Platte, einem sogenannten »Gesteins-Dünnschliff«, Schnitte von einer Anzahl verschieden orientirter Krystalle eines optisch einaxigen Minerals liegen, so zeigen diese trotz ihrer gleichen Dicke nach Obigem verschiedene Interferenzfarben, und zwar diejenigen Krystalle, welche von dem Schliff zufällig parallel der Axe durchschnitten sind, die höchsten in der Ordnung der in § 8 beschriebenen Polarisationsfarben.

Endlich werden die Farbenerscheinungen, welche ein einaxiger Krystall im polarisirten Lichte darbietet, ausser durch die aufgezählten Verhältnisse noch beeinflusst durch den Umstand, dass die Stärke der Doppelbrechung für die verschiedenen Farben nicht genau die gleiche ist, und daher dünne Platten desselben gewisse Abweichungen von den normalen Interferenzfarben zeigen (vergl. S. 45). Am meisten macht sich dieser Umstand geltend bei sehr schwacher Doppelbrechung und kann hier sogar zu Erscheinungen führen, welche vollkommen verschieden von den sonst beobachteten sind. Werde z. B. die Doppelbrechung mit Zunahme der Brechbarkeit der Strahlen grösser, sei aber so gering, dass sie für die am wenigsten brechbaren Farben, also für Roth, gleich Null ist, so wird eine sehr dünne Platte eines derartigen Krystalls nicht das ihrer eigentlichen, sehr geringen Doppelbrechung entsprechende Grau 1. Ordnung zeigen, sondern eine sehr lebhafte Farbe, so dass es den Anschein hat, als ob es sich um eine sehr stark doppeltbrechende Substanz handelte. Da die Krystallplatte nämlich für Roth einfachbrechend ist, bleibt sie für diese Farbe zwischen gekreuzten Nicols in jeder Stellung dunkel, die rothen Strahlen sind also vollständig vernichtet; nur eine geringe Aufhellung zeigt sie ferner für Orange und Gelb; etwas mehr Licht geht vom Grün hindurch, während für Blau und Violett der Gangunterschied bereits so gross ist, dass diese Farben auch nach der Interferenz noch eine gewisse Intensität besitzen; die letzteren müssen also in dem Farbeneindruck stark vorherrschen. Noch lebhafter muss die entstehende Interferenzfarbe sein, wenn die Doppelbrechung eine so schwache ist, dass sie bereits für eine mittlere Farbe, z. B. für Gelb, gleich Null wird; alsdann besitzt also der Krystall für die an entgegengesetzten Seiten des Spectrums liegenden Farben entgegengesetzten Charakter der Doppelbrechung, für die einen ist er positiv, für die andern negativ einaxig. Bringen wir nun ein dünne Platte eines solchen Krystalls so zwischen gekreuzte Nicols, dass ihre Schwingungsrichtungen 45° mit denen der letzteren bilden, so werden die gelben Strahlen, d. h. die hellsten im Spectrum, vollkommen ausgelöscht, weil der Krystall für diese einfachbrechend ist; für die benachbarten Farben Orange und Grün ist er nur sehr schwach doppeltbrechend, zeigt also für diese nur eine geringe Aufhellung, während die Doppelbrechung für die äussersten Theile des Spectrums, Roth einerseits, Blau und Violett andererseits, verhältnissmässig am stärksten ist, die Strahlen dieser Farben demnach einen merklichen Bruchtheil einer halben Wellenlänge Gangunterschied erhalten. Die Folge davon ist, dass zwischen gekreuzten Nicols eine sehr lebhafte violette Interferenzfarbe erscheint (gewisse Varietäten des Minerals Gehlenit bieten ein ausgezeichnetes Beispiel für diese Erscheinung).

b) Im convergenten Lichte (Konoskop). Wie das Verhalten eines einaxigen Krystalls im parallelen polarisirten Lichte, so soll auch dasjenige im convergenten Lichte zuerst in Bezug auf eine Platte, welche senkrecht zur optischen Axe geschnitten ist, betrachtet werden. Legen wir eine

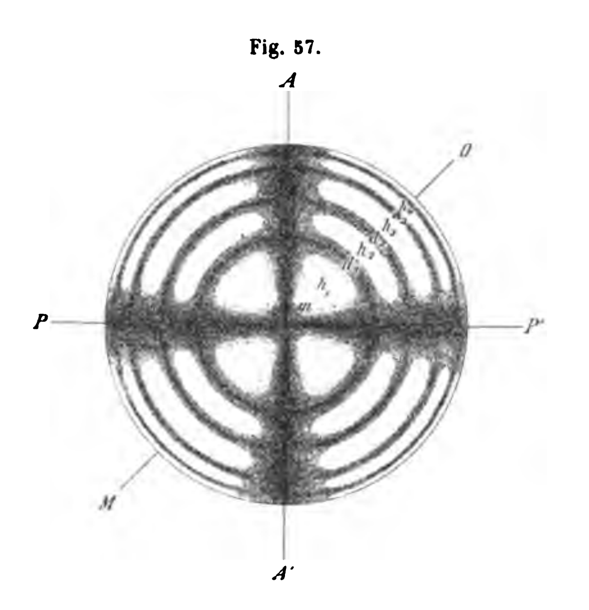
solche auf den Krystallträger des Konoskops (vergl. Fig. 33) so auf, dass die optische Axe parallel der verticalen Axe des ganzen Apparates ist, und dass der Punkt f sich innerhalb des Krystalls befindet, so durchsetzen den letzteren unendlich viele Bündel, deren jedes aus unter einander parallelen Strahlen besteht, in allen möglichen Richtungen, welche innerhalb des Kegels, zwischen f und der sogenannten Sammellinse n, liegen. Einer dieser Strahlencylinder, nämlich derjenige, welcher vom Punkte c ausgeht und daher im Bilde genau in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, geht parallel der optischen Axe des Krystalls durch denselben hindurch. Um die Veränderungen, welche alle diese verschieden gerichteten Strahlenbündel in der Platte erfahren, abzuleiten, betrachten wir zunächst diejenigen Strahlen, welche in einer verticalen, durch die optische Axe des Krystalls gehenden Ebene liegen. Eine solche nannten wir einen Hauptschnitt des einaxigen Krystalls, und dieser soll in Fig. 56 durch $MNOQ$ dargestellt sein. Setzen wir nun noch den Fall, dass die beiden Nicol'schen Prismen des Instrumentes gekreuzt seien, dass ihre Polarisationsebenen mit dem Hauptschnitt $MNOQ$ Winkel von 45° bilden, und dass einfarbiges Licht durch den Apparat hindurchgehe. Die der optischen Axe des Krystalls, der Richtung AB parallelen Lichtstrahlen werden nicht doppelt gebrochen, sondern gehen unverändert durch den Krystall; die Mitte des Bildes erscheint also dunkel, genau so, wie das ganze Gesichtsfeld bei gekreuzten Nicols erscheinen würde, wenn keine Krystallplatte vorhanden wäre. Betrachten wir aber nun einen der Strahlencylinder, welche eine geringe Neigung gegen die Axe besitzen, so wird es unter diesen einen geben, z. B. denjenigen, zu welchem der Strahl CD gehört, für welchen das Folgende gilt: Derselbe wird im Krystall zerlegt in zwei Strahlen DH und DJ von verschiedener Geschwindigkeit, deren einer im Hauptschnitt $MNOQ$, der andere senkrecht dazu schwingt; ein anderer Strahl desselben Bündels, also parallel dem vorigen, EF, zerfällt ebenso in einen ordinären und einen extraordinären, FG und FH. Von H aus gehen also zwei Strahlen in derselben Bahn weiter, aus derselben Lichtquelle, welche linear polarisirtes Licht aussandte, nämlich aus dem betreffenden Punkte der hellen Oeffnung de in Fig. 33 herstammend, aber senkrecht zu einander polarisirt; von diesen Schwingungen wird vom oberen Nicol nur je die auf dessen Schwingungsebene entfallende Componente hindurchgelassen, es tritt also der in Fig. 30, S. 37 dargestellte Fall ein, und wenn die Neigung der Strahlen zur opti-

Fig. 56.



schen Axe des Krystalls derart ist, dass der Gangunterschied für die Lichtstrahlen DH und FH gerade gleich einer halben Wellenlänge derjenigen Farbe beträgt, mit welcher das Instrument beleuchtet ist, so werden sich diese Strahlen durch die Interferenz nach S. 34 zur Summe ihrer Componenten zusammensetzen. Da unter den parallelen Strahlen, welche den Krystall in derselben Richtung durchsetzen, zu jedem einzelnen ein zweiter zu finden ist, welcher zu ihm in dem Verhältniss steht, dass der ordinäre des einen mit dem extraordinären des andern in derselben Weise interferirt, so wird an dem Punkte des im Konoskope sichtbaren Bildes, in welchem sich alle diese Strahlen vereinigen und der etwas von der Mitte des Bildes entfernt ist, die der Summe jener Componenten entsprechende Helligkeit erscheinen. Stelle Fig. 57 das im Polarisationsapparate gesehene Bild dar, seien AA' und PP' die Schwingungsrichtungen der beiden gekreuzten Nicols, MO die Richtung des Hauptschnittes $MNOQ$ der vorigen Figur, so ist m die dunkle Mitte des Bildes, h_1 die helle Stelle, an welcher sich die zuletzt besprochenen Strahlen vereinigen. Die Stellen zwischen m und h_1 entsprechen den Vereinigungspunkten von Strahlencylindern, welche eine geringere Neigung gegen die optische Axe besitzen, so dass der im Krystall erhaltene Gangunterschied weniger als $\frac{1}{2}\lambda$ ist; solche Strahlen werden sich bei der Interferenz zusammensetzen zu einer Wellenbewegung von anderer Phase, deren Intensität kleiner sein muss, als die Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen (s. S. 8), ihr aber um so mehr sich nähert, je näher wir h_1 kommen, d. h. je weniger sich der Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$ unterscheidet. Die Helligkeit muss also von h_1 aus nach der Mitte zu, wo sie gleich Null ist, allmählich abnehmen. Strahlen in dem Hauptschnitt MO, welche einen grösseren Winkel mit der optischen Axe des Krystalls, als die in h_1 sich vereinigenden, bilden, zerfallen durch die Doppelbrechung in je zwei Strahlen, deren Geschwindigkeitsdifferenz eine grössere als bei jenen ist, da der ausserordentliche Strahl eine um so mehr von derjenigen des ordentlichen abweichende Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, je mehr er gegen die Axe geneigt ist. Es werden sich also in einem Punkte d_1, auf der Geraden MO weiter von der Mitte entfernt, alle Strahlen vereinigen, deren Richtung

Fig. 57.



im Krystall so lag, dass der aus jedem entstehende ordinäre und extraordinäre einen Gangunterschied $= \lambda$ erhielten. Diese beiden Schwingungen zweier verschiedener Strahlen, und ebenso aller andern paarweise, müssen aber nach S. 34 bei der Interferenz zwischen gekreuzten Nicols einander vollständig vernichten. Der Punkt d_1 wird daher ebenso dunkel erscheinen, wie die Mitte des Bildes, und die Helligkeit wird von h_1 nach d_1 hin allmählich abnehmen, jenseits desselben aber wieder zunehmen, da der Punkt h_2 der Vereinigung derjenigen Strahlen entspricht, welche so geneigt durch den Krystall hindurchgingen, dass der Gangunterschied der beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen $= \frac{3}{2}\lambda$ ist, also wieder Summirung der beiden Componenten bei der Interferenz stattfindet. Dasselbe ist der Fall bei h_3, wo der Gangunterschied $= \frac{5}{2}\lambda$ ist u. s. f. Wenn wir also, von der Mitte m des Bildes ausgehend, die Intensität des Lichtes auf der Geraden MO betrachten, so beobachten wir einen fortwährenden Wechsel von Hell und Dunkel, wobei die Entfernung der Licht-Minima und -Maxima mit der Entfernung von der Mitte immer kleiner wird, weil bei grösserer Schiefe gegen die optische Axe nicht nur die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden interferirenden Strahlen, sondern auch die Länge des Weges wächst, welchen sie im Krystall zurückzulegen haben, so dass derselben Differenz in der Neigung eine grössere Verschiedenheit in der Verzögerung des einen Strahles bei denjenigen entspricht, welche einen grösseren Winkel, als bei solchen Strahlen, welche einen kleineren Winkel mit der optischen Axe bilden.

Da die optisch einaxigen Krystalle sich gegen alle Lichtstrahlen vollkommen gleich verhalten, welche denselben Winkel mit der optischen Axe einschliessen, so müssten dieselben Maxima und Minima des Lichtes nach allen Seiten in demselben Abstand von der Mitte des Bildes aus vorhanden sein, denn was für den Hauptschnitt MO Fig. 57 gilt, muss ganz ebenso für jeden andern Hauptschnitt, welcher mit PP' einen beliebigen andern Winkel bildet, gelten. Es müssten demnach genau kreisförmige helle und dunkle Ringe die Mitte des Gesichtsfeldes umgeben. Die hellen Ringe können indess nicht an allen Stellen gleiche Intensität besitzen, weil dieselbe der Summe zweier Amplituden entspricht, welche, wie aus den Fig. 29—31, S. 37 hervorgeht, ein Maximum für die zu AA' und PP' diagonalen Hauptschnitte besitzen, nach beiden Seiten abnehmen und für die beiden AA' und PP' parallelen Hauptschnitte gleich Null werden. In Folge dessen muss parallel AA' und PP' ein dunkles Kreuz erscheinen, wie auch unmittelbar aus der Erwägung hervorgeht, dass für eine beliebige Neigung innerhalb einer dieser beiden Ebenen stets nur ein Strahl zu Stande kommt (weil die dazu senkrechte Componente Null ist), dieser aber in einem der beiden Nicolschen Prismen total reflectirt wird. Alle auf einem um die Mitte gezogenen Kreise beobachteten Erscheinungen entsprechen gleichsam denjenigen, welche im parallelen polarisirten Lichte eine Platte von der gleichen Dicke und Schiefe zur optischen Axe nach einander zeigt, wenn sie um 360°

gedreht wird; die Stellen, in welchen der Kreis die Arme des dunklen Kreuzes schneidet, entsprechen genau den vier Dunkelstellungen einer solchen Platte. Fig. 57 stellt demnach das bei gekreuzten Nicols entstehende Interferenzbild dar, welches wir beobachten, wenn wir das Instrument mit einfarbigem Lichte beleuchten.

Wählen wir jedoch zur Beleuchtung Licht von einer andern Farbe, z. B. mit grösserer Wellenlänge, so wird offenbar, wenn die Stärke der Doppelbrechung für diese Farbe ungefähr ebenso gross ist wie für die vorige, eine grössere Neigung der Strahlen gegen die optische Axe nöthig sein, um denselben einen Gangunterschied von einer ganzen, nunmehr grösseren Wellenlänge zu verleihen, als vorher; der Abstand des ersten dunkeln Ringes von der Mitte, und ebenso der folgenden vom ersten, wird also grösser sein, als bei der früheren Farbe. Je kleiner die Wellenlänge des zur Beleuchtung benutzten Lichtes ist, desto enger werden die Ringe sein, welche wir im Polarisationsinstrument erblicken, je grösser dagegen jene ist, desto weiter werden diese sein.

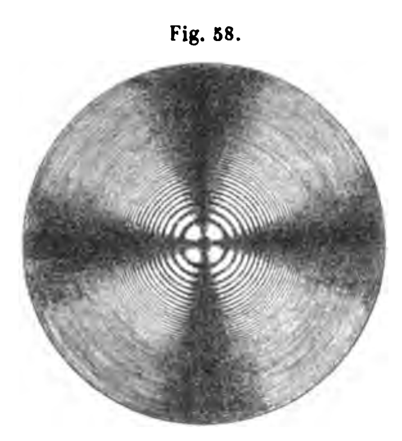
Benutzen wir nun statt des einfarbigen Lichtes weisses, indem wir durch den Spiegel des Konoskops das Licht einer hell erleuchteten Stelle des Himmels in das Innere desselben reflectiren lassen, so werden diejenigen Strahlen, welche den Krystall in einer bestimmten Neigung zu seiner Axe durchsetzen, derartig interferiren, dass für eine bestimmte Farbe der Gangunterschied genau λ beträgt, diese also zwischen gekreuzten Nicols ausgelöscht wird, während die andern um so weniger geschwächt werden, je mehr ihre Wellenlänge von jener abweicht. Das an der betreffenden Stelle des Bildes erscheinende Licht wird also nach der Vernichtung einer gewissen Farbe nicht mehr Weiss, sondern eine Mischfarbe zeigen. Diese Farbe wird für alle Strahlen, welche gleiche Neigung gegen die optische Axe des Krystalls haben, gleich sein, demnach werden alle Punkte des Interferenzbildes gleiche Farbe zeigen, welche gleich weit vom Centrum entfernt sind; dagegen alle von verschiedener Entfernung verschiedene Farbe. Bei gekreuzten Nicols erscheinen also farbige Ringe von einem schwarzen Kreuz durchschnitten (s. Taf. II, Fig. 1). Bei parallelen Nicols interferiren die Strahlen mit der entgegengesetzten Phasendifferenz, d. h. mit derjenigen, mit welcher sie aus dem Krystall austreten; in Folge dessen erscheint statt des schwarzen Kreuzes ein weisses, und in jedem einzelnen Abstand von der Mitte ist gerade diejenige Farbe verlöscht, welche bei gekreuzten Nicols im Maximum ist; die farbigen Ringe des Interferenzbildes mit schwarzem Kreuz sind demnach bei gleichem Durchmesser genau complementär denen des Bildes mit weissem Kreuz gefärbt. Die krummen Linien eines Interferenzbildes, welche in allen ihren Punkten die gleiche Farbe zeigen, nennt man »isochromatische Curven«; diejenigen einer optisch einaxigen Platte, senkrecht zur Axe, sind also genaue Kreise, deren gemeinschaftliches Centrum der Richtung der Axe entspricht. Dadurch, dass wir durch zwei parallele Flächen eines Krystalls hindurch die kreisförmigen isochromatischen

Curven mit dem dunkeln Kreuz (bei ⊥ Nicols) sehen, ist der Krystall, da nur optisch einaxige diese Erscheinung zeigen, nicht nur als ein solcher erkannt, sondern auch die Richtung seiner optischen Axe als normal zu jenem Flächenpaar bestimmt.

Da alle in der optischen Axe einander schneidenden Hauptschnitte in Bezug auf das Verhalten des Krystalls gegenüber den Strahlen des Lichtes vollkommen gleichwerthig sind, muss das von einer solchen Platte im Konoskop gelieferte Interferenzbild vollkommen unverändert bleiben, wenn die Platte in ihrer eignen Ebene gedreht wird. Nur die Drehung eines Nicols ändert dasselbe und führt es, wenn dieselbe 90° beträgt, in das complementäre Bild mit weissem Kreuz über.

Die Farben, welche das in Fig. 1, Taf. II dargestellte Interferenzbild zeigt, sind offenbar dieselben*), welche in § 8 ausführlich betrachtet worden sind, denn wenn wir von der Mitte nach dem Rande des Bildes vorschreiten, so gelangen wir an die Vereinigungspunkte von Strahlen, welche im Krystall eine von Null anfangende (in der Mitte) und fortwährend steigende Doppelbrechung erfahren, d. h. wir beobachten neben einander die Interferenzerscheinungen, welche uns nach einander eine Reihe von Platten des Krystalls zeigen würde, wenn wir mit einer senkrecht zur Axe geschnittenen beginnen und dann solche folgen lassen würden, welche eine zunehmende Neigung ihrer Normalen zur Axe, verbunden mit einer dieser entsprechenden Zunahme der Dicke, besitzen. Fallen innerhalb des Gesichtsfeldes des Konoskops noch Strahlen, welche eine grössere Anzahl von Wellenlängen gegen einander im Krystall verzögert wurden, so tritt natürlich das Weiss der höheren Ordnung auf. Während also im monochromatischen Lichte eine Krystallplatte von starker Doppelbrechung das in Fig. 58 dargestellte Interferenzbild zeigt, d. h. immer enger werdende helle und dunkle Ringe bis an den Rand des Gesichtsfeldes oder bis zu solcher Feinheit, dass sie nicht mehr unterschieden werden können, liefert dieselbe Platte im weissen Lichte nur eine beschränkte Zahl von Ringen, da diejenigen mit den Farben fünfter und sechster Ordnung sich schon sehr wenig von Weiss unterscheiden, und jenseits derselben ein allmählicher Uebergang in das gleichmässig hellgrau erscheinende Gesichtsfeld stattfindet (vergl. Fig. 1, Taf. II). Hier entspricht also ein um die Mitte gezogener Kreis gleichsam einer im polarisirten Lichte in ihrer Ebene gedrehten Platte von so starker Doppelbrechung,

Fig. 58.



*) Mit denjenigen, meist kleinen Abweichungen, welche durch die Verschiedenheit der Stärke der Doppelbrechung für verschiedene Farben bewirkt wird (vergl. S. 45 u. 69).

dass sie zwischen den vier Dunkelstellungen nur eine einfache Aufhellung ohne Farbe zeigt.

Bisher ist ein Umstand noch ausser Acht gelassen, nämlich die Dicke der Krystallplatte. Nehmen wir statt der bisher betrachteten Platte, welche wir immer gleich dick voraussetzten, eine andere von derselben optisch einaxigen Substanz, ebenfalls senkrecht zur Axe, aber nur von halber Dicke, so werden die beiden in dieser durch die Doppelbrechung aus einem entstehenden Strahlen bei derselben Neigung gegen die Axe nur einen halb so langen Weg im Krystall zurücklegen, also auch der eine nur halb so viel gegen den andern verzögert werden, als vorher. Dieselbe Verzögerung, welche dieselbe Interferenz bedingt, kann also erst für Strahlen eintreten, welche eine weit grössere Neigung gegen die Axe besitzen, es kann also z. B. in einfarbigem Lichte der erste dunkle Ring des Interferenzbildes erst in viel grösserem Abstande von der Mitte entstehen, ebenso bei weissem Lichte jeder Ring von gleicher Farbe. Die isochromatischen Curven, die ein einaxiger Krystall zeigt, sind demnach um so weiter von einander abstehend, je dünner die untersuchte Platte ist, um so enger, je dicker dieselbe gewählt wird.

Vergleichen wir endlich noch die Farbenringe, welche gleich dicke Platten verschiedener Substanzen zeigen, so finden wir sie in Folge der Ungleichheit der Stärke der Doppelbrechung, welche verschiedenen Körpern zukommt, verschieden in ihrer Weite. In einem Krystall von schwächerer Doppelbrechung, in welchem die Differenz der Geschwindigkeit des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahls eine geringe ist, werden die Strahlen stärker gegen die optische Axe geneigt sein müssen, um je eine Wellenlänge Gangunterschied zu erhalten, also die Farbenringe des Interferenzbildes weiter sein müssen, als in einem Krystall von stärkerer Doppelbrechung bei gleicher Dicke*). Als ein Beispiel einer Substanz, welche sehr starke Doppelbrechung besitzt, deren Platten demnach, wenn sie nicht sehr dünn sind, stets enge Farbenringe zeigen, dient der Kalkspath. Ist die Doppelbrechung einer optisch einaxigen Substanz sehr schwach und gleichzeitig die Verschiedenheit ihrer Stärke für die verschiedenen Farben merklich abweichend, wie es z. B. bei dem Mineral Apophyllit der Fall ist, so ergeben sich hieraus beträchtliche Abweichungen der Farben in den Ringen der Interferenzfigur von der normalen Scala der Farben 1., 2., 3., . . . Ordnung. Denn wenn in einem bestimmten Abstande von der Mitte des Gesichtsfeldes der erste dunkle Ring für Roth erscheint, und derjenige für Blau, welcher wegen der kleineren Wellenlänge bei gleicher Doppelbrechung näher der Mitte auftreten müsste, in Folge geringerer Doppelbrechung für letztere Farbe und daraus sich ergebender Erweiterung der Ringe, an derselben Stelle — so müssen hier Roth und Blau ver-

*) Hieraus ersieht man, dass die Weite der Ringe dazu dienen kann, den Brechungsindex des ausserordentlichen Strahles zu bestimmen, wenn derjenige des ordinären bekannt ist (s. über diese Methode Zeitschr. f. Kryst. 7, 394).

nichtet werden, also Gelb erscheinen, etwas weiter nach der Mitte zu, wo sonst Blau ausgelöscht wird und Roth auftritt, wird ersteres nun eine solche Intensität besitzen, dass es mit letzterem gemischt Violett giebt. So entstehen Farbenringe, in denen das Roth meist ganz fehlt, und in gewissen Krystallen des genannten Minerals decken sich die dunklen Ringe für alle Farben so nahe, dass anscheinend nur weisse und schwarze Ringe zu Stande kommen (daher man diese Varietät Leukocyklit genannt hat). Einzelne Krystalle von Apophyllit gehören zu den bereits S. 69 erwähnten Substanzen von so geringer Doppelbrechung, dass sie für die Farben, welche das eine Ende des Spectrums bilden, positiv, für die des andern Endes negativ doppeltbrechend sind, in den ersteren sich der ordinäre, in den letzteren der extraordinäre Strahl schneller fortpflanzt, so dass es eine Farbe dazwischen giebt, für welche sie einfachbrechend sind (ohne deshalb zu den optisch isotropen Krystallen zu gehören, da diese alle Farben einfach brechen, jene aber für alle übrigen Farben wirklich einaxig sind).

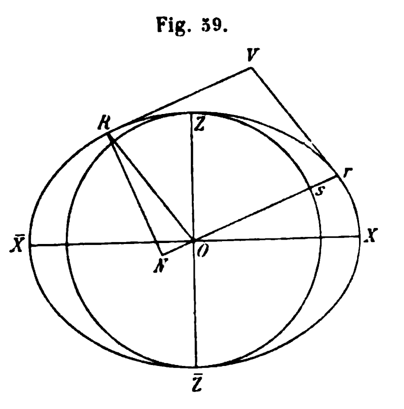
Platten parallel oder schräg zur optischen Axe werden bei der Beobachtung im convergenten Licht, wenn dasselbe weiss ist, nach dem in § 8 Auseinandergesetzten nur bei sehr geringer Dicke Farbenerscheinungen liefern können. Eine solche Platte wird in der Mitte des Gesichtsfeldes die gleiche Farbe erzeugen, welche man im parallelen Licht durch dieselbe beobachtet; die Strahlen, welche dagegen die Platte in geneigter Richtung durchsetzen, werden zwar sämmtlich eine wachsende Wegdifferenz im Krystall erfahren, aber nicht eine gleichartig wachsende Phasendifferenz, da nach gewissen Richtungen hin, wenn sie sich nämlich der optischen Axe nähern, der Unterschied der Geschwindigkeit der beiden Strahlen fortwährend abnimmt, also trotz zunehmender Dicke auch der Gangunterschied sich vermindert. In senkrecht zu diesen geneigten Richtungen wird sich, wenn die Platte der Axe parallel ist, die Geschwindigkeitsdifferenz nicht ändern, also mit wachsender Neigung, wobei die Dicke der durchstrahlten Schicht zunimmt, auch der Gangunterschied wachsen. In dazwischen liegenden Richtungen werden beide Wirkungen sich aufheben und die Phasendifferenz für alle Neigungen gegen die Normale der Platte dieselbe bleiben. Es entstehen so im homogenen Licht dunkle und helle, im weissen Licht farbige Streifensysteme, welche im Allgemeinen hyperbolische Form haben, und im letzteren Falle nur bei sehr geringer Dicke der Platte sichtbar sind. Von besonderem praktischen Interesse für die Krystallographie ist nur die Erscheinung, welche eine nicht sehr schief, nicht über 35—40° gegen die normal zur optischen Axe stehende Ebene geneigte Platte zeigt; bei einer solchen werden nämlich im convergenten Licht bei grossem Gesichtsfeld des Polarisationsinstrumentes noch solche Strahlen innerhalb desselben vereinigt werden, welche in der Richtung der Axe durch den Krystall gehen. Man wird demnach nahe dem Rande des Gesichtsfeldes das Interferenzbild der Axe, das schwarze Kreuz mit den Farbenringen (wenn auch letztere nicht mehr genau kreisförmig) erblicken. Nach dieser Richtung hin, unter spitzem

Winkel gegen die Normale zur Platte geneigt, befindet sich demnach diejenige der optischen Axe, zu deren Auffindung jene Erscheinung dienen kann.

Die Umwandlung des Mikroskopes in ein Konoskop (s. S. 49) ist dann besonders vortheilhaft zur Erkennung der optischen Einaxigkeit, wenn z. B. in einem Gesteinsschliff (s. S. 68 Anm.) eine Anzahl verschieden orientirter Durchschnitte eines Minerals sichtbar sind, von denen die meisten doppeltbrechend erscheinen, während einige beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols dunkel bleiben. Gehören dieselben einem optisch einaxigen Mineral an, so müssen die letzterwähnten Durchschnitte solche sein, deren optische Axe zufällig senkrecht zur Ebene des Schliffes gerichtet ist, und müssen daher bei Anwendung convergenten Lichtes das oben beschriebene Axenbild der farbigen Ringe mit schwarzem Kreuz zeigen.

§ 13. **Ableitung der optischen Eigenschaften der Krystalle von einer Bezugsfläche (optische Indexfläche oder Indicatrix).** In § 10 und § 11 sind die optischen Eigenschaften der einaxigen Krystalle hergeleitet worden aus ihrer Strahlenfläche, d. h. derjenigen doppelten Oberfläche, deren Radien vectoren den Geschwindigkeiten der ihnen parallel sich fortpflanzenden Strahlen entsprechen. Ausser in der optischen Axe durchschneidet jeder dieser Radien vectoren die Oberfläche zweimal, d. h. in derselben Bahn pflanzen sich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fort, deren Strahlenfronten die Tangentialebenen der doppelten Oberfläche an den beiden Durchschnittspunkten sind. Wie bereits S. 60 erwähnt und aus den Figg. 49 u. f. zu ersehen ist, steht die Front des ordinären Strahls stets senkrecht zu diesem, diejenige des extraordinären jedoch im Allgemeinen nicht, da die Tangente an eine Ellipse nur dann normal zum Radius vector ist, wenn letzterer mit einer der beiden Hauptaxen der Ellipse coincidirt. Während also für den ordinären Strahl die Frontnormale (auch »Wellennormale« genannt) mit dem Strahl zusammenfällt, ist dies beim extraordinären im Allgemeinen nicht der Fall.

Fig. 59.

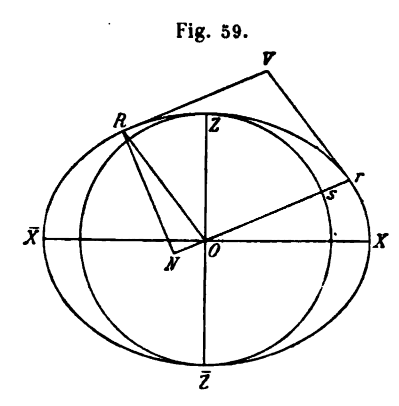


Es sei nun in Fig. 59 ein Hauptschnitt der Strahlenfläche eines einaxigen Krystalls dargestellt; sei Or ein beliebiger Radius vector der Wellenfläche des ausserordentlichen Strahls, rV die Tangente an die Ellipse im Punkte r, endlich OR der dieser Tangente parallele Radius vector, so ist die Tangente der Ellipse in R, nämlich RV, parallel Or; Or und OR sind alsdann zwei sogenannte »conjugirte« Radien der Ellipse, für welche der Satz gilt, dass die Fläche des Parallelogramms $ORVr$ constant ist und zwar gleich der des Parallelogramms $OX \cdot OZ$, d. h. gleich dem Producte aus den

beiden Halbaxen der Ellipse. Zieht man RN senkrecht zu Or, so ist, wie leicht einzusehen, die Fläche von $ORVr$ auch gleich dem Rechteck, welches man erhält, wenn man von O und r aus Senkrechte bis an die Tangente RV errichtet, d. h. gleich dem rechtwinkeligen Parallelogramm $Or \cdot RN$. Somit ist für jede Richtung des Strahls die Fläche $Or \cdot RN$ gleich dem constanten Product $OX \cdot OZ$, folglich

$$Or = \frac{OX \cdot OZ}{RN}.$$

Fig. 59.



Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines beliebigen ausserordentlichen Strahls, d. i. die Länge Or, ist also proportional der reciproken Länge der Geraden, welche im Punkte R zur Ellipse, also auch zum Sphäroid, einerseits, zum Strahl andererseits senkrecht steht. Diese Gerade RN ist aber nach unserer früheren Annahme (S. 55) zugleich die Schwingungsrichtung des Strahles Or, denn dessen Polarisationsebene ist die dazu normale Ebene, senkrecht zum Hauptschnitt durch die Richtung des Strahles Or gelegt.

Durch den Punkt R auf dem Rotationsellipsoid sind somit Fortpflanzungsrichtung, Geschwindigkeit und Polarisation eines extraordinären Strahls Or vollkommen bestimmt. Man hat nur an dem betreffenden Punkte die Normale zur Oberfläche, d. i. die Normale zur Tangentialebene an dieser Stelle, zu ziehen, und erhält nun die Richtung des zugehörigen Strahles, wenn man aus dem Mittelpunkte eine Senkrechte auf jene Normale fällt; durch diese beiden Geraden sind aber alle drei genannten, die Eigenschaften des Strahles charakterisirenden Elemente gegeben.

Zu irgend einem Radius vector Or eines Rotationsellipsoides giebt es aber zwei Normalen der Fläche, welche zugleich senkrecht zu dem Radius vector stehen; die eine ist RN, die andere ist die in O errichtete Senkrechte zu dem in Fig. 59 dargestellten Hauptschnitte, welche stets in der Aequatorialebene des Ellipsoides liegt und daher die constante Länge OX besitzt, wie auch Or im Hauptschnitt geneigt sei. Diese zweite Normale steht nun offenbar in der gleichen Beziehung zum ordinären Strahl Os, wie RN zum extraordinären Or, denn sie ist nach unser Annahme die Schwingungsrichtung des ersteren, und da ihre Länge $= OX$, das Product $OX \cdot OZ$ aber constant ist, so ist sie proportional $\frac{1}{OZ}$, d. h. die Geschwindigkeit des zugehörigen Strahls, die Länge $Os = OZ$, ist ihrer Länge umgekehrt proportional.

Die Verhältnisse des ordinären, wie des extraordinären Strahls von einer beliebigen Richtung können daher abgeleitet werden aus einer einzigen Oberfläche, einem Sphäroid, dessen

Rotationsaxe sich zu dem Durchmesser ihres Aequators oder Kreisschnittes*) verhält, wie die reciproken Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von parallel und senkrecht zur Axe stattfindenden Lichtschwingungen, d. h. (nach S. 63) wie die beiden Hauptbrechungsindices ε und ω. Diese Fläche soll deshalb die **optische Indexfläche** oder **Indicatrix** genannt werden. Dieselbe hat für einen negativ einaxigen Krystall die Form eines Sphäroids, dessen Rotationsaxe dem kleinsten Durchmesser entspricht, dagegen für einen Krystall mit positiver Doppelbrechung, d. h. wenn $\varepsilon > \omega$, die Form derjenigen Oberfläche, welche durch Rotation einer Ellipse um ihre grosse Axe erzeugt wird.

Aus dieser Fläche, welche also durch die beiden Hauptbrechungsindices des Krystalls gegeben ist, leiten sich die optischen Eigenschaften desselben in einer beliebigen Richtung in folgender Weise her:

Dem der betreffenden Richtung parallelen Radius vector derselben entsprechen im Allgemeinen zwei Punkte auf der Oberfläche, in welchen die Normale zur Fläche zugleich senkrecht zu jenem Radius steht; in der Richtung des letzteren pflanzen sich also zwei Strahlen fort, deren Schwingungsrichtungen jene beiden Normalen sind und deren Geschwindigkeiten sich umgekehrt verhalten, wie die Längen, welche der Strahl auf den beiden Normalen abschneidet. Nur ein Radius vector, die Rotations- d. h. die optische Axe, verhält sich anders; ihm entsprechen unendlich viele Punkte auf der Indexfläche, denn an jedem Punkte ihrer Aequatorialebene steht die Normale der Oberfläche zu demselben senkrecht; der Axe parallel pflanzen sich also Strahlen fort, deren Schwingungen in allen möglichen, senkrecht zu ihr stehenden Richtungen stattfinden.

Umgekehrt entspricht jedem Punkte der Indexfläche eines einaxigen Krystalls im Allgemeinen ein Strahl; die Richtung desselben ist die desjenigen Durchmessers, welcher die an dem Punkte errichtete Normale der Fläche senkrecht durchschneidet; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles ist umgekehrt proportional dem Abschnitt auf der Normale zwischen der Fläche und dem Strahl; die Polarisationsebene des Strahls steht senkrecht zu derselben Normale, d. h. letztere ist seine Schwingungsrichtung. Liegt der gegebene Punkt weder in der Aequatorialebene der Indexfläche, noch an einem Ende der optischen Axe, so liegt die ihm entsprechende Schwingungsrichtung in der durch Axe und Strahl gelegten Ebene, d. h. im Hauptschnitt, der Strahl ist also ein extraordinärer. Wenn der Punkt an einem Ende der Axe liegt, z. B. in Fig. 59 R mit Z zusammenfällt, so wird die Richtung des zugehörigen Strahles unbestimmt, weil die Normale zur Oberfläche dann durch die Mitte geht, also auch die Punkte N und O zusammenfallen; dem Punkte Z entsprechen also alle in der Aequatorial-

*) So soll der durch die Mitte gelegte Schnitt senkrecht zur Rotationsaxe genannt werden, welcher offenbar (wie jeder ihm parallele) die Form eines Kreises hat.

ebene sich fortpflanzende extraordinäre Strahlen, welche sämmtlich die Schwingungsrichtung OZ und die Geschwindigkeit OX besitzen. Liegt dagegen der gegebene Punkt auf dem »Kreisschnitt« der Indexfläche, so geht die an ihm errichtete Normale der Fläche ebenfalls durch deren Mitte, und die Richtung des Strahles wird auch hier unbestimmt, d. h. einem solchen Punkte entsprechen unendlich viele Strahlen, welche sich in dem dazu senkrechten Hauptschnitte fortpflanzen, sämmtlich normal zu dieser Ebene schwingen und daher die constante Geschwindigkeit OZ besitzen, denn diese ist umgekehrt proportional der Länge OX der Normalen; diese Strahlen sind, da ihre Schwingungsrichtung senkrecht zum Hauptschnitt, sämmtlich ordinäre. Während also den beiden Punkten am Ende der Axe unendlich viele, im Aequatorialschnitt sich fortpflanzende extraordinäre Strahlen entsprechen, gehören zu jedem Punkte des Aequatorialkreises unendlich viele in einem Hauptschnitte sich fortpflanzende ordinäre Strahlen, und da es unendlich viele Punkte der zweiten Art giebt, so besitzt die Indexfläche unendlich viele ihnen entsprechende gleichwerthige Hauptschnitte, welche einander sämmtlich in der Axe schneiden.

Die analoge optische Bezugsfläche für einfachbrechende Körper ist eine Kugel, denn für solche ist $\omega = \varepsilon$, d. h. der Brechungsindex nach allen Richtungen der gleiche. An jedem Punkte der Indexfläche geht alsdann die auf der Oberfläche errichtete Normale durch die Mitte und die Richtung des Strahles wird unbestimmt, d. h. alle Strahlen der betreffenden Schwingungsrichtung, wie sie sich auch in der dazu senkrechten Ebene fortpflanzen, haben die gleiche Geschwindigkeit, sind also ordinäre. Da aber die Normalen an allen Punkten auf der Oberfläche die gleiche Länge besitzen, so gilt diese Geschwindigkeit für alle Ebenen im Krystall, daher es in einem solchen nur ordentliche Strahlen geben kann.

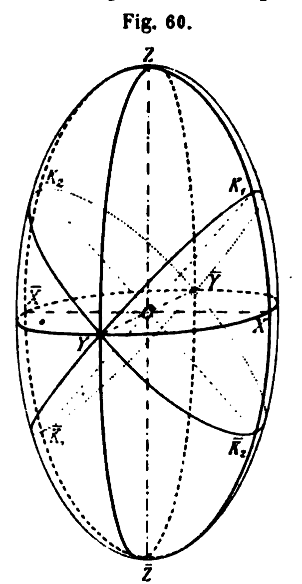
Ebenso wie die Indexfläche der einfachbrechenden Krystalle denjenigen speciellen Fall der einaxigen darstellt*), in welchem der Durchmesser parallel zur Axe gleich ist dem senkrecht dazu, so könnte man die Indexfläche der einaxigen Krystalle wiederum als einen speciellen Fall eines noch allgemeineren auffassen, nämlich einer Indexfläche, deren Durchmesser nach allen drei Dimensionen des Raumes verschieden sei. Dies wäre dann ein sogenanntes dreiaxiges Ellipsoid mit drei zu einander senkrechten ungleichen Hauptaxen; und zwar müssten die Längen der drei Halbaxen proportional dem Brechungsindex der den Endpunkten einer jeden entsprechenden Strahlen sein. In einem solchen Ellipsoid, wie es in Fig. 60 abgebildet

*) Wie S. 69 erwähnt, giebt es einaxige Krystalle, welche für eine gewisse Farbe einfachbrechend sind. Hier tritt also dieser specielle Fall ein, d. h. die Indexfläche ist für Licht von der betr. Schwingungsdauer eine Kugel, für die übrigen Farben ein Rotationsellipsoid, und zwar theils ein verlängertes (bei positiver Doppelbrechung), theils ein plattgedrücktes (bei negativer Doppelbrechung). Bei den meisten optisch einaxigen Krystallen sind dagegen die Indexflächen für die verschiedenen Farben von einer und derselben Art und unterscheiden sich nur durch ihr Axenverhältniss.

ist, stehen die drei Hauptaxen an ihren Endpunkten senkrecht zur Oberfläche, also gehen die Normalen der Oberfläche an diesen sechs Punkten (und an keinen weiteren) durch die Mitte des Ellipsoides. Einem solchen Punkte entsprechen also, genau wie einem Punkte auf dem Aequatorialkreise der einaxigen Indexfläche, unendlich viele, in dem dazu senkrechten Hauptschnitte gelegene, ordinäre Strahlen von gleicher Geschwindigkeit und Schwingungsrichtung; während aber dort unendlich viele derartige optische Hauptschnitte existiren, sind hier nur deren drei möglich, welche zu den drei Hauptaxen des Ellipsoides senkrecht stehen, und da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen innerhalb eines solchen Hauptschnittes umgekehrt proportional der dazu senkrechten Halbaxe, deren Länge aber jedesmal eine andere ist, so besitzen diese Strahlen in jedem der drei Hauptschnitte einen andern Brechungsindex. Diese drei Brechungsindices, durch welche also die Gestalt der Indexfläche bestimmt ist, nennt man die drei Hauptbrechungsindices, die drei Schwingungsrichtungen derselben drei Arten von ordinären Strahlen, welche also nichts Anderes sind, als die Richtungen der drei Hauptaxen des Ellipsoides, die Hauptschwingungsrichtungen.

Bezeichnen wir die drei Hauptbrechungsindices mit α, β, γ, von denen α der kleinste, β der sogenannte mittlere (derselbe kann näher an α oder an γ liegen), γ der grösste sein soll, und construiren das in Fig. 60 parallelperspectivisch dargestellte dreiaxige Ellipsoid mit den drei Halbaxen $OX = \alpha$, $OY = \beta$, $OZ = \gamma$, so wird dieses durch jeden der drei optischen Hauptschnitte $XZ\bar{X}\bar{Z}$, $XY\bar{X}\bar{Y}$, $YZ\bar{Y}\bar{Z}$ in einer anderen Ellipse geschnitten, und jeder dieser drei Schnitte theilt die ganze Form in zwei gleiche und entgegengesetzte Hälften; es sind sogenannte »Symmetrie-Ebenen« derselben, was für keine weitere Ebene gilt. Ein beliebiger, durch die Mitte gelegter Schnitt hat ebenfalls im Allgemeinen die Gestalt einer Ellipse, deren Axenverhältniss aber mit der Orientirung der schneidenden Ebene wechselt; nur zwei Ebenen sind ausser den drei Hauptschnitten noch dadurch von besonderer Bedeutung, dass sie die Oberfläche nicht in einer Ellipse, sondern in einem Kreise schneiden. Dies ergiebt sich aus folgender Betrachtung: Der Hauptschnitt $XY\bar{X}\bar{Y}$ des dreiaxigen Ellipsoides Fig. 60 ist eine Ellipse, deren grosse und kleine Axe sich verhalten wie der mittlere zum kleinsten Hauptbrechungsindex; ein Schnitt durch $Y\bar{Y}$, geneigt zu jener Ebene, ist

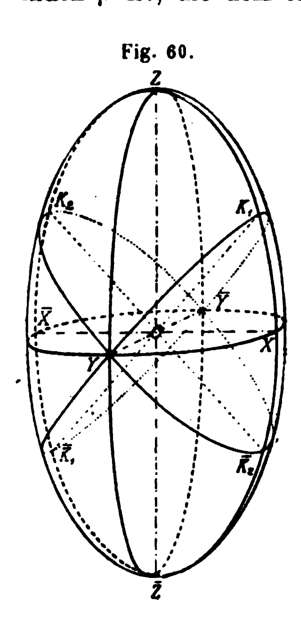
Fig. 60.



offenbar (wegen der Symmetrie der Form) ebenfalls eine Ellipse, deren eine Axe $Y\bar{Y}$ und deren andere Axe ein Radius vector der Hauptschnittellipse $XZ\bar{X}\bar{Z}$ ist; diese Radien vectoren haben aber je nach der Neigung

alle möglichen Werthe zwischen OX (= dem kleinsten Hauptbrechungsindex α) und OZ (= dem grössten γ); folglich muss es dazwischen einen Radius vector OK_1 geben, welcher gleich dem mittleren Hauptbrechungsindex β ist; die dem letzteren entsprechende Schnittcurve $YK_1\bar{Y}\bar{K}_1$ besitzt zwei gleiche Axen, d. h. sie ist ein Kreis. Einem solchen nähern sich die Ellipsen für geringere Neigungen, indem ihre kleine Axe, je mehr sie sich der Richtung OK_1 nähert, immer ähnlicher der grossen wird, während für grössere Neigungen die in der Ebene $XZ\bar{X}\bar{Z}$ liegende Axe die grössere und $Y\bar{Y}$ nun die kleinere wird, bis endlich nach einer Drehung von 90°, d. h. für den Schnitt $YZ\bar{Y}\bar{Z}$, der grösste Werth der variabeln Axe eintritt. Von da an nimmt derselbe nach der andern Seite wieder ab und erreicht in der Richtung OK_2, welche wegen der Symmetrie des dreiaxigen Ellipsoides nach den drei Hauptschnitten denselben Winkel mit OZ bildet wie OK_1, wieder den Werth OY. Demnach besitzt das dreiaxige Ellipsoid zwei Kreisschnitte, $YK_1\bar{Y}\bar{K}_1$ und $YK_2\bar{Y}\bar{K}_2$, welche einander in der mittleren Axe unter einem Winkel schneiden, der von den beiden durch dieselbe Axe gehenden Hauptschnitten halbirt wird. Die Schnitte durch $X\bar{X}$ sind sämmtlich Ellipsen, deren kleine Axe α, deren grosse wechselt von β bis γ, während die Schnitte durch $Z\bar{Z}$ Ellipsen darstellen, deren grosse Axe γ ist und deren kleine von α bis β variirt; in beiden Fällen können also die Ellipsen niemals die Form eines Kreises annehmen.

Fig. 60.



Ein dreiaxiges Ellipsoid, dessen Eigenschaften im Vorstehenden charakterisirt sind, würde nun den allgemeinsten Fall einer optischen Indexfläche darstellen, denn es würde in diejenige eines einaxigen Krystalls übergehen, d. h. in ein Rotationsellipsoid, wenn zwei seiner Hauptaxen gleich gross werden, in diejenige eines einfachbrechenden Krystalls d. h. in eine Kugel, wenn alle drei Hauptaxen denselben Werth annehmen. In der That zeigt sich nun, dass, wenn man statt der beiden letzterwähnten speciellen Fälle ein derartiges Ellipsoid mit drei ungleichen Axen als Bezugsfläche zu Grunde legt und daraus die Strahlenfläche in derselben Weise herleitet, wie es bei den einaxigen Krystallen geschah, sich für diese eine Form ergiebt, welche den optischen Eigenschaften aller derjenigen Krystalle entspricht, die weder einfachbrechend noch optisch einaxig sind. Da deren Indexfläche zwei Kreisschnitte besitzt, so sind die beiden zu diesen normalen Richtungen in gewissem Sinne analog der optischen Axe der einaxigen Krystalle, der Normale auf den dort einzigen Kreisschnitt; man bezeichnet sie deshalb auch als »optische Axen« und nennt die Krystalle, deren Strahlenfläche sich aus einem dreiaxigen Ellipsoid als Indexfläche herleitet, optisch zweiaxige Krystalle.

§ 14. Strahlenfläche der optisch zweiaxigen Krystalle. Die zu einem dreiaxigen Ellipsoid als Indexfläche*) zugehörige Strahlenfläche erhält man, wenn man zu jedem Punkte derselben den ihm entsprechenden Strahl, d. h. denjenigen Durchmesser aufsucht, welcher senkrecht zu der in dem Punkte errichteten Normale der Indexfläche steht; diesem Strahl entspricht dann im Allgemeinen noch ein zweiter Punkt auf der Oberfläche, in welchem die Normale der letzteren ebenfalls senkrecht zu ihm steht, und auf diesen beiden Normalen schneidet der Strahl zwei Längen ab, deren reciproke Werthe die Geschwindigkeiten der den beiden Normalen parallel schwingenden Lichtbewegungen sind, welche sich in der Richtung des betreffenden Durchmessers fortpflanzen. So erhalten wir parallel jedem Radius vector der Indexfläche zwei Längen und für alle Richtungen schliesslich eine doppelte Oberfläche, von welcher zunächst die Form ihrer Durchschnitte mit den drei Hauptschnitten der Indexfläche betrachtet werden soll.

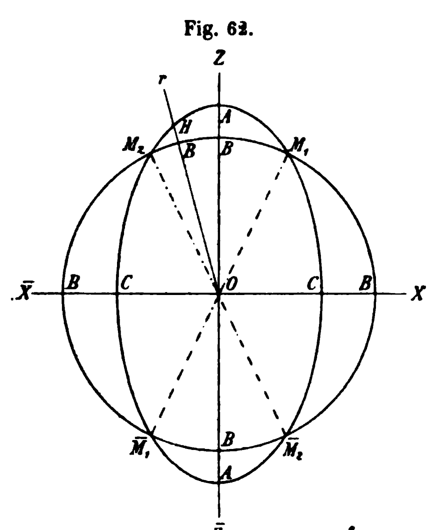
Es möge mit dem Hauptschnitte $XZ\bar{X}\bar{Z}$ Fig. 60 begonnen werden. In diesen fallen unendlich viele ordinäre Strahlen, welche dem Punkte Y der Indexfläche entsprechen, denn deren Normale in Y, als dem Endpunkte einer ihrer Hauptaxen, geht durch die Mitte, daher die Richtung der zugehörigen Strahlen unbestimmt wird; diese Strahlen haben die Schwingungsrichtung OY und pflanzen sich daher mit einer Geschwindigkeit proportional $1/\beta$ fort; wenn wir also um O einen Kreis mit einem dieser Grösse proportionalen Radius OB beschreiben, so erhalten wir den Ort, bis zu welchem alle ordinären Strahlen von O aus in der gleichen Zeit gelangt sind, und dieser Kreis bildet die eine Durchschnittscurve der Strahlenfläche mit dem Hauptschnitt $XZ\bar{X}\bar{Z}$ (vergl. Fig. 62). Um die andere, den in derselben Ebene sich fortpflanzenden extraordinären Strahlen angehörige Durchschnittscurve zu erhalten, beginnen wir mit dem Punkte X der Indexfläche: diesem entsprechen, da er ebenfalls Endpunkt einer Hauptaxe ist, unendlich viele Strahlen in der dazu senkrechten Ebene $YZ\bar{Y}\bar{Z}$, welche sämmtlich die Schwingungsrichtung OX und folglich die Geschwindigkeit $1/\alpha$ haben, welche als reciproker Werth des kleinsten Index die grösste Lichtgeschwindigkeit in dem betreffenden Krystalle ist. In der Ebene $YZ\bar{Y}\bar{Z}$ hat die Strahlenfläche demnach einen Durchschnitt, welcher die Form eines Kreises mit dem Radius $1/\alpha$ hat (vergl. Fig. 63). Zu diesen Strahlen gehört auch derjenige parallel OZ, also erhalten wir in dieser Richtung einen zweiten Punkt der Strahlenfläche, wenn wir eine Länge OA proportional der grössten Lichtgeschwindigkeit auftragen. Die beiden Längen OA und OB (Fig. 62) verhalten sich also zu einander, wie der mittlere zum kleinsten Haupt-

*) Diese Fläche wurde von Cauchy das »Polarisationsellipsoid«, von Billet, Verdet u. A. »ellipsoïde inverse (des élasticités = des vitesses)«, von Mac Cullagh das »Indexellipsoid«, von Stefan »Ellipsoid der gleichen Arbeit«, von Kirchhoff »Elasticitätsellipsoid«, von Fletcher endlich, dem wir hier im Wesentlichen folgen, »Indicatrix« genannt. Der Name »Indexfläche« wurde übrigens von einigen Autoren einer anderen Bezugsfläche, deren wir hier nicht bedürfen, beigelegt.

brechungsindex. Gehen wir nun auf der Ellipse XZ der Indexfläche von X aus zu benachbarten Punkten über, so erhalten wir z. B. den zu R Fig. 61 zugehörigen Strahl Or in der bekannten Weise; derselbe hat die Schwingungsrichtung RN und seine Geschwindigkeit ist proportional $\frac{1}{RN}$. RN, die Entfernung der Tangente an die Ellipse in R von dem ihr parallelen Radius vector ONr, ist aber offenbar grösser als $\alpha = OX$, denn diese Länge, die Entfernung der Tangente in X von dem ihr parallelen Radius vector OZ, ist die kleinste überhaupt existirende; folglich ist der reciproke Werth $\frac{1}{RN}$ kleiner als die Länge OA in Fig. 62, da diese proportional $1/\alpha$ gemacht wurde. Wir haben also in der zu Or parallelen Richtung eine Strecke OH (s. Fig. 62) aufzutragen, welche entsprechend kürzer als OA ist. In derselben Richtung pflanzt sich aber, wie wir a. vor. S. sahen, ein zweiter Strahl mit der Geschwindigkeit proportional $1/\beta$ fort, welcher dem Punkte Y auf der Indexfläche entspricht, demnach muss der Punkt H dem Punkte B auf OH näher sein, als A dem auf OA liegenden Punkte B. Je weiter nun R (Fig. 61) von X entfernt ist, desto kleiner wird der zugehörige Radius der Strahlenfläche (Fig. 62), und wenn R mit Z zusammenfällt, so coincidirt N mit O und Or mit $O\bar{X}$, d. h. die Geschwindigkeit des in der Richtung $O\bar{X}$ sich fortpflanzenden Strahles, dessen Schwingungsrichtung parallel OZ, ist proportional $1/\gamma$, d. i. die kleinste im Krystall. Für die im Hauptschnitt $XZ\bar{X}\bar{Z}$ schwingenden extraordinären Strahlen wechselt daher die Geschwindigkeit, wenn die Fortpflanzungsrichtung von OZ bis OX wechselt, von OA bis OC (Fig. 62); diese beiden Längen verhalten sich wie $\frac{1}{\alpha} : \frac{1}{\gamma} = \gamma : \alpha$. Denken wir uns nun, der Symmetrie der Indexfläche entsprechend, in allen vier, zwischen den Axen $X\bar{X}$ und $Z\bar{Z}$ liegenden Quadranten die sich ergebenden Längen aufgetragen, so erhalten wir als Durchschnitt der Strahlenfläche mit dem Hauptschnitte $XZ\bar{X}\bar{Z}$ für den extraordinären Strahl eine Ellipse, deren Axen proportional dem grössten und kleinsten Brechungsindex, für den ordinären Strahl aber einen Kreis mit dem Durchmesser proportional $1/\beta$. In Folge dieses Verhältnisses der Durchmesser der beiden Curven müssen sich dieselben viermal schneiden, und daher zwei Richtungen $M_1\bar{M}_1$ und $M_2\bar{M}_2$ existiren, in welchen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der

Fig. 61.

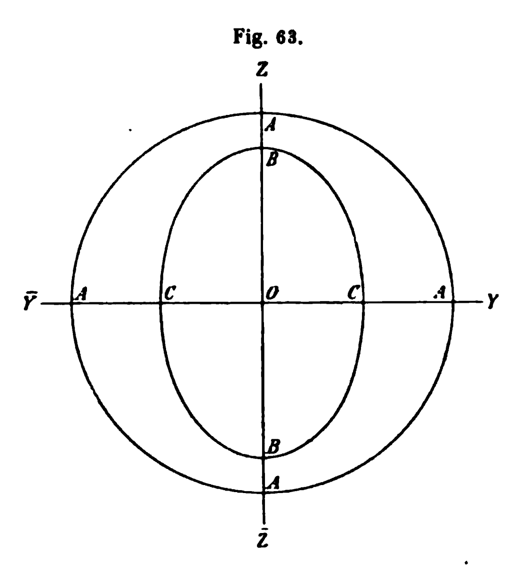
Fig. 62.



beiden Strahlen gleich gross ist. Da in diesen Richtungen eine Länge zugleich Radius vector für beide Schalen der Strahlenfläche ist, so hat man dieselben Biradialen genannt; sie führen ausserdem den Namen »Strahlenaxen« oder »secundäre optische Axen«, zum Unterschiede von den im vorigen Paragraphen genannten beiden Richtungen, den sogenannten »primären optischen Axen«, welche in derselben Ebene liegen und ebenfalls gewisse Analogien mit der »optischen Axe« der einaxigen Krystalle darbieten.

Was nun den Durchschnitt der Strahlenfläche mit dem zweiten Hauptschnitte $YZ\bar{Y}\bar{Z}$ betrifft, so wurde bereits gezeigt, dass eine Curve desselben ein Kreis mit dem Radius proportional der grössten Lichtgeschwindigkeit sei. Die zweite Curve hat einen variabeln Radius vector. Denn wenn wir vom Punkte Y der Indexfläche ausgehen, so entspricht diesem in der Richtung OZ ein extraordinärer Strahl mit der Schwingungsrichtung OY und folglich mit der Geschwindigkeit proportional $\frac{1}{\beta}$ $= OB$ (Fig. 63); Punkten, auf demselben Hauptschnitt der Indexfläche zwischen Y und Z gelegen, entsprechen grössere Längen der Normalen (da die Normale in Y unter allen dieses Hauptschnittes die kürzeste ist), also kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der zugehörigen Strahlen; in Z endlich ist die Normale der Indexfläche am längsten, die parallel OZ schwingenden und sich in der Richtung OY fortpflanzenden Strahlen haben also die kleinste Geschwindigkeit OC. Von den in dem Hauptschnitte $YZ\bar{Y}\bar{Z}$ sich ausbreitenden Lichtstrahlen gelangen also die extraordinären in einer bestimmten Zeit bis zu einer Ellipse, deren Axen sich verhalten, wie die mittlere zur kleinsten Lichtgeschwindigkeit, d. h. wie der grösste Brechungsindex zum mittleren, während die ordinären sich bis zu einem Kreise mit dem Radius proportional der grössten Lichtgeschwindigkeit d. i. dem reciproken Werthe des kleinsten Brechungsindex ausgebreitet haben. Der Kreis umgiebt also die Ellipse, ohne sie berühren.

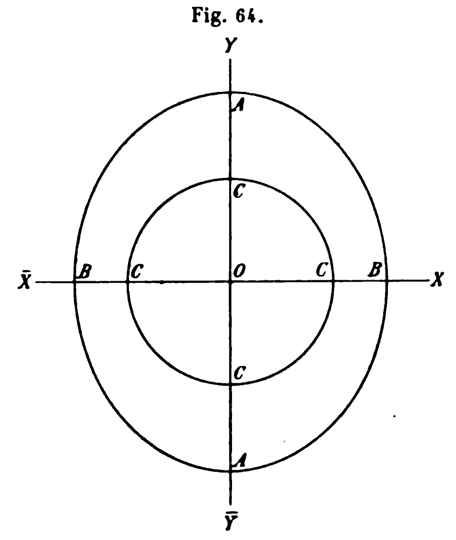
Fig. 63.



Dem dritten Hauptschnitt $XY\bar{X}\bar{Y}$ entsprechen die beiden in Fig. 64 dargestellten Curven. Die eine derselben ist ein Kreis mit dem Radius AC; er enthält alle dem Punkte Z auf der Indexfläche entsprechenden Strahlen, welche sämmtlich die Schwingungsrichtung OZ und folglich die constante

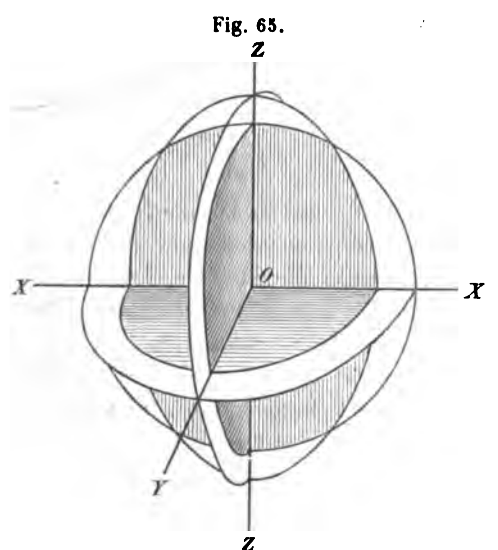
Fortpflanzungsgeschwindigkeit OC proportional $1/\gamma$ besitzen. Der in derselben Richtung, wie einer dieser ordinären Strahlen, sich fortpflanzende extraordinäre hat stets eine grössere Geschwindigkeit, da er einem Punkte auf der Indexfläche entspricht, welcher im Hauptschnitte $XY\bar{X}\bar{Y}$ liegt, daher die daselbst errichtete Normale länger ist, als OZ (die kürzeste überhaupt existirende). Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der extraordinären Strahlen in diesem Hauptschnitte erreicht ihr Maximum OA für den parallel OX schwingenden Strahl, also in der Richtung OY, ihr Minimum OB für die Schwingung parallel OY, d. h. in der Richtung OX. Die den ordinären Strahlen entsprechende Durchschnittscurve der Strahlenfläche liegt also gänzlich innerhalb der Ellipse, deren Radien vectoren die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der ausserordentlichen Strahlen darstellen.

Fig. 64.



Um einen mehr zusammenhängenden Eindruck (soweit dies ohne ein Modell möglich ist) von der aus der Indexfläche abgeleiteten Gestalt der ganzen Strahlenfläche zu geben, bis zu welcher sich also nach einer bestimmten Zeit eine in der Mitte beginnende Lichtbewegung von einer bestimmten Farbe fortgepflanzt hat, möge das perspectivische Bild Fig. 65 dienen, in welchem der innerhalb der innersten Schale liegende Raum schraffirt, der zwischen beiden Schalen liegende dagegen weiss gelassen ist.

Fig. 65.

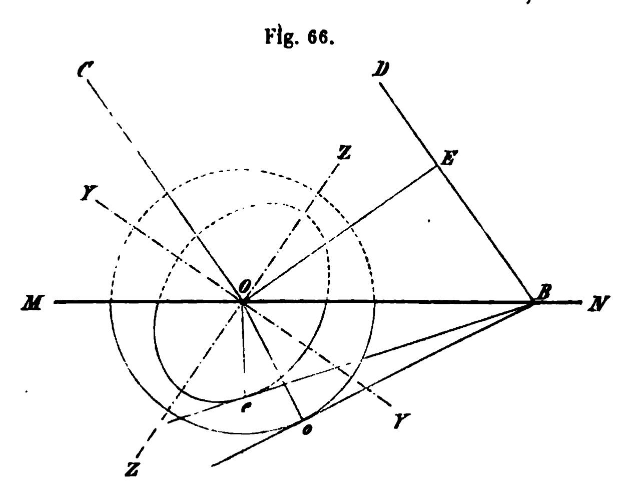


Diese doppelte Oberfläche wurde zuerst, wenn auch auf einem etwas anderen Wege, von Fresnel abgeleitet, von ihm »Wellenfläche« genannt und gezeigt, dass die optischen Eigenschaften der zweiaxigen Krystalle durch dieselbe vollständig zu erklären seien. Aus diesem Grunde wird sie auch vielfach als »Fresnel'sche Fläche« bezeichnet*).

*) Modelle der »Fresnel'schen Wellenfläche« in Gyps sind zu beziehen von

Wie aus dem Vorhergehenden sich ergiebt, ist ihre Gestalt vollständig bestimmt, wenn man die grösste, mittlere und kleinste Lichtgeschwindigkeit und deren Richtungen im Krystall kennt. Deren Bestimmung vorausgesetzt (die Methoden derselben werden im nächsten Paragraphen besprochen), können wir die Richtung, in welcher jeder beliebig gerichtete, in den Krystall eintretende Strahl gebrochen wird, vermittelst der Huyghens'schen Construction ebenso bestimmen, wie dies S. 59 f. für einaxige Krystalle geschehen ist. Führt man die Construction aus für einen Strahl, dessen Einfallsebene mit einem der drei Hauptschnitte zusammenfällt, z. B. für die parallelen Strahlen *DB* bis *CO* (deren Strahlenfront *OE*), Fig. 66, und deren Einfallsebene || *YOZ* ist, so werden die Strahlenfronten der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Lichtbewegungen im Moment, in welchem *DB* in den Krystall eindringt, die

Fig. 66.

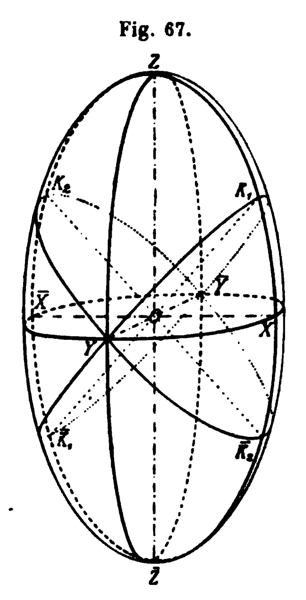


Tangentialebenen von *B* aus an die beiden Schalen der Strahlenfläche sein, und man sieht leicht, dass, wegen der symmetrischen Gestalt der letzteren in Bezug auf den Hauptschnitt *YOZ*, die beiden Berührungspunkte *o* und *e* in demselben Hauptschnitt liegen, also auch die beiden Strahlen *Oo* und *Oe* zwar abgelenkt werden, aber den Hauptschnitt *YOZ* nicht verlassen. Ist jedoch die Einfallsebene keinem der drei Hauptschnitte parallel, so wird, bei analoger Construction wie vorher, der ihr parallele Durchschnitt der Strahlenfläche diese in ungleiche Hälften theilen, so dass die vor und hinter der Ebene der Zeichnung liegenden Hälften nicht symmetrisch zu dieser Ebene liegen. Die Punkte, in denen die Tangentialebenen, welche die gebrochenen Strahlenfronten darstellen, die beiden Schalen der Strahlenfläche berühren, liegen alsdann nicht mehr in der Zeichnungsebene, sondern vor oder hinter dieser. Die gebrochenen Strahlen sind demnach beide aus der Einfallsebene abgelenkt, d. h. keiner derselben folgt mehr dem Brechungsgesetz für gewöhnliches Licht, beide sind extraordinär. Einen ordinären Strahl (neben einem ausserordentlichen) erhalten wir also nur dann, wenn die Einfallsebene einem der drei Hauptschnitte parallel ist. Da man mittelst der auf dem Brechungsgesetz für gewöhnliches Licht beruhenden

L. Brill in Darmstadt, in Messingdraht nach Angaben des Verfassers von Böhm und Wiedemann in München (s. Anhang). Die zugehörigen Indexflächen, in polirten zerlegbaren Holzmodellen dargestellt, liefert Endres in München (s. ebenda).

Methoden die Lichtgeschwindigkeit im Allgemeinen nur von solchen Strahlen bestimmen kann, welche jenem Gesetze folgen, also von ordentlichen, so sind durch die soeben dargelegte Eigenschaft der zweiaxigen Krystalle zugleich die bequemsten Methoden angegeben, in einem solchen die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen (das Nähere darüber s. § 15).

Fig. 67.



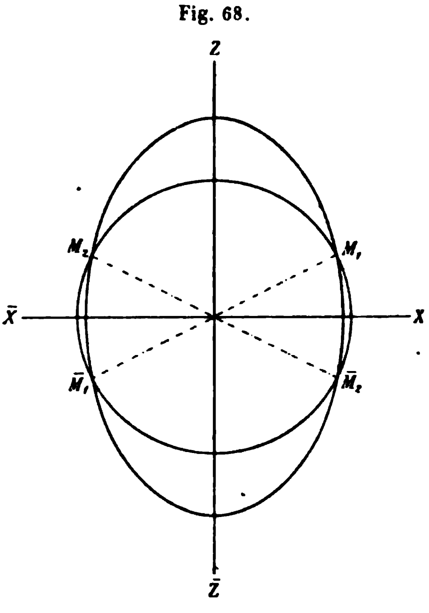
Den vorstehenden Betrachtungen und den Figuren 60—64 ist ein specielles Beispiel zu Grunde gelegt, in welchem der Werth des mittleren Brechungsindex β näher an demjenigen des kleinsten α, als an dem des grössten γ liegt. Die Gestalt der Indexfläche Fig. 67 nähert sich daher — und dies würde, wenn die Differenz zwischen β und α noch kleiner wäre, in noch höherem Grade der Fall sein — der Form eines Sphäroids mit OZ als Rotationsaxe, und sie geht in ein solches über, wenn $\alpha = \beta$, d. h. $OX = OY$. Da dieser Grenzfall einem positiven optisch einaxigen Krystall entspricht, so bezeichnet man auch diejenigen zweiaxigen Krystalle als positive, bei denen β näher an α als an γ ist. Je weniger verschieden aber die Längen OX und OY sind, einen desto kleineren Winkel bildet der mit OY gleich lange Radius vector OK_1 mit OX, desto kleiner ist folglich auch der Winkel, welchen die beiden, zu den Kreisschnitten $K_1\overline{K_1}$ und $K_2\overline{K_2}$ senkrechten, optischen Axen mit OZ einschliessen. Optisch positive zweiaxige Krystalle sind daher diejenigen, in welchen die Schwingungsrichtung der am langsamsten sich fortpflanzenden Strahlen (derjenigen mit dem grössten Brechungsindex) erste Mittellinie der optischen Axen ist, d. h. den spitzen Winkel derselben halbirt.

Ist umgekehrt β näher an γ, d. h. OY wenig verschieden von OZ, so nähert sich die Gestalt der Indexfläche einem Sphäroid mit der Rotationsaxe OX, d. h. derjenigen eines negativen einaxigen Krystalls. Alsdann wird der Werth β für einen Radius vector der Indexfläche zwischen OX und OZ erst nahe dem letzteren erreicht; die beiden Kreischnitte bilden also mit OZ einen spitzen Winkel, die zu ihnen normalen optischen Axen einen stumpfen. Derartige Krystalle heissen negative zweiaxige und sind dadurch charakterisirt, dass die Schwingungsrichtung der am langsamsten sich fortpflanzenden Strahlen die zweite Mittellinie der optischen Axen ist, d. h. den stumpfen Winkel derselben halbirt. Dem entsprechend liegen auch die Biradialen $M_1\overline{M_1}$ und $M_2\overline{M_2}$ in einem hierher gehörigen Krystalle so, wie es in Fig. 68 auf S. 89 dargestellt ist.

Es erübrigt nun noch, aus der Strahlenfläche die Verhältnisse herzuleiten, in welchen die Richtungen der beiden sogenannten primären opti-

schen Axen zu denen der secundären oder Strahlenaxen stehen, und die Abhängigkeit dieser Richtungen von den Werthen der drei Hauptbrechungsindices kennen zu lernen. Zu diesem Zwecke mögen zuerst die Eigenschaften der parallel den beiden Arten von optischen Axen sich fortpflanzenden Strahlen etwas näher betrachtet werden.

Fig. 68.

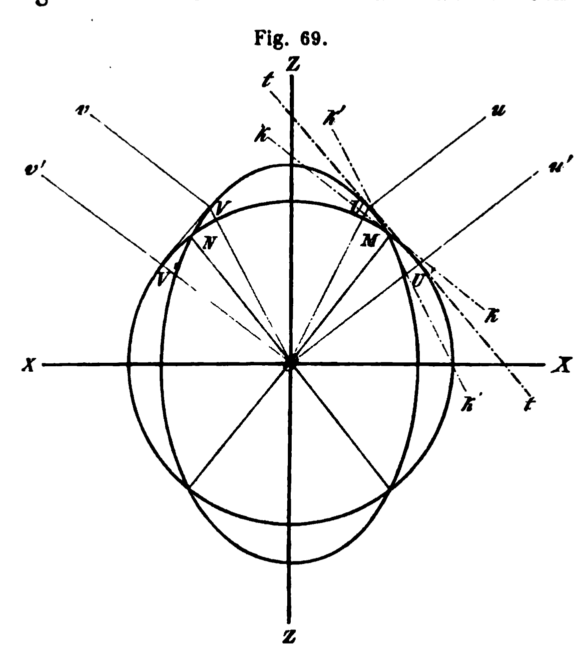


Im Allgemeinen entstehen, wie die Gestalt der Strahlenfläche lehrt, in einer beliebigen Richtung zwei sich ungleich schnell fortpflanzende Strahlen; nur in derjenigen einer sogenannten Biradialen oder Strahlenaxe, z. B. *OM* Fig. 69, pflanzen sich diese beiden Strahlen mit der gleichen Geschwindigkeit fort. Ein wesentlicher Unterschied einer solchen Richtung von der optischen Axe eines einaxigen Krystalls besteht jedoch darin, dass die betreffenden beiden Strahlen zwar gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber verschieden gerichtete Strahlenfronten besitzen; denn diejenige des ordinären Strahls, die Ebene senkrecht zum Hauptschnitt *XZ* durch die Tangente *kk* an dem kreisförmigen Durchschnitt der Strahlenfläche in *M*, steht senkrecht zu *OM*, die Front des extraordinären Strahls derselben Fortpflanzungsrichtung dagegen, die Ebene senkrecht zum Hauptschnitt *XZ* durch *k'k'*, die Tangente des elliptischen Durchschnittes der Strahlenfläche in *M*, ist schief gegen *OM* geneigt. Die Entfernung dieser beiden Strahlenfronten von dem Ausgangspunkte der Lichtbewegung, d. i. die Länge der aus der Mitte *O* auf diese beiden Ebenen gefällten Normalen, ist folglich eine verschiedene, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten dieser beiden Wellenbewegungen, gemessen in der Richtung ihrer Frontnormalen, sind ungleich. Die letzteren Geschwindigkeiten kommen aber allein in Betracht bei einem optisch isotropen Medium, in welchem Strahl und Frontnormale identisch sind, und daraus ergiebt sich, dass die beiden den Krystall in der Richtung *OM* mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufenden Strahlen beim Austritt in die Luft, der Verschiedenheit ihrer Strahlenfronten entsprechend, verschieden d. h. doppelt gebrochen werden. Nun sind aber diese beiden Fronten nicht die einzigen Tangentialebenen an die Strahlenfläche im Punkte *M*, denn da an dieser Stelle eine trichterförmige Einsenkung der äusseren Schalen vorhanden ist, so lassen sich im Punkte *M* unendlich viele Berührungsebenen an diese Schale legen; deren Normalen, d. s. die zu den Frontebenen zugehörigen Strahlen in der Luft, bilden einen spitzen Kegel. Lässt man also auf eine senkrecht zu

einer Strahlenaxe OM geschnittene, planparallele zweiaxige Krystallplatte einen derartigen Kegel convergenter Strahlen auffallen, so pflanzen sich diese sämmtlich im Krystall in der Richtung OM und mit gleicher Geschwindigkeit fort und treten in einem gleichen Kegel gebrochen wieder aus (äussere konische Refraction).

In einem der vier Nabelpunkte der Strahlenfläche, in welchem die beiden Schalen derselben einander durchdringen, z. B. in M, existirt also keine gemeinschaftliche Tangentialebene der beiden Schalen. Dagegen giebt es eine solche über jeder dieser vier Einsenkungen der äusseren Schale; es ist dies z. B. über M die durch die Gerade tt, welche die Ellipse in U, den Kreis in U' tangirt, senkrecht zum Hauptschnitt XZ gelegte Ebene. Diese berührt die Strahlenfläche rings um den Punkt M in einer geschlossenen Curve, zu welcher die beiden Punkte U und U' gehören, und es folgt aus den geometrischen Eigenschaften der Strahlenfläche, dass diese Curve ein Kreis ist. Denken wir uns nun an alle Punkte dieses Kreises Radien vectoren gezogen, von denen in Fig. 69 die beiden in der Zeichnungsebene derselben gelegenen OU und OU' sichtbar sind, so erhalten wir einen Kegel von Strahlen, welche sämmtlich eine gemeinsame Strahlenfront besitzen, nämlich die senkrecht zum Hauptschnitt XZ durch tt gelegte Ebene. In Folge dessen ist auch die Normale dieser Ebene, die Frontnormale jener Strahlen, für alle gemeinsam, z. B. die Frontnormale Uu des Strahles OU parallel der Frontnormale $U'u'$ des Strahles OU'; ebenso sind die Frontnormalen Vv und $V'v'$ der Strahlen OV und OV' einander parallel. Diese beiden Richtungen Uu und Vv sind nun (wie aus der Gleichung der Indexfläche hervorgeht) keine anderen, als die der sogenannten »primären optischen Axen«, d. h. der Normalen zu den Kreisschnitten der Indexfläche, von welcher die Strahlenfläche abgeleitet ist. In Folge dessen entsprechen alle einem solchen Kreisschnitt angehörenden Punkte auf der Indexfläche der gleichen Strahlenfront, und die zugehörigen Strahlen, welche sämmtlich die gleiche Geschwindigkeit, gemessen in der Frontnormale, besitzen, können jedes beliebige Azimuth der Schwingungsrichtung haben. Sie zeigen demnach in

Fig. 69.



gewissem Sinne eine noch grössere Analogie mit der optischen Axe der einaxigen Krystalle, als die Strahlenaxen, und sollen deshalb im Folgenden schlechtweg als »optische Axen« bezeichnet werden. Da OU' (Fig. 69) senkrecht zu tt', so ist es die Richtung einer solchen optischen Axe, und dieselbe Linie OU' ist die Normale sowohl für die Strahlenfront im Punkte U', als für die Strahlenfront im Punkte U. Fletcher hat deshalb für die beiden optischen Axen den Namen »Binormalen« vorgeschlagen, weil es sich hier um Richtungen handelt, in welchen eine Linie in doppeltem Sinne die Normale einer Strahlenfront ist. Denken wir uns parallel einem Kreisschnitt der Indexfläche, d. h. senkrecht zu einer optischen Axe, eine ebene Fläche am Krystall angeschliffen und lassen senkrecht auf diese, also in der Richtung einer Binormale, parallele Lichtstrahlen auffallen, so werden alle diejenigen, welche einem Kreiscylinder angehören, nach dem Eintritt in den Krystall einen Kegel mit dem Oeffnungswinkel UOU' bilden (innere konische Refraction). Umgekehrt werden alle im Innern eines zweiaxigen Krystalls sich auf dem Mantel dieses Kegels fortpflanzenden divergirenden Strahlen beim Austritt durch jene Fläche parallel werden und sich als ein Strahlencylinder in der Luft fortpflanzen.

In Wirklichkeit ist nun die Oeffnung dieses Kegels der inneren konischen Refraction sehr viel kleiner, als es in Fig. 69 dargestellt ist (selten über 2°), weil die Differenzen der Hauptbrechungsindices und daher die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der in verschiedener Richtung schwingenden Strahlen niemals so gross ist, wie es der Deutlichkeit wegen in den Figuren 60—69 angenommen wurde, und das Gleiche gilt auch für den Kegel der äusseren konischen Refraction.

Der Winkel der beiden optischen Axen, d. i. in Fig. 69 der Winkel $U'OV'$, werde durch $2V$ bezeichnet, V ($= U'OZ$ Fig. 69) sei also der Winkel, welchen eine optische Axe mit der Schwingungsrichtung der im Krystall am langsamsten sich fortpflanzenden Strahlen bildet. Aus der Gleichung der Indexfläche folgt für diesen Winkel:

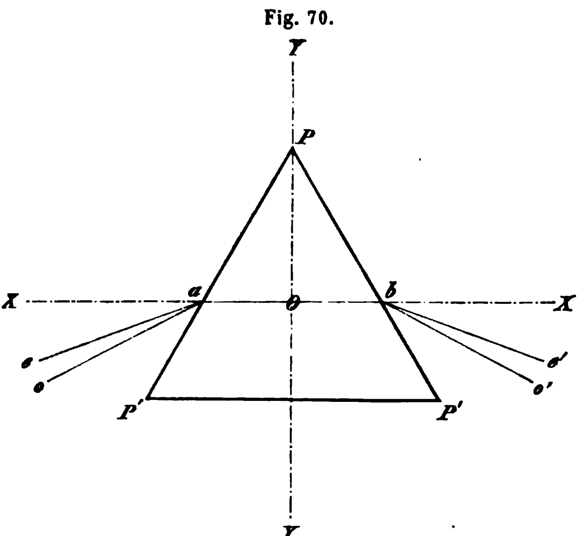
$$\operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}}}.$$

Ist β so zwischen α und γ gelegen, dass $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} = \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}$, so ist $\operatorname{tg} V = 1$, also $V = 45°$. Ist β näher an α, folglich der Zähler des unter dem Wurzelzeichen stehenden Bruches kleiner als der Nenner, so ist V kleiner als 45°, d. h. wir haben es mit einem positiven zweiaxigen Krystall zu thun, in welchem die Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit den kleineren (spitzen) Winkel der optischen Axen halbirt. Im umgekehrten Falle, wenn β näher an γ, also der Zähler des Bruches grösser als der Nenner, ist V grösser als 45° und wir haben einen negativen Krystall vor uns, in welchem die Schwingungsrichtung der kleinsten

Lichtgeschwindigkeit den grösseren (d. h. den stumpfen) Winkel der optischen Axen halbirt.

§ 15. **Bestimmung der Hauptbrechungsindices zweiaxiger Krystalle.** Schleift man aus einem zweiaxigen Krystall ein Prisma, dessen brechende Kante parallel der Hauptschwingungsrichtung OX ist, und lässt, wie es bei der Bestimmung von Brechungsindices üblich, Strahlen auf die eine Fläche desselben fallen, deren Einfallsebene senkrecht zur brechenden Kante steht, so ist diese Ebene parallel dem Hauptschnitt YOZ; es tritt demnach hier der Fall ein, dass die beiden im Prisma sich fortpflanzenden Strahlen im Hauptschnitt bleiben, und zwar der eine von ihnen als ordentlicher hindurchgeht; dieser schwingt nach S. 83 f. senkrecht zum Hauptschnitt YOZ, d. i. parallel OX, er bewegt sich also im Krystall mit der grössten Lichtgeschwindigkeit. Stellen wir das Prisma so, dass dieser Strahl das Minimum der Ablenkung erfährt, so giebt uns letztere nebst dem brechenden Winkel des Prismas den kleinsten der drei Hauptbrechungsindices α, d. h. das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Luft zu der grössten Lichtgeschwindigkeit im Krystall. Schleifen wir dagegen ein Prisma, dessen brechende Kante parallel der Axe OY der Indexfläche ist, so wird dies in gleicher Weise einen ordinären Strahl liefern, der parallel der brechenden Kante schwingt, sich also mit mittlerer Geschwindigkeit durch das Prisma fortpflanzt; die Minimalablenkung dieses Strahles giebt also nach der gewöhnlichen Formel den Hauptbrechungsindex β. Endlich liefert uns ein drittes Prisma, dessen Kante parallel der Axe OZ der Indexfläche ist, den Brechungsindex γ des ordentlichen Strahls mit der Schwingungsrichtung OZ, d. h. den grössten der Brechungsexponenten des Krystalls.

Fig. 70.

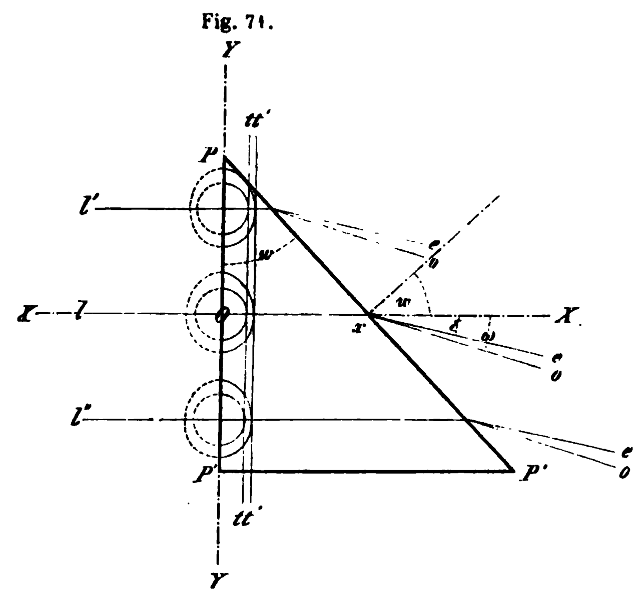


Die Bestimmung der drei Hauptbrechungsindices ist indess auch möglich mit Hülfe nur zweier Prismen, deren Kanten ebenfalls je einer Hauptschwingungsrichtung parallel, welche aber ausserdem noch so geschliffen sein müssen, dass der brechende Winkel von einem optischen Hauptschnitt des Krystalls genau halbirt wird. Sei z. B. $PP'P'$ (Fig. 70) ein solches Prisma, dessen brechende Kante, senkrecht

zur Zeichnungsebene, parallel der Axe OZ ist, und dessen Seiten gleiche Winkel mit dem Hauptschnitt YOZ bilden. Ist die Einfallsebene des Lichtes die Ebene der Zeichnung, also der Hauptschnitt XOY, so pflanzen sich beide Strahlen in derselben Ebene fort; der ordinäre mit der senkrecht dazu stehenden Schwingungsrichtung OZ erfährt das Minimum der Ablenkung, wenn er im Prisma von a nach b läuft; er tritt in der Richtung oa ein und in derjenigen bo' aus dem Prisma aus. Drehen wir das letztere so, oder ändern wir den Ort der Lichtquelle derart, dass der extraordinäre Strahl seinerseits das Minimum der Ablenkung (welche in diesem Falle kleiner ist als beim ordinären) erleidet, so tritt er in der Richtung ea in das Prisma und parallel be' aus demselben, also durchläuft er es in derselben Richtung ab, wie vorher der ordentliche Strahl, d. h. in der Richtung XX. Alsdann ist aber seine Schwingungsrichtung offenbar $\parallel OY$, also seine Geschwindigkeit die mittlere; wenn wir also für diese Stellung die Ablenkung messen und den zugehörigen Brechungsindex berechnen, so ist dieser genau $= \beta$. Da der ordentliche Strahl uns γ giebt (weil er die Schwingungsrichtung OZ hat), so erhalten wir mit Hülfe dieses einen Prismas zwei der Hauptbrechungsindices. Fügen wir hierzu die Untersuchung eines zweiten Prismas, dessen Flächen parallel OX und gleichgeneigt gegen XOZ, so liefert dies in gleicher Weise α und γ; ein drittes, symmetrisch nach XOY, dessen Kante $\parallel OY$, α und β. Es sind demnach nur zwei derartiger Prismen nöthig, um alle Hauptbrechungsindices zu bestimmen.

Dasselbe ist übrigens auch der Fall, wenn die Prismen noch in einer andern Richtung geschliffen sind, wenn nämlich eine der Seitenflächen zusammenfällt mit einem optischen Hauptschnitt des Krystalls. Sei $PP'P'$ (Fig. 71) ein solches Prisma mit dem brechenden Winkel w, dessen Kante parallel OZ und dessen linke Fläche $\parallel$ dem Hauptschnitt YOZ. Lässt man nun parallele Lichtstrahlen l, l', l'' u. s. f.

Fig. 71.



genau senkrecht auf diese Fläche, also parallel XX, auffallen, so sind die im Prisma sich fortpflanzenden beiden Strahlenfronten die Tangentialebenen tt und $t't'$ an die Strahlenflächen, die von jedem Eintrittspunkt

aus alle von gleichen Dimensionen zu construiren sind, weil die auffallende ebene Front die Eintrittsstellen sämmtlich gleichzeitig trifft. Aus der Construction und der symmetrischen Gestalt der Wellenflächen zu den Hauptschnitten folgt unmittelbar, dass die beiden Tangentialebenen genau senkrecht zur Zeichnungsebene und einander, sowie der Eintrittsfläche des Lichtes, genau parallel sind. Die beiden Strahlen erfahren also gar keine Ablenkung, sondern pflanzen sich beide $\parallel OX$ fort, wie in dem Prisma Fig. 70, folglich der eine mit der kleinsten Geschwindigkeit, der andere mit der mittleren, und werden bei ihrem Austritt in x demnach verschieden gebrochen, der eine nach o, der andere nach e. Bestimmt man die Ablenkungen beider aus ihrer ursprünglichen Richtung und bezeichnet diese mit ω und ε, so ist die erstere gleich dem Winkel Xxo, die zweite gleich Xxe; wie aus Fig. 71 unmittelbar ersichtlich, sind die Brechungsindices der beiden Strahlen

$$\gamma = \frac{\sin(\omega + w)}{\sin w}$$

$$\beta = \frac{\sin(\varepsilon + w)}{\sin w}.$$

Es sind also durch ein solches Prisma zwei Hauptbrechungsindices zu bestimmen; durch zwei verschiedene, deren eine Seite je einem andern Hauptschnitt parallel, somit alle drei.

Schliesslich ist die Bestimmung der drei Hauptbrechungsindices auch noch möglich mit Hülfe des Totalreflectometers, und bei dieser Methode ist sogar nur eine einzige Krystallplatte erforderlich, für welche nur eine Bedingung erfüllt sein muss, die nämlich, dass sie einer der drei Hauptschwingungsrichtungen parallel ist. Bringt man eine derartige Platte so in das Instrument, dass jene in ihr liegende Richtung mit der Einfallsebene des Lichtes zusammenfällt, so pflanzt sich, wenn die Platte bis zum Winkel der totalen Reflexion gedreht worden ist, das Licht parallel der betreffenden Hauptschwingungsrichtung fort, wird also in zwei Strahlen zerlegt, die parallel den beiden anderen schwingen; die Einstellung der doppelten Grenzen der totalen Reflexion liefert also zwei Hauptbrechungsindices. Dreht man nun die Platte in ihrer eigenen Ebene um 90° und befestigt sie in dieser Stellung an der Drehungsaxe des Instrumentes (letztere ist alsdann der in die Platte fallenden Hauptschwingsrichtung parallel), so wird die Fortpflanzungsrichtung des Lichtes bei der totalen Reflexion zwar im Allgemeinen keiner Hauptschwingungsrichtung parallel sein, da sie aber zu einer solchen senkrecht steht, liegt sie in einem Hauptschnitt; folglich schwingt einer von den beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen, der ordinäre, parallel der Hauptschwingungsrichtung, welche im ersten Falle Fortpflanzungsrichtung war, und die Einstellung der zu diesem Strahl gehörigen Grenze der totalen Reflexion giebt also den dritten Hauptbrechungsindex. Um die beiden Grenzen von einander zu unterscheiden, bringt man vor das Fernrohr des Totalreflectometers ein Nicol'sches Prisma, dessen

Hauptschnitt senkrecht steht. Dieses lässt nur den vertical schwingenden Strahl hindurch, also erscheint nur diejenige Grenze der totalen Reflexion, welche den gesuchten dritten Hauptbrechungsindex liefert*). Es ist leicht zu übersehen, dass man bei Anwendung einer Platte, welche einem optischen Hauptschnitt parallel ist, jedesmal zwei Hauptbrechungsindices erhält, wenn man die Platte so orientirt, dass einmal die eine, das andere Mal die andere von den beiden in der Ebene der Platte liegenden Hauptschwingungsrichtungen bei der totalen Reflexion Fortpflanzungsrichtung des Lichtes wird; mit einer solchen Platte kann man also nicht nur alle drei Hauptbrechungsindices, sondern den einen sogar doppelt bestimmen. Von besonderem Interesse sind die Erscheinungen, welche eine parallel der Ebene der optischen Axe geschnittene Krystallplatte im Totalreflectometer zeigt, wenn man dieselbe in ihrer eigenen Ebene drehbar macht. Geht man alsdann von einer Hauptschwingungsrichtung aus, so erblickt man zwei Grenzen der totalen Reflexion; dreht man nun die Platte in ihrer Ebene, so nähern sich diese beiden Grenzen einander, weil die beiden in der Grenzschicht der Platte sich fortpflanzenden Strahlen immer weniger verschiedene Geschwindigkeit besitzen; ist die Platte so weit gedreht, dass eine optische Axe Fortpflanzungsrichtung wird, so fallen die beiden Grenzen der totalen Reflexion zusammen, und man erblickt im Gesichtsfeld, ausser der dem ordentlichen Strahl entsprechenden senkrechten Grenze, die, letztere in der Mitte unter spitzem Winkel durchkreuzende, zweite Grenze der totalen Reflexion. Wenn der Durchkreuzungswinkel nicht allzu spitz, d. h. wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahls sich mit der Richtung rasch ändert (der Krystall eine starke Doppelbrechung besitzt), so bringt demnach eine Drehung der Platte in ihrer eigenen Ebene um 360° nach und nach den ganzen Durchschnitt der Strahlenfläche mit dem Hauptschnitt XZ (s. Fig. 62, worin natürlich das Verhältniss der grössten zur kleinsten Lichtgeschwindigkeit stark übertrieben dargestellt ist) zur Anschauung. Auf Grund dieser Methode hat W. Kohlrausch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in zahlreichen Richtungen innerhalb der drei optischen Hauptschnitte der Weinsäure (s. diese) gemessen und vollständig übereinstimmend mit der Fresnel'schen Fläche gefunden.

Wenn α, β und γ nach einer der vorstehend erörterten Methoden bestimmt worden sind, so kann man daraus den Winkel der optischen Axen $2V$ nach der S. 91 angegebenen Formel berechnen. Hat man dagegen V selbst auf eine weiterhin zu erörternde Weise gemessen und ausserdem nur zwei von den drei Hauptbrechungsindices (wenn z. B. die Ausbildung der Krystalle die Anfertigung von Prismen nur nach einer Richtung gestattet),

*) Es braucht nach den früheren Auseinandersetzungen kaum bemerkt zu werden, dass bei jeder Bestimmung der Brechungsindices eines doppeltbrechenden Körpers die Schwingungsrichtungen der einzelnen Strahlen durch ein Nicol'sches Prisma bestimmt werden.

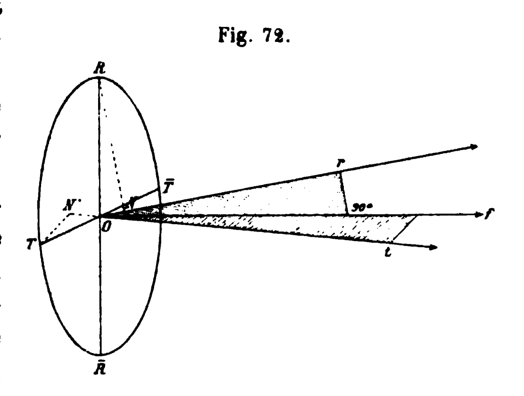
so kann man mittelst derselben Gleichung den dritten Brechungsindex berechnen.

Wir nennen diejenigen Zahlen, durch welche die optischen Eigenschaften eines Krystalls vollständig gegeben sind, die optischen Constanten desselben; bei einem zweiaxigen Krystall sind dies: die Orientirung der drei Hauptschwingungsrichtungen im Krystall und die Grösse der drei Hauptbrechungsindices. Diese Grössen beziehen sich im Allgemeinen nur auf eine bestimmte Farbe, und deshalb gelten alle bisherigen Betrachtungen über Index- und Strahlenfläche nur für Licht einer bestimmten Schwingungsdauer. Verwenden wir zur Bestimmung der drei Hauptbrechungsindices solches von einer andern Farbe, so finden wir andere Werthe derselben, und zwar ist die Aenderung mit der Schwingungsdauer für jeden der drei Hauptbrechungsindices eine andere, d. h. die Constanten der Cauchy'schen Dispersionsformel (S. 27) besitzen für α, β und γ verschiedene Grössen; in Folge dessen stehen die Werthe der grössten, mittleren und kleinsten Lichtgeschwindigkeit für eine andere Farbe auch in einem andern Verhältniss, d. h. die Strahlenfläche (wie die Indexfläche) hat für die letztere eine andere Gestalt und die optischen Axen bilden einen andern Winkel mit einander, welcher bei einer Substanz mit der Wellenlänge des Lichtes wächst, bei einer andern abnimmt. Es sind die Brechungsindices α, β und γ daher stets für mehrere Farben zu messen, wenn die optischen Eigenschaften eines Krystalls bestimmt werden sollen. Was die Lage der drei Hauptschwingungsrichtungen im Krystall betrifft, so kann dieselbe für verschiedene Farben die gleiche oder eine verschiedene sein. Bestimmt wird sie durch Interferenzerscheinungen, welche zweiaxige Krystallplatten in gewissen Richtungen zeigen, daher diese jetzt zunächst zu besprechen sind, und zwar soll auch hier stets die Betrachtung mit dem einfacheren Falle des monochromatischen Lichtes begonnen werden.

§ 16. **Interferenzerscheinungen zweiaxiger Krystalle im parallelen polarisirten Lichte.** Fallen Lichtstrahlen von einer bestimmten Farbe normal auf eine in beliebiger Richtung aus einem zweiaxigen Krystalle geschnittene Platte, so wird im Allgemeinen jeder derselben in zwei (nach S. 87 extraordinäre) Strahlen zerlegt, welche nach dem Austritt aus der Krystallplatte senkrecht zu einander schwingen und eine Phasendifferenz besitzen, vermöge deren genau so wie bei den einaxigen Krystallen (s. S. 67 f.) zwischen gekreuzten Nicols Interferenz stattfindet. Die auffallenden Strahlen haben in diesem Falle eine gemeinschaftliche Strahlenfront, welche der Ebene der Krystallplatte parallel ist. Im Innern des Krystalls gehören nun zu dieser, wie zu jeder Strahlenfront zwei Lichtstrahlen von verschiedener Fortpflanzungsrichtung; denn wenn zwei parallele Tangentialebenen an die beiden Schalen der Strahlenfläche eines zweiaxigen Krystalls gelegt werden, so berühren sie die beiden Schalen in Punkten, welche nicht auf

demselben Radius vector liegen. Die Richtung der beiden Strahlen, denen gleichgerichtete Strahlenfronten, resp. gleiche Frontnormale, zukommt, erhält man auf folgende Weise: Man lege durch die Mitte der Indexfläche eine Ebene parallel der Front der auffallenden Strahlen, also parallel der Krystallplatte; diese schneidet die Indexfläche im Allgemeinen in einer Ellipse (Fig. 72). Die durch die Frontnormale Of und durch die beiden Axen dieser Ellipse, $R\bar{R}$ und $T\bar{T}$, gehenden beiden Ebenen ROf und TOf enthalten die beiden Strahlen Or und Ot, welche die gemeinsame Frontnormale Of, d. h. parallele Strahlenfronten besitzen. Ihre Richtung ergiebt sich, wenn man in den Punkten R und T die Normalen auf die Indexoberfläche, welche im Allgemeinen nicht mit den Normalen der Schnittcurve (RO und TO) zusammenfallen, errichtet und aus O dazu Senkrechte fällt. Die Schwingungsebenen der beiden Strahlen Or und Ot sind in Fig. 72 ihren Schwingungsrichtungen parallel schraffirt. Diese beiden Schwingungsrichtungen stehen nicht senkrecht zu einander, wohl aber schneiden sich die beiden Schwingungsebenen in Of unter rechtem Winkel. Da nun die ebene Fläche der Krystallplatte, durch welche das Licht austritt, senkrecht zu Of ist, und die beiden Strahlen beim Austritt so gebrochen werden, dass sie wieder, wie vor dem Eintritt, die Richtung parallel Of annehmen (weil in der Luft Frontnormale und Strahl identisch sind), so pflanzen sich dann in der Luft zwei zu einander senkrechte Schwingungen fort. Die Schwingungsrichtungen dieser beiden geradlinig polarisirten Strahlen können auch durch folgende Construction gefunden werden:

Fig. 72.

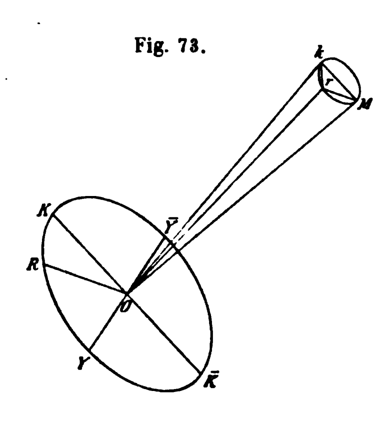


Man lege durch die Normale der Krystallplatte (d. i. die Frontnormale der auffallenden Strahlen) und eine der beiden optischen Axen eine Ebene, sowie eine zweite durch dieselbe Normale und die andere optische Axe. Diese beiden Ebenen schneiden diejenige der Krystallplatte in zwei Geraden, welche offenbar normal zu den Schnittlinien derselben mit den beiden Kreisschnitten sind. Die ihnen parallelen beiden Durchmesser der Ellipse sind also gleich lang; folglich sind die Halbirungslinien der beiden von jenen Geraden gebildeten Winkel die Axen der Ellipse d. h. die gesuchten Schwingungsrichtungen der aus der Krystallplatte austretenden Strahlen (kurz: die Schwingungsrichtungen der Krystallplatte)*).

*) Zur graphischen Auffindung dieser Richtungen dient am geeignetsten ein Modell, wie es von Böhm und Wiedemann in München (s. Anhang) geliefert wird. Dasselbe besteht aus einer horizontalen Schiefertafel, welche die Ebene der Krystallplatte darstellt und in deren Mitte die Normale durch einen Metallstab repräsentirt ist. Um den

Ist die Frontnormale Of (Fig. 72) einer optischen Axe parallel, so ist nach Früherem (S. 82) die Durchschnittscurve $RT\bar{R}\bar{T}$ der Indexfläche ein Kreis. In diesem Falle sind also die Axen $R\bar{R}$ und $T\bar{T}$ unbestimmt, d. h. zu jedem Punkte der Indexfläche auf dem Umfange eines der beiden Kreisschnitte gehört ein Strahl; die zu allen Punkten eines solchen Kreises gehörenden Strahlen, welche den »Kegel der Binormalen« oder »inneren konischen Refraction« (s. S. 94) bilden, haben sämmtlich die gleiche Richtung und Lage ihrer dem Kreisschnitte parallelen Strahlenfront; ihre Schwingungsrichtungen, die Normalen zu der Indexfläche an allen Punkten des Kreisschnittes, können also jedes beliebige Azimuth haben. Wie aus Fig. 69 (s. S. 90) zu ersehen ist, fällt einer dieser Strahlen mit der Richtung der optischen Axe selbst zusammen und dieser, OM in Fig. 73, entspricht den Punkten Y und $\bar{Y}$ auf der Indexfläche, den einzigen Punkten des Kreisschnittes $KY\bar{K}\bar{Y}$, in welchen die Normale dieser Oberfläche durch die Mitte geht (weil $Y\bar{Y}$ eine Axe derselben ist, und eine andere Axe der Indexfläche, wie aus Fig. 60 hervorgeht, nicht in den Kreisschnitt fällt). Die Schwingungsrichtung des Strahles OM ist also OY, und seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit proportional $\frac{1}{OY} = \frac{1}{\beta}$; d. h. ein in der Richtung einer optischen Axe sich fortpflanzender Lichtstrahl hat den mittleren Brechungsindex β.

Fig. 73.



Den im Hauptschnitte XZ liegenden Punkten $K\bar{K}$ entspricht der Strahl Ok, welcher auf der Normalen der Indexfläche in K und $\bar{K}$ senkrecht steht; dessen Schwingungsrichtung im Innern des Krystalls liegt also in jenem Hauptschnitte und wird nach dem Austritte des Strahls durch die dem Kreisschnitte parallele Begrenzungsebene des Krystalls, wobei der

Fusspunkt derselben nach allen Seiten drehbar sind zwei gegen einander beliebig verstellbare Metallstäbe angebracht, welche die beiden optischen Axen darstellen. Will man nun für eine Platte, welche aus einem zweiaxigen Krystall von bekanntem Axenwinkel $2V$ in einer durch ihre Neigung gegen die beiden optischen Axen gegebenen Richtung geschnitten ist, die Schwingungsrichtungen bestimmen, so stellt man mit Hülfe eines beigegebenen Transporteurs die beiden Axen unter dem richtigen Winkel $2V$ zu einander und beide in die der Orientirung der Platte entsprechenden Richtungen gegen die horizontale Ebene, legt an die Normale und die eine Axe den Transporteur so an, dass derselbe mit seiner Kante auf der Schiefertafel aufliegt, und zieht die entsprechende Gerade auf der letzteren. In derselben Weise findet man die Trace der durch die Normale und die zweite Axe gelegten Ebene auf der Tafel und hat alsdann nur noch nöthig, die Winkel, welche diese beiden Tracen mit einander bilden, zu halbiren. Hat man auf der Tafel die Umrisslinien des in der betr. Ebene durchschnittenen Krystalls eingezeichnet, so kann man ohne Weiteres mit dem Transporteur die Winkel ablesen, welche die Schwingungsrichtungen mit den Randflächen der Platte bilden.

Kegel der Binormalen in einen Cylinder verwandelt wird, parallel Mk, also senkrecht zu der Schwingungsrichtung des Strahles OM. Jedem zwischen Y und K liegenden Punkte des Kreisschnittes, z. B. R, entspricht ein Strahl Or auf dem Binormalenkegel, welcher senkrecht zu der in R errichteten Normale der Indexfläche ist und dessen Schwingungen folglich in der durch die Frontnormale gehenden Ebene ROM stattfinden. Da die der Strahlenfront parallele Austrittsfläche des Lichtes den Kegel der Binormalen in einem durch Mrk gehenden Kreise schneidet, und von hier ab alle Strahlen dieses Kegels sich in der Luft parallel OM als ein Strahlencylinder fortpflanzen, so ist die Schwingungsrichtung des Strahles Or in der Luft parallel Mr (seine Polarisationsebene ist Ork). Für irgend einen beliebigen Strahl Or des Cylinders erhalten wir also die Schwingungsrichtung, wenn wir r mit M geradlinig verbinden; folglich haben die Strahlen auf dem Umfange des Cylinders, wie oben schon erwähnt wurde, in der That alle möglichen Schwingungsazimuthe zwischen Mk, demjenigen des Strahles Ok, und dem dazu senkrechten des Strahles OM.

Die letzterwähnte Thatsache hat zur Folge, dass eine senkrecht zu einer der beiden optischen Axen geschnittene Platte eines zweiaxigen Krystalls sich zwischen gekreuzten Nicols wesentlich anders verhält, als eine senkrecht zur Axe aus einem einaxigen geschnittene. Denn wenn auf jene ein dünnes Bündel paralleler Strahlen senkrecht auffällt, so wird dieses im Innern des Krystalls in einen Kegel divergirender Strahlen, und dieser Kegel beim Austritt in einen Kreiscylinder verwandelt; statt eines kleinen einfachen Bildes muss also ein kreisförmiger Lichtring*) erscheinen, und auf dem Umfange dieses Ringes müssen alle möglichen Schwingungsazimuthe vorhanden sein; folglich kann man durch den analysirenden Nicol nur diejenigen Strahlen des Lichtringes auslöschen, welche senkrecht zu dem Hauptschnitte des Nicols schwingen, von allen übrigen nur die entsprechende Componente. Während also eine von Lichtstrahlen parallel der optischen Axe durchsetzte einaxige Krystallplatte beim Drehen in ihrer Ebene zwischen gekreuzten Nicols in allen Stellungen dunkel ist, bleibt umgekehrt eine zweiaxige Krystallplatte unter den gleichen Umständen hell.

Jede Platte dagegen von beliebiger anderer Orientirung besitzt zwei zu einander senkrechte, durch die S. 97 angegebene Construction aufzufindende, Schwingungsrichtungen und erscheint daher zwischen gekreuzten Nicols jedesmal dunkel, wenn diese Richtungen den Hauptschnitten der beiden Nicols parallel sind. In dem speciellen Falle, dass die Ebene der zweiaxigen Krystallplatte mit derjenigen eines ihrer drei optischen Hauptschnitte zusammenfällt, ergiebt die erwähnte Construction in sehr einfacher Weise das schon aus der Betrachtung der Indexfläche ohne Weiteres abzuleitende Resultat, dass ihre Schwingungsrichtungen die beiden ihr

*) Wie man unter dem Mikroskop diesen aus dem Bilde einer kleinen Oeffnung entstehenden Lichtring sichtbar machen kann, darüber s. Kalkowsky, Ztschr. f. Krystallographie u. Mineralogie 1884, 9, 486.

parallelen Axen der Indexfläche, d. h. die beiden in der Ebene der Platte liegenden Hauptschwingungsrichtungen sind. Ist die Platte nur einer Axe der Indexfläche parallel, gegen die beiden andern aber geneigt, so ist die Richtung der normal auf sie auffallenden Strahlen in einem optischen Hauptschnitt des Krystalls gelegen, und auch hier ergeben schon frühere Ueberlegungen (S. 83 f.), wie die S. 97 angegebene Construction, dass eine ihrer Schwingungsrichtungen die ihr parallele Axe der Indexfläche (also eine Hauptschwingungsrichtung), die zweite die in der Ebene der Platte dazu normal gezogene Gerade ist.

Bringen wir daher irgend eine Platte eines zweiaxigen Krystalls, welche nicht senkrecht zu einer der optischen Axen geschnitten ist, in das Orthoskop und drehen sie zwischen gekreuzten Nicols in ihrer Ebene, so wird sie viermal dunkel, in den Zwischenstellungen hell und zeigt folglich die S. 36 betrachteten Interferenzerscheinungen des monochromatischen Lichtes. Diejenigen, welche wir im weissen Lichte beobachten, hängen zunächst davon ab, ob die Schwingungsrichtungen der aus der Platte austretenden Strahlen verschiedener Farbe die gleichen oder verschiedene sind. Ist die Orientirung der Axen der Indexflächen im Krystall für alle Farben die gleiche, so ergiebt sich ohne Weiteres, dass auch die Schwingungsrichtungen einer Platte, welche parallel einer oder zweien der Axen der Indexfläche ist, für alle Farben zusammenfallen. Eine schief gegen die drei Axen der Indexfläche orientirte Platte zeigt dagegen eine Dispersion der Schwingungsrichtungen, denn in diesem Falle ergiebt die S. 97 erwähnte Construction, wegen der verschiedenen Grösse des Winkels der optischen Axen für verschiedene Farben, für Licht anderer Wellenlänge auch abweichende Schwingungsrichtungen; da jedoch die Differenzen der Axenwinkel selten einige Grade übersteigen, so sind die Winkel, welche die Schwingungsrichtungen einer solchen Krystallplatte für verschiedenfarbiges Licht mit einander bilden, meist sehr kleine.

Ist dagegen die Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen selbst im Krystall für verschiedene Farben eine verschiedene, so divergiren die Schwingungsrichtungen auch von solchen Platten, welche einer oder zweien von den Axen der Indexfläche für eine gewisse Farbe parallel sind. Wollen wir also hier die Schwingungsrichtungen mittelst der Dunkelstellungen der Platte im Orthoskop auf die S. 46 erwähnte Art bestimmen, so muss dies im monochromatischen Lichte und für jede Farbe besonders geschehen (eine genauere Bestimmungsmethode, mittelst des sogen. »Stauroskops«, wird in der III. Abtheilung beschrieben werden).

Treten aus einer zweiaxigen Krystallplatte die Lichtstrahlen aller Farben mit gleichen oder wenigstens sehr nahe gleichen Schwingungsrichtungen aus, so wird dieselbe offenbar auch bei Anwendung weissen Lichtes während einer ganzen Umdrehung im Orthoskop viermal vollständig dunkel erscheinen, in den Zwischenstellungen dagegen farbig, wenn sie dünn ist; denn es gelten ersichtlicherweise die S. 68 über die Erscheinungen bei

einer schräg gegen die optische Axe geschnittenen einaxigen Platte angestellten Betrachtungen für jeden doppeltbrechenden Körper. Die entstehende Farbe muss sich mit der Dicke der Platte ändern und bei einer gewissen Grösse derselben in das Weiss der höheren Ordnung übergehen. Platten verschiedener Orientirung zeigen auch bei gleicher Dicke im Allgemeinen verschiedene Interferenzfarben, und somit tritt auch bei ihnen die Erscheinung des Weiss der höheren Ordnung mit verschiedener Dicke ein, mit der geringsten bei einer Platte parallel der Ebene der optischen Axen, denn in einer solchen wird das Licht in zwei Strahlen zerlegt, von denen der eine die grösste, der andere die kleinste Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, ihre Doppelbrechung (entsprechend der Differenz der Hauptbrechungsindices $\gamma - \alpha$) ist also die stärkste im Krystall überhaupt. Eine geringere, aber unter einander verschiedene Doppelbrechung, je nach der Grösse der Differenzen $\gamma - \beta$ und $\beta - \alpha$, besitzen Platten nach den beiden andern Hauptschnitten. Während bei den einaxigen Krystallen alle Platten, welche gleichen Winkel mit der optischen Axe einschliessen, gleiche Doppelbrechung besitzen, also bei gleicher Dicke gleiche Farbe zeigen, ist eine solche Gleichheit rings um eine optische Axe eines zweiaxigen Krystalls nicht vorhanden, denn wenn wir von einem Kreisschnitte der Indexfläche als Ebene der Platte ausgehend uns dem einen oder dem andern Hauptschnitte nähern, finden wir stets verschiedene Ellipsen als Schnittcurven der Indexfläche, also auch verschiedene Stärke der Doppelbrechung.

Divergiren die Schwingungsrichtungen einer zweiaxigen Krystallplatte für verschiedene Farben bedeutend, so erscheint dieselbe im weissen Lichte bei keiner Stellung vollkommen dunkel, denn wenn dieselbe in ihrer Ebene bis zur Dunkelstellung für eine bestimmte Farbe gedreht worden ist, gehen die übrigen noch mit einer um so grösseren Intensität, je grösser die Dispersion der Schwingungsrichtungen ist, hindurch und lassen daher die Platte aufgehellt, und zwar mit einer Mischfarbe, erscheinen. Bei ausnahmsweiser Grösse der Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen verschiedener Farben tritt beim Drehen der Platte im Orthoskop ein fortwährender Wechsel sehr lebhafter Farben auf.

Eine gewisse Aehnlichkeit mit den Erscheinungen, welche die Dispersion der Schwingungsrichtungen hervorruft, besitzen diejenigen, welche eine senkrecht zu einer optischen Axe geschnittene zweiaxige Krystallplatte im weissen Lichte zeigt. Hier sind für diejenige Farbe, für welche die Platte genau senkrecht zur optischen Axe steht, in Folge der inneren konischen Refraction, wie wir S. 99 sahen, alle möglichen Schwingungsazimuthe vorhanden, also Helligkeit in jeder Stellung beim Drehen. Für jede der übrigen Farben steht die optische Axe mehr oder weniger schief zur Platte, für sie findet also Zerlegung in zwei zu einander senkrechte Schwingungen statt; diese sind aber verschieden orientirt. Die Platte kann daher auch im weissen Lichte bei keiner Stellung Dunkelheit zeigen.

Das letzterwähnte Verhalten der zweiaxigen Krystalle gestattet bei der

mikroskopischen Untersuchung von Gesteinen oft, ein in einem Dünnschliff in zahlreichen, mannigfach orientirten Durchschnitten vorliegendes Mineral als ein zweiaxiges zu erkennen. Zeigen diese Durchschnitte sehr verschiedene Stärken der Doppelbrechung (diejenigen mit der stärksten sind nach vor. S. ungefähr parallel der Ebene der optischen Axen), und finden sich darunter einzelne, welche beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols immer hell bleiben und höchstens wechselnde Farben zeigen, so müssen diese senkrecht zu einer optischen Axe vom Schnitt getroffen sein. Vollkommene Sicherheit darüber, dass man es mit diesem Falle und nicht mit dem vorhergehend betrachteten einer sehr grossen Dispersion der Schwingungsrichtungen zu thun habe, erhält man, wenn man einen solchen Durchschnitt in die Mitte des Gesichtsfeldes bringt und diejenigen Aenderungen am Mikroskope vornimmt, durch welche convergentes Licht erzeugt wird. Man erblickt dann durch den Krystallschnitt hindurch die im nächsten Paragraphen zu besprechenden Erscheinungen einer senkrecht zu einer optischen Axe geschnittenen Platte.

§ 17. **Interferenzerscheinungen zweiaxiger Krystalle im convergenten polarisirten Lichte.** Dünne Platten zweiaxiger Krystalle zeigen, wie schräg gegen die Axe geschliffene einaxige, im einfarbigen Lichte Curven gleicher Helligkeit*), im weissen solche gleicher Farbe (isochromatische), bei Ueberschreitung einer gewissen Dicke das Weiss der höheren Ordnung.

Durch Platten senkrecht zu einer optischen Axe beobachtet man im Konoskop bei gekreuzten Nicols helle und dunkle Ringe, weil von der Normalen der Platte aus, in welcher die Doppelbrechung gleich Null ist, diese nach allen Seiten zunimmt; da aber diese Zunahme nicht, wie bei einem einaxigen Krystall, rings um die optische Axe gleich ist, so findet ein bestimmter Gangunterschied nach verschiedenen Seiten bei ungleicher Neigung der hindurchgehenden Strahlen zur optischen Axe statt. Die Ringe können daher nicht kreisförmig sein, sondern besitzen eine ellipsenähnliche Gestalt, welche symmetrisch halbirt wird von dem Hauptschnitt, in welchem die optischen Axen liegen. Durchschnitten werden sie nicht von einem dunkeln Kreuz, sondern, wie weiterhin gezeigt wird, von einem einzigen dunkeln Balken.

Von praktischer Wichtigkeit sind hier besonders diejenigen Interferenzerscheinungen, welche eine Platte zeigt, deren Ebene senkrecht zur ersten Mittellinie (der Halbirenden des spitzen Winkels der optischen Axen) steht. Betrachten wir dieselbe in homogenem Lichte bei gekreuzten Nicols in einer Stellung, bei welcher die Ebene ihrer optischen Axen parallel der Polarisationsebene eines der beiden Nicols ist, so erblicken wir folgende Erscheinung

*) Diese Curven besitzen die Gestalt von Hyperbeln, wenn die Platte parallel der Ebene der optischen Axen ist.

(Fig. 74): Durch die Mitte des Gesichtsfeldes geht ein schwarzes Kreuz, dessen zwei gegenüberliegende Arme, welche der Axenebene parallel sind, ungleich schmäler und schärfer begrenzt erscheinen, als die senkrecht dazu stehenden, mehr verwaschenen. Die beiden, beiderseits gleichweit von der Mitte des Gesichtsfeldes abstehenden Punkte, wo die in der Richtung je einer optischen Axe durch den Krystall gehenden Strahlen sich vereinigen, sind umgeben von ovalen, dunklen und hellen Ringen, von denen zwei von einem gewissen Abstande die Form einer ∞ besitzen, und welche in noch grösserem Abstand die Gestalt der äussersten in Fig. 74 dargestellten Curven haben. Diese krummen Linien, in vorliegendem Falle solche gleicher Helligkeit, werden Lemniscaten genannt. Lässt man die gekreuzte Stellung der Nicols ungeändert, dreht aber die Krystallplatte in ihrer eigenen Ebene, so ändern sich die Ringe gar nicht, sie drehen sich nur einfach mit der Platte, dagegen verwandeln sich die vorher geradlinigen

Fig. 74.

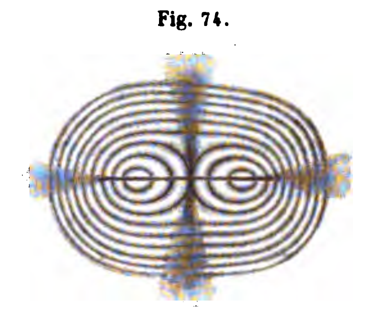


Fig. 75.

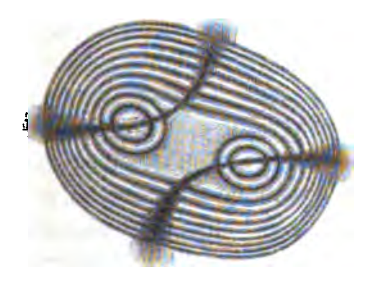
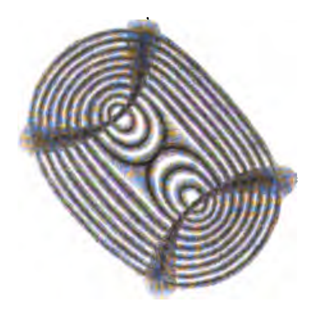


Fig. 76.



Kreuzesarme in zwei Hyperbeln, welche bei geringer Drehung wie Fig. 75, bei 45° Drehung wie Fig. 76 erscheinen, dabei aber immer durch die beiden Mittelpunkte der Ringsysteme gehen.

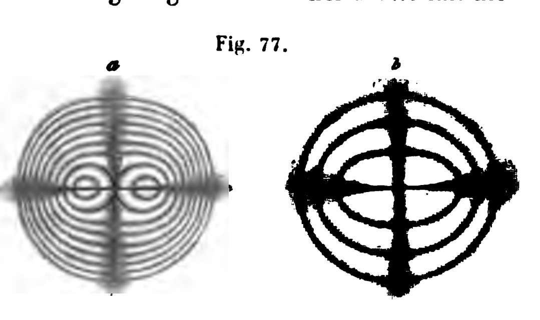
Diese Interferenzerscheinungen erklären sich in ganz ähnlicher Weise, wie bei den einaxigen Krystallen. Alle Strahlen, welche parallel der einen oder der andern optischen Axe durch den Krystall gehen, welche also in den Polpunkten der beiden Ringsysteme sich vereinigen, erleiden in der Platte keine Doppelbrechung, also müssen jene beiden Punkte dunkel sein. Dieselben sind um so näher der Mitte des Gesichtsfeldes, je kleiner der Winkel der optischen Axen, um so näher dem Rande, je grösser derselbe ist. Ihr Abstand von einander ist ein Maass jenes Winkels. Da der Winkel der optischen Axen (für eine bestimmte Farbe) bei allen Krystallen einer Substanz derselbe ist, so bleibt auch der Abstand

der Mittelpunkte der beiden Ringsysteme derselbe, mag die Platte dick oder dünn sein, wenn sie nur aus demselben Material besteht. Die senkrecht zur Platte durch die Verbindungsgerade der beiden Axenpunkte gelegte Ebene ist der Hauptschnitt $XZ\bar{X}\bar{Z}$ (vergl. die Figuren 60 S. 81 und 62, S. 84). Alle in dieser Ebene den Krystall durchsetzenden Strahlen werden in zwei zerlegt, von denen einer im Hauptschnitt, der andere senkrecht dazu schwingt. Steht nun die Polarisationsebene des einen Nicols parallel diesem Hauptschnitt, die des andern senkrecht dazu, so wird von jenen beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen wegen des Polarisators nur einer zu Stande kommen, derselbe aber von dem Analysator vollständig verlöscht werden, folglich muss in diesem Falle durch die Mitten der beiden Ringsysteme ein geradliniger, scharf begrenzter, horizontaler (Fig. 74) dunkler Balken gehen. Ebenso erklärt sich der zweite, verticale schwarze Balken, auf welchem sich alle die Strahlen vereinigen, welche den Krystall durchsetzen in der Ebene senkrecht zur Platte und zur Axenebene, also in dem zweiten Hauptschnitt. Gehen wir von dem Mittelpunkt eines der beiden Ringsysteme, in welchem keine Doppelbrechung, also auch keine Phasendifferenz vorhanden ist, aus nach einer Richtung, welche nicht der Ebene der optischen Axen parallel ist, so werden in einem bestimmten Abstand diejenigen Strahlen sich vereinigen, welche mit $\frac{1}{2}\lambda$ Gangunterschied interferiren, in grösserem Abstand die mit λ Gangunterschied interferirenden u. s. f.; in dieser Richtung fortschreitend, muss man in dem Interferenzbilde abwechselnd Minima und Maxima der Helligkeit treffen. Aendert man aber jetzt die Richtung, in der man von der Mitte ausgeht, so ändert sich damit auch die Differenz der Geschwindigkeit der beiden entstehenden Strahlen bei demselben Abstande, man erhält somit denselben Gangunterschied, d. h. dasselbe Minimum oder Maximum, bei einem andern Abstande von der Mitte. Während also bei einem einaxigen Krystall die Punkte gleicher Helligkeit auf Kreisen liegen, — weil die Aenderung der Doppelbrechung mit der Neigung nach allen Richtungen rings um die Axe gleichartig stattfindet, — müssen hier ovale Curven gleicher Helligkeit entstehen; da aber der die Doppelbrechung bestimmende Abstand der beiden Schalen der Strahlenfläche sich symmetrisch ändert zu beiden Seiten eines jeden der drei Hauptschnitte des Krystalls, so müssen auch diese Ovale symmetrisch halbirt werden von der Ebene der optischen Axen und dem senkrecht dazu stehenden Hauptschnitt, d. h. von den Richtungen der beiden schwarzen Balken. In der That ergiebt die Theorie in Uebereinstimmung mit der Beobachtung, dass die dunklen und hellen Curven die Form von sogenannten Lemniscaten, welche jene Bedingung erfüllen, besitzen. Drehen wir nun die Platte in ihrer Ebene, so müssen sich die Lemniscatensysteme ebenfalls drehen, da das Zustandekommen derselben ja an bestimmte Richtungen im Krystall geknüpft ist und die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte immer parallel der Ebene der optischen Axen desselben bleiben muss. Die Punkte des Interferenzbildes jedoch, in denen

sich die Strahlen vereinigen, deren Schwingungsrichtungen parallel der Polarisationsebene eines Nicols sind und welche daher vollkommen vernichtet werden, liegen nun nicht mehr auf zwei einander rechtwinkelig kreuzenden Geraden, sondern auf zwei Hyperbelzweigen, welche natürlich je durch einen Mittelpunkt der Ringsysteme gehen müssen.

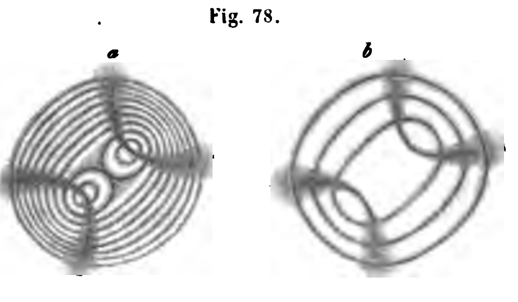
Wenden wir, bei unveränderter Farbe des benutzten Lichtes, eine dickere Platte derselben Substanz an, so müssen das schwarze Kreuz oder die Hyperbeln, sowie der Abstand der beiden Ringcentren, nach dem Bisherigen ganz unverändert bleiben. In einem bestimmten Abstand von der Mitte eines Ringsystems wird zwar die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Strahlen dieselbe, wie vorher, aber wegen des längeren Weges im Krystall ihr Gangunterschied grösser sein; an der Stelle, wo bei Anwendung der dünneren Platte also der erste dunkle Ring erschien, tritt bei der dickeren bereits der zweite oder dritte auf. Es wird also die Weite der Ringe um so kleiner sein, je dicker die Platte, um so grösser, je dünner letztere ist. Es wird demnach bei einer bestimmten geringen Dicke einer Platte mit kleinem Winkel der optischen Axen der Fall eintreten, dass auch die innerste Lemniscate nicht mehr aus zwei getrennten Ovalen besteht, sondern in einer ellipsenähnlichen Form beide Centren umgiebt, wie eine der äussersten Lemniscaten bei dicker Platte. Fig. 77*b* stellt das Interferenzbild einer so dünnen Platte dar, verglichen mit dem einer dickeren von derselben Substanz, Fig. 77*a*, beide unter Parallelismus der Axenebene mit dem Hauptschnitte eines Nicols, während in Fig. 78 *a* und *b* das Interferenzbild derselben Platten nach einer Drehung um 45° wiedergegeben ist.

Fig. 77.



Da die Weite der Ringe von der Differenz der Geschwindigkeit, mit welcher sich die beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen im Krystall fortpflanzen, abhängt, so ist dieselbe, ebenso wie bei den optisch einaxigen, auch bei derselben Dicke verschieden bei verschiedenen Substanzen, d. h. abhängig von der Stärke der Doppelbrechung (der Differenz der drei Hauptbrechungsindices α, β, γ). Die Ringe sind weiter bei einer Platte, welche aus einer Substanz von geringer Doppelbrechung

Fig. 78.



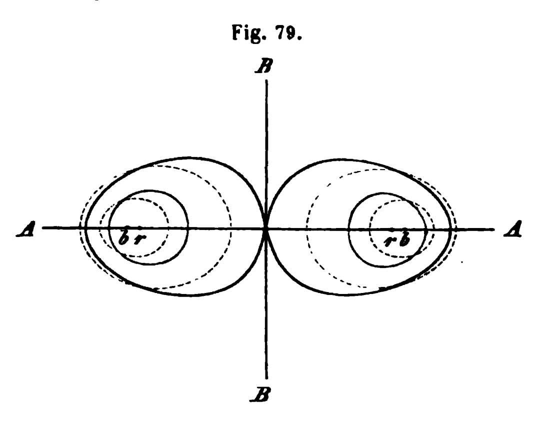
besteht, als diejenigen, welche eine gleich dicke Platte eines mit stärkerer Doppelbrechung begabten Körpers zeigt.

Endlich hängt die Weite der Ringe, wie aus ihrer Entstehung hervorgeht, noch ab von der Wellenlänge des angewandten Lichtes; ist diese grösser, so sind sie weiter von einander abstehend, und umgekehrt. Aus diesem Grunde fallen die dunklen Ringe für die verschiedenen Farben an verschiedene Stellen; wird die Platte also im weissen Lichte untersucht, so werden farbige Ringe entstehen, deren Erklärung ganz dieselbe ist, wie bei den einaxigen Krystallen. Während aber bei letzteren die dunklen Ringe für die verschiedenen Farben sich einfach als concentrische Kreise übereinander schieben, demnach die isochromatischen Curven wieder Kreise mit demselben Mittelpunkt (dem Ort der optischen Axe) sind, fallen bei den zweiaxigen die Mittelpunkte der Ringsysteme für die verschiedenen Farben nicht zusammen, weil die denselben entsprechenden Winkel der optischen Axen nicht gleich sind. Dadurch sind die Farbenerscheinungen complicirtere, dies aber wieder in verschiedenem Grade, je nachdem die Richtungen der grössten, kleinsten und mittleren Lichtgeschwindigkeit im Krystall für die verschiedenen Farben zusammenfallen oder nicht. Bei denjenigen zweiaxigen Krystallen, bei denen diese drei Richtungen verschiedene sind für verschiedene Farben, sind es also auch die Axenebenen; bei einem solchen Krystall kann eine Platte demnach nur senkrecht zur ersten Mittellinie für eine Farbe stehen; wenn man diese allein benutzt, wird also das Lemniscatensystem genau die Mitte des Gesichtsfeldes zum Mittelpunkt haben; beleuchtet man aber mit einer andern Farbe, so werden nicht nur die Ringe andere Weite und die Mittelpunkte derselben einen andern Abstand haben, sondern das ganze Bild wird auch im Gesichtsfeld verschoben sein. Im weissen Lichte werden also Farbencurven entstehen, welche zwar den Lemniscaten ähnlich sind, wenn die Abweichung der optischen Mittellinien für verschiedene Farben höchstens einige Grade beträgt, wie das gewöhnlich der Fall ist, in welchen aber die Farbenfolge im Einzelnen eine unsymmetrische ist, so dass weder die rechte Seite des Interferenzbildes symmetrisch ist zur linken, noch die obere zur unteren.

Bleiben wir zunächst bei dem einfachsten Falle stehen, dass die drei Hauptschwingungsrichtungen, folglich auch die Ebene der optischen Axen, für alle Farben gleiche Orientirung im Krystall besitzen, so ist für jede einzelne Farbe das Interferenzbild symmetrisch zu halbiren durch die Gerade, welche die beiden Axenpunkte verbindet, sowie durch die Gerade, welche jene im Mittelpunkt des Gesichtsfeldes senkrecht schneidet, d. h. durch die beiden schwarzen Balken, welche erscheinen, wenn die Axenebene dem Hauptschnitte eines Nicols parallel ist. Da diese Symmetrielinien für alle Farben zusammenfallen, so erscheint im weissen Licht ein Interferenzbild, welches ebenfalls durch dieselben Geraden symmetrisch halbirt wird, d. h. dessen obere Hälfte genau gleich der unteren (in umgekehrter

Lage), dessen rechte Seite ebenso gleich der linken ist, s. Fig. 3 der Tafel II. Vergleichen wir in diesem Bilde die verschiedenen Stellen einer Lemniscate, z. B. des ersten, die eine optische Axe umgebenden, Farbenringes, so sehen wir, dass sie nicht gleich gefärbt sind, dass die nach der Mitte des Gesichtsfeldes zugekehrte Seite (auch der folgenden Ringe) eine andere Farbenfolge besitzt, als die nach aussen gekehrte, während die obere Hälfte genau gleich und entgegengesetzt der unteren ist. Dies erklärt sich einfach durch den Umstand, dass die Mitten der Ringsysteme für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen. Sei z. B. *AA* (Fig. 79) die Richtung der Axenebene für alle Farben), *BB* die des senkrecht dazu stehenden Hauptschnittes und *rr* die beiden Axenpunkte für Roth, *bb* für Blau, wobei natürlich der Abstand *rb* zu beiden Seiten gleich gross sein muss, weil die Mittellinien der Axen für beide Farben im Mittelpunkte des Bildes zusammenfallen, so mögen die ausgezogenen Curven die dunklen Lemniscaten für Roth, die punktirten diejenigen für Blau sein. Geht man nun von der Mitte eines der beiden Ringsysteme aus, so zeigt die Figur, wenn man nach der Mitte hin sich bewegt, dass zuerst Blau vernichtet wird, erst in grösserem Abstande Roth; dass dagegen, wenn man nach aussen geht, die Auslöschung in umgekehrter Reihenfolge stattfindet. Im weissen Lichte muss also bei einem derartigen Krystall die Farbenfolge des innersten Ringes nach diesen beiden Seiten hin gerade entgegengesetzt sein; ist die Entfernung (Dispersion) der Axen, *rb*, nicht so gross, so muss jene Farbenfolge wenigstens eine verschiedene sein. Die Fig. 79 zeigt ferner, dass die obere Hälfte der Farbenringe genau gleich und entgegengesetzt der unteren sein muss, weil die Verschiebung genau in der Geraden *AA* stattfindet, und dass das rechte Ringsystem ebenso gleich und entgegengesetzt dem linken sein muss, weil die gegenseitige Verschiebung der Ringe zu beiden Seiten der Geraden *BB* stets gleichartig vor sich gehen muss, so dass diese letztere die Systeme für alle Farben genau halbirt. Die Erscheinungen müssen sich demnach so zeigen, wie es die Fig. 3 Taf. II darstellt, auf der die einander zugewandten inneren) Seiten zweier entsprechender Farbenringe gleich, die nach aussen gewandten ebenfalls gleich, aber mit anderer Farbe, gefärbt sind. Sind die Punkte *r* und *b* (Fig. 79) so weit von einander entfernt, dass der erste dunkle Ring für Blau grösstentheils oder ganz ausserhalb desjenigen für Roth fällt, so kommen Lemniscaten-ähnliche Farbencurven überhaupt nicht

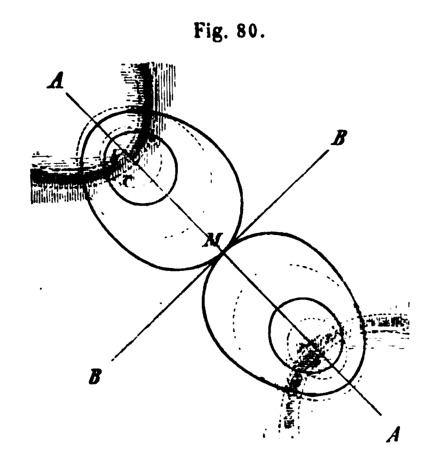
Fig. 79.



mehr zu Stande, sondern ein Interferenzbild, welches sich dem auf folgender Seite zu erwähnenden des Brookit u. a. nähert.

Dreht man die Krystallplatte so in ihrer Ebene, dass die Axenebene 45° mit den Nicols bildet, so erscheinen bekanntlich die schwarzen hyperbolischen Büschel, welche durch die Axenpunkte gehen. Sei, wie in Fig. 79, so auch in der dieser Stellung entsprechenden Fig. 80 AA die Axenebene, rr und bb die Axenpunkte für Roth und Blau, die ausgezogenen und die punktirten Curven die dunklen Lemniscaten für dieselben Farben, so sieht man, dass die im Weiss entstehenden Farbenringe ganz dieselben sein müssen, wie die in der vorigen Stellung der Platte. Betrachten wir dagegen die dunklen Hyperbeln, so sehen wir, dass diese nicht zusammenfallen können, da sie für jede Farbe durch die Axenpunkte gehen müssen. In der Figur sind die beiden im einfachen rothen Lichte erscheinenden Hyperbeln vertical, die für Blau horizontal schraffirt angegeben, und daraus ersichtlich, dass dieselben sich für die verschiedenen Farben (da die für die übrigen Farben zwischen jenen liegen) theilweise decken, und zwar um so mehr, je kleiner der Abstand rb ist, d. h. je weniger die Winkel der optischen Axen für die verschiedenen Farben von einander abweichen. Da, wo die Hyperbeln für alle Farben aufeinander fallen, also in der Mitte der hyperbolischen Streifen, wird vollständige Dunkelheit entstehen, nicht so jedoch an beiden Rändern, wo die Auslöschung nur für einen Theil der Farben stattfindet. Die Ränder müssen daher farbig gesäumt erscheinen, wie aus Fig. 4 der Tafel II zu ersehen, während die schwarzen Balken bei der ersten Stellung Fig. 3 ebenda nichts dergleichen zeigen können. Die Farbensäume der dunklen Hyperbeln sind um so breiter und um so lebhafter gefärbt, je weniger Farben es sind, für welche an einer Stelle die Hyperbeln noch übereinander fallen, d. h. je grösser die Dispersion der Axen, die Verschiedenheit der Axenwinkel für die verschiedenen Farben ist. Erreicht diese eine solche Grösse, dass auch in der Mitte der hyperbolischen Streifen diese sich nicht mehr für alle Farben decken, so erscheint auch dort kein Schwarz, die Hyperbeln bestehen nur aus Farbenstreifen in bestimmter Reihenfolge von innen nach aussen. Diese Folge muss zugleich den Sinn der Dispersion der Axen erkennen lassen, d. h. ob deren Winkel für die Strahlen des rothen Endes im Spectrum kleiner ist, als für die des violetten Theiles (abgekürzt bezeichnet $\varrho < v$), oder umgekehrt ($\varrho > v$). In Fig. 80 und Fig. 4 Tafel II ist das Interferenzbild eines Krystalls der ersteren Art dargestellt: in diesem erscheint das rothe Licht vollständig

Fig. 80.



ausgelöscht auf den beiden durch die Punkte *rr* gehenden Hyperbeln, ebenso die dem Roth benachbarten Theile des Spectrums (oder wenigstens sehr an Intensität geschwächt), nicht aber die Farben vom andern Ende des Spectrums, nämlich Blau und Violett, welche erst an den mit *bb* bezeichneten Stellen ausgelöscht werden; diese Farben werden also auf den der Geraden *BB* zugewandten Seiten der beiden Hyperbeln als Saum derselben auftreten, an der nach aussen gewendeten concaven dagegen wird ein rother Saum erscheinen, weil hier die blauen Strahlen vollkommen vernichtet werden. Diese Farbensäume treten stets am deutlichsten hervor an dem innerhalb des innersten Farbenringes liegenden Theile der Hyperbeln, wo dieselben am schärfsten begrenzt erscheinen. Beobachtet man daselbst, dass die Innenseite (d. h. die nach der Mitte des Gesichtsfeldes gewendete Seite) der Hyperbeln blau, die Aussenseite roth gefärbt erscheint s. Fig. 4 Taf. II) so hat man es mit einem Krystall zu thun, dessen Winkel der optischen Axen für Roth kleiner ist, als für Blau (Sinn der Dispersion $\varrho < v$), ist dagegen die Innenseite roth, die Aussenseite blau, so ist der Sinn der Dispersion $\varrho > v$, der Axenwinkel für Roth grösser, als für Blau. Je lebhafter und je breiter die Farbensäume sind, desto grösser ist die Stärke der Dispersion. Da der Winkel der optischen Axen für dieselbe Farbe bei allen Krystallen einer und derselben Substanz der gleiche ist, so gilt dies auch sowohl für den Sinn, als für die Stärke der Dispersion.

Es ist unschwer einzusehen, dass eine Platte, deren Flächen senkrecht zur Halbirenden des stumpfen Axenwinkels stehen, ganz analoge Interferenzerscheinungen, d. h. Lemniscatensysteme zeigen muss, dass aber die den beiden Axen entsprechenden Centren derselben meist so weit von einander abstehen werden, dass sie nicht mehr in das Gesichtsfeld des Instrumentes fallen. Ist dies jedoch der Fall, so müssen die Farbensäume der dunklen Hyperbeln natürlich den entgegengesetzten Sinn der Dispersion anzeigen, als bei der zur ersten Mittellinie senkrechten Platte.

In einzelnen Substanzen (Brookit = TiO^2, mellithsaures Ammonium u. a.), ändern sich die drei Hauptbrechungsindices mit der Farbe so ungleich, dass für eine bestimmte Farbe z. B. der vorher kleinste gleich dem mittleren wird und für noch mehr abweichende Schwingungsdauer diese beiden ihre Rollen tauschen. In Krystallen mit so starker Dispersion muss die Axenebene für einen Theil des Spectrums ein Hauptschnitt, für den andern Theil eine der beiden andern, also senkrecht dazu stehen, für eine bestimmte dazwischenliegende Farbe muss der Krystall einaxig*) sein. Fällt die erste Mittellinie für alle Farben in eine Richtung zusammen, und bringt man eine zu dieser senkrechte Platte in convergentes polarisirtes Licht, so sieht man im rothen Lichte ein gewöhnliches Interferenzbild, im blauen

*) Für diese Farbe ist in Folge des Gleichwerdens zweier Hauptbrechungsindices die Indexfläche ein Rotationsellipsoid. Es tritt also hier der S. 80 erwähnte specielle Fall ein, aber nur für das Licht einer bestimmten Schwingungsdauer, während bei den eigentlichen optisch einaxigen Krystallen die Indexfläche für alle Farben ein Sphäroid ist.

Lichte ebenfalls, aber mit senkrecht dazu orientirter Axenebene, dagegen im weissen Lichte ein vollkommen abweichendes Farbenbild, welches in Fig. 5 der Tafel II dargestellt ist.

§ 18. Interferenzerscheinungen zweiaxiger Krystalle im convergenten polarisirten Lichte (Forts.). Man ersieht aus Fig. 80 unmittelbar, dass die Lebhaftigkeit und die Reihenfolge der Farben von innen nach aussen genau die gleichen sein müssen bei beiden Hyperbeln, sobald die Halbirenden des Winkels der optischen Axen für alle Farben absolut zusammenfallen in dem Mittelpunkt *M*. Ist dieses jedoch nicht der Fall, besitzt der Krystall auch noch eine Dispersion der Hauptschwingungsrichtungen, so können die Farbensäume der Hyperbeln nicht mehr gleich sein, und diese Ungleichheit derselben bietet gerade das empfindlichste Mittel dar, eine solche Dispersion zu erkennen.

Die Verschiedenheit der Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen für verschiedene Farben kann eine theilweise oder vollständige sein, d. h. es kann eine derselben für alle Farben gleiche Richtung besitzen, während die beiden andern in der dazu senkrechten Ebene, welche dann ein gemeinsamer optischer Hauptschnitt für alle Farben ist, dispergirt sind — oder alle drei Hauptschwingungsrichtungen ändern ihre Orientirung im Krystall mit der Schwingungsdauer des Lichtes*). In dem ersteren dieser beiden Fälle gestalten sich, wie aus dem Folgenden zu ersehen, die Interferenzerscheinungen verschieden, je nachdem die für alle Farben gemeinsame Hauptschwingungsrichtung diejenige der mittleren Lichtgeschwindigkeit oder eine der beiden andern ist**).

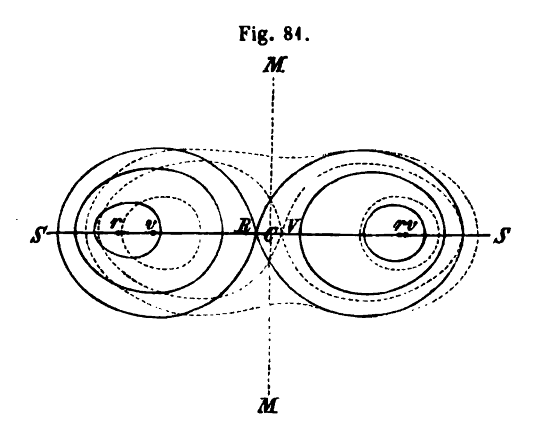
Besitzt die Schwingungsrichtung der Lichtstrahlen mit dem mittleren Brechungsindex β für alle Farben die gleiche Orientirung im Krystall, so gilt dies auch für die dazu senkrechte Ebene, d. i. der Hauptschnitt XZ der Strahlenfläche (Fig. 62). Es liegen alsdann die optischen Axen für alle Farben in einer und derselben Ebene, ihre Mittellinien sind aber dispergirt. Wenn nun aus einem derartigen Krystall eine Platte hergestellt wird, welche im convergenten Lichte das Interferenzbild beider Axen zeigt, so kann eine solche zwar senkrecht zur Axenebene für alle Farben, aber normal zur ersten Mittellinie nur für eine einzige Farbe geschliffen werden; z. B. für

*) Das Zusammenfallen von zwei Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben führt natürlich auch zur Coincidenz der dritten, zu beiden senkrechten, daher ausser dem im vorigen Paragraphen behandelten Falle nur die beiden oben erwähnten möglich sind.

**) Zur Veranschaulichung der hieraus sich ergebenden optischen Verhältnisse können mit Vortheil benutzt werden entweder die von Böhm und Wiedemann in München gelieferten Dispersionsmodelle, welche die Strahlenfläche für je drei verschiedene Farben in ähnlicher Weise, wie es S. 87 erwähnt wurde, darstellen (s. Anhang, oder auch die kleinen Glasmodelle mit eingezogenen Fäden, welche C. Mohn, Diener am mineralogischen Institut der Universität Rostock in Mecklenburg, für einen geringen Preis (à 5—6 Mark) anfertigt.

eine im hellsten Theile des Spectrums liegende mittlere Farbe. Alsdann steht die Halbirende des spitzen Winkels der optischen Axen für die Farben geringerer Brechbarkeit nach der einen Seite, für die grösserer Brechbarkeit nach der andern geneigt zur Plattenebene, und da die den einzelnen Mittellinien parallelen Strahlen beim Austritt noch eine Brechung erleiden, wird ihre Divergenz scheinbar noch vergrössert. Bei den meisten krystallisirten Substanzen beträgt diese Divergenz übrigens nur 1—2°, manchmal noch weniger, selten bedeutend mehr. Sei der Punkt im Gesichtsfelde des Konoskopes, wo die normal die Platte durchsetzenden Strahlen sich vereinigen, also der Mittelpunkt desselben, C (Fig. 81) und mag deren Richtung der ersten Mittellinie für eine mittlere Farbe entsprechen, so ist die der Mittellinie für Roth nach der einen Seite, der für Violett nach der andern geneigt, alle aber liegen in der Ebene, welche durch die Gerade SS angedeutet ist. Sei nun R der Punkt im Gesichtsfelde, wo sich alle Strahlen vereinigen, welche parallel der ersten Mittellinie für Roth durch die Krystallplatte gingen, und rr die beiden Axenpunkte für dieselbe Farbe, so stellen die ausgezogenen Lemniscaten diejenigen vor, welche auftreten, wenn das Instrument mit Licht von dieser Farbe erleuchtet wird. Ist V der Vereinigungspunkt der Strahlen, welche parallel der ersten Mittellinie für Violett durch den Krystall gingen, sind vv die Axenpunkte derselben Farbe, deren Axenwinkel natürlich ein anderer (in der Figur ist $\varrho > v$ angenommen), so sind die punktirten Lemniscaten diejenigen, welche im homogenen violetten Lichte erscheinen. Beobachtet man nun das Interferenzbild im weissen Lichte, so geht aus Fig. 81 unmittelbar hervor, dass dasselbe zwar symmetrisch nach der Geraden SS, also oben und unten gleich sein muss, in keinem Falle aber nach der Geraden MM. Während das Axenbild einer Krystallplatte mit parallelen Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben (vergl. Fig. 79, S. 107) auch rechts und links symmetrisch ist, hört durch die Dispersion der Mittellinien hier die letztere Gleichheit auf, die Curven sind rechts und links in verschiedener Weise übereinander geschoben, es kann also die Farbenvertheilung in den Ringen rechts und links nicht gleich sein; in Folge dessen werden die Ringe beider Systeme verschieden gross und verschieden lebhaft gefärbt erscheinen, und die Reihenfolge der Farben in beiden eine andere sein; alles dies um so mehr abweichend, je grösser die Dispersion der Mittellinien ist. Wird der Krystall so gedreht, dass die Ebene der optischen Axen der Schwingungsrichtung eines der beiden

Fig. 81.



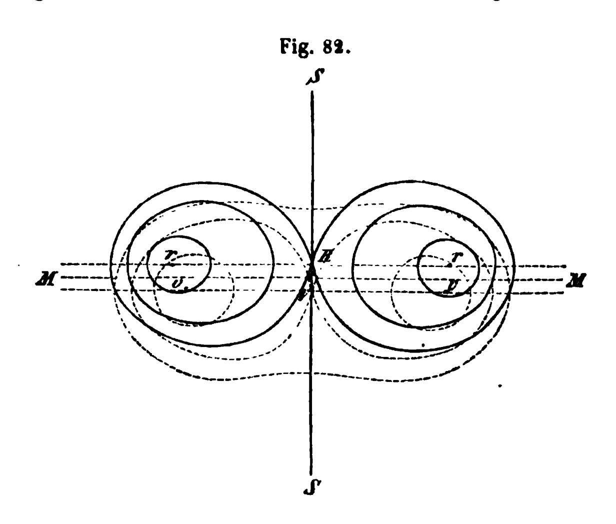
Nicol'schen Prismen parallel ist, so erscheint der schwarze Balken parallel SS, wie bei einem Krystall der ersten Art, ohne Farbensäume, da die Ebenen der optischen Axen für alle Farben zusammenfallen. Die Interferenzerscheinung, welche eine Platte von Gyps bei dieser Stellung darbietet, ist in Fig. 6 der Tafel II abgebildet, und ist hier der, namentlich für die innersten Farbenringe hervortretende Unterschied der beiden Systeme deutlich zu erkennen. Dreht man die Platte um 45°, so dass die dunklen Hyperbeln erscheinen, so tritt die Verschiedenheit noch mehr hervor; denn da wegen der Dispersion der Mittellinien die Punkte r und v (Fig. 81) rechts und links verschiedenen Abstand besitzen, so müssen die Farbensäume, welche die dunklen Hyperbeln zu beiden Seiten zeigen und die bekanntlich innerhalb des ersten Ringes am deutlichsten sind, bei beiden Hyperbeln von verschiedener Breite und verschiedener Lebhaftigkeit sein. Ist die Dispersion der Mittellinien gross und ebenso auch diejenige der Axen, d. h. ist der Axenwinkel sehr verschieden für Roth und Violett, welcher Fall in Fig. 81 realisirt ist, so liegt auf der einen Seite der Axenpunkt r für Roth innen, der für Violett v aussen, auf der andern Seite r aussen, v innen; da ferner die Abstände beider rechts und links sehr verschieden sind, so würde die linke Hyperbel innen roth, aussen blau, und zwar sehr breit, gesäumt erscheinen, während die rechte nur schmale Farbensäume, und zwar innen blau und aussen roth, zeigen würde. Wäre die Dispersion der Mittellinien etwas geringer, so würden die Axenpunkte für die verschiedenen Farben auf einer Seite fast ganz zusammenfallen; alsdann würde man in dem Interferenzbild statt zweier entgegengesetzt gefärbter Hyperbeln eine mit deutlichen Farbensäumen und die andere ohne solche erblicken. Bei einer kleineren Dispersion jedoch, wie sie häufiger vorkommt, ist zwar der Abstand von r und v rechts und links verschieden, diese liegen aber nicht umgekehrt, sondern entweder beide v aussen, oder beide nach innen. Alsdann erscheinen beide Hyperbeln nach aussen roth, nach innen blau gesäumt, oder umgekehrt, — aber mit verschiedener Farbennuance und verschiedener Lebhaftigkeit der Färbung. Diesen letzteren Fall stellt Fig. 7 der Tafel II dar, welche sich auf dieselbe Gypsplatte wie Fig. 6 bezieht, nach einer Drehung von 45°. Man achte hierbei, ausser auf die Verschiedenheit der beiden Hyperbelsäume, namentlich auf diejenige der inneren Seite des ersten Ringes rechts und links. Diese Art der Dispersion der Farben des Axenbildes wird, weil sie durch eine ungleiche Neigung der Hauptschwingungsrichtungen innerhalb derselben Ebene erzeugt wird, die geneigte Dispersion (»dispersion inclinée« Des Cloizeaux's) genannt.

Ist dagegen die für alle Farben gemeinsame Hauptschwingungsrichtung die der grössten oder kleinsten Lichtgeschwindigkeit, d. h. eine der beiden Mittellinien der optischen Axen, so ist klar, dass die Ebene der letzteren für verschiedene Farben eine abweichende Orientirung besitzen muss. Denn wenn die Halbirenden des stumpfen Axenwinkels für alle Farben

zusammenfallen, so sind die des spitzen Winkels und folglich auch die Axenebenen verschiedener Farben gleichsam um jene Richtung gedreht; ist aber die 1. Mittellinie für alle Farben identisch, so divergiren die Halbirenden des stumpfen Axenwinkels und also auch die Axenebenen um die erstgenannte Richtung.

Schleift man aus einem Krystall, welcher dem ersten der beiden soeben erwähnten Fälle entspricht, eine Platte senkrecht zur 1. Mittellinie für eine mittlere Farbe, so sind die Ebenen der optischen Axen für minder brechbare Lichtstrahlen nach einer Seite, für stärker brechbare nach der andern Seite schief zur Platte geneigt; die Mittellinien für alle Farben liegen aber in einer zur Platte senkrechten Ebene, nämlich demjenigen Hauptschnitt, welcher zu der gemeinsamen Hauptschwingungsrichtung (der 2. Mittellinie) senkrecht steht. Sei diese Ebene in Fig. 82 durch die Gerade SS angedeutet, sei C wieder, wie in der vorigen Figur, Mittelpunkt des Gesichtsfeldes im Konoskop, d. h. der Vereinigungspunkt aller Strahlen, welche senkrecht durch die Krystallplatte hindurchgehen, so ist deren Richtung gleich der Mittellinie nur für eine mittlere Wellenlänge; diejenigen für andere Farben liegen, theils nach oben, theils nach unten geneigt, in der Ebene SS. Sei nun R der Punkt, in welchem sich alle Strahlen vereinigen, die im Krystall parallel der Mittellinie für Roth laufen, und rr die Axenpunkte für dieselbe Farbe, so muss die Verbindungslinie rr normal zu SS und von dieser halbirt sein, da MM die Richtung der zweiten Mittellinie vorstellt. Für Violett muss der Punkt, in welchem sich die der Mittellinie parallelen Strahlen kreuzen, jenseits C, also etwa in V liegen, und die Axenpunkte vv ebenfalls rechts und links symmetrisch zu SS, aber in anderem Abstande, da der Axenwinkel für diese Farbe ein anderer als für Roth. Es ist nun leicht aus Fig. 82 zu ersehen, wie die Interferenzfigur im weissen Licht aussehen muss; dieselbe wird vollkommen symmetrisch sein in Bezug auf die Gerade SS, indem die rechte und linke Seite ganz gleiche und entgegengesetzte Farbenvertheilung besitzen werden. Nicht so die obere und untere Hälfte, da die Ringe für die verschiedenen Farben nicht gleichmässig zu beiden Seiten von MM liegen; die Farbenringe werden somit an ihrer oberen und unteren Seite verschiedene Farben zeigen. Sind die Ebenen

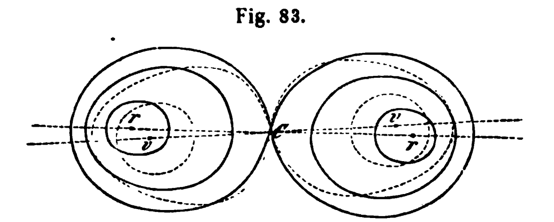
Fig. 82.



der optischen Axen des Krystalls parallel einem der beiden gekreuzten Nicols des Apparates, so wird sich die Verschiedenheit derselben für die verschiedenen Farben am deutlichsten documentiren an dem dunklen Mittelbalken, welcher die Lage der Axenebene angiebt und, wegen der Verschiedenheit derselben für verschiedene Farben, oben und unten einen farbigen Saum zeigt, entweder, wie in dem in Fig. 82 dargestellten Falle, oben blau (weil daselbst der schwarze Balken für rothes Licht gelegen ist) und unten roth, oder umgekehrt. Dieser farbige Saum bei der erwähnten Stellung des Krystalls ist das empfindlichste Mittel, um diese Dispersion zu erkennen. welche man, weil bei derselben die Farbenvertheilung auf den verschiedenen Horizontallinien eine abweichende ist, die horizontale (»dispersion horizontale« Des Cloizeaux's) genannt hat. Fig. 8 der Tafel II stellt das Interferenzbild eines Feldspathkrystalles in der Stellung dar, in welcher seine Axenebenen einem Nicolhauptschnitt parallel sind, in welcher also die farbigen Säume zu sehen sind, Fig. 9 das Interferenzbild derselben Platte. wenn ihre Axenebene 45° mit den Nicols bildet.

Der zweite der beiden S. 113 erwähnten Fälle ist derjenige, in welchem die Halbirende des spitzen Axenwinkels für alle Farben identisch ist. Eine zu dieser Richtung senkrecht geschliffene Platte steht zugleich normal zu den Ebenen der optischen Axen für alle Farben, aber da diese um die gemeinsame Hauptschwingungsrichtung (d. i. die Normale der Platte) gedreht sind, so schneiden sie die Ebene der Platte in verschiedenen Richtungen. Sei C (Fig. 83 wieder der Mittelpunkt des Gesichtsfeldes, entsprechend der ersten Mittellinie für alle Farben; seien rr ferner die Axenpunkte für Roth, die ausgezogenen Curven die Lemniscaten für diese Farbe, so bezeichnet die Gerade rr die Lage der Axenebene für Roth. Für eine andere Farbe, z. B. Violett, ist zwar die erste Mittellinie dieselbe, aber die zweite nimmt in dem dazu senkrechten Hauptschnitte eine andere Lage ein, also ist die Ebene der optischen Axen für diese eine andere, um einen gewissen Winkel um C gedrehte; ihre Lage sei durch die Gerade vv repräsentirt, die beiden Punkte vv seien die Axenpunkte und die punktirten Curven die Lemniscaten für Violett. Die Axenebenen für die mittleren Farben liegen natürlich zwischen rr und vv. Hieraus geht hervor, dass das Axenbild nur in monochromatischem Lichte eine Symmetrie zeigen kann, in weissem Lichte dagegen nach keiner Richtung; vielmehr ist rechts und links die Farbenvertheilung verschieden, ebenso oben und unten; sie muss aber gleich sein rechts unten mit links oben, sowie rechts oben mit links unten, d. h. das Interferenzbild muss mit sich selbst zur Deckung gelangen, wenn es um die Normale der Platte in C um 180° gedreht wird. Da die

Fig. 83.

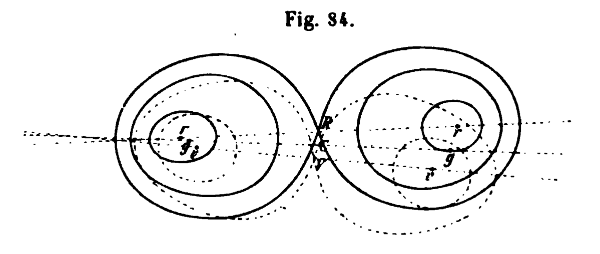


Axenebenen alle um C gedreht sind, so muss der schwarze Mittelbalken bei paralleler Stellung mit einem Nicol auch hier farbig gesäumt erscheinen, aber rechts und links verschieden, also entweder rechts oben und links unten roth und links oben und rechts unten blau, oder umgekehrt. Diese kreuzweise übereinstimmende Färbung des Mittelbalkens lässt diese Dispersion, welche man die gekreuzte (»dispersion croisée ou tournante« Des Cloizeaux's) nennt, am leichtesten erkennen. Die in dieser Stellung von einer Boraxplatte hervorgebrachte Interferenzerscheinung zeigt Fig. 10 der Tafel II, während Fig. 11 diejenige nach einer Drehung der Platte um 45° darstellt.

Wenn der Winkel der optischen Axen eines Krystalls so wenig von 90° verschieden und seine Brechungsindices so klein wären, dass man die Axenbilder sowohl durch eine Platte senkrecht zur ersten, als durch eine senkrecht zur zweiten Mittellinie, noch sehen könnte, so ist es klar, dass die eine dieser Platten die Erscheinung der horizontalen, die andere die der gekreuzten Dispersion zeigen würde, wenn die Axenebenen derselben senkrecht zu dem für alle Farben gemeinsamen Hauptschnitte stehen. Eigentlich sind also die beiden letzterwähnten Arten der Dispersion an solchen Krystallen stets vereinigt, nur dass man meist wegen des zu grossen stumpfen Axenwinkels nur die eine derselben beobachten kann.

Endlich bleibt nur noch der Fall zu betrachten übrig, in welchem sämmtliche drei Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben des Spectrums eine ungleiche Orientirung im Krystall besitzen. Hier wechselt also, wenn wir von einer Farbe zur andern übergehen, nicht nur die Gestalt der Indexfläche, welche durch das Verhältniss der drei Hauptbrechungsindices gegeben ist, sondern auch die Richtung ihrer drei auf einander senkrechten Axen. Wenn aus einem derartigen Krystall eine Platte senkrecht zur ersten Mittellinie für eine mittlere Farbe, z. B. Gelb, geschliffen wird, so ist deren Ebene für jede andere Farbe schief geneigt sowohl zur Mittellinie, als auch zur Ebene der optischen Axen. Wenn daher in Fig. 84 C wieder den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes und gg die Stellen bedeuten, in welchen die den beiden optischen Axen für Gelb entsprechenden Strahlen im Gesichtsfelde sich vereinigen, wenn also die Ebene der optischen Axen für Gelb diejenige der Platte in der Geraden gg schneidet, so sind die den Mittellinien und Axenebenen für die übrigen Farben entsprechenden Punkte und Geraden sämmtlich andere. Z. B. sei R der Punkt im Gesichtsfelde, in welchem sich die parallel der ersten Mittellinie für Roth durch den Krystall hindurchgegangenen Strahlen vereinigen, rr die

Fig. 84.



beiden Axenpunkte für dieselbe Farbe, während *V*, *v* und *v* die analogen Punkte für Violett darstellen. Die für diese beiden Farben in derselben Weise, wie in den vorhergehenden Figuren, eingezeichneten Lemniscaten lassen sofort erkennen, dass das entstehende Interferenzbild eine Farbenvertheilung besitzen muss, welche vollständig unsymmetrisch ist, indem weder rechts und links, noch oben und unten Gleichheit existiren kann, ebensowenig aber das Bild nach einer halben Umdrehung um die Mitte mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann. Das dieser gegenseitigen Lage der Hauptschwingungsrichtungen entsprechende Interferenzbild des Kaliumdichromates, eines gelbroth gefärbten Salzes, zeigen die Figuren 12 und 13 auf Tafel II.

Sind die Winkel zwischen den Ebenen der optischen Axen für verschiedene Farben noch grösser, als bei diesem Salze, so kommen Farbencurven von Lemniscaten-ähnlicher Gestalt im weissen Lichte überhaupt nicht mehr zu Stande, sondern es entsteht ein Interferenzbild, welches dem in Fig. 5 Tafel II dargestellten ähnlich ist, sich aber durch Ungleichheit der Farbenvertheilung nach allen Seiten davon unterscheidet.

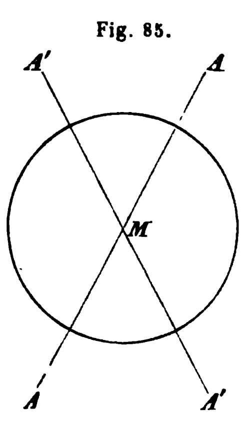
Die im Vorhergehenden geschilderten Dispersionserscheinungen, welche ein so empfindliches Mittel darbieten, eine ungleiche Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen in einem Krystall zu erkennen, sind deshalb von besonderer praktischer Wichtigkeit, weil das Zusammenfallen, resp. die Divergenz dieser Richtungen für verschiedene Farben in gesetzmässigem Zusammenhange steht mit der Symmetrie der Form der betr. Krystalle, so dass aus der in einem speciellen Falle beobachteten Interferenzfigur resp. aus der Art der Farbenvertheilung in derselben ein Schluss auf die Symmetrieverhältnisse des untersuchten Krystalls gezogen werden kann.

§ 19. **Bestimmung der Richtungen der optischen Axen in zweiaxigen Krystallen und Messung ihres Winkels.** Die im Konoskop zu beobachtenden Interferenzbilder der zweiaxigen Krystalle, welche den Gegenstand der Betrachtung in § 17 und § 18 bildeten, bieten nun das Mittel dar zur Aufsuchung der Lage der beiden optischen Axen und damit zur Feststellung der Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen im Krystall, welche nach S. 96 zur Bestimmung der optischen Constanten desselben erforderlich ist. Lässt nämlich eine Fläche des Krystalls die einer optischen Axe parallelen Strahlen austreten, d. h. erblicken wir im Gesichtsfelde des Konoskops das von einem dunklen Balken durchschnittene Ringsystem, welches den Axenpunkt umgiebt, so vermögen wir nach weiterhin zu besprechenden Methoden den Winkel zu messen, welchen die betreffende optische Axe mit der Normalen der Fläche bildet. Treten dieselben Strahlen auch durch eine andere Krystall- oder Spaltungsfläche aus, deren Winkel mit der ersteren bekannt ist, und bestimmen wir auch hier ihre Neigung zur Normalen der Fläche, so kann aus diesen Daten die Orientirung der optischen Axe im Krystall berechnet werden. Ist das gleiche Verfahren auch für die zweite optische

Axe durchführbar, so ist damit die Orientirung der drei Hauptschwingungsrichtungen, nämlich der ersten und zweiten Mittellinie und der Normalen der Ebene der optischen Axen, gegeben. Im Falle einer Dispersion derselben sind jene Messungen natürlich für jede Farbe besonders auszuführen. Am einfachsten gestaltet sich die Aufgabe, wenn, wie es bei einer Klasse zweiaxiger Krystalle von bestimmten Symmetrieverhältnissen der Fall ist, eine Krystall- oder Spaltungsfläche die beiden Axenbilder symmetrisch im Gesichtsfelde des Konoskops zeigt. Alsdann ist nämlich die Normale der Platte die erste Mittellinie, die der Platte parallele Verbindungslinie der beiden Axenpunkte die zweite Mittellinie und die Normale beider die Schwingungsrichtung mittlerer Lichtgeschwindigkeit.

Ist auf diese Art die Orientirung der drei Hauptschwingungsrichtungen im Krystall gefunden worden, so können nunmehr die drei Hauptbrechungsindices nach einer der in § 15 angegebenen Methoden bestimmt werden. Aus diesen kann man nach der S. 91 angeführten Formel den Winkel der optischen Axen berechnen; man kann denselben jedoch auch direct bestimmen durch Methoden, welche im Folgenden auseinandergesetzt werden sollen. Die Strahlen, welche sich in der Richtung einer optischen Axe in einem Krystall fortpflanzen, bilden mit denjenigen, welche parallel der zweiten optischen Axe den Krystall durchsetzen, nach dem Austritte beider in die Luft, nur dann den gleichen Winkel, wie im Krystall, wenn sie beim Austritt keine Brechung erleiden, d. h. wenn die Fläche, an welcher die ersteren austreten, genau senkrecht zur ersten Axe, die Austrittsfläche der letzteren senkrecht zur zweiten Axe wäre. Solche Ebenen sind aber nicht herzustellen, ohne den Winkel der Axen zu kennen, dessen Bestimmung erst der Zweck der Methode ist. Dagegen treten die in Rede stehenden Strahlen völlig unabgelenkt aus dem Krystall aus, wenn man denselben zu einer Kugel oder zu einem Cylinder abschleift, dessen Axe senkrecht zur Ebene der optischen Axen ist. Diejenigen Strahlen AA und $A'A'$ (Fig. 85), welche genau durch die Mitte der Kugel oder des Cylinders gehen, und zwar parallel den beiden Axen, treffen deren Oberfläche stets in einem Punkte, in welchem dieselbe senkrecht zu jenen steht, werden also nicht gebrochen. Wenn die Kugel also um eine Axe, senkrecht gegen die Zeichnungsebene von Fig. 85 und durch die Mitte gehend, drehbar wäre, so könnte man, mittelst Einstellens des Axenbildes A und desjenigen von A' in einem festen Polarisationsapparat, durch die hierzu erforderliche Drehung den Winkel AMA' messen. Wegen der Schwierigkeit der Herstellung einer so vollkommenen Kugel oder eines solchen Cylinders bestimmt man jedoch den Winkel der optischen Axen auf andere Weise,

Fig. 85.



nämlich mittelst einer ebenen planparallelen Platte, welche senkrecht zur Halbirenden des spitzen Axenwinkels geschliffen ist.

Handelt es sich um einen Krystall ohne Dispersion der Hauptschwingungsrichtungen, so ist die erwähnte Platte senkrecht zur Halbirenden des Axenwinkels für alle Farben, andernfalls nur für eine bestimmte. Da indess die Dispersion der Mittellinien meist nur eine geringe ist, so steht eine Platte, welche normal zur ersten Mittellinie für Gelb geschliffen ist, gewöhnlich auch sehr nahe senkrecht zur Halbirenden des Winkels der optischen Axen für die übrigen Farben, kann also, wenn nicht die höchste Genauigkeit gefordert wird, auch zur Bestimmung des Axenwinkels für Roth, Blau u. s. w. dienen.

Sei $PPP'P'$ (Fig. 86) der Durchschnitt einer solchen Platte mit der Ebene der optischen Axen, die Normale zur Platte MM' die erste Mittellinie derselben, so werden die den beiden Axen parallelen Strahlensysteme die Oberfläche unter gleichen, aber entgegengesetzt liegenden Winkeln treffen, also eine gleiche Brechung nach der entgegengesetzten Richtung erleiden. Während sie im Krystall den Winkel ACA', den wahren Winkel der op-

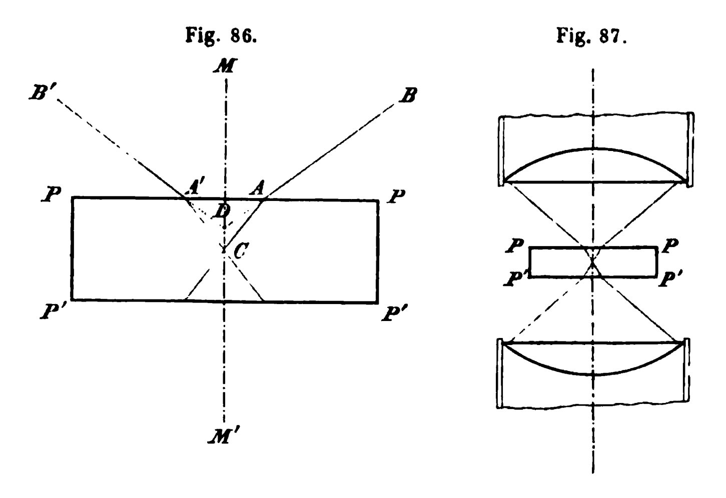


Fig. 86. Fig. 87.

tischen Axen, bilden, schliessen sie nach ihrem Austritt einen grösseren, den sogenannten scheinbaren Axenwinkel BDB' ein, welcher ebenso, wie ACA', von MM' halbirt wird. Den scheinbaren Axenwinkel kann man nun auf folgende Art messen:

Man bringe die Platte ($PPP'P'$ Fig. 87 sei ihr Durchschnitt, wie oben) zwischen Sammellinse und Objectiv des Konoskops so an, dass sie drehbar ist um eine Axe, welche genau senkrecht zur Ebene der optischen Axen und ungefähr durch die Mitte der Platte geht. In Fig. 87 sind nur die benachbarten Theile des Instrumentes im Durchschnitt angegeben, und die Platte in der Stellung, in welcher sie das Interferenzbild symmetrisch zeigt, da die erste Mittellinie mit der Axe des Instrumentes zusammenfällt. Jene

Drehung erzielt man nun dadurch, dass man oberhalb der Zeichnungsebene einen getheilten Kreis fest mit dem Instrument verbindet, durch dessen Mitte eine drehbare Axe hindurchgeht, welche normal zur Zeichnungsebene steht und in eine Pincette endigend die Platte trägt. Die perspectivische Ansicht Fig. 88 wird die Anordnung dieses Apparates und die Möglichkeit, mittels desselben eine Drehung der Platte zu messen, unmittelbar erkennen lassen. Wird nun jene Axe und somit die Krystallplatte so weit gedreht, dass die Strahlen, welche sie in der Richtung einer optischen Axe durchsetzen, genau parallel der Axe des Instrumentes in das Objectiv eintreten, Fig. 89, so werden diese in der Mitte des Gesichtsfeldes vereinigt werden, der Mittelpunkt des einen Ringsystems wird also genau in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen. Diesen Punkt kann man mittelst eines Fadenkreuzes in der Bildebene des Konoskops markiren, und die Einstellung des Axenbildes auf den Kreuzpunkt der Fäden gelingt dann besonders genau, wenn man das Interferenzbild mit den Hyperbeln benutzt, also die gekreuzten Nicols des Instrumentes 45° mit der Axenebene der Platte bilden lässt. Da die Einstellung einer optischen Axe stets nur für eine bestimmte Farbe geschehen kann, so muss natürlich der Apparat durch homogenes Licht, z. B. eine Natriumflamme, erleuchtet werden. Das Interferenzbild stellt sich alsdann so dar, wie es in Fig. 90 abgebildet ist, worin FF und $F'F'$ das Fadenkreuz des Fernrohrs, NN und $N'N'$ die Schwingungsrichtungen der beiden Nicols bezeichnen. Hat man die Platte soweit gedreht, dass die Mitte der schwarzen Hyperbel und der Verticalfaden absolut zusammenfallen, wie es die Figur zeigt, so hat jene genau die in Fig. 89 bezeichnete Stellung. Dreht man nun zurück bis zur anfänglichen Lage, und ebenso weit nach der andern Seite, bis das zweite Axenbild genau in derselben Weise in der Mitte des Gesichtsfeldes ist, d. h. $a'a'$ Fig. 89 mit der Axe des Instrumentes zusammenfällt, so hat man zwischen diesen beiden Einstellungen der einen und der andern optischen Axe auf die

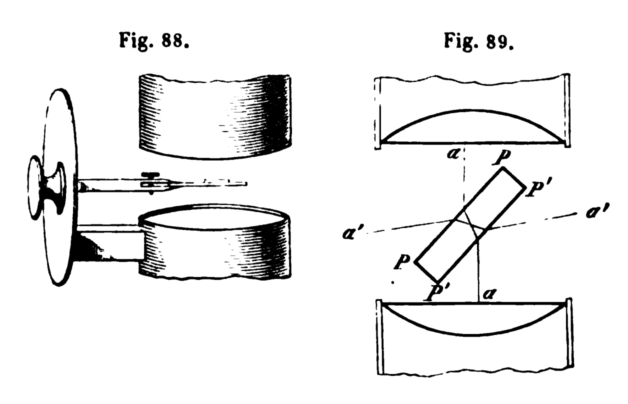


Fig. 88. Fig. 89.

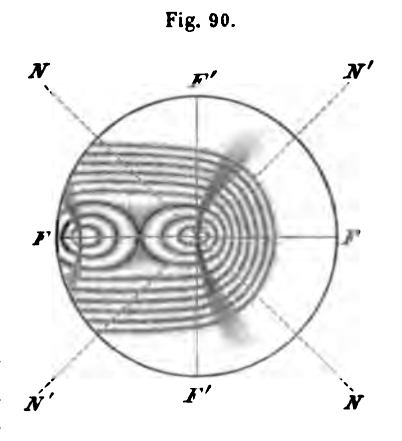
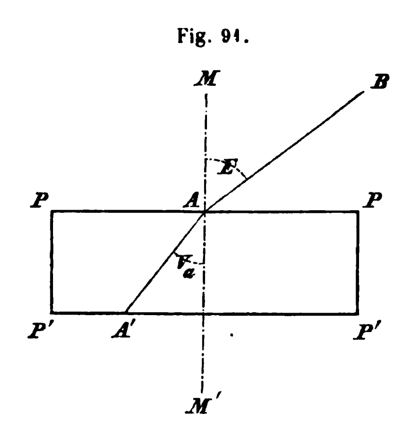


Fig. 90.

Mitte offenbar genau um so viel drehen müssen, als der Winkel der Axen nach dem Austritt in Luft beträgt. Die am Kreise abzulesende Drehung giebt also unmittelbar den scheinbaren Axenwinkel für die benutzte Farbe. Beleuchtet man nun das Instrument mit Licht von anderer Farbe, so erhält man wegen der Dispersion der Axen andere Ablesungen für beide Einstellungen und somit einen grösseren oder kleineren Axenwinkel.

Fig. 91.



Es ist nunmehr das Verhältniss zu bestimmen, in welchem der scheinbare Axenwinkel zum wirklichen steht. Sei $PPP'P'$ (Fig. 91) wieder der Durchschnitt der Krystallplatte mit der Axenebene, MM' die erste Mittellinie und zugleich Normale zur Platte, AA' die Richtung einer optischen Axe, so ist offenbar $V_a = A'AM'$ der halbe wahre Axenwinkel, $E = BAM$ der halbe scheinbare, so dass der wahre (innere) und der scheinbare Winkel der Axen $2V_a$, resp. $2E$ sind. Nach S. 98 hat nun ein Strahl, wenn er sich in der Richtung AA' fortpflanzt, die mittlere Lichtgeschwindigkeit, er wird also im Punkte A so gebrochen werden, dass sein Brechungsindex aus Luft in den Krystall gleich dem mittleren Hauptbrechungsquotienten β ist. Wenn der Strahl $A'A$ gebrochen in die Luft austritt, so ist sein Einfallswinkel V_a, sein Brechungswinkel E, also

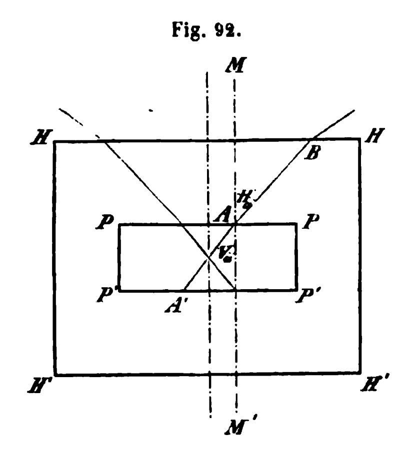
$$\frac{\sin V_a}{\sin E} = \frac{1}{\beta}$$
$$\sin E = \beta \cdot \sin V_a .$$

Durch diese Gleichung ist das Verhältniss zwischen dem wahren und dem scheinbaren Axenwinkel in Luft bestimmt. Hat man also sämmtliche drei Hauptbrechungsindices für verschiedene Farben gemessen und daraus den wahren Axenwinkel für dieselben Farben abgeleitet, so ergiebt sich aus obiger Gleichung der scheinbare; bestimmt man nun diesen direct auf die beschriebene Art, so liefert die Vergleichung desselben mit dem nur aus den Brechungsindices berechneten Werthe einen Maassstab zur Beurtheilung der Genauigkeit, mit welcher letztere bestimmt worden sind, um so mehr, als die Genauigkeit der Messung der Axenwinkel in den meisten Fällen, wenn man nämlich nur kleine Krystalle zur Anfertigung von Prismen und Platten zur Verfügung hat, grösser ist, als diejenige der Messung der Brechungsindices. Noch wichtiger ist aber die Bestimmung des scheinbaren Axenwinkels in denjenigen Fällen, in denen die Ausbildung der Krystalle die Anfertigung von genügend grossen Prismen zur genauen Bestimmung der Brechungsindices nur nach einer Richtung gestattet, also höchstens zwei der Hauptbrechungsquotienten bestimmt werden können. Sind diese beiden

nicht α und γ, sondern α und β, oder β und γ, so vermag man mittelst β aus dem scheinbaren Axenwinkel den wahren, und aus diesem und den beiden gemessenen Brechungsindices den dritten zu berechnen, indem man die S. 91 gegebene Gleichung nach letzterem auflöst.

Wenn der Winkel der optischen Axen eine bestimmte Grösse überschreitet, können die ihnen parallelen Strahlen in Luft nicht mehr austreten. Denn wenn $\sin V_a = \frac{1}{\beta}$, so ist $\sin E = 1$, also der scheinbare Axenwinkel 180°; von dieser Grösse für V_a ab tritt totale Reflexion jener Strahlen ein, welche Grösse abhängt von dem mittleren Brechungsindex des Lichtes beim Uebergang aus dem Krystall in Luft. Würde man den ersteren, statt mit Luft, mit einer Flüssigkeit umgeben, in welcher die Lichtgeschwindigkeit weniger von der im Krystall abweicht, so würden die den optischen Axen entsprechenden Strahlen an der Grenze beider weniger abgelenkt werden, und wäre in diesem Mittel die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes noch kleiner, als im Krystall, so würden sie dem Lothe zu gebrochen, d. h. die scheinbaren optischen Axen in diesem Mittel bildeten einen kleineren Winkel, als die wahren. Sei (Fig. 92) $PPP'P'$ die Krystallplatte, HH die derselben parallele Grenzfläche des umgebenden Mediums gegen die Luft, so wird ein einer optischen Axe paralleler Strahl $A'A$ in A, wenn MM' das Einfallsloth, gebrochen werden; und zwar wird, wenn man $A'AM' = V_a$ (wie bisher der halbe Axenwinkel), $MAB = H_a$ (da MM' die Mittellinie, so ist dies der halbe scheinbare Axenwinkel in dem umgebenden Medium), endlich die Geschwindigkeit des Lichtes im Krystall $= v_b$, in dem umgebenden Mittel $= v_h$, in der Luft $= v$ setzt:

Fig. 92.



$$\frac{\sin V_a}{\sin H_a} = \frac{v_b}{v_h}$$

oder, was damit identisch gleich:

$$\frac{\sin V_a}{\sin H_a} = \frac{v_b}{v} \cdot \frac{v}{v_h},$$

und, da $\frac{v}{v_b}$ gleich dem mittleren Brechungsexponenten β, $\frac{v}{v_h}$ gleich dem Brechungsindex aus Luft in das umhüllende Medium, welchen wir n nennen wollen, ist, so folgt

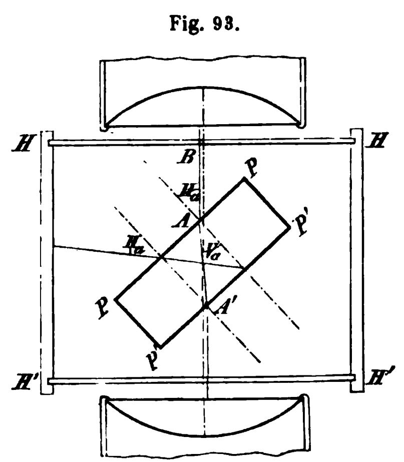
$$\frac{\sin V_a}{\sin H_a} = \frac{1}{\beta} \cdot n$$

$$\sin V_a = \frac{n}{\beta} \cdot \sin H_a \text{ *)}.$$

*) Da $\sin E = \beta \cdot \sin V_a$, so ist, wenn man in obige Gleichung für $\sin V_a$ seinen

Hiernach können wir den wahren Axenwinkel auch in einem solchen Falle berechnen, dass die Axen nicht mehr in Luft austreten, wenn wir den Krystall, dessen mittleren Brechungsindex wir kennen, mit einem stark brechenden Medium, dessen Brechungsindex n für die benutzte Farbe ebenfalls bekannt ist, umgeben, und den Winkel $2H_a$, welchen die Axen in diesem bilden, bestimmen. Dies letztere geschieht auf folgende Weise:

Fig. 93.



Man umgiebt die Krystallplatte mit einem Gefäss $HH'H'H$ (Fig. 93), dessen Vorder- und Hinterwand, HH und $H'H'$, aus planparallelen Glasplatten besteht, und füllt dasselbe mit einem durchsichtigen ungefärbten Oel, dessen Brechungsindex bekannt ist, an, so dass die Platte sich ganz in demselben befindet, während sie mit dem Apparat zum Messen der Axenwinkel ganz ebenso verbunden ist, als wenn der scheinbare Winkel in Luft bestimmt werden sollte. Dreht man nun die Platte so weit, bis diejenigen Strahlen AB (die Bezeichnungen sind ganz dieselben wie in der vorigen Figur), welche im Krystall sich einer optischen Axe parallel bewegen, der Axe des Polarisationsinstrumentes parallel sind, so erleiden sie weder an der Grenze des Oels gegen die umschliessende Glasplatte HH, noch durch letztere eine Ablenkung, da dieselbe senkrecht zur Axe des Instrumentes steht; es ist diese Stellung also ganz ebenso zu finden, wie bei der Messung des scheinbaren Axenwinkels in Luft, nämlich durch Einstellung der dunklen Hyperbel auf die Mitte des Fadenkreuzes im Gesichtsfeld des Polarisationsinstrumentes. Dreht man nun zurück und nach der entgegengesetzten Seite, bis das zweite Axenbild in gleicher Weise im Gesichtsfeld centrirt erscheint, so ist die ganze hierzu nöthige Drehung offenbar $2H_a$, d. h. der scheinbare Axenwinkel im Oel. Wenn also β und n bekannt sind, so ergiebt sich aus dem so gemessenen H_a nach der a. vor. S. abgeleiteten Gleichung

$$\sin V_a = \frac{n}{\beta} \cdot \sin H_a$$

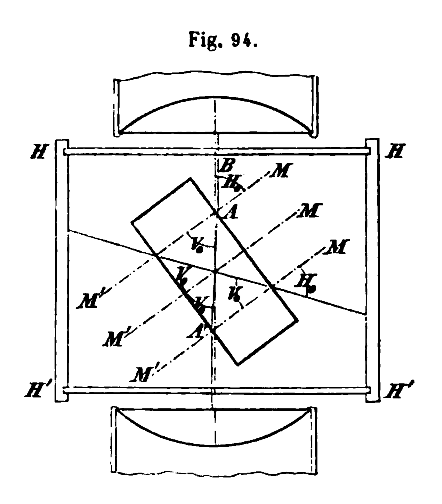
der wahre Axenwinkel.

Denselben kann man endlich sogar finden, ohne β und n zu kennen, nämlich mittelst einer zweiten Krystallplatte, deren Flächen senkrecht zur Halbirenden des stumpfen Winkels, der sogenannten zweiten Mittellinie der

Werth $\frac{\sin E}{\beta}$ einsetzt: $n = \frac{\sin E}{\sin H_a}$. Hiernach kann man den Brechungsindex n des umgebenden Mediums bestimmen durch Messung des scheinbaren Axenwinkels in Luft und in jener Flüssigkeit mittelst einer und derselben Krystallplatte.

optischen Axen, geschliffen sind. Bei einer solchen werden die beiden Axen im Allgemeinen nicht mehr in die Luft austreten, wohl aber in Oel, selbst wenn der stumpfe Axenwinkel sehr gross ist, sobald nur der Brechungsindex des Oels mindestens ebenso gross ist als der des Krystalls. Sei in Fig. 94 eine solche Platte im Oelgefäss dargestellt, ebenfalls drehbar um die Normale zur Ebene der optischen Axen, sei $A'A$ ein Strahl, welcher im Krystall einer optischen Axe parallel läuft, der im Oel in der Richtung AB sich fortpflanzt, so ist, wenn MM' die Normale zur Platte, d. h. die zweite Mittellinie der Axen, $A'AM' = V_0$ die Hälfte des wahren stumpfen Axenwinkels, $MAB = H_0$ die Hälfte des scheinbaren stumpfen Axenwinkels in Oel. Die Messung dieses letzteren geschieht nun ganz so, wie bei der vorigen Platte, durch Drehung und aufeinanderfolgendes Einstellen der beiden Axenbilder. Wenn man dieselben Bezeichnungen für die Lichtgeschwindigkeit und die Brechungsindices beibehält, wie oben beim spitzen Axenwinkel, so folgt hier ganz ebenso wie dort:

Fig. 94.



$$\frac{\sin V_0}{\sin H_0} = \frac{v_b}{v_h} = \frac{1}{\beta} \cdot n$$

(2) $$\sin V_0 = \frac{n}{\beta} \cdot \sin H_0.$$

Mittelst dieser Gleichung kann man also, wenn man den scheinbaren **stumpfen** Axenwinkel in Oel bestimmt hat, den wahren berechnen, ebenso wie durch die vorher entwickelte Gleichung aus dem scheinbaren **spitzen**. Beide Berechnungen setzen aber die Kenntniss des mittleren Brechungsindex des Krystalls und desjenigen des Oels voraus. Da die Summe des spitzen und stumpfen Axenwinkels jedoch für dieselbe Farbe stets 180° sein muss, so ist $V_a + V_0 = 90°$, also $\sin V_0 = \cos V_a$. Setzt man diesen Werth in die Gleichung (2) ein und dividirt die für den spitzen Axenwinkel entwickelte Gleichung (1) durch jene:

(1) $$\sin V_a = \frac{n}{\beta} \cdot \sin H_a$$

(2) $$\cos V_a = \frac{n}{\beta} \cdot \sin H_0,$$

so folgt

$$\tang V_a = \frac{\sin H_a}{\sin H_0},$$

d. h. man kann den **wahren** Winkel der optischen Axen eines Krystalls bestimmen, ohne irgend einen Brechungsindex zu kennen. Man schleift nämlich aus demselben zwei Platten, eine senkrecht zur ersten, eine senk-

recht zur zweiten Mittellinie, und bestimmt auf die beschriebene Art bei beiden den scheinbaren Axenwinkel in Oel; der Quotient der Sinus dieser Winkel ist die Tangente des halben gesuchten inneren Axenwinkels. Diese Art der Bestimmung desselben ist deshalb besonders wichtig, weil zur Anfertigung der Prismen, mit denen die Brechungsindices sehr genau gemessen werden können, durchsichtige Krystalle von einer Grösse gehören, wie man sie bei weitem nicht von allen Substanzen besitzt, während die planparallelen Platten für diese Methode fast beliebig klein sein*) und auch leichter in genügender Genauigkeit angefertigt werden können, als richtig orientirte Prismen. Hat man also nur sehr kleine Krystalle zur Verfügung, so begnügt man sich mit der Bestimmung des wahren Axenwinkels nach der beschriebenen Methode und erhält übrigens auch noch den mittleren Hauptbrechungsindex β**), wenn man mittelst der zur ersten Mittellinie senkrechten Platte den scheinbaren Axenwinkel $2E$ in der Luft bestimmt, nach der Gleichung (s. S. 120)

$$\sin E = \beta \cdot \sin V_a$$

$$\beta = \frac{\sin E}{\sin V_a}.$$

Bestimmt man die Winkel der optischen Axen eines zweiaxigen Krystalls, sei es durch vollständige Messung der optischen Constanten (der drei Hauptbrechungsindices), sei es durch directe Bestimmung derselben, für verschiedene Farben, so findet man dieselben verschieden, und zwar steigt oder fällt die Grösse des Winkels der Axen stetig mit der Wellenlänge des Lichtes, auf welches sie sich beziehen. Da jeder der drei Hauptbrechungsindices sich mit der Farbe annähernd nach demselben Gesetz ändert, welches S. 27 als Cauchy'sche Dispersionsformel für einfachbrechende Medien aufgestellt wurde, nur dass selbstverständlich die Constanten dieser Formel bei jedem derselben andere Werthe besitzen, so liegt die Vermuthung nahe, dass auch die Axenwinkel nach einem ähnlichen

*) Auch zur Bestimmung der Brechungsindices mit dem Totalreflectometer dürfen die Krystalle nicht allzu klein sein, weil sonst das von der Platte reflectirte Licht so schwach ist, dass die Grenze der totalen Reflexion nicht mehr zu erkennen ist.

) Mit Hülfe der Grössen V und β kann man sogar die vollständigen optischen Constanten eines Krystalls bestimmen, nämlich durch Messung des Abstandes der Lemniscaten, welche eine zur ersten Mittellinie senkrechte Platte von bekannter Dicke zeigt. Dieser Abstand gestattet nämlich (s. A. Müttrich, Poggendorff's Annalen der Physik, 1864, **121, 206 f.) die Grösse $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}$ zu berechnen, so dass, wenn man diese in die für den Winkel der optischen Axen ebenso, wie die S. 91 angeführte, gültige Gleichung:

$$\cos V = \sqrt{\frac{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}}}$$

einsetzt, nur noch eine Unbekannte, γ, übrig bleibt, nach deren Berechnung sich α aus derselben Formel ohne Weiteres ergiebt.

Gesetz sich mit der Farbe ändern. In der That entsprechen die Axenwinkel derjenigen Krystalle, bei welchen sie mit der Wellenlänge zunehmen Sinn der Dispersion $\varrho > v$), ausserordentlich nahe der Formel:

$$V_a = A - \frac{B}{\lambda^2},$$

derjenigen, deren Axenwinkel mit grösserer Wellenlänge des Lichtes abnimmt ($\varrho < v$):

$$V_a = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Hat man also den wahren Axenwinkel $2\,V_a$ einer Substanz für zwei Farben bestimmt, deren Wellenlänge bekannt ist, so kann man, die gefundenen Werthe in die betreffende dieser beiden Gleichungen einsetzend, die Constanten A und B für den Körper und daraus den Axenwinkel für jede andere Wellenlänge ableiten. Es muss indess bemerkt werden, dass einige wenige Substanzen (z. B. Gyps) Ausnahmen von diesem Gesetze darbieten und eine anormale Dispersion der optischen Axen in der Weise besitzen, dass der Winkel derselben für eine bestimmte mittlere Farbe ein Maximum oder Minimum zeigt.

§ 20. **Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung ein- und zweiaxiger Krystalle durch Combination mit anderen doppeltbrechenden Krystallen.** Wie in § 8 gezeigt wurde, ist es möglich, die Stärke der Doppelbrechung einer dünnen Krystallplatte, d. h. den Gangunterschied der beiden in einer solchen sich fortpflanzenden Strahlen, mittelst der entstehenden Interferenzfarbe zu bestimmen, allerdings nur annähernd, weil die letztere noch beeinflusst wird von der Verschiedenheit der Doppelbrechung für verschiedene Farben. Es wird so gleichsam nur ein mittlerer Werth für die im Krystall stattgefundene Verzögerung gefunden. Aus diesem und der Dicke ergiebt sich die Differenz der Brechungsindices nach der S. 38 Anm. angegebenen Formel. Hierbei bleibt aber unbestimmt, welchem der beiden Strahlen die grössere, welchem die kleinere Fortpflanzungsgeschwindigkeit zukommt, d. h. welches der Charakter der Doppelbrechung des Krystalls ist. Um diesen zu bestimmen, bedarf es der Combination mit einer zweiten Krystallplatte von bekannter positiver oder negativer Doppelbrechung. Handelt es sich um sehr dünne Krystalldurchschnitte, wie sie bei mikroskopischen Untersuchungen gewöhnlich vorliegen, welche also nur Farben der ersten Ordnungen zeigen, so ist für die Bestimmung des Zeichens der Doppelbrechung am besten geeignet eine dünne Gypsplatte, welche zwischen gekreuzten Nicols das Roth erster Ordnung zeigt (s. S. 40), in Fällen sehr schwacher Doppelbrechung auch eine sogenannte »Viertelundulations-Glimmerplatte«, d. h. eine so dünne Spaltungslamelle von Glimmer, dass von den aus einem senkrecht eintretenden Strahl entstehenden beiden Vibrationen die eine gegen die andere nur um $\frac{1}{4}\lambda$ (für mittlere Farben) verzögert wird. Der Glimmer ist negativ zweiaxig, d. h. die

Schwingungsrichtung seiner grössten Lichtgeschwindigkeit halbirt den spitzen Winkel der Axen, und fast genau senkrecht zu jener Richtung ist seine so äusserst vollkommene Spaltbarkeit. Schneidet man das Glimmerblatt in in eine rectanguläre Form, so dass die Längsrichtung der Ebene der optischen Axen entspricht, so sind die längeren Kanten desselben parallel der Schwingungsrichtung der kleinsten, die kürzeren der der mittleren Lichtgeschwindigkeit, und dies sind zugleich die beiden Schwingungsrichtungen der senkrecht zur Platte (parallel der ersten Mittellinie) austretenden Strahlen.

Wird eine derartige Glimmerplatte so in den Gang der Lichtstrahlen, bevor sie in den Analysator eintreten, eingeschoben, dass ihre Längsrichtung den Winkel der Schwingungsrichtungen der beiden gekreuzten Nicols halbirt, zu welchem Zwecke am Mikroskop ein eigener Schlitz angebracht sein muss, so wird das Gesichtsfeld mit blaugrauer Farbe aufgehellt, entsprechend dem $\frac{1}{4}\lambda$ für mittlere Farben, also ca. 140 $\mu\mu$ betragenden Gangunterschiede (vergl. S. 39). Befindet sich nun im Gesichtsfelde ein sehr dünner, äusserst schwach doppeltbrechender Krystall in derjenigen Stellung, in welcher seine Schwingungsrichtungen mit denen der Nicols zusammenfallen, so kann derselbe keine Aenderung hervorbringen, erscheint also ebenso aufgehellt, wie das übrige Gesichtsfeld. Dreht man ihn aber in seiner Ebene um 45°, so findet in demselben Zerlegung des Lichtes in zwei Schwingungen von sehr kleiner Phasendifferenz statt; war der Sinn der Drehung so, dass die Richtung derjenigen Schwingung, welche sich in ihm mit grösserer Geschwindigkeit fortpflanzt, zusammenfällt mit der Schwingungsrichtung desjenigen Strahls, welcher auch in der Glimmerplatte die grössere Geschwindigkeit besitzt (in welchem Falle also auch die Schwingungsrichtungen der langsamer sich fortpflanzenden Strahlen in beiden Krystallen parallel werden), so wird nach dem Austritt aus dem Glimmer der schnellere Strahl um jene kleine Phasendifferenz beschleunigt, der langsame um ebenso viel verzögert sein. Das durch den Krystall hindurchgegangene Licht erfährt also nicht, wie das des übrigen Gesichtsfeldes, einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$, sondern einen um das Doppelte der im Krystall bewirkten Verzögerung erhöhten; das Blaugrau geht also in helleres Grünlichgrau oder, wenn der Krystall etwas stärker doppeltbrechend ist, bis in Gelblichweiss über. Selbst wenn die Doppelbrechung des Krystalls eine äusserst geringe ist, kann man sie nach dieser Methode durch die grössere Aufhellung desselben beim Drehen wahrnehmen. Dreht man jedoch den Krystall im entgegengesetzten Sinne um 45°, so fällt die Schwingungsrichtung des in ihm sich schneller fortpflanzenden Strahls mit der Richtung der im Glimmer langsamer vorschreitenden Schwingung zusammen und umgekehrt. In Folge dessen wird die gesammte Phasendifferenz um ebenso viel kleiner, als sie vorher grösser wurde, die Ordnung der Interferenzfarbe nimmt also ab, d. h. der Krystall wird dunkler und lavendelgrau. Durch Beobachtung des zu untersuchenden Krystalls in beiden Stellungen ist aber die vorliegende Aufgabe gelöst, denn in demselben

ist stets diejenige Schwingung die langsamer sich fortpflanzende, welche der Ebene der optischen Axen des Glimmers parallel ist, wenn der Krystall heller erscheint, als das Gesichtsfeld. Mittelst dieses Verfahrens ist man also im Stande, nicht nur die Doppelbrechung eines Krystalls zu erkennen, wenn sie auch so gering ist, dass die Aufhellung desselben beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols ohne Hinzufügung der Glimmerplatte der Beobachtung entgehen würde, sondern auch den Charakter der Doppelbrechung zu bestimmen.

Das Gleiche ist der Fall, wenn man den Krystall mit einer Gypsplatte combinirt, welche bei gekreuzten Nicols das Roth erster Ordnung zeigt. Fügt man diese ganz in derselben Weise, wie die Glimmerplatte vorher, in das Orthoskop ein, so erscheint das ganze Gesichtsfeld in der genannten Farbe; ebenso auch darin befindliche doppeltbrechende Krystalle, sobald ihre Schwingungsrichtungen mit denen der Nicols zusammenfallen. Drehen wir aber den Objecttisch des Instrumentes so weit, dass die Schwingungsrichtungen eines zu untersuchenden Krystalls 45° mit denen der Nicols einschliessen, so entsteht in demselben eine Phasendifferenz, welche sich zu der in der Gypsplatte bewirkten addirt oder von ihr subtrahirt, je nachdem die Schwingungsrichtungen der grösseren von den beiden Lichtgeschwindigkeiten im Krystall und in der Gypsplatte parallel oder gekreuzt sind. In Folge dessen zeigt der Krystall, verglichen mit dem übrigen Gesichtsfelde, eine Farbe von höherer oder niederer Ordnung, je nachdem man ihn in einem oder in entgegengesetztem Sinne um 45° dreht. Hat man nun für die rectangulär geschnittene Gypsplatte durch Vergleichung mit einem Krystall von bekannter Doppelbrechung festgestellt, ob die ihrer Längsrichtung parallele Schwingung die schneller oder die langsamer sich fortpflanzende ist, so leuchtet ein, dass man durch diese Farbenänderung den unbekannten Charakter der Doppelbrechung jedes im Gesichtsfelde des Orthoskopes befindlichen Krystalls bestimmen kann, falls der von ihm erzeugte Gangunterschied nicht so bedeutend ist, dass Zweifel über die Ordnung der resultirenden Farbennuance entstehen. Ist dies der Fall, d. h. zeigt der Krystall in diagonaler Stellung für sich allein schon eine Farbe dritter oder vierter Ordnung, so wird diese durch Einschiebung der Gypsplatte parallel der einen Diagonale in eine um den Gangunterschied λ, d. h. um eine ganze Ordnung, höhere verwandelt, während durch Einschiebung der Gypsplatte in der andern Diagonale oder durch Drehung des Krystalls um 90°, die Ordnung der Farbe um ebenso viel erniedrigt wird. Da die um zwei ganze Ordnungen verschiedenen Interferenzfarben sich immer dadurch deutlich unterscheiden lassen, dass die höhere weniger lebhaft ist und sich mehr dem Weiss nähert, so kann auch in solchen Fällen der Charakter der Doppelbrechung mittelst der empfindlichen Gypsplatte unzweifelhaft festgestellt werden.

Zeigt endlich eine Krystallplatte in Folge grösserer Dicke oder sehr starker Doppelbrechung das Weiss der höheren Ordnung, so muss der

Gangunterschied um mehr als eine Wellenlänge verringert werden, um eine Farbe hervorzurufen, welche sich noch merklich von jenem Weiss unterscheidet. Man benutzt zu diesem Zwecke am geeignetsten einen keilförmig geschliffenen doppeltbrechenden Krystall, z. B. einen **Quarzkeil**, dessen eine Fläche der optischen Axe AA parallel ist (s. Fig. 95 *a* Vorderansicht, *b* Längsschnitt). Derselbe ist gewöhnlich, um den dünnsten Theil weniger zerbrechlich zu machen. auf eine rectanguläre Glasplatte *g* aufgekittet. Da die Doppelbrechung des Quarzes positiv ist, zerfällt jeder in einen solchen Keil an irgend einer Stelle senkrecht einfallende Strahl in zwei, von denen der ordentliche, parallel BB schwingend, sich schneller, der ausserordentliche, parallel der Axe AA schwingend, sich langsamer fortpflanzt. Der Gangunterschied, mit welchem die beiden Strahlen aus dem Quarz austreten, wächst nun offenbar mit der Dicke des letzteren, man kann also durch Verschieben des Keils von rechts nach links denselben vergrössern, da alsdann eine dickere Stelle des Keils zur Wirksamkeit gelangt. Bringt man nun eine doppeltbrechende Platte $aba'b'$ (Fig. 96) so in das Orthoskop, dass ihre Schwingungsrichtungen 45° mit denen der beiden gekreuzten Nicols (NN und $N'N'$) bilden, und sei aa' die Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit unter allen in der Ebene $aba'b'$ liegenden, bb' die der kleinsten, so werden die Vibrationen parallel aa' sich rascher im Krystall fortpflanzen als die parallel bb', demnach beim Austritt eine Phasendifferenz beider vorhanden sein, und zwar soll der Gangunterschied, $n\lambda$, so gross sein, dass das Weiss der höheren Ordnung entsteht. Schiebt man nun den Quarzkeil $KKK'K'$ so ein, dass seine optische Axe AA der Schwingungsrichtung aa' der Krystallplatte parallel ist, so wird jeder der beiden aus dem Krystall austretenden Strahlen mit unveränderter Schwingungsrichtung sich im Quarz fortpflanzen, der parallel aa' schwingende ist aber hier der langsamere, der parallel bb' der schneller vor-

Fig. 95.

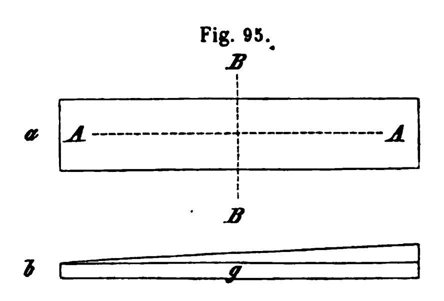
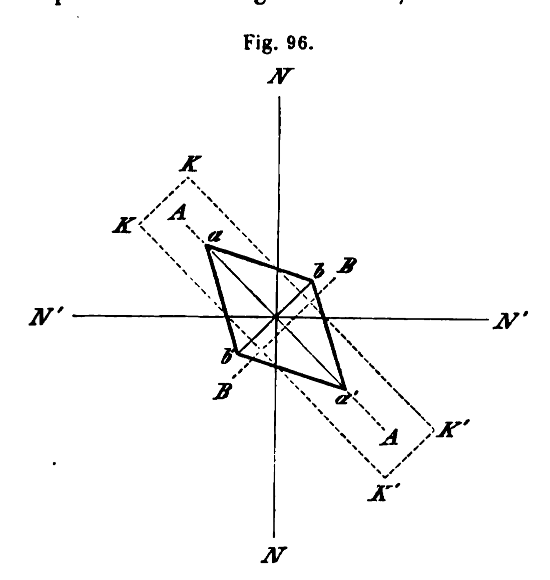


Fig. 96.



schreitende; der Gangunterschied, welcher beiden im Quarz zu Theil wird, er möge $n'\lambda$ sein, besitzt also den entgegengesetzten Sinn gegenüber dem im Krystall entstandenen; der Gangunterschied der beiden Strahlen, nachdem sie Krystall und Quarz durchlaufen haben, ist also $= (n - n')\lambda$. Die Grösse $n - n'$ kann nun beliebig klein gemacht werden, sobald die Krystallplatte einigermassen dünn und der Quarzkeil dick genug ist, also durch Verschieben des letzteren parallel AA, so dass eine dickere Stelle in die Mitte kommt. Mit diesem verkleinerten Gangunterschied treten denn nun die beiden Strahlen in den Analysator und ihm entsprechend interferiren sie nach der Zurückführung auf eine Schwingungsebene. Ist $n - n'$ sehr klein, so tritt ganz dasselbe ein, als ob die Krystallplatte selbst äusserst dünn und kein Quarzkeil vorhanden wäre, d. h. es erscheinen lebhafte Interferenzfarben.

Würde man hingegen den Quarzkeil so in das Polarisationsinstrument eingeschoben haben, dass AA parallel der Schwingungsrichtung bb' wäre, so würden dieselben Vibrationen, welche im Krystall gegen die senkrecht dazu stehenden um $n\lambda$ verzögert wurden, auch im Quarz um $n'\lambda$ gegen letztere verzögert werden, also schliesslich einen Gangunterschied von $(n + n')\lambda$ besitzen und dem entsprechend interferiren. In diesem Falle wirkt demnach der Quarzkeil so, als ob die Krystallplatte dicker geworden wäre, es tritt also ein noch vollkommeneres Weiss der höheren Ordnung auf.

Wäre nicht aa', wie wir angenommen haben, die Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit in der Krystallplatte, sondern bb', und aa' die der kleinsten, so wäre Alles umgekehrt, d. h. wir müssten den Quarzkeil, um die Interferenzfarben zu erhalten, so einschieben, dass AA parallel bb' wird.

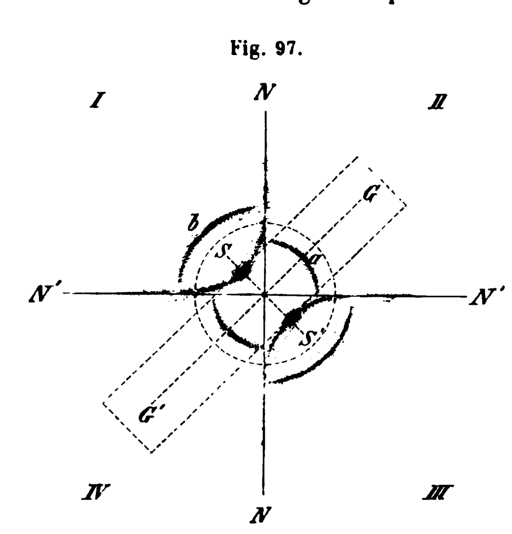
Dieses Verfahren zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung kann auch bei der Untersuchung eines Krystalls im convergenten Lichte benutzt werden. Hier zeigt ein solcher bei einiger Dicke, falls nicht zufällig das Interferenzbild einer optischen Axe im Gesichtsfelde erscheint, keine hellen und dunklen Curven, wie im monochromatischen Lichte, sondern das Weiss der höheren Ordnung. Dreht man denselben so mittelst des Tisches am Konoskop, dass er das Maximum der Helligkeit zeigt (alsdann bilden seine Schwingungsrichtungen 45° mit denen der gekreuzten Nicols), schiebt dann zwischen den Krystall und den Analysator den Quarzkeil ein, einmal mit seiner Längsrichtung parallel der einen, das andere mal parallel der zweiten Schwingungsrichtung der Krystallplatte, so ist diejenige von beiden, der seine Längsrichtung parallel ist, wenn in der Mitte des Gesichtsfeldes hyperbolische Farbencurven auftreten, die Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit unter allen der Platte parallelen, die senkrecht dazu stehende die der kleinsten.

Hat man eine optisch einaxige Krystallplatte, deren Flächen senkrecht zur optischen Axe stehen, zur Bestimmung ihres optischen Charakters zur Verfügung, so kann man diesen dadurch finden, dass man sie auf den

Krystallträger des Konoskops und auf dieselbe eine zweite senkrecht zur Axe geschliffene Platte eines andern einaxigen Krystalls legt, von welchem man das Zeichen der Doppelbrechung kennt. Hat die zu untersuchende Platte denselben optischen Charakter, wie die letztere, so wird der gleiche Strahl (von den beiden senkrecht zu einander schwingenden), welcher in der unteren verzögert wurde, es auch in der oberen, diese wirkt also gerade so, als ob die untere Platte dicker geworden wäre, d. h. die kreisförmigen Farbenringe werden enger sein, als sie erschienen, ehe die Platte von bekanntem optischen Charakter aufgelegt wurde. Ist dagegen die zu untersuchende Krystallplatte von entgegengesetztem optischen Charakter als die bekannte, so wird letztere so wirken, als ob erstere dünner geworden wäre, d. h. die Farbenringe werden weiter werden. Diese Erweiterung oder Verengerung der Farbenringe kann man dadurch sehr leicht erkennbar machen, dass man in der Bildebene des Polarisationsinstrumentes eine Glasplatte mit feinen eingerissenen Linien anbringt, welche man alsdann auf der Interferenzfigur erblickt und so ein Maass zur Bestimmung des Durchmessers der Farbenringe besitzt.

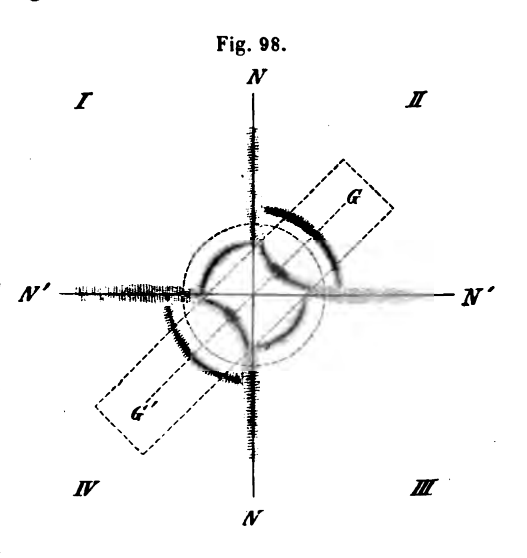
Eine weitere sehr bequeme und zwar die am häufigsten angewendete Methode zur Bestimmung des optischen Charakters einer senkrecht zur Axe geschliffenen einaxigen Platte besteht in der Anwendung der S. 125 beschriebenen Viertelundulations-Glimmerplatte. Fügt man dieselbe in den Gang der Lichtstrahlen ein und zwar zwischen der Platte und dem Analysator, so erhält man im homogenen Licht statt der kreisförmigen dunklen Ringe mit schwarzem Kreuz die in Fig. 97 dargestellte Interferenzfigur, wenn der Krystall positiv ist, dagegen die in Fig. 98 dargestellte, wenn er negativ ist, und wenn in beiden Fällen das Glimmerblatt die punktirt angedeutete diagonale Lage hat, d. h. seine Längsaxe in den beiden mit *II* und *IV* bezeichneten Quadranten 45° mit den Nicols bildet. Das erstere Interferenzbild unterscheidet sich dadurch von dem gewöhnlichen, dass die dunklen Ringe in den Quadranten *II* und *IV* um etwa ein Viertel des Abstandes zweier benachbarter verengert, diejenigen in den Quadranten *I* und *III* um ebenso viel erweitert sind, so dass an der Grenze zweier Quadranten stets ein heller an einen dunklen Ring stösst. Statt des schwarzen Kreuzes erscheinen zwei schwarze Flecken, deren Verbindungslinie senkrecht zur Längsrichtung des Glimmers steht. Würde das

Fig. 97.



Glimmerblatt senkrecht zu der in der Figur angedeuteten Lage eingeschoben werden, so dass seine Längsrichtung mitten in die Quadranten *I* und *III* fiele, so würden deren Ringe verengert, die von *II* und *IV* erweitert und in letzteren auch die schwarzen Flecken erscheinen. Bei der das Interferenzbild eines negativen Krystalls darstellenden Fig. 98 liegen die gleiche Erweiterung der Ringe und die dunklen Flecken in denjenigen Quadranten, welche die Längsaxe des Glimmers halbirt, in *II* und *IV*, die Verengerung der Ringe geschieht dagegen in *I* und *III*. Würde das Glimmerblatt so eingeschoben worden sein, dass es die Quadranten *I* und *III* halbirte, so würden in diesen die Erweiterung der Ringe und die dunklen Flecken, in *II* und *IV* die Verengerung eintreten. Was für die dunklen und hellen Ringe im homogenen Licht statt hat, gilt auch für die im weissen Licht erscheinenden Farbenringe, so dass also in letzterem Falle die Ringe gleicher Farbe in derselben Weise erweitert oder verengert werden; die schwarzen Flecken erscheinen ganz ebenso, wie im homogenen Lichte.

Fig. 98.



Zu einer Erklärung dieser Erscheinung, soweit eine solche hier möglich ist, bleiben wir bei dem einfacheren Fall des homogenen Lichtes stehen. Seien *NN*, *N'N'* (Fig. 97) wie vorher die Schwingungsrichtungen der Nicols, *GG'* die Längsrichtung des Glimmerblattes, so möge der punktirte Kreis den Ort des ersten dunklen Interferenzringes im Gesichtsfelde darstellen, welcher erscheinen würde, wenn keine Viertelundulationsplatte da wäre. Wenn die zu untersuchende Krystallplatte positiv einaxig ist, so entsteht nach dem Früheren dieser Ring dadurch, dass in der entsprechenden Richtung zwei Strahlen mit einander interferiren, von denen der eine, der ausserordentliche, im Hauptschnitt, der andere, der ordentliche, senkrecht dazu schwingt, sich aber um so viel schneller fortpflanzt, dass beide beim Austritt genau eine ganze Wellenlänge Gangunterschied besitzen. Alsdann tritt nämlich, weil die Interferenz bei gekreuzten Nicols mit entgegengestzter Phase stattfindet, vollständige Auslöschung ein. An einer Stelle *a*, wo, der Mitte des Gesichtsfeldes etwas näher, der schwarze Kreisquadrant angegeben ist, wird der eine Strahl nur um $\frac{3}{4}\lambda$ gegen den andern verzögert sein; treten nun beide in das Glimmerblatt ein, so kommt zu dieser Verzögerung noch $\frac{1}{4}\lambda$ hinzu, denn der ausserordentliche, im Hauptschnitt und folglich parallel der Axenebene *GG'* des Glimmers schwingende Strahl pflanzt sich in diesem ebenfalls langsamer fort, als der senkrecht dazu

vibrirende, da die Richtung GG' die Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit, SS' die der mittleren im Glimmer ist. Die beiden interferirenden Strahlen haben also nach Hinzufügung der Viertelundulationsplatte schon in geringerem Abstand von der Mitte des Gesichtsfeldes eine ganze Wellenlänge Gangunterschied; der erste dunkle Ring, welcher dieser Verzögerung entspricht, ist also um ebenso viel enger geworden. Betrachten wir nun denjenigen Punkt b, in welchem sich Strahlen vereinigen, deren Gangunterschied ohne Glimmerblatt $\frac{5}{4}\lambda$ sein würde. Hier schwingt der ausserordentliche, sich langsamer fortpflanzende Strahl $\parallel SS'$ (im Hauptschnitt), der ordentliche, sich schneller fortpflanzende, $\parallel GG'$. Im Glimmer ist aber die Geschwindigkeit des letzteren die kleinere, die des ersten grösser. Der in der Krystallplatte entstandene Gangunterschied $\frac{5}{4}\lambda$ wird also um $\frac{1}{4}\lambda$ verkleinert, folglich entsteht im Quadranten I der erste dunkle Ring erst in dem Abstande des Punktes b von der Mitte, er ist weiter geworden, als vorher. In ganz gleicher Weise kommt für jeden folgenden Ring in den Quadranten II und IV zum Gangunterschied der Krystallplatte noch $\frac{1}{4}\lambda$ von Seiten des Glimmers hinzu, sie werden sämmtlich enger, während bei allen Ringen in den Quadranten I und III der entstandene Gangunterschied durch den Glimmer um $\frac{1}{4}\lambda$ verringert wird, die letzteren also erweitert werden. Bei den negativen Krystallen ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der parallel der Axe schwingenden Strahlen am grössten, der ausserordentliche Strahl also der schnellere, bei derselben Stellung des Glimmers muss also in den Quadranten II und IV genau das Gleiche vor sich gehen, als bei positiven in den Quadranten I und III, und vice versa.

Das praktische Verfahren, um den Charakter der Doppelbrechung einer senkrecht zur Axe geschliffenen einaxigen Krystallplatte zu bestimmen, besteht demnach darin, dass man zwischen sie und den Analysator eine Viertelundulations-Glimmerplatte von angegebener Form so einschiebt, dass ihre Längsrichtung 45° mit den beiden Armen des schwarzen Kreuzes bildet. Es erscheinen alsdann statt desselben zwei schwarze Flecke; bildet deren Verbindungslinie mit der Längsrichtung des Glimmers ein Kreuz (+), d. h. steht sie senkrecht dazu, so ist der Krystall positiv (+), ist jene Verbindungslinie identisch mit der Längsrichtung (—), so ist der einaxige Krystall negativ (—). Im ersteren Falle sind die Ringe erweitert in den Quadranten, durch welche die Längsrichtung des Glimmers nicht geht, im letzteren Falle in denjenigen, welche durch die Längsrichtung desselben halbirt werden.

Dieselbe Glimmerplatte kann auch dazu dienen, das Zeichen der Doppelbrechung zu bestimmen bei einer zweiaxigen Krystallplatte, welche senkrecht zur ersten Mittellinie geschliffen ist und daher im convergenten Lichte die beiden Axenbilder zeigt. Man stellt zu diesem Zweck die Krystallplatte so im Instrument ein, dass ihre Axenebene der Polarisationsebene des einen Nicols parallel ist, dass also die Lemniscaten durchschnitten von einem schwarzen Kreuz erscheinen. Alsdann fügt man zwischen dieselbe

und den Analysator die Glimmerplatte ein und beobachtet, wenn der zu untersuchende Krystall positiv, d. h. wenn die erste Mittellinie die Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit ist, das in Fig. 99 dargestellte Interferenzbild, in welchem die Farbenringe in den beiden Quadranten erweitert sind, durch welche das Glimmerblatt, dessen Längsrichtung durch die Linie GG' angedeutet ist, nicht geht. Ist der Krystall dagegen negativ, d. h. ist seine erste Mittellinie die Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit, so erscheint bei derselben Lage das Bild Fig. 100, in welchem die Ringe derjenigen beiden Quadranten erweitert sind, welche von der Längsrichtung des Glimmers halbirt werden. Aus dieser Analogie der Erscheinungen mit derjenigen der einaxigen Krystalle ersieht man schon, dass die Erklärung ebenfalls eine jener analoge sein muss, wenn auch die Herleitung bei einem zweiaxigen Krystall eine weit complicirtere ist. Eine einfache Ueberlegung lehrt indess, dass das Interferenzbild, welches eine Platte senkrecht zur zweiten Mittellinie zeigt (meist nur in Oel zu beobachten), durch eine Viertelundulations-Glimmerplatte gerade die entgegengesetzte Veränderung erfahren muss. Die zweite Mittellinie eines positiven Krystalls zeigt daher das Bild Fig. 100, die eines negativen Fig. 99 *).

Fig. 99.

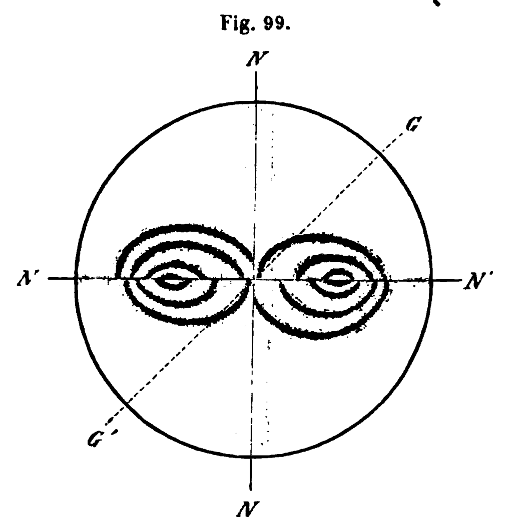
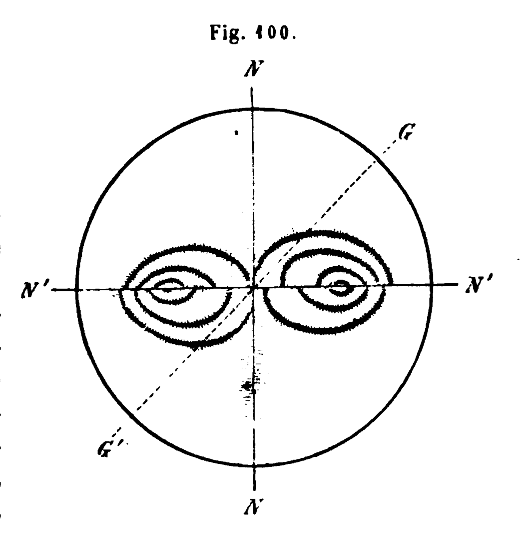


Fig. 100.



*) Man bezeichnet deshalb ziemlich allgemein eine Mittellinie, welche, mit der Viertelundulations-Glimmerplatte untersucht, die Erscheinung Fig. 99 zeigt, als positiv, eine solche, welche die Erscheinung Fig. 100 zeigt, als eine negative; doch ist diese Bezeichnung keine ganz correcte, da die Unterscheidung von »positiv« und »negativ« bei zweiaxigen Krystallen sich, wie aus der Erklärung S. 88 hervorgeht, auf die grössere Aehnlichkeit der Gestalt der Indexfläche mit der eines einaxigen positiven oder negativen Krystalls, also nicht auf eine bestimmte Richtung bezieht. Beobachtet man um eine Mittellinie die Erscheinung Fig. 99 und bezeichnet jene als »positive Mittellinie«

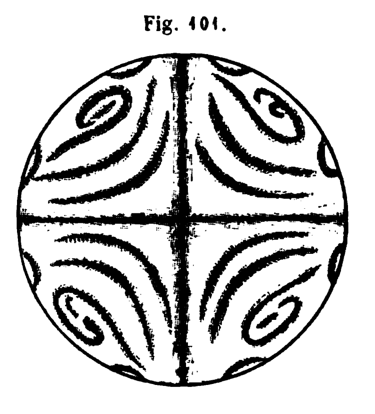
§ 21. **Optisches Verhalten von Combinationen gleichartiger doppeltbrechender Krystalle.** Aus den beiden im vorigen § erwähnten optisch zweiaxigen Mineralien Glimmer und Gyps lassen sich vermöge ihrer höchst vollkommenen Spaltbarkeit nach einer Ebene, welche beim Glimmer fast genau senkrecht zur ersten Mittellinie, beim Gyps parallel der Ebene der optischen Axen ist, sehr leicht planparallele Platten von jeder beliebigen Dicke herstellen und in irgend welcher Weise mit einander combiniren. Das Verhalten des Lichtes, wenn es durch eine solche Plattencombination, gleichsam ein Packet von übereinander geschichteten Glimmer- oder Gyps-Lamellen, hindurchgeht, ist nun von grosser Bedeutung für die Krystallographie, weil häufig die Krystalle einen Aufbau zeigen, welcher einer nach bestimmten Gesetzen erfolgten Uebereinanderlagerung verschieden orientirter Lamellen entspricht, und sich alsdann natürlich in optischer Beziehung anders verhalten, als einfache Krystalle. Es sollen daher im Folgenden die wichtigsten Fälle derartiger Combinationen doppeltbrechender Krystalle behandelt werden, von denen die meisten solche sind, die sich leicht durch Uebereinanderschichtung von Glimmer- oder Gyps-Platten realisiren lassen.

Im Allgemeinen leuchtet zunächst ein, dass man durch Aufeinanderlegen zweier doppeltbrechender Krystallplatten, deren Schwingungsrichtungen zusammenfallen, ein Packet erhält, welches die gleichen Schwingungsrichtungen besitzt, also im parallelen polarisirten Lichte in denselben Stellungen dunkel wird, wie die einzelnen Platten. Welche Erscheinung ein solches Packet im convergenten Lichte zeigt, hängt von den optischen Eigenschaften und der Dicke der beiden Platten ab. Seien, um mit einem einfachen Beispiele zu beginnen, diese einaxig und schief zur optischen Axe, doch so geschnitten, dass das Axenbild noch in das Gesichtsfeld des Konoskops fällt, und werden sie so auf einander gelegt, dass ihre Hauptschnitte parallel, ihre optischen Axen aber nach entgegengesetzten Seiten zur Plattennormale geneigt sind, so sieht man das schwarze Kreuz mit den Farbenringen einer jeden, gleich weit von der Mitte des Gesichtsfeldes entfernt, und zwar mit gleich weiten Ringen, wenn beide Platten gleich dick sind; zwischen diesen beiden Axenbildern sind secundäre Farbenstreifen, entstanden durch das Zusammenwirken beider Krystalle, sichtbar. Nimmt man zu diesem Versuche statt einaxiger Platten zweiaxige, aus denen die einer optischen Axe parallelen Strahlen schief austreten, so gleicht die Interferenzerscheinung im convergenten Lichte derjenigen einer einfachen, senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Platte, denn es treten zwei Axenbilder, Lemniscaten von einem dunklen Balken durchschnitten, symmetrisch zu beiden Seiten im Gesichtsfeld auf. Diese an natürlichen Verwachsungen zweier Krystalle gewisser Substanzen

oder »Mittellinie mit positiver Doppelbrechung«, so bedeutet dieses streng genommen nur, dass diese Mittellinie die Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit sei, dass also der Krystall ein positiver sein w ü r d e, wenn die Mittellinie die Halbirende des s p i t z e n Axenwinkels wäre.

nicht selten zu beobachtende Erscheinung unterscheidet sich aber von jener durch die erwähnten secundären Farbenstreifen, welche an die Stelle des zweiten, senkrecht zur Ebene der optischen Axen durch die Mitte gehenden dunklen Balkens treten. Legt man zwei Platten, deren Ebene senkrecht zur ersten Mittellinie ist — und hierzu eignen sich, wie oben erwähnt, am besten zwei Spaltungsplatten von Glimmer — derart auf einander, dass ihre Schwingungsrichtungen parallel, die Ebenen ihrer optischen Axen aber unter 90° gekreuzt sind, so erblickt man im Gesichtsfelde des Konoskopes vier Axenbilder, gleich weit von einander und von der Mitte entfernt, und zwischen ihnen hyperbolische Farbenstreifen, deren Asymptoten ein schwarzes, durch die Mitte gehendes Kreuz bilden, dessen Arme den Hauptschnitten der Nicols parallel gehen, wenn die beiden Axenebenen den Diagonalen entsprechen. Diese secundären Interferenzcurven treten auf Kosten der Lemniscaten immer mehr hervor, wenn man mehrere solche Paare gekreuzter Glimmerplatten über einander schichtet, und bei 4—5 Paaren erhält man das in Fig. 101 dargestellte Interferenzbild, in welchem nur noch Reste der die vier Axenpunkte umgebenden Farbencurven vorhanden sind und das grosse Aehnlichkeit mit der in Fig. 5 Taf. II abgebildeten Interferenzfigur eines Krystalls mit gekreuzten Axenebenen für verschiedene Farben besitzt. Die Mitte dieses Interferenzbildes bleibt auch beim Drehen der Combination in ihrer Ebene stets dunkel, wenn die einzelnen Platten genau gleich dick sind, andernfalls restirt auch für die senkrecht hindurchgegangenen Strahlen noch eine Phasendifferenz und es entsteht beim Drehen in der Mitte eine Farbe.

Fig. 101.



Eine ganz andere Interferenzerscheinung (zuerst von Nörremberg beobachtet) erhält man dagegen, wenn die einzelnen, kreuzweise über einander geschichteten Glimmerlamellen so dünn sind, dass die beiden durch Doppelbrechung in einer solchen entstehenden Strahlen weniger als eine Wellenlänge Gangunterschied erhalten. Fallen die Hauptschnitte des Glimmers mit den beiden gekreuzten Nicols des Instrumentes zusammen, so beobachtet man nämlich ein Interferenzbild, welches vollkommen mit dem einer senkrecht zur optischen Axe geschliffenen Platte eines einaxigen Krystalls übereinstimmt, also aus kreisförmigen Farbenringen, durchschnitten von einem dunklen Kreuz, besteht. Dass ein solches Packet von genau gleich dünnen Glimmerlamellen sich, wie im vorhergehenden Falle, für senkrecht hindurchgehende Strahlen wie eine normal zur optischen Axe geschnittene Platte eines einaxigen Krystalls verhalten, d. h. im parallelen Lichte einfachbrechend erscheinen muss, ist klar, denn die kleine, in einer der Lamellen durch die Doppelbrechung erzeugte Phasendifferenz wird

durch die folgende, in welcher die beiden Schwingungsrichtungen vertauscht sind, wieder aufgehoben; die Summe aller positiven Gangunterschiede in der einen Hälfte der Lamellen wird also vollständig compensirt durch die Summe aller in der andern Hälfte entstehenden entgegengesetzten Phasendifferenzen; die senkrecht einfallenden Strahlen erleiden daher keine Doppelbrechung. Anders verhalten sich jedoch im Allgemeinen Lichtstrahlen. welche schief durch eine derartige Combination hindurchgehen, denn ihre Fortpflanzungsrichtung hat in der einen Art von Glimmerplatten eine andere Orientirung, als in den damit gekreuzten, so dass solche Strahlen in den beiden Systemen von Glimmerlamellen eine verschiedene Doppelbrechung erfahren und schliesslich mit einer Phasendifferenz austreten. welche eine bestimmte Farbe erzeugt. So müssen im convergenten Lichte isochromatische Curven erscheinen, welche bei Aufeinanderschichtung einer kleineren Anzahl dickerer Platten die Form von Hyperbeln besitzen, dagegen in concentrische Kreise übergehen, wenn die Zahl der Platten sehr gross und ihre Dicke eine sehr geringe wird. Sind die einzelnen Lamellen des einen Systems zwar gleich dünn, aber ihre Dicke verschieden von derjenigen der Lamellen des andern, mit dem ersten gekreuzten Systems, so wirkt das ganze Packet — und zwar wieder um so vollkommener, je grösser die Zahl und je geringer die Dicke der Lamellen — wie eine senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte eines einfachen zweiaxigen Krystalls. dessen Axenwinkel aber um so kleiner ist, je weniger sich die Lamellen der beiden Systeme in ihrer Dicke unterscheiden.

Aus dem Verhalten der zuletzt erwähnten Glimmercombinationen folgt. dass eine zur ersten Mittellinie normale Platte eines natürlichen Krystalls. welcher aus zweiaxigen Lamellen in senkrecht gekreuzter Orientirung, aber von verschiedener Grösse und Dicke, aufgebaut ist, an denjenigen Stellen. wo das Licht nur durch Schichten einer Art hindurchgeht, das zweiaxige Interferenzbild mit dem normalen Axenwinkel zeigen muss, dagegen dort. wo zwischen die Substanz dieser Orientirung feine Lamellen der andern eingelagert sind, ein Interferenzbild mit kleinerem Axenwinkel, welcher in der dazu senkrechten Ebene liegt, wenn die Lamellen der zweiten Orientirung vorherrschen, und dass endlich dort, wo beide Orientirungen im Gleichgewicht sind, der Axenwinkel Null wird und das Interferenzbild eines einaxigen Krystalls erscheint. Wenn nun die Lamellen in einem derartig zusammengesetzten Krystalle so dünn sind, dass sie sich selbst der mikroskopischen Beobachtung entziehen, so kann die Art seines Aufbaues nur aus der Gesammtwirkung der Lamellen auf das hindurchgehende polarisirte Licht geschlossen werden; ist der Aufbau an allen Stellen genau gleich, so muss das optische Verhalten das dieser Gesammtwirkung entsprechende eines einheitlichen Krystalls sein; unterscheiden sich aber die verschiedenen Partien des Krystalls in ihrem Aufbau in der soeben angegebenen Weise. so erscheint er inhomogen, d. h. er zeigt an verschiedenen Stellen verschiedenes optisches Verhalten; derartige Krystalle pflegt man »optisch ano-

male« zu nennen. Die vorstehende Erklärung der optischen Anomalien der Krystalle wurde von **Mallard** aufgestellt; zu ihrer Begründung leitete Derselbe ganz allgemein die Aenderungen, welche ein polarisirter Lichtstrahl beim Durchgang durch Packete beliebig orientirter, dünner doppeltbrechender Krystallplatten erleiden muss, aus der Undulationstheorie des Lichtes ab und lieferte damit die vollständige theoretische Erklärung aller hier betrachteten Erscheinungen.

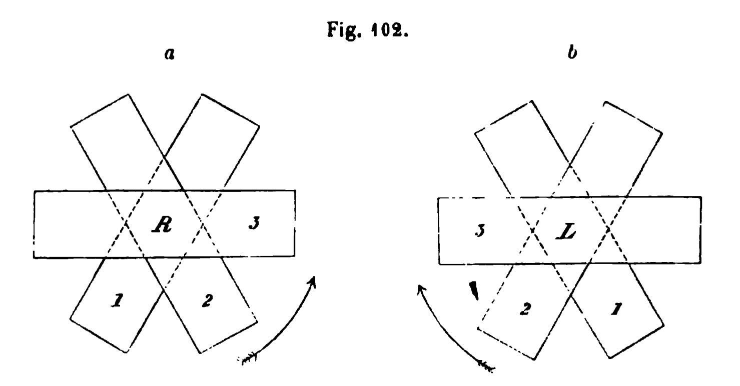
Diese Erscheinungen compliciren sich, wenn die Schwingungsrichtungen der combinirten Platten nicht zusammenfallen, wenn also z. B. zwei gleich dicke Gyps- oder Glimmerplatten nicht parallel oder rechtwinkelig, sondern schiefwinkelig gekreuzt auf einander gelegt werden. Es tritt alsdann aus einer solchen Combination, wenn sie mit parallelem polarisirten Lichte beleuchtet wird, im Allgemeinen elliptisch polarisirtes Licht aus; da ein solcher Lichtstrahl (s. S. 9) zweien zu einander senkrechten Schwingungen von ungleicher Intensität entspricht und in Folge dessen bei der Zerlegung in einem Nicol'schen Prisma nur ein Theil derselben vernichtet werden kann, so wird das austretende Licht vom Analysator in keiner Stellung desselben ausgelöscht. Dreht man die Combination selbst zwischen gekreuzten Nicols, so zeigt sie zwar Ab- und Zunahme der Helligkeit, entsprechend der Orientirung der grossen und kleinen Axe der elliptischen Bahn der Aetherschwingungen, wird aber niemals vollständig dunkel. Bilden die Schwingungsrichtungen der beiden gleich dicken Platten 45° mit einander, so werden die Axen der Ellipse gleich gross, das aus der Combination austretende Licht ist circular polarisirt (s. S. 8) und erleidet daher bei der Drehung zwischen gekreuzten Nicols keine Aenderung seiner Intensität. Die Erscheinungen im convergenten Lichte hängen auch bei schiefwinkeliger Kreuzung der Platten von deren Natur und Dicke ab; treten durch dieselben den optischen Axen parallele Strahlen aus und ist ihre Dicke eine nicht zu geringe, so beobachtet man, wie bei rechtwinkeligen Plattencombinationen, gleichzeitig die isochromatischen Curven beider Systeme in der dem Kreuzungswinkel entsprechenden relativen Orientirung und dazwischen secundäre Farbencurven, deren Form ebenfalls von dem erwähnten Winkel abhängt.

Wie in dem zuerst betrachteten Falle einer rechtwinkeligen Kreuzung der Krystallplatten, so geht auch bei beliebiger Schiefe derselben das optische Verhalten des Packetes in dasjenige eines einheitlichen Krystalls über, wenn die Dicke der Lamellen genügend klein und ihre Zahl genügend gross genommen wird. Schichtet man sehr dünne Spaltungsblättchen von Glimmer unter einem schiefen Winkel abwechselnd über einander, so wirkt ein solches Packet optisch, wie ein einfacher zweiaxiger Krystall, dessen Ebene der optischen Axen den spitzen Winkel, welchen die Axenebenen der einzelnen Lamellen beider Systeme mit einander bilden, halbirt und dessen Winkel der optischen Axen kleiner ist, als derjenige des angewandten Glimmers. Sei z. B. in Fig. 102*a* die Längsrichtung der rectangulären, mit 1 und 2 bezeichneten Glimmerplatten die Trace der Ebene ihrer optischen

Axen, und stelle jeder dieser beiden Rectangeln eine Anzahl über einander liegender paralleler Glimmerlamellen dar, so dass in dem kleinen, unter dem mittleren Sechseck *R* befindlichen Dreieck beide Arten von Lamellen, unter 60° gekreuzt, abwechselnd übereinander geschichtet sind. Alsdann zeigt dieses Dreieck, im parallelen polarisirten Lichte untersucht, den Austritt zweier geradlinig polarisirter Strahlen, deren Schwingungsrichtungen horizontal und senkrecht orientirt sind, also den spitzen und stumpfen Winkel der beiden Systeme von Glimmerlamellen halbiren; wenn diese Richtungen mit den Hauptschnitten der Nicols durch Drehung der Combination zur Deckung gebracht werden, so erscheint das Dreieck vollständig dunkel, wie ein einheitlicher doppeltbrechender Krystall. Im Konoskop zeigt dasselbe das normale Axenbild eines zweiaxigen Krystalls mit der a. vor. S. angegebenen Orientirung der optischen Axen.

Eine zur ersten Mittellinie senkrechte zweiaxige Krystallplatte, in welcher die Hauptschwingungsrichtungen für verschiedene Farben nicht dispergirt sind, geht offenbar durch eine Drehung von 180° um die Mittellinie in eine Stellung über, in welcher sie genau das gleiche Verhalten gegen das

Fig. 102.



Licht zeigen muss, weil alsdann in Folge der Symmetrie nach den optischen Hauptschnitten durchweg gleichwerthige Richtungen in die gleiche Orientirung gelangen. Beim Glimmer sind zwar diese Bedingungen nicht absolut genau erfüllt, aber doch so nahe, dass die kleinen Abweichungen die resultirenden Erscheinungen nicht mehr wesentlich beeinflussen. Legt man daher auf eine dünne rectanguläre Glimmerlamelle, deren Längsrichtung der Ebene der optischen Axen entspricht, eine zweite unter einem spitzen Winkel, welcher in 180° mit einer ganzen Zahl aufgeht, z. B. 60° oder 45°, auf diese eine dritte um ebenso viel gegen die zweite gedreht u. s. f., so wird im ersten Falle die vierte, im zweiten die fünfte der ersten parallel, d. h. nach je drei resp. vier Platten wird die gleiche optische Orientirung sich wiederholen; es entsteht eine Säule, welche aus gleichartigen Packeten von 3, 4 u. s. w. Lamellen aufgebaut ist. Wie ein Blick auf die obenstehende Figur, in welcher ein Drehungswinkel von 60° zu Grunde gelegt

ist, lehrt, können aber solche Packete in zweierlei Weise zusammengesetzt werden: entweder so, dass die einzelnen Lamellen eine von links nach rechts aufsteigende Wendeltreppe bilden, wie in Fig. 102*a*, oder eine von rechts nach links aufsteigende, wie sie in Fig. 102*b* dargestellt ist. Eine aus derartigen Packeten aufgeschichtete Säule, nach ihrem Erfinder Reusch-sche Glimmercombination genannt, verhält sich nun in dem mittleren Sechseck *R* und *L*), in welchem Platten aller drei Orientirungen in gleicher Anzahl über einander liegen, verschieden je nach dem Sinne, in welchem die Packete aufgebaut sind. Zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Lichte erscheint das Sechseck in jeder Stellung hell, dreht man aber den Analysator um einen bestimmten Winkel, so erhält man vollständige Auslöschung des austretenden Lichtes, wenn dasselbe einfarbig ist; bei Anwendung weissen Lichtes erscheinen wechselnde Farben, wenn der obere Nicol des Orthoskopes gedreht wird. Diese Erscheinungen erklären sich dadurch, dass die senkrecht durch die Combination hindurchgegangenen Strahlen zwar nicht doppelt gebrochen werden, dagegen ihre Schwingungsrichtung resp. ihre Polarisationsebene eine Drehung erfährt, welche für verschiedene Farben ungleich gross ist, so dass im weissen Lichte durch den Analysator in einer bestimmten Stellung nur eine Farbe ausgelöscht werden kann. Diese Drehung der Polarisationsebene ist nun in einer Glimmercombination von der Art der Fig. 102*a* eine rechte (d. h. im Sinne des Uhrzeigers), in derjenigen 102*b* eine linke, genau gleich grosse, wenn die beiden Combinationen aus gleich vielen, gleich dünnen Lamellen zusammengesetzt sind, d. h. die eine das genaue Spiegelbild der andern darstellt. Die gleiche Erscheinung zeigen auch natürliche Krystalle und zwar solche, für die man aus ihrer spiegelbildlich entgegengesetzten Krystallform auf analogen Aufbau aus rechts resp. links spiralförmig angeordneten kleinsten Theilen schliessen muss. Die Beschreibung des optischen Verhaltens solcher sogenannter circularpolarisirender Krystalle soll den Gegenstand des nächsten Paragraphen bilden. — Im convergenten Lichte zeigen die Reusch'schen Glimmercombinationen*) im Allgemeinen das Verhalten optisch einaxiger Krystallplatten, nur dass das die Farbenringe durchsetzende schwarze Kreuz in der Mitte aufgehellt ist, und bei Anwendung weissen Lichtes daselbst eine Farbe erscheint, welche beim Drehen des Analysators wechselt. Man kann daher die im folgenden Paragraphen für die circularpolarisirenden einaxigen Krystalle beschriebenen Erscheinungen, besonders auch die an der Combination eines rechtsdrehenden mit einem linksdrehenden Krystall zu beobachtenden, ebenso mit rechts- und linksdrehenden Glimmercombinationen hervorbringen.

---

*) Diese Combinationen werden von der Firma Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H. in vorzüglicher Ausführung geliefert, nämlich zusammengesetzt aus 30 Glimmerlamellen, welche so dünn sind, dass sie einzeln nur einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$ hervorbringen. Ein solches Präparat besitzt ein Drehungsvermögen einer 8 mm dicken Platte von Quarz (s. folg. Paragraph).

Die sämmtlichen, im Vorhergehenden beschriebenen, durch Combination schiefwinkelig gekreuzter, dünner, doppeltbrechender Lamellen hervorgebrachten Erscheinungen beobachtet man auch an sogenannten »optisch anomalen Krystallen«, welche an einzelnen Stellen vollkommene Einaxigkeit, an anderen Zweiaxigkeit mit wechselndem Axenwinkel und veränderlicher Lage der Axenebene zeigen, so dass auch bei ihnen, wie bei den S. 136 erwähnten Krystallen, auf eine Zusammensetzung aus, unter bestimmten, hier aber schiefen Winkeln einander durchkreuzenden, dünnen Lamellen zu schliessen ist, selbst wenn solche durch mikroskopisch-optische Beobachtung sich nicht nachweisen lassen.

Während derartige, complicirt zusammengesetzte Gebilde äusserlich meist die Form einfacher Krystalle darbieten, bilden sich nicht selten bei der Ausscheidung aus dem Schmelzfluss, beim langsamen Erstarren sowohl künstlicher Glasflüsse, als natürlicher eruptiver Gesteine, endlich auch zuweilen bei der Krystallisation aus Lösungen, kugelförmig gestaltete Combinationen von Krystallen, welche im Innern eine radialfaserige Textur besitzen, derart, dass die einzelnen, im Centrum der Kugel zusammenstossenden Fasern je aus einem Krystall bestehen. Schleift man nun aus einem solchen sogenannten Sphärolithen eine sehr dünne centrale Platte, und wird jede der radial gestellten, sie zusammensetzenden Fasern von einem einaxigen Krystall, dessen Längsrichtung parallel der optischen Axe, oder von einem zweiaxigen, dessen Längsrichtung eine Axe der optischen Indexfläche ist, gebildet, so zeigt eine solche Platte im parallelen Lichte zwischen gekreuzten Nicols eine Interferenzerscheinung, welche an diejenige der homogenen optisch einaxigen Krystallplatten erinnert, nämlich ein dunkles Kreuz, dessen Arme den Hauptschnitten der Nicols parallel sind. Die Erklärung dieser Erscheinung ist eine sehr einfache: diejenigen Fasern, deren Längsrichtung den Polarisationsebenen der Nicols parallel geht, müssen offenbar, da ihre Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Längsrichtung sind, dunkel erscheinen, nahezu auch die unmittelbar benachbarten, da deren Schwingungsrichtungen nur wenig mit denen der Nicols divergiren; je grösser indess der Winkel einer Faser mit jenen ist, desto mehr hellt sie das polarisirte Licht auf, und am meisten ist dies der Fall mit den 45° mit jenen bildenden Fasern. In Folge dessen müssen von der Mitte des radialfaserigen Gebildes vier schwarze, nach aussen breiter werdende Arme ausgehen, welche die Fläche in vier Quadranten theilen, deren Helligkeit auf dem mittleren Radius am grössten ist und nach den dunklen Armen hin abnimmt. Da derartige Sphärolithe oft so klein sind, dass selbst bei mikroskopischer Betrachtung der Querschnitte ihre Zusammensetzung aus Fasern nicht erkennbar ist, so kann die beschriebene, bei einem solchen Körper, wenn gekreuzte Nicols angewendet werden, stets eintretende Erscheinung dazu dienen, den radialfaserigen Charakter eines Sphärolithen zu erkennen. Von dem schwarzen Kreuz der einaxigen Krystalle unterscheidet sich das Phänomen dadurch, dass es im parallelen Lichte erscheint (jenes

im convergenten) und dass es an den Ort gebunden ist, also bei einer Verschiebung des Sphärolithen sich mit verschiebt, während jenes unverändert bleibt, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene verschiebt; es wird dann nur von anderen Theilen der Platte, welche sich aber in derselben Richtung ebenso verhalten, hervorgebracht. Diese Interferenzerscheinung lässt sich sehr leicht nachahmen, wenn man einen parallel seiner Längsrichtung auslöschenden Krystall auf einen radialen Ausschnitt einer undurchsichtigen Scheibe aufkittet und diese zwischen zwei gekreuzten Nicols rasch rotiren lässt, wobei der Krystall schnell nach einander die Lage der einzelnen Fasern einer radialfaserigen Platte einnimmt.

Bei der Erklärung des beschriebenen Phänomens ist vorausgesetzt worden, dass man es mit einer durch das Centrum des Sphärolithen gehenden Platte zu thun habe, welche so dünn ist, dass sie nur aus einer ihrer Ebene parallelen Schicht radial gestellter Fasern besteht; auch wenn diese Bedingung nur nahezu erfüllt ist und die Fasern optisch einaxig sind, so werden die in verschiedenen Abständen von der Mitte das Präparat durchsetzenden Lichtstrahlen die einzelnen Fasern quer, d. i. nahezu senkrecht zur optischen Axe durchlaufen, also nahezu die gleiche Phasendifferenz erhalten. Ist aber die Platte dicker, und geht daher nur eine oder keine von beiden Flächen derselben durch das Centrum des Sphärolithen, so besteht das Präparat in der Mitte aus senkrecht stehenden, rings um diese Mittelaxe aus geneigten Fasern, deren Neigung zunimmt mit ihrer Entfernung von der Mitte. Die durch das Centrum gehenden Strahlen durchsetzen die Krystalle also parallel der optischen Axe, die seitlich durchgehenden unter einem gewissen Winkel mit dieser Richtung, letztere werden folglich in zwei Strahlen zerlegt, deren Gangunterschied zunimmt mit dem Abstande, den die betreffende Stelle vom Centrum des ganzen Sphärolithen besitzt. Die Folge davon ist, dass wir im parallelen Lichte innerhalb der Peripherie eines solchen Körpers nicht nur ein dunkles Kreuz, sondern auch kreisförmige Farbenringe erblicken, deren Erklärung ganz analog derjenigen bei den homogenen einaxigen Krystallen ist, die aber natürlich, wie das Kreuz, an die betreffende Stelle des Präparates gebunden sind. Da zweiaxige Krystalle, wenn sie sich zu radialfaserigen Sphärolithen zusammensetzen, diese Erscheinung nicht zeigen (weil bei ihnen die zur Längsrichtung normalen Richtungen nicht mehr optisch gleichwerthig sind), so kann dieselbe dazu dienen, zu erkennen, dass die einen Sphärolithen bildenden Fasern optisch einaxig sind, und da ferner die Erscheinung durch eine Viertelundulations-Glimmerplatte ganz in derselben Weise beeinflusst wird, wie die Interferenzfigur eines homogenen einaxigen Krystalls (s. S. 130 f.), so ist man mit Hülfe derselben sogar im Stande, den Sinn der Doppelbrechung der den Sphärolithen zusammensetzenden Krystalle zu bestimmen.

§ 22. **Circularpolarisirende Krystalle.** Die Krystalle einer Anzahl von Substanzen zeigen, unabhängig davon, ob sie doppeltbrechend sind oder

nicht, eine Eigenschaft, welche auch gewissen Flüssigkeiten, wie dem Terpentinöl, der Zuckerlösung u. a. zukommt, nämlich diejenige, die Polarisations- resp. die Schwingungsebene eines hindurchgehenden, geradlinig polarisirten Lichtstrahles um einen bestimmten, von der Farbe des letzteren und der Natur des Krystalls abhängigen, Winkel zu drehen. Die Ursache dieser Erscheinung ist eine eigenthümliche, von der gewöhnlichen vollkommen verschiedene Art von Doppelbrechung im Innern dieser Krystalle. Die eintretende geradlinige Schwingung wird in einem solchen in zwei kreisförmige Schwingungen zerlegt, von denen die eine im Sinne des Uhrzeigers, die andere im entgegengesetzten Sinne stattfindet; diese beiden circular polarisirten (s. S. 9 f.) Strahlen pflanzen sich im Krystall mit verschiedener Geschwindigkeit fort und verlassen daher denselben mit einer von seiner Dicke abhängigen Phasendifferenz. Die Theorie lehrt nun, dass zwei circulare Schwingungen, von denen eine gegen die andere verzögert ist, sich zusammensetzen zu einer geradlinigen Schwingung, welche gegen die ursprüngliche gedreht ist um einen von der Grösse dieser Verzögerung abhängigen Winkel. Da nun die in einem derartigen Krystall entstehende Phasendifferenz der beiden circularen Strahlen eine verschiedene ist je nach deren Schwingungsdauer, und zwar um so grösser, je grösser die Brechbarkeit der betreffenden Farbe, so ist die Drehung der Schwingungsebene, welche eine Platte eines solchen »circularpolarisirenden« Krystalls hervorbringt, am kleinsten für rothe Strahlen, grösser für gelbe, grüne, blaue, und am grössten für violette; die vor dem Eintritte parallelen Schwingungsrichtungen der einfallenden weissen Lichtstrahlen werden also durch eine derartige Krystallplatte dispergirt. Die Dispersion derselben folgt einem ähnlichen Gesetze, wie es für die durch ein brechendes Prisma hervorgebrachte gilt (vergl. S. 27). Bezeichnen A und B für einen bestimmten Körper gültige Constanten, α den Drehungswinkel für eine 1 mm dicke Platte, so gilt nach Boltzmann folgende Abhängigkeit der Drehung von von der Wellenlänge (in Luft):

$$\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} + \cdots$$

Aus der gemessenen Drehung der Polarisationsebene für mindestens zwei Farben von bekannter Wellenlänge kann man daher diejenige für die übrigen Farben ebenso berechnen, wie dies bei der Brechung des Lichtes der Fall ist. So dreht z. B. eine 1 mm dicke Platte von Natriumchlorat (nach Guye) resp. Quarz (nach Soret und Sarasin) die Schwingungsebene des Lichtes, welches den darüber gesetzten Fraunhofer'schen Linien entspricht, um folgende Winkel:

		B	C	D	E	F	G	H
Natriumchlorat:	$\alpha =$	2,27°	2,50°	3,13°	3,94°	4,67°	6,00°	7,17°
Quarz		15,75	17,31	21,71	27,54	32,76	42,59	51,19

Wie man aus diesen Beispielen ersieht, ist das specifische Drehungsvermögen verschiedener Substanzen ein sehr verschiedenes. Da die rela-

tive Verzögerung der beiden, in einem derartigen Krystalle entstehenden circularen Schwingungen die doppelte werden muss, wenn die Strahlen den doppelten Weg im Krystall zurückzulegen haben, so muss ferner die Drehung proportional mit der Dicke der Platte wachsen; der Drehungswinkel ist also genau der doppelte der angegebenen Werthe für eine Platte von zweifacher Dicke u. s. f.

Von jeder der hier in Betracht kommenden krystallisirten Substanzen giebt es nun zwei optisch entgegengesetzte Modificationen mit gleich grossem, aber entgegengesetztem Drehungsvermögen, in Folge des Umstandes, dass in den Krystallen der einen die rechts herum (im Uhrzeigersinne) stattfindende circulare Schwingung die grössere Geschwindigkeit besitzt, in denen der andern Modification die linke; Krystalle der ersten Art drehen die Polarisationsebene nach rechts, diejenigen der zweiten Art, in welchen die Phasendifferenz bei gleicher Dicke gleich gross, aber entgegengesetzt ist, um ebenso viel nach links.

Circularpolarisation hat man bisher an folgenden *einfachbrechenden* Körpern beobachtet:

Natriumchlorat (chlorsaures Natron),
Natriumbromat (bromsaures Natron),
Uranylnatriumacetat (essigsaures Uranoxyd-Natron).

Diese Krystalle zeigen die aus der Drehung der Polarisationsebene sich ergebenden Erscheinungen in jeder Richtung in gleicher Weise, d. h. ihr specifisches Drehungsvermögen ist für alle Richtungen gleich gross und nur von der Farbe des Lichtes abhängig. Das Verhalten gleich dicker Platten, in welcher Orientirung dieselben auch aus einem derartigen Krystall herausgeschnitten seien, ist stets das gleiche. Anders ist es bei *optisch einaxigen* Krystallen, deren eine grössere Zahl als circularpolarisirende erkannt worden sind:

Quarz (Bergkrystall, Siliciumdioxyd),
Zinnober (Quecksilbersulfid),
Kaliumlithiumsulfat (schwefelsaures Kali-Lithion),
Rubidiumlithiumsulfat (schwefelsaures Rubidion-Lithion),
Ammoniumlithiumsulfat (schwefelsaures Ammon-Lithion),
Kaliumlithiumchromatsulfat (chromsaures und schwefelsaures Kali-Lithion),
Kaliumdithionat (unterschwefelsaures Kali),
Calciumdithionat (unterschwefelsaurer Kalk),
Strontiumdithionat (unterschwefelsaurer Strontian),
Bleidithionat (unterschwefelsaures Bleioxyd),
Natriumperjodat (überjodsaures Natron),
Guanidincarbonat (kohlensaures Guanidin),
Aethylendiaminsulfat (schwefelsaures Aethylendiamin),
Benzil (Diphenyldiketon),
Diacetylphenolphtaleïn,
Maticocampher,
Strychninsulfat (schwefelsaures Strychnin).

Die Gesetze der circularen Doppelbrechung und der daraus sich ergebenden Drehung der Polarisationsebene, welche zuerst an dem wichtigsten Beispiele aus der Reihe der soeben angeführten optisch einaxigen Krystalle, dem Quarze, von Arago entdeckt und besonders durch Biot und Fresnel näher erforscht wurden, sind die folgenden:

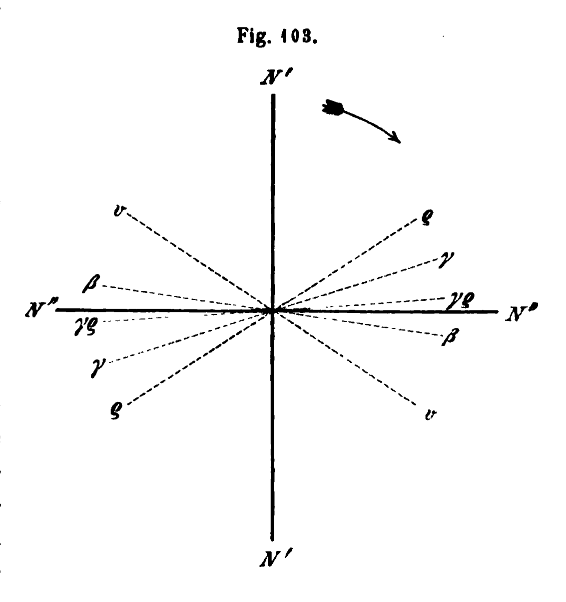
In der Richtung der optischen Axe treten, weil hier keine Doppelbrechung der gewöhnlichen Art vorhanden ist, nur die durch die Circularpolarisation allein bedingten Erscheinungen ein. Z. B. zeigt eine normal zur Axe geschnittene Quarzplatte, wenn sie nur mit senkrecht auffallenden geradlinig polarisirten Strahlen beleuchtet wird, dasselbe Verhalten, wie eine in beliebiger Richtung aus einem einfachbrechenden, circularpolarirenden Krystalle geschnittene Platte von entsprechender Dicke. Sobald aber die eintretenden Lichtstrahlen gegen die optische Axe geneigt sind, tritt zu der von der circularen Doppelbrechung erzeugten Phasendifferenz noch diejenige hinzu, welche von der gewöhnlichen Doppelbrechung hervorgebracht wird, und diese letztere steigt mit zunehmender Neigung zur Axe. Das hierdurch bewirkte Verhalten eines einaxigen circularpolarisirenden Krystalls gegenüber den Lichtstrahlen ergiebt sich aus der von Gouy und in einer etwas andern Form von Wiener entwickelten Theorie der gemeinsamen Wirkung von Circularpolarisation und Doppelbrechung, welche auf der Voraussetzung beruht, dass die beiden Phasendifferenzen, deren eine von der Rotationspolarisation, die andere von der Doppelbrechung hervorgebracht wird, sich einfach superponiren. Experimentelle, am Quarz angestellte, Untersuchungen haben die Schlussfolgerungen dieser Theorie vollkommen bestätigt und namentlich bewiesen, dass die erste dieser beiden Phasendifferenzen, wie in den einfachbrechenden circularpolarisirenden Krystallen, bei gleicher Dicke und gleicher Farbe der Lichtstrahlen nach allen Richtungen denselben Werth beibehält, nur dass ihre Wirkung durch die Doppelbrechung bei steigender Schiefe zur Axe immer mehr verringert und schliesslich ganz vernichtet wird. Die beiden, parallel der Axe sich fortpflanzenden, circularen Schwingungen verwandeln sich nämlich, wenn die Strahlen einen kleinen Winkel mit jener Richtung einschliessen, in zwei elliptische, deren gleichgestaltete, aber verschieden orientirte Bahnen von den Aethertheilchen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen werden, und welche anfangs nahe gleiche Axen besitzen, dagegen immer mehr gestreckte Gestalt annehmen, je grösser die Neigung der Strahlen zur optischen Axe wird. Bei einer gewissen Grösse dieser Neigung ist die kleine Axe der Ellipse verschwindend gegen die grosse, und die Schwingung der Aethertheilchen unterscheidet sich nicht mehr von einer geradlinigen. Alsdann zerfällt ein eintretender, geradlinig polarisirter Lichtstrahl in zwei ebenfalls geradlinig, senkrecht zu einander schwingende Strahlen, deren Polarisationsebene keine Drehung mehr erkennen lässt, d. h. der Krystall verhält sich wie ein gewöhnlicher, optisch einaxiger ohne Circularpolarisation.

Aus dem Vorstehenden ergeben sich nun die Erscheinungen, welche eine senkrecht zur Axe geschnittene Platte von Quarz zeigen muss. Wird sie im Orthoskop mit einfarbigem Lichte beleuchtet, so erscheint sie zwischen gekreuzten Nicols hell, und man muss den Analysator um einen bestimmten Winkel, bei einer rechtsdrehenden Platte im Sinne des Uhrzeigers, bei einer linksdrehenden im entgegengesetzten, drehen, um das Licht zu vernichten. Dieser Drehungswinkel ergiebt sich um so grösser, je kleiner die Wellenlänge des angewendeten Lichtes ist, und wächst ausserdem für die gleiche Farbe proportional mit der Dicke der Platte. Für eine 1 mm dicke Platte beträgt der Drehungswinkel der verschiedenen Farben nach **Biot** (die genaueren Werthe für die **Fraunhofer**'schen Linien wurden bereits S. 142 angeführt):

äusserstes	Roth	17°,5
mittleres	Roth	19,0
-	Orange	21,4
-	Gelb	24,0
-	Grün	27,8
-	Blau	32,3
-	Indigo	36,1
-	Violett	40,8
äusserstes	Violett	44,1.

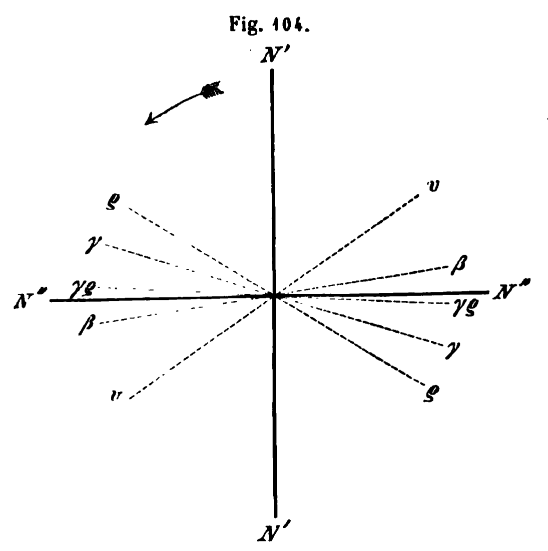
Die grosse Verschiedenheit der Drehung, welche demnach die verschieden gefärbten Strahlen erleiden, ist die Ursache, dass wir im weissen Lichte bei keiner Drehung des Analysators Dunkelheit der Platte hervorbringen können, da die Strahlen verschiedener Farben in ganz verschiedenen Ebenen schwingen, also auch nicht alle zugleich durch den Nicol ausgelöscht werden können. Sei (Fig. 103) $N'N'$ die Schwingungsebene der **parallelen**, in eine **rechtsdrehende** Quarzplatte von etwa 3 mm Dicke eintretenden **weissen** Lichtstrahlen, so werden die darin enthaltenen rothen Strahlen in dem Quarz die geringste Drehung erleiden, ihre Schwingungsrichtung wird etwa $\varrho\varrho$, diejenige der gelben Strahlen $\gamma\gamma$, der grünen $\gamma\varrho-\gamma\varrho$, der blauen $\beta\beta$, der violetten vv sein. Steht der Analysator senkrecht zum Polarisator, ist

Fig. 103.



die Schwingungsebene des durch den ersteren hindurchgehenden Lichtes parallel $N''N''$, so wird derselbe nur diejenigen aus dem Quarz austretenden Strahlen ganz ungeschwächt hindurchlassen, welche parallel $N''N''$ schwingen; dies sind die grünen. Alle Strahlen der andern Farben werden im Nicol in zwei Componenten zerlegt, von denen eine vernichtet wird, und diese letztere ist um so grösser, je grösser der Winkel ist, welchen ihre Schwingungsrichtung mit $N''N''$ macht. Es werden also alle andern Farben geschwächt, um so mehr, je grösseren Winkel ihre Vibrationsrichtung mit der des Analysators $N''N''$ einschliesst. Der Gesammteindruck aller dieser Farben nach ihrer Zurückführung auf eine Polarisationsebene kann demnach nicht mehr Weiss sein, sondern muss der einer Mischfarbe sein, in welcher das Grün über die andern Farben vorherrscht. Im weissen parallelen Licht beobachtet, wird also eine solche Platte bei gekreuzten Nicols grün erscheinen. Eine Drehung der Platte in ihrer eigenen Ebene wird an dieser Erscheinung nicht das Geringste ändern, da ja hierbei die Richtung, in welcher die Strahlen die Platte durchsetzen, also auch die Drehung ihrer Polarisationsebene stets dieselbe bleibt, wohl aber eine solche des einen Nicols gegen den andern. Drehen wir z. B. den Analysator aus der Stellung $N''N''$ (Fig. 103) nach rechts (wie der Pfeil in der Figur andeutet), so wird seine Schwingungsrichtung parallel derjenigen des blauen Lichtes, dies wird also in der entstehenden Mischfarbe im Maximum, die anderen Farben geschwächt sein; die Platte wird blau erscheinen. Bei weiterer Drehung in derselben Richtung fällt $N''N''$ mit der Schwingungsrichtung vv des violetten Lichtes zusammen; die Platte erscheint violett. Drehen wir über $N'N'$ hinaus, bis $N''N''$ parallel $\varrho\varrho$ wird, so ist die Platte mit einer Mischfarbe gefärbt, in welcher Roth vorherrscht, also sehen wir sie roth, bei weiterer Drehung gelb, wiederum grün, blau, violett. Drehen wir demnach den Analysator nach rechts, so erscheint die Platte stets farbig, aber ihre Färbung ändert sich in der Weise, dass die verschiedenen Farben des Spectrums in der Reihenfolge ihrer Brechbarkeit (von dem am wenigsten brechbaren Roth bis zum Violett, welches am stärksten gebrochen wird) erscheinen. Man sieht leicht ein, dass bei umgekehrter Drehung die Farbenfolge die entgegengesetzte sein wird.

Fig. 104.



Nehmen wir nun statt der rechtsdrehenden eine linksdrehende Quarzplatte von derselben Dicke, und sei wieder $N'N'$ (Fig. 104) die Schwingungsrichtung des in dieselbe eintretenden weissen Lichtes, so werden die Schwingungsrichtungen der rothen, gelben, grünen, blauen und violetten Strahlen nach ihrem Austritt aus der Platte jetzt resp. $\varrho\varrho$, $\gamma\gamma$, $\gamma\varrho$-$\gamma\varrho$, $\beta\beta$, vv sein. Es wird also, wie bei dem rechtsdrehenden Quarz, bei keiner Stellung der Nicols Dunkelheit eintreten, sondern die Platte zeigt stets eine Mischfarbe. Bei gekreuzter Stellung des Analysators, wenn dessen Schwingungsrichtung $N''N''$, erscheint auch diesmal die Platte grün; wird der obere Nicol jedoch rechts herumgedreht, so erscheint jetzt zunächst Gelb, dann Roth u. s. f.; bei derselben Drehung des Nicols, bei welcher wir mittelst einer rechtsdrehenden Quarzplatte die Farben in der Reihenfolge ihrer Brechbarkeit erhielten, resultiren dieselben bei einer linksdrehenden Platte in umgekehrter Reihenfolge, d. h. wir müssen in entgegengesetztem Sinne drehen (wie der Pfeil angiebt), um dieselbe Farbenfolge zu erhalten.

Hieraus folgt, dass eine rechts- und eine linksdrehende Quarzplatte, zwischen zwei Nicols von derselben Stellung zu einander, z. B. senkrecht gekreuzte, gebracht, dieselbe Farbe zeigen, beide sich aber dadurch unterscheiden, dass bei einer Drehung des Analysators die Farben in der Reihenfolge: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violett erscheinen, wenn die Platte rechtsdrehend ist, bei rechter Drehung des Analysators (wie der Zeiger der Uhr sich bewegt); wenn sie linksdrehend ist, bei entgegengesetzter Drehung jenes Nicols.

Legen wir eine dickere Quarzplatte zwischen zwei gekreuzte Nicols, so muss dieselbe eine andere Farbe zeigen, als die vorige zwischen denselben Nicols, weil sie proportional ihrer Dicke stärker dreht, also die Schwingungsrichtungen der verschiedenen Farben beim Austritt aus derselben andere (stärker gedrehte) Lage haben, folglich durch den Analysator nicht dieselbe Farbe ausgelöscht wird, als vorher. Schon bei einer Dicke von 3,75 mm sind, wie aus den S. 145 angegebenen Zahlen leicht zu ersehen, die rothen Schwingungen um über 60°, die grünen über 100°, die violetten ca. 180° gedreht; bei parallelen Nicols erscheint eine solche Platte purpurviolett, und diese Farbe (teinte sensible, teinte de passage) geht ziemlich rasch in Roth oder Blau über, wenn der Analysator nach der einen oder andern Seite gedreht wird. Man benutzt eine derartige, sogenannte Biot'sche Quarzplatte bei mikroskopischen Untersuchungen wohl auch statt einer das Roth I. Ordnung zeigenden Gypsplatte (s. S. 127), doch ist letztere wegen ihrer grösseren Empfindlichkeit vorzuziehen. Dagegen ist zur Messung kleiner Drehungen der Polarisationsebene sehr geeignet eine Doppelplatte, zur Hälfte aus rechts-, zur Hälfte aus linksdrehendem Quarz von 3,75 mm Dicke bestehend, welche zwischen zwei genau parallelen oder genau senkrecht gekreuzten Nicols in beiden Hälften die gleiche Farbennuance zeigt; wird nun der Polarisator, oder — durch Einfügung einer schwach drehen-

den Substanz — die aus jenem austretende Schwingung um einen kleinen Winkel gedreht, so erscheinen sofort die beiden Hälften der Doppelplatte ungleich gefärbt, und der Analysator muss um denselben Winkel gedreht werden, um wieder Gleichheit der Farbe in beiden Hälften zu erzielen. Quarzplatten von erheblich grösserer Dicke zeigen weniger lebhafte Farben: bei 20 mm z. B. werden die rothen Strahlen $2 \times 180°$, die gelbgrünen $3 \times 180°$, die indigoblauen $4 \times 180°$ gedreht; diese schwingen also sämmtlich parallel und werden vom Analysator gleichzeitig ausgelöscht. Bei noch grösserer Dicke gilt dies für noch mehr Farben des Spectrums, d. h. es erscheint immer vollkommener das Weiss der höheren Ordnung. Ebenso werden aber auch die Farben weniger lebhaft, wenn die angewandte Krystallplatte sehr dünn, d. h. die durch sie bewirkte Drehung der Polarisationsebene eine geringe ist; eine Quarzplatte von 0,1 mm Dicke z. B. dreht die Ebene der Schwingungen für die äussersten Farben nur um 1,7 resp. 4,4°; dieselben können daher durch eine kleine Drehung des Analysators fast gleichzeitig ausgelöscht werden, während bei genau senkrecht gekreuzten Nicols die Platte nur eine geringe Aufhellung des Lichtes hervorbringt.

Da die Circularpolarisation sich nur in der Richtung der optischen Axe und in den der Axe unmittelbar benachbarten Richtungen bemerkbar macht, so muss eine senkrecht zur Axe geschliffene Platte eines einaxigen circularpolarisirenden Krystalls, im convergenten Licht betrachtet, gleichfalls das schwarze Kreuz mit den kreisförmigen Farbenringen zeigen, wenn die Nicols des Polarisationsinstrumentes gekreuzt sind: nur diejenige Stelle des Gesichtsfeldes, in welcher sich die den Krystall parallel zur Axe durchsetzenden Strahlen vereinigen, d. i. die Mitte und deren unmittelbare Nachbarschaft, kann nicht dunkel erscheinen, weil die Polarisationsebene gerade dieser Strahlen gedreht wird. Die Mitte der Ringe muss also dieselbe Farbe zeigen*), welche die ganze Platte im parallelen Lichte zeigt, d. h. bei anderer Dicke eine andere. Ebenso muss diese Farbe sich ändern, wenn der Analysator gedreht wird, und aus der Reihenfolge der auftretenden Farben und dem Sinn der Drehung wird man ebenso, wie im parallelen Licht, bestimmen können, ob die Platte rechts- oder linksdrehend ist.

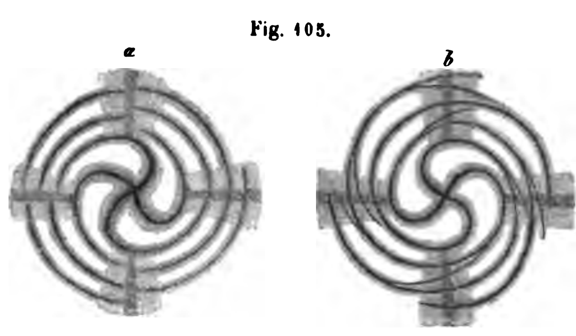
Legt man eine rechts- und eine linksdrehende Quarzplatte von gleicher Dicke aufeinander, und bringt beide in das Konoskop zwischen gekreuzte Nicols, so muss die Mitte des Interferenzbildes dunkel bleiben, weil die Drehungen der Schwingungsrichtungen durch beide Platten einander genau aufheben. Von der dunkeln Mitte des entstehenden Interferenzbildes gehen aber keine geradlinigen schwarzen Kreuzesarme aus, sondern spiralartig gewundene Curven, nach ihrem Entdecker die Airy'schen Spiralen genannt, deren Windungsrichtung zugleich angiebt, in welchen von den beiden

*) Figur 2 der Tafel II stellt das Interferenzbild einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte dar.

entgegengesetzt drehenden Krystallen die Lichtstrahlen zuerst eintreten. Fig. 105 *a* stellt die Erscheinung in dem Falle vor, dass das Licht zuerst durch die linksdrehende, Fig. 105 *b* in dem, dass es zuerst durch die rechtsdrehende Platte geht*).

Alles hier Gesagte gilt nun auch für die übrigen Substanzen, deren Krystalle Circularpolarisation zeigen, nur mit dem Unterschied, dass das Drehungsvermögen derselben ein anderes ist, bei einigen stärker, bei den meisten schwächer, als das des Quarzes.

Fig. 105.



In den optisch zweiaxigen Krystallen ist keine Richtung ohne Doppelbrechung vorhanden, denn die den sogenannten »optischen Axen« parallelen Strahlen haben zwar eine gemeinsame Strahlenfront, aber denselben entsprechen unendlich viele Schwingungen mit allen möglichen Azimuthen, daher die Erscheinungen der Drehung der Polarisationsebene hier nicht beobachtet werden können. Dass trotzdem eine circulare Doppelbrechung auch in solchen Krystallen existiren kann, soll an einer späteren Stelle gezeigt werden.

§ 23. **Absorption des Lichtes in Krystallen.** Das Licht erleidet auf seinem Wege in jedem Körper eine Schwächung seiner Intensität, eine theilweise Absorption; ist diese sehr gering, so nennen wir den Körper durchsichtig, ist sie so stark, dass schon nach Zurücklegung einer kurzen Strecke die Lichtbewegung vernichtet ist, so nennen wir ihn undurchsichtig**); zweitens trifft diese Absorption die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen in verschiedenem Grade, so dass das aus dem Körper austretende Licht nicht nur nicht mehr die frühere Helligkeit, sondern auch nicht mehr die frühere Farbe hat. Ist die Verschiedenheit der Stärke der Absorption in Bezug auf die verschiedenen Wellenlängen des Lichtes nur gering, so werden dieselben sich zu einem Farbeneindruck zusammensetzen, der von dem des eintretenden Lichtes so wenig verschieden ist, dass wir beide nicht zu unterscheiden vermögen; alsdann nennen wir den Körper farblos. Einen absolut farblosen Stoff giebt es aber ebenso wenig, wie einen absolut

*) Unter den in der Natur vorkommenden Krystallen des Quarzes finden sich solche, welche aus Schichten von Rechts- und Links-Quarz zusammengesetzt sind, und dies ist dann oft nur durch das Auftreten der Airy'schen Spiralen zu erkennen.

**) Hieraus geht hervor, dass beide Worte nur relative Begriffe bezeichnen, und dass es weder einen absolut durchsichtigen, noch einen absolut undurchsichtigen Körper giebt.

durchsichtigen, und selbst bei den uns völlig farblos erscheinenden werden die verschiedenen Farben des Weiss nicht genau in gleichem Grade absorbirt, so dass die stärker absorbirten an Intensität merklich gegen die andern zurücktreten, sobald wir nur das weisse Licht auf einer sehr langen Strecke durch den Körper hindurchgehen lassen, und dass sie dann nicht mehr den Eindruck des Weiss, sondern den einer Farbe liefern. Sehr viele Substanzen absorbiren aber die verschiedenen Lichtarten so verschieden, dass das weisse Licht schon in dünnen Schichten derselben lebhaft gefärbt wird; dies sind diejenigen, die man besonders farbige Substanzen nennt. Manche absorbiren nur Licht einer oder mehrerer bestimmter Wellenlängen, dieses aber bei einiger Dicke der Schicht vollständig, so dass das durch sie hindurchgegangene Licht, durch ein stark dispergirendes Prisma zerlegt, ein Spectrum liefert, welches durch dunkle Streifen unterbrochen ist (Absorptionsspectrum). Andere absorbiren die Mehrzahl der Farben weit stärker, als eine oder mehrere, so dass diese allein im Spectrum als helle Streifen oder Banden erscheinen. Es giebt aber keinen Körper, der nur das Licht einer bestimmten Wellenlänge hindurchliesse und alle übrigen gleich stark absorbirte, der also zur Erzeugung wirklich einfarbigen Lichtes dienen könnte. Manche rothe Gläser absorbiren zwar alle Farben ausser Roth so gut wie vollständig, aber dass das hindurchgelassene Licht noch aus Strahlen von, wenn auch nicht sehr viel, verschiedener Wellenlänge besteht, geht aus der spectralen Zerlegung hervor, welche stets eine breite rothe Bande liefert. Absolut homogenes Licht erhält man nicht durch Absorption, sondern nur durch Emission von glühenden Körpern, z. B. den früher bereits deshalb erwähnten glühenden Metalldämpfen.

Die Färbung eines Krystalls kann entweder eine allochromatische, seiner Substanz an und für sich nicht zukommende, sondern von der Beimischung eines fremden Stoffs herrührende, — oder eine idiochromatische, d. h. eine solche sein, welche ein nothwendiges Attribut seiner stofflichen Natur ist. Zu letzteren gehören die gelben und rothen Farben der chromsauren Salze und vieler organischer Nitro- und Azoverbindungen, die blauen und grünen Farben der Kupfersalze. Bei der allochromatischen Färbung kann der färbende Körper in isolirten kleinen Partikeln eingestreut sein, welche mittelst des Mikroskops im Dünnschliff des umschliessenden Krystalls erkannt werden können (sind diese regelmässig gelagert, so veranlassen sie im reflectirten Lichte einen Schiller nach bestimmten Richtungen), oder der färbende Körper ist gleichsam aufgelöst (dilut) in dem Krystall vorhanden, wie dies betreffs mancher organischer Farbstoffe der Fall ist, und alsdann verhält sich ein derartig gefärbter Krystall in Bezug auf seine von der Farbe abhängigen optischen Erscheinungen, wie die idiochromatisch gefärbten. Die letzteren, d. h. die an allen Stellen gleich, also homogen gefärbten Krystalle sind es, die im Folgenden betrachtet werden sollen. Ihre Körperfarbe, d. i. die Farbe, welche sie den hindurchgehenden weissen Lichtstrahlen verleihen, ist nur dann nach allen Richtungen

im Krystall die gleiche, wenn auch die Fortpflanzung der Schwingungen aller beliebiger Richtungen in gleicher Weise, also gleich schnell, vor sich geht: dies ist aber unter den Krystallen nur der Fall bei der ersten Classe, den einfachbrechenden. Bei denen der zweiten und dritten Abtheilung, den optisch ein- und zweiaxigen, sind die Fortpflanzungsverhältnisse des Lichtes nach verschiedenen Richtungen verschieden, dem entsprechend auch Art und Grösse der Absorption; bei diesen sind Lichtstrahlen, welche eine gleich dicke Schicht, aber in verschiedener Richtung, durchlaufen haben, verschieden hell und verschieden gefärbt. Die letztere Eigenschaft, nach verschiedenen Richtungen verschiedene Farben zu zeigen, welche also nur den doppeltbrechenden Krystallen zukommen kann, nennt man Pleochroismus, dessen Gesetze besonders von Brewster und Haidinger erforscht worden sind. In Bezug auf ihre Körperfarbe sind sonach die drei Classen von Krystallen getrennt zu behandeln und zwar am geeignetsten unter Berücksichtigung einer Grösse, welche man den Absorptionscoëfficienten nennt und mit α zu bezeichnen pflegt. Diese Grösse ist eine für die absorbirende Substanz specifische Constante, deren Werth aber noch von der Farbe des Lichtes abhängt. Bezeichnet man die Intensität der einfallenden Strahlen mit J_0, diejenige der aus dem absorbirenden Körper austretenden mit J, die Dicke des letzteren mit z, und ist endlich e die Basis der natürlichen oder Napier'schen Logarithmen, so gilt das Gesetz:

$$J = J_0 \, e^{-\alpha z}.$$

Hiernach lässt sich also α berechnen aus dem Verlust an Helligkeit, welchen Strahlen von bekannter Intensität beim Durchgang durch einen Krystall erleiden, dessen Dicke in der betreffenden Richtung gemessen ist. Denkt man sich nun von einem Punkte im Innern des Krystalls aus nach jeder Richtung eine Länge aufgetragen proportional $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$, so repräsentirt diese gleichsam ein Maass der übrig bleibenden Helligkeit eines in der betreffenden Richtung geradlinig schwingenden Lichtstrahles. Verbinden wir alle Endpunkte dieser Längen mit einander, so erhalten wir eine geschlossene krumme Oberfläche (im Allgemeinen ein dreiaxiges Ellipsoid), welches uns für eine bestimmte Farbe ein Bild von den Helligkeitsverhältnissen der Lichtstrahlen giebt, deren Schwingungen in allen möglichen Richtungen im Krystall stattfinden, genau so, wie die Indexfläche ein Bild der Fortpflanzungsverhältnisse derselben liefert. Diese von Mallard als »ellipsoïde inverse d'absorption« bezeichnete Oberfläche wollen wir kurz die Absorptionsfläche nennen. Wie die Indexfläche, so besitzt auch sie für eine andere Farbe eine andere Gestalt, eventuell auch eine andere Orientirung im Krystall.

a) **Einfachbrechende Krystalle:** Die Absorptionsfläche hat für jede Farbe die Gestalt einer Kugel. Schwingungen einer bestimmten Farbe, wie sie auch im Krystall orientirt sind, erleiden die gleiche Absorption; für eine andere Farbe ist jedoch der Durchmesser der Absorptionsfläche ein anderer. Besitzt der Absorptionscoëfficient für verschiedene Farben sehr

abweichende Werthe, so wird weisses Licht schon, nachdem es eine dünne Schicht des Krystalls durchlaufen hat, lebhaft gefärbt erscheinen; die Farbe ist aber nach allen Richtungen genau die gleiche, wenn das Licht eine gleich dicke Schicht des Krystalls passirt hat.

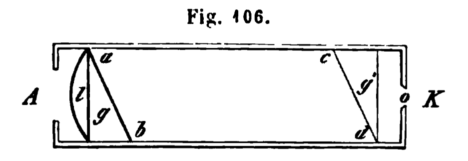
b) **Optisch einaxige Krystalle:** Die Absorptionsfläche ist ein Sphäroid, dessen Rotationsaxe die optische Axe des Krystalls ist, d. h. nur diejenigen Strahlen, deren Schwingungsrichtungen gleiche Winkel mit der optischen Axe bilden und welche sich daher im Krystall mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, erfahren auch die gleiche Absorption. Für das Licht einer bestimmten Farbe ist daher die Absorption am grössten für Schwingungen parallel zur Axe, nimmt ab mit zunehmender Neigung der Schwingungsrichtung gegen die Axe und ist am kleinsten für alle senkrecht zur Axe schwingenden Strahlen — oder das Umgekehrte findet statt: die Minimalabsorption erleiden die parallel der Axe, die Maximalabsorption die senkrecht dazu schwingenden Strahlen. Im Allgemeinen gilt die von Babinet aufgestellte Regel, dass die einaxigen Krystalle mit positiver Doppelbrechung den ersten der beiden auseinandergesetzten Fälle repräsentiren, also den extraordinären Strahl stärker absorbiren, während in den negativen Krystallen die Schwingungen senkrecht zur Axe, also die ordinären Strahlen, am meisten geschwächt werden. Kürzer lässt sich diese Regel auch so ausdrücken, dass in einaxigen Krystallen der stärker gebrochene Strahl auch stärker absorbirt wird.

Für verschiedene Farben ist nicht nur die Grösse der Absorptionsfläche verschieden, sondern auch ihre Gestalt, d. h. der Absorptionscoëfficient hat nicht nur, absolut genommen, einen andern Werth, sondern das Verhältniss desselben für Schwingungen parallel und senkrecht zur optischen Axe ist ebenfalls verschieden. In Folge dessen werden zwar auch wieder alle Strahlen, deren Schwingungsrichtungen den gleichen Winkel mit der optischen Axe bilden, die gleiche Absorption für jede einzelne Farbe erfahren, aber bei verschiedener Neigung zur Axe wird das Helligkeitsverhältniss der einzelnen Farben ein anderes werden; die entstehende Mischfarbe wird also nur für die unter gleicher Neigung zur Axe einfallenden Strahlen gleich sein, mit grösser oder kleiner werdender Neigung dagegen sich ändern, und zwar im entgegengesetzten Sinne, wenn die Schwingungsrichtung der Strahlen, sich der optischen Axe nähert oder von ihr entfernt. Bezeichnen wir die beim Eintritt weissen Lichtes in der Richtung der optischen Axe und bei einer bestimmten Dicke des Krystalls entstehende Körperfarbe desselben mit A; die Schwingungsrichtung dieser Strahlen ist, wenn auch in allen möglichen Azimuthen, doch stets senkrecht zur Axe, und diese Richtungen sind alle gleichwerthig, entsprechen also derselben Absorption. Ein Lichtstrahl, welcher durch eine gleich dicke Schicht desselben Krystalls, aber senkrecht zur Axe, hindurchgeht, wird in zwei zerlegt, von denen einer senkrecht, der andere parallel zur optischen Axe schwingt. Der erstere, welche Richtung er auch sonst habe, zeigt die Absorptionsfarbe A,

der zweite eine andere, welche wir B nennen wollen und welche nach Obigem offenbar von allen Absorptionsfarben desselben Krystalls diejenige ist, welche am meisten von A abweicht. Betrachten wir den Krystall so, dass das Licht durch denselben in der Richtung: »senkrecht zur Axe« fällt, so gelangen beide polarisirte Strahlen, der mit der Farbe A und der mit der Farbe B, gleichzeitig in unser Auge, und wir vermögen sie nicht von einander zu trennen, sondern erhalten einen Gesammteindruck einer Farbe, welche wir mit $A + B$ bezeichnen wollen. Die beiden Farben A und $A + B$, d. h. die Körperfarbe des Krystalls parallel und senkrecht zur Axe, sind nun offenbar um so mehr verschieden, je mehr A und B selbst von einander abweichen. In den zwischenliegenden Richtungen ist nun die Körperfarbe des Krystalls auch eine zwischenliegende, um so näher an A, je näher die Richtung, in welcher das Licht hindurchfällt, derjenigen der Axe ist, und umgekehrt*). Ist die Farbe A wenig von B verschieden, so ist sie noch weniger abweichend von der Mischfarbe $A + B$, und in solchen Fällen scheint, ohne weitere Hülfsmittel betrachtet, der Krystall nach allen Richtungen die gleiche Körperfarbe zu besitzen. Ganz besonders ist dies der Fall bei den sogenannten farblosen Substanzen, weil bei diesen der ganze Betrag der Absorption schon unmerklich ist, ihre Verschiedenheit nach verschiedenen Richtungen sich also jeder Beobachtung entzieht. Starken Pleochroismus, d. h. grosse Verschiedenheit der Körperfarbe mit der Richtung, können daher nur stark absorbirende, d. i. lebhaft gefärbte Krystalle zeigen; auch unter diesen giebt es viele, welche nur geringen Grad des Pleochroismus besitzen, bei denen also die Körperfarben parallel und senkrecht zur Axe sehr ähnliche sind.

Um in den letzterwähnten Fällen das Vorhandensein des Pleochroismus, durch welches zugleich das der Doppelbrechung constatirt ist, zu erkennen, muss man sich eines kleinen Apparates bedienen, welcher von Haidinger construirt worden ist und Dichroskop oder dichroskopische Lupe genannt wird. Derselbe besteht aus einem Rhomboëder von Kalkspath, dessen Durchschnitt $abcd$ in Fig. 106 ebenso dargestellt ist, wie in Fig. 35 S. 50, so dass ab und cd die kurzen Diagonalen zweier gegenüberliegender Rhombenflächen sind. Dieses ist in einer Fassung (einem Messingrohr) befestigt, und vor und hinter demselben je ein Glaskeil, g und g', den Kalkspath berührend, so angebracht, dass die Ein- und Austrittsflächen der Lichtstrahlen senkrecht zu den Rhomboëderkanten ac und bd stehen, an denselben also keine Brechung derjenigen Strahlen, welche diesen Kanten parallel durch das Instrument

Fig. 106.

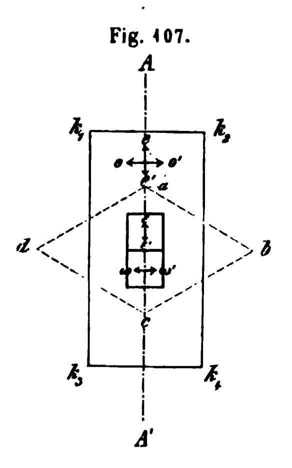


*) Es ist daher nicht ganz correct, diese Erscheinung mit dem Namen »Dichroismus«, wie vielfach geschieht, zu belegen, weil es sich nicht um zwei Farben handelt, sondern um eine continuirliche Farbenreihe zwischen zwei Extremen.

gehen, stattfindet. Die Fassung hat vorn eine weite runde Oeffnung zum Hineinsehen, wobei das Auge sich in A befindet, hinten dagegen nur eine 2—3 Millim. lange und breite quadratische Oeffnung o, durch welche das Licht einfällt, wenn dieselbe gegen den hellen Himmel oder eine andere Lichtquelle gerichtet wird. Dicht vor dem Glaskeil g befindet sich eine planconvexe Linse, vermittelst deren das in A befindliche Auge ein vergrössertes virtuelles Bild der hellen Oeffnung o in der Entfernung der deutlichen Sehweite sehen würde, wenn der Kalkspath nicht vorhanden wäre. Durch dessen Doppelbrechung erscheinen jedoch zwei solcher Bilder, und da das ausserordentliche im Hauptschnitt abgelenkt wird, das eine genau über dem andern. Die Länge des Kalkspaths wird nun so gewählt, dass die beiden Bilder sich nicht theilweise decken, sondern der obere Rand des unteren den unteren des oberen Bildes berührt.

Hält man nun einen einaxigen Krystall so vor die kleine Oeffnung*), dass die parallel der Längsaxe der Lupe hindurchgehenden Strahlen ihn vorher in einer zu seiner optischen Axe normalen Richtung durchsetzen, und dass seine Axe parallel dem Hauptschnitt des Kalkspaths ist, so treten die beiden im Krystall entstehenden Strahlen so in den Kalkspath ein, dass die Schwingungsrichtung des ordinären parallel ist der des ordinären im Kalkspath und ebenso die des extraordinären mit der des gleichen in letzterem zusammenfällt. Es erleidet also keiner von beiden eine neue Zerlegung im Kalkspath und somit wird von den beiden Bildern der hellen Oeffnung in der dichroskopischen Lupe das eine nur von den Strahlen gebildet, welche parallel der Axe des davor gehaltenen Krystalls schwingend aus diesem austraten, das zweite nur von denen, deren Schwingungsrichtung in demselben Krystall senkrecht zur Axe war. Die Farbe des letzteren muss also die früher mit A, die des ersteren die mit B bezeichnete sein. Man ersieht dies leicht aus Fig. 107, in welcher $k_1 k_2 k_3 k_4$ den Umriss des zu untersuchenden Krystalls, AA' die Richtung seiner optischen Axe, folglich oo' die Schwingungsrichtung des ordinären, ee' die des extraordinären aus demselben austretenden Strahles darstellen; $abcd$ ist der Querschnitt des Kalkspathrhomboëders, dessen Hauptschnitt dem des Krystalls parallel ist; $\omega\omega'$ ist die Schwingungsrichtung des Lichtes in dem einen, $\varepsilon\varepsilon'$ die in dem zweiten Bilde der quadratischen, vom Krystall verdeckten Oeffnung. Dreht man nun den letzteren

Fig. 107.



*) Nach dem Vorschlage von V. von Lang umgiebt man das Ende K des Rohres (Fig. 106) vortheilhaft noch mit einer drehbaren Metallkappe, welche mit einer kreisförmigen Oeffnung versehen ist; über dieser befestigt man den Krystall mit Wachs und kann nun seine richtige Stellung durch Drehen der Kappe leicht bewirken.

um die Axe des Dichroskops als Drehungsaxe, so bildet dann oo' und ee' mit $\omega\omega'$ und $\varepsilon\varepsilon'$ einen Winkel, jeder der beiden Strahlen wird im Kalkspath doppelt gebrochen und trägt somit zu jedem der beiden Bilder bei; wenn jener Winkel 45° beträgt, so ist die Componente jedes Strahles zu jedem der beiden Bilder die Hälfte von dessen Helligkeit, also sind diese genau von gleicher Färbung, und zwar von derjenigen $A + B$, welche der Krystall in der betreffenden Richtung auch dem nicht mit der Lupe bewaffneten Auge zeigt. Bei 90° Drehung zeigen beide Bilder des Dichroskops wieder die grösste Differenz der Färbung, aber die Farben beider sind vertauscht u. s. f.

Jedesmal also, wenn die optische Axe des auf Pleochroismus zu untersuchenden Krystalls einer der Schwingungsrichtungen der beiden im Kalkspath sich fortpflanzenden Strahlen parallel ist, zeigt das eine Bild die Farbe A, das andere die Farbe B. Da nun diese sich mehr von einander unterscheiden, als die ohne Dichroskop parallel und normal zur Axe im Krystall sichtbaren Farben A und $A + B$, da man ausserdem in diesem Instrument beide Färbungen gleichzeitig und unmittelbar nebeneinander sieht, wobei sehr geringe Verschiedenheiten ihrer Nuancen noch erkennbar sind, — so leuchtet ein, dass man mittelst dieses einfachen Apparates den Dichroismus eines Krystalls noch constatiren kann, selbst wenn er ziemlich schwach ist, während schon eine sehr bedeutende Verschiedenheit der Absorption, wie sie nur eine beschränkte Zahl von Substanzen zeigt, dazu gehört, um sie ohne Dichroskop zu erkennen.

Es ist leicht einzusehen, dass, wenn man den Krystall so vor die Oeffnung des beschriebenen Instrumentes hält, dass die Lichtstrahlen ihn schräg zu seiner optischen Axe durchsetzen, die Farbe des einen Bildes A, die andere eine zwischen A und B liegende Tinte sein wird; endlich, wenn das Licht den Krystall parallel der Axe durchläuft, bei jeder Drehung desselben in seiner Ebene, beide Bilder die gleiche Farbe A zeigen müssen.

Als Beispiele sehr stark pleochroitischer einaxiger Krystalle mögen zwei Mineralien erwähnt werden: der Chlorit oder Pennin, dessen Körperfarbe, durch eine Platte senkrecht zur Axe gesehen, smaragdgrün, durch eine der Axe parallele Platte braunroth erscheint, und der in sehr verschiedener Färbung vorkommende Turmalin, von dem manche Varietäten zugleich ein Beispiel diluter Färbung durch fremde Farbstoffe darbieten. Bei letzteren, wie bei den durch ihren Eisengehalt und daher idiochromatisch gefärbten, wird der ordinäre Strahl so stark absorbirt, dass Turmalinplatten, parallel zur Axe geschnitten, fast nur extraordinäres Licht durchlassen (vergl. S. 32).

Bei gewissen Krystallen mit starkem Pleochroismus kann man auch mittelst einer zur optischen Axe senkrechten Platte ohne Weiteres die Verschiedenheit der Absorption der parallel und der geneigt zur Axe sie durchsetzenden Strahlen wahrnehmen. Hält man z. B. eine Platte von Magnesiumplatincyanür, in der angegebenen Richtung geschnitten oder

gespalten (die Krystalle dieses Salzes spalten vollkommen nach der zur Axe senkrechten Ebene), nahe an das Auge und blickt durch dieselbe auf eine weisse Fläche (am besten eine gleichmässig weisse Wolkenschicht des Himmels), so sieht man einen kreisrunden violetten Fleck auf zinnoberrothem Grunde. Die Erklärung dieser Erscheinung ist folgende: Das Magnesiumplatincyanür lässt blaue Strahlen nur in der Richtung der Axe und unter sehr kleiner Neigung dagegen hindurch und auch hier nur bei geringer Dicke der Platte, sonst nur rothe Strahlen; in Folge dessen wird das in der Axe durchgehende weisse Licht violett, bei einer gewissen Neigung zu dieser aber wird das Blau sowohl wegen der zunehmenden Dicke der durchlaufenen Schicht als wegen der Abweichung von der Axe absorbirt, und es bleibt nur noch Roth übrig. Hält man einen Nicol vor oder hinter die Platte, so wird von den in der Schwingungsebene des Nicols zur Axe geneigten Strahlen der ordinäre, also violett gefärbte Antheil ausgelöscht, von den in einer dazu senkrechten Ebene geneigten Strahlen derselbe Antheil hindurchgelassen; alsdann erscheinen in der Schwingungsrichtung des Nicols auf dem violetten Grunde zwei rothe Büschel von ähnlicher Form, wie die in Fig. 108 (S. 159) abgebildeten.

c) **Optisch zweiaxige Krystalle:** Hier ist die Absorptionsfläche für eine bestimmte Farbe im Allgemeinen ein dreiaxiges Ellipsoid, dessen drei Axen, die sogenannten Absorptionsaxen (d. h. die Schwingungsrichtungen der grössten, mittleren und kleinsten Absorption), ein von dem für die Indexfläche gültigen ganz unabhängiges Längenverhältniss besitzen und im Allgemeinen auch der Richtung nach nicht mit den Axen der letzteren zusammenfallen. Für eine andere Farbe ist nicht nur die Grösse, sondern auch die Gestalt, d. h. das Axenverhältniss, der Absorptionsfläche eine andere. Besitzen jedoch die drei Axen der Indexfläche für alle Farben die gleiche Orientirung im Krystall (vergl. S. 106), so fallen auch die Richtungen der drei Absorptionsaxen für alle Farben unter einander und mit jenen drei auf einander senkrechten Richtungen zusammen. Alsdann sind nicht nur die Verhältnisse der Fortpflanzung, sondern auch diejenigen der Absorption des Lichtes vollkommen symmetrisch zu den drei optischen Hauptschnitten des Krystalls. Es möge zuerst dieser einfachste Fall betrachtet werden. Nennen wir A die Farbe der Strahlen, welche im Krystall als Schwingungsrichtung die X-Axe der Indexfläche haben, B die derjenigen, welche parallel der Y-Axe, C die derjenigen, welche parallel der Z-Axe schwingen, so werden wir im Dichroskop durch eine Platte, senkrecht zur Y-Axe, wenn X und Z parallel den Schwingungsrichtungen des Kalkspaths sind, in dem einen Bild die Farbe A, im andern C sehen. Wenden wir aber eine normal zu Z geschnittene Platte an, so zeigt das eine Bild, bei der analogen Stellung des Krystalls gegen das Instrument, A, das andere B. Endlich zeigt eine senkrecht zu X geschliffene Platte die Färbungen B und C getrennt, wenn sie so vor die Oeffnung der dichroskopischen Lupe gehalten wird, dass Y oder Z dem Hauptschnitt des in derselben befindlichen Kalkspaths

parallel ist. Es genügt also bei Anwendung des Dichroskops schon die Beobachtung des Krystalls in zwei jener Richtungen, um die drei sogenannten »Axenfarben« zu bestimmen, d. h. die Farben, welche durch die Absorption der nach den drei Absorptionsaxen schwingenden weissen Lichtstrahlen entstehen.

Ohne Dichroskop dagegen vermögen wir keine dieser drei Farben getrennt zu sehen, denn wenn wir z. B. durch eine zu X normale Platte des Krystalls hindurchblicken, so erhalten wir zugleich die $\parallel Y$ schwingenden Strahlen mit der Farbe B und die $\parallel Z$ schwingenden mit der Farbe C ins Auge, also werden wir eine aus beiden gemischte Färbung, $B + C$, sehen; ganz ebenso zeigt uns eine normal zu Y geschnittene Platte eine Mischfarbe $A + C$, und eine Platte, deren Flächen senkrecht auf der Z-Axe stehen, $A + B$*). Es ist nun klar, dass die aus zwei Axenfarben gemischten Farbeneindrücke, nämlich $A + B$, $A + C$ und $B + C$, weniger von einander verschieden sein werden, als die Axenfarben selbst. Aus denselben Gründen, welche S. 155 bei den einaxigen Krystallen angeführt wurden, kann man daher mit dem Dichroskop weit geringere Grade des Pleochroismus noch erkennen, als ohne dieses Instrument. Mit demselben kann man zugleich, wenn starker Pleoleochroismus vorhanden ist, sehr leicht einen einaxigen Krystall von einem zweiaxigen unterscheiden, indem bei einem der letzteren Art keine Richtung existirt, in welcher die durchgehenden Strahlen bei jeder Drehung des Krystalls zwei genau gleichgefärbte Bilder liefern, wie dies mit den der optischen Axe der ersteren parallelen Strahlen der Fall ist.

Was die Körperfarben derartiger zweiaxiger Krystalle in anderen Richtungen, als den drei Absorptionsaxen, betrifft, so ändern sich diese mit der Richtung ganz symmetrisch zu den drei optischen Hauptschnitten. Wenn die Richtung der hindurchgehenden weissen Lichtstrahlen innerhalb eines derselben liegt, so besteht die Farbe aus einer Nuance, die zwischen zwei Axenfarben liegt, nämlich derjenigen, deren Schwingungen parallel jenem Hauptschnitt stattfinden, und der dritten Axenfarbe, d. i. derjenigen der ordinären, senkrecht zu jenem Hauptschnitt schwingenden Strahlen. In einer Richtung, welche in keinen der drei Hauptschnitte fällt, zeigt der Krystall eine Absorption, welche zwischen derjenigen der drei Axenfarben, welche die grösste Verschiedenheit darstellen, liegt; es existiren also im Krystall alle möglichen Farbentinten zwischen denjenigen der drei am meisten von einander verschiedenen, daher der nicht selten gebrauchte Name »Trichroismus« für die Farbenerscheinungen der zweiaxigen Krystalle ebenso wenig correct ist, wie der Name »Dichroismus« für diejenigen der einaxigen.

---

*) Haidinger nannte diese gemischte Farbe, welche eine Krystallplatte ohne Dichroskop zeigt, ihre Flächenfarbe; durch das genannte Instrument wird also die Flächenfarbe einer Platte, welche einem optischen Hauptschnitt parallel ist, in ihre Axenfarben zerlegt, allgemein die Flächenfarbe einer Platte von beliebiger Orientirung in diejenigen beiden Farben, welche den Schwingungsrichtungen der Platte entsprechen.

In denjenigen optisch zweiaxigen Krystallen, in welchen die Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen. divergiren auch die Richtungen der Absorptionsaxen sowohl von jenen als auch von einander. Betrachten wir also beispielsweise eine senkrecht zur ersten Mittellinie der optischen Axen für irgend eine Farbe geschnittene Platte eines derartigen, stark absorbirenden Krystalls in senkrecht auffallendem gewöhnlichen Lichte, so zeigt sie eine bestimmte Absorptionsfarbe: drehen wir sie aber nach der einen oder andern Seite, so dass die Richtung der hindurchgehenden Strahlen sich einmal der einen, einmal der andern optischen Axe nähert, so ändert sich die Körperfarbe nicht nach beiden Seiten gleichartig, weil die Absorptionsverhältnisse nicht symmetrisch zu der Normale der Platte sind, sondern die Richtungen grösster, kleinster und mittlerer Absorption für jede Farbe in anderer Weise, stets aber einseitig schief zur Platte orientirt sind. Aus einigen neueren Beobachtungen scheint sogar hervorzugehen, dass die Richtungen der Absorptionsaxen in solchen Krystallen keine rechten Winkel mit einander bilden, so dass die Absorptionsfläche dann kein dreiaxiges Ellipsoid mehr wäre, sondern eine noch complicirtere Gestalt annehmen würde.

Unter den optisch zweiaxigen Körpern mit besonders starkem Pleochroismus mögen als Beispiele aufgeführt werden: der Cordierit (wegen dieser Eigenschaft auch »Dichroit« genannt), dessen Färbung einem dilut vertheilten fremden Körper zuzuschreiben ist, und welcher folgende Axenfarben zeigt: a hellgelb bis gelbbraun, entsprechend den Schwingungen parallel der Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit, b hellblau (Absorptionsfarbe der Schwingungen mit der mittleren Geschwindigkeit und c dunkelblau (Schwingungen mit der kleinsten Geschwindigkeit, d. i. der grössten Brechung, welche somit am stärksten absorbirt werden); der Epidot, welcher in der schönen eisenhaltigen Varietät vom Sulzbachthal zeigt: a gelb, b braun, c grün; endlich der zur Amphibolgruppe gehörige Glaukophan mit den Axenfarben: a hellgrüngelb, b violett, c ultramarinblau. Die beiden letzten Beispiele beziehen sich auf Fälle, in denen die Absorptionsaxen und die Hauptschwingungsrichtungen für verschiedene Farben dispergirt sind.

Da die Art und die Intensität der Farbentöne ausser von der Richtung der Schwingungen noch von der Dicke der Platte abhängt, so sind dieselben in vorstehenden, wie in den früheren Beispielen, nur ganz allgemein bezeichnet. Genauere Angaben derselben könnten, wie neuerdings vorgeschlagen wurde, durch Anführung derjenigen Nummer von Radde's internationaler Farbenscala*), mit welcher der betreffende Farbenton am

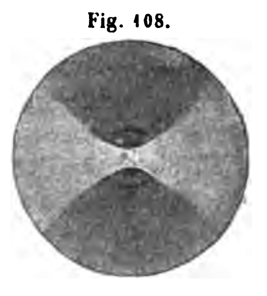
*) Da transparente Farben, wie man sie in pleochroitischen Krystallen beobachtet, sich nicht sehr leicht mit Farben im auffallenden Lichte, wie sie die Radde'sche Farbenscala zeigt, vergleichen lassen, würde es für die Gewinnung schärferer Angaben über die Absorptionsfarbe der Krystalle wünschenswerth sein, Vergleichsfarben anzuwenden, welche aus verschiedenfarbigen Gläsern gefertigt wären; diese müssten spitz

besten übereinstimmt, gewonnen werden; eine eigentliche Bestimmung der Absorptionsfarbe würde aber natürlich die spectrale Zerlegung des durch den Krystall gegangenen Lichtes und die Messung der Lichtstärke in den einzelnen Theilen des Spectrums erfordern. In beiden Fällen wäre es nöthig, die Dicke der untersuchten Krystallplatte zu bestimmen und anzugeben.

Will man einen mikroskopischen Krystall, z. B. im Dünnschliff eines Gesteins, auf Pleochroismus prüfen, so empfiehlt sich die von Tschermak vorgeschlagene Methode, das in das Mikroskop einfallende Licht durch einen Nicol zu polarisiren; indem man den drehbaren Objecttisch mit dem Präparat so bewegt, dass einmal die eine, einmal die andere Schwingungsrichtung des betreffenden Krystalldurchschnittes mit dem Hauptschnitt des Polarisators zusammenfällt, ruft man in dem Krystall nach einander die beiden, seinen Schwingungsrichtungen entsprechenden Absorptionsfarben hervor, während man im Dichroskop dieselben neben einander beobachtet.

Büschelerscheinungen. Hält man eine senkrecht zu einer der beiden optischen Axen geschliffene Platte von brasilianischem Andalusit oder von dem a. vor. S. erwähnten Epidot dicht vor das Auge und gegen den hellen Himmel gerichtet, so erblickt man auf farbigem Grunde zwei dunkle Büschel von der in Fig. 108 dargestellten Form, welche nach der Mitte zu Spuren von Ringen erkennen lassen. Weniger intensiv kann man dieselbe Erscheinung noch bei verschiedenen anderen pleochroitischen Mineralien beobachten, besonders schön endlich bei dem sogenannten »Sénarmont'schen Salz, d. i. salpetersaures Strontium, welches aus einem Auszuge von Campecheholz krystallisirt und durch Aufnahme des Farbstoffes dieser Lösung roth gefärbt ist. Nimmt man von letzterem statt der zu einer Axe senkrechten Platte eine normal zur ersten Mittellinie geschnittene, so sieht man zwei Doppelbüschel, und bei dem Yttriumplatincyanür, dessen Winkel der optischen Axen sehr klein ist, sind jene in Folge dessen einander so nahe, dass sie vier rothe Sectoren bilden, zwischen denen der hier violette Grund in Form eines Kreuzes erscheint. Stets stehen die Büschel senkrecht zur Ebene der optischen Axen, und ihre Mittelpunkte entsprechen den Richtungen der Axen; die Erscheinung kann also zur Aufsuchung der Lage der letzteren ohne Polarisationsinstrument benutzt werden. Eine Erklärung aller dieser Erscheinungen gab W. Voigt in seiner Theorie der Absorption des Lichtes in Krystallen.

Fig. 108.



Eine ähnliche Erscheinung wie die Büschel müssen auch radialfaserige Aggregate von Krystallen zeigen, wenn letztere deutlich pleochroitisch sind.

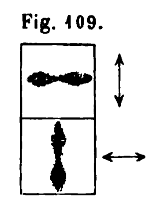
---

keilförmig geschliffen werden, um die Bestimmung der Intensität der betreffenden Farbe durch Angabe der Stelle, d. h. der Dicke des Glases, zu ermöglichen.

Denken wir uns z. B. eine aus radialgestellten einaxigen Krystallen, welche diese Bedingung erfüllen und deren Längsrichtung der optischen Axe parallel, zusammengesetzte Platte, oder lassen wir einen pleochroitischen Krystall in der S. 141 angegebenen Weise rotiren, so dass er schnell nach einander die Lage der verschiedenen Krystalle einer solchen Platte einnimmt, und betrachten wir das Gebilde durch einen Nicol oder, was ganz gleichbedeutend ist, lassen wir in dasselbe geradlinig polarisirtes Licht eintreten und beobachten wir ohne Nicol, so muss Folgendes stattfinden: Das Licht, welches durch die mit ihrer Längsrichtung im Hauptschnitt des Nicols liegenden Krystalle hindurchgeht, schwingt deren optischer Axe parallel: während diese also in der Farbe des extraordinären Strahls erscheinen, und nahezu ebenso die benachbarten, wenig mit ihnen divergirenden Krystalle, zerlegen die weiter abstehenden das einfallende Licht in einen ordinären und einen extraordinären Strahl und zeigen folglich eine Mischung der Farben dieser beiden; gehen wir endlich zu den senkrecht zur Schwingungsrichtung der eintretenden Vibrationen stehenden Krystallen über, so finden in diesen die hindurchgehenden Oscillationen senkrecht zur Axe statt, diese Krystalle erscheinen demnach mit der Farbe des ordinären Lichtes. Während man also zwischen gekreuzten Nicols in dem Präparat, wie in jedem radialfaserigen Gebilde, das schwarze Kreuz erblicken würde, sieht man mit einem Nicol, wenn der Pleochroismus der Einzelkrystalle genügend stark ist, zwar ebenfalls ein Kreuz, von dem jedoch die beiden Arme, welche der Schwingungsebene des Polarisators parallel sind, die Farbe der extraordinären Strahlen, die beiden andern die Farbe der ordinären Lichtvibrationen besitzen. Auf dieser Eigenschaft pleochroitischer radialfaseriger Gebilde beruhen die »Haidinger'schen Polarisationsbüschel«, welche nach Helmholtz dadurch hervorgebracht werden, dass in dem sogenannten gelben Fleck, dem für das Sehen wichtigsten Theile der Netzhaut des menschlichen Auges, die radiären Nervenfasern, welche in den andern Theilen der Netzhaut senkrecht zu deren Oberfläche stehen, schräg nach der Mitte des gelben Fleckes convergiren; diese Fasern sind, wie die meisten organischen Fasern, doppeltbrechend, und es muss angenommen werden, dass dieselben von den parallel und senkrecht zu ihrer Axe schwingenden Lichtstrahlen das Blau und Gelb ungleich absorbiren. In Folge dessen erblickt man, wenn man das Auge auf eine gleichmässig beleuchtete weisse Fläche richtet und zugleich einen Nicol vor dasselbe hält, um geradlinig polarisirtes Licht einfallen zu lassen, von dem Fixirpunkte des Auges ausgehend zwei bräunlichgelbe Büschel, zwischen denen in der dazu senkrechten Richtung bläuliches Licht erscheint. Die ersteren liegen stets in der Polarisationsebene des Nicols, also senkrecht zur Schwingungsrichtung der polarisirten Strahlen und müssen sich daher mit der Drehung des Polarisators ebenfalls drehen; in Folge dessen kann diese Erscheinung dazu dienen, ohne weiteres geradlinig polarisirtes Licht als solches zu erkennen und seine Schwingungsrichtung zu bestimmen.

Besonders leicht findet man die Büschel auf, wenn man das Haidinger-sche Dichroskop gegen eine weisse Wolkenschicht richtet; alsdann erscheinen dieselben in den beiden hellen quadratischen Bildern, weil diese senkrecht zu einander polarisirt sind, in gekreuzter Stellung, wie es in Fig. 109 dargestellt ist (die nebenstehenden Pfeile bezeichnen die Schwingungsrichtungen des Lichtes in den beiden Feldern). Es muss bemerkt werden, dass nicht alle Menschen die sehr schwache Erscheinung der Haidinger-schen Büschel zu sehen vermögen, während einzelne Individuen dieselben sogar ohne Nicol, wenn sie ihr Auge gegen den Himmel richten, in Folge der (unvollständigen) Polarisation des von diesem reflectirten Lichtes zu sehen im Stande sind.

Fig. 109.



Oberflächenfarben. Die meisten Körper, gleichviel ob gefärbt oder farblos, ändern das von ihnen reflectirte Licht nicht, so dass, wenn weisses Licht auf eine ebene Oberfläche derselben fällt, es auch als weisses zurückgeworfen wird. Anders verhalten sich bekanntlich die Metalle, indem z. B. das von einer polirten Kupferplatte reflectirte Bild eines weissen Körpers nicht weiss, sondern roth erscheint. Zwischen den Metallen und den gewöhnlichen durchsichtigen Körpern stehen gleichsam in der Mitte diejenigen Substanzen, welche für gewisse Lichtstrahlen durchsichtig, für andere sich den Metallen ähnlich verhalten und sie mit metallischem Glanze reflectiren; solche Medien hat man als Körper mit »Oberflächenfarbe« bezeichnet. Es gehören hierher eine Reihe von Doppelcyanüren des Platins mit anderen Metallen und von Salzen organischer Basen, besonders Anilinfarbstoffe u. a. Zur Erklärung des eigenthümlichen Verhaltens dieser Körper muss man annehmen, dass das reflectirte Licht in denselben bis zu einer gewissen Tiefe eingedrungen sei und dabei eine ungleiche Absorption seiner verschiedenen Farben erfahren habe, welche dann in einem bestimmten Zusammenhange mit der Absorption des durchgelassenen Lichtes stehen müsste. In der That hat Haidinger gefunden, dass die Oberflächenfarbe dieser Medien complementär zu ihrer Körperfarbe ist. Da nun die letztere in den doppeltbrechenden Krystallen für ungleich gerichtete Schwingungen eine verschiedene ist, so muss wegen jener Beziehung auch die Oberflächenfarbe solcher Krystalle mit der Richtung der Schwingungen sich ändern. Es ist z. B. zu erwarten, dass die Oberflächenfarbe eines einaxigen Krystalles zwar auf allen Flächen, welche der Axe parallel gehen, gleich sei, aber eine andere auf solchen, welche zur Axe geneigt sind, endlich noch eine andere auf der zur Axe senkrechten Ebene. Diese Voraussetzungen werden durch die an solchen Krystallen beobachteten Erscheinungen bestätigt; so zeigt z. B. eine natürliche oder künstliche Oberfläche des Magnesiumplatincyanürs, welche der optischen Axe des Krystalls parallel geht, eine grüne Oberflächenfarbe, eine zur Axe senkrechte Fläche eine violette, während die Körperfarbe der Substanz carminroth ist (mit erkennbarem Pleochroismus, indem die ordinären Strahlen mehr bläulich gefärbt sind). Wendet man zur

Beobachtung der Oberflächenfarbe das Dichroskop an, so findet man auf der zur Axe senkrechten Fläche gleiche Farbe beider Bilder, auf den zur Axe parallelen verschiedene. Es geht also hieraus hervor, dass das Licht, welches wir in der Oberflächenfarbe beobachten, in den oberflächlichen Schichten des Krystalls eine ähnliche Aenderung erfahren hat, wie das von demselben durchgelassene, indem es in zwei senkrecht zu einander polarisirte (oder wenigstens ähnlich sich verhaltende) und ungleich absorbirte Strahlen zerlegt worden ist. Theoretisch wurden die Verhältnisse der metallischen Reflexion von Cauchy und Voigt, speciell für die doppeltbrechenden Krystalle von Drude entwickelt und von Letzterem auch durch Versuche geprüft. Darnach gestattet die Untersuchung des an so stark absorbirenden Krystallen reflectirten Lichtes die Berechnung der Brechungsindices und Absorptionscoëfficienten für verschieden gerichtete Schwingungen des in dieselben eingedrungenen Lichtes, aber nur dann, wenn die Oberfläche eine vollkommen reine ist, wie sie im Wesentlichen nur frische Spaltungsflächen zeigen. Auf diesem Wege ergaben sich sehr hohe Brechungsindices mit verhältnissmässig niedrigen Werthen für die Absorption bei den einfachbrechenden Metallen Blei, Platin, Eisen, die höchste Brechbarkeit beim Bleiglanz und dem optisch zweiaxigen Antimonglanz, während z. B. Silber und Gold sehr niedrige Brechungsindices (0,2 bis 0,4, d. h. die Lichtgeschwindigkeit ist grösser, als im leeren Raume) und ein ausserordentlich grosses Absorptionsvermögen besitzen. Erscheinungen der Doppelbrechung des durchgelassenen Lichtes beobachtete Kundt an äusserst dünnen Schichten von Metallen, welche durch elektrische Zerstäubung von Kathoden hergestellt waren.

Fluorescenz. Der bei der Absorption des Lichtes in einem Körper anscheinend verloren gehende Theil wird in eine andere Art von Bewegung umgesetzt, besonders in Wärme; bei gewissen Körpern erzeugt derselbe jedoch wieder Licht und zwar solches von einer anderen Schwingungsdauer. Ist dies der Fall, so sendet das Innere des Körpers unter dem Einflusse einer Bestrahlung wiederum Licht aus, aber von einer andern Farbe. Es sind besonders die Auflösungen eine Reihe organischer Substanzen, welche diese Eigenschaft besitzen; dieselbe tritt ferner an dem durch gewisse organische, dilut vertheilte Substanzen gefärbten Flussspath (»Fluorit«), nach welchem man die Erscheinung benannt hat, und an dem sogenannten Uranglas auf, in welchen beiden Fällen es sich ebenfalls um eine Auflösung der fluorescirenden Substanz, aber in einem festen Körper, handelt. Das Uranglas und die Krystalle des Flussspaths sind einfachbrechende Medien, senden also Licht aus, dessen Farbe von der Richtung der Schwingungen unabhängig ist. Anders müssen sich offenbar fluorescirende doppeltbrechende Krystalle verhalten, und in der That ergiebt sich aus den Beobachtungen von Lommel an dem oben erwähnten Magnesiumplatincyanür, welches zugleich Fluorescenz zeigt, dass deren Farbe sich ändert mit dem Winkel, den die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes,

welches die Fluorescenz erregt, mit der optischen Axe des Krystalls bildet. Lässt man Sonnenlicht, das durch ein blaues oder violettes Glas gegangen ist, auf die zur Axe normale Fläche eines solchen Krystalls fallen, so leuchtet dieselbe mit scharlachrothem Fluorescenzlicht, in welcher Richtung der eintretende Strahl auch polarisirt sei; fällt das Licht aber auf eine der Axe parallele Fläche, so zeigt diese eine »dichroitische Fluorescenz«, indem sie orangegelbes oder scharlachrothes Licht aussendet, je nachdem die Schwingungsrichtung des erregenden Lichtes parallel oder senkrecht zur Axe ist. Dieselben beiden Farben beobachtet man natürlich auch, wenn man, statt das einfallende Licht zu polarisiren, das vom Krystall ausgesandte durch einen Nicol gehen lässt und dessen Schwingungsebene einmal dem Hauptschnitt parallel, das andere mal dazu senkrecht hält, oder wenn man den Krystall durch die Haidinger'sche Lupe betrachtet. Die grüne Oberflächenfarbe verschwindet im violetten Lichte.

Phosphorescenz. Bei gewissen Substanzen, in welchen unter dem Einflusse der Bestrahlung eine Aussendung von Licht stattfindet, dauert die letztere auch nach dem Aufhören der Bestrahlung noch fort, d. h. solche Körper leuchten im Dunkeln noch eine Zeit lang weiter. Diese Erscheinung, die Phosphorescenz, kann auch durch Reiben oder durch Erwärmen hervorgebracht werden. Da dieselbe auch bei krystallisirten und doppeltbrechenden Substanzen vorkommt, so ist anzunehmen, dass auch sie den Gesetzen des Pleochroismus unterworfen sei; doch liegen hierüber noch keine Untersuchungen vor, und handelt es sich meistens auch um eine Aussendung von Licht, welches nur eine sehr geringe Intensität besitzt.

Die thermischen Eigenschaften der Krystalle.

§ 24. **Wärmestrahlung, Wärmeleitung.** Die Wärme kann in ihrer Beziehung zu den Krystallen in dreierlei Art zur Wirkung gelangen, nämlich entweder in der Form von Wärmestrahlen, oder als durch Leitung fortgepflanzte Wärme, oder als eine von der zweiten Art der Mittheilung der Wärme herrührende Temperaturerhöhung der Krystalle. Diese letztere ist aber stets von einer Aenderung der Dichte und damit der übrigen physikalischen Eigenschaften begleitet, und die Art und Weise, in welcher diese Aenderung bei den Krystallen stattfindet, ist von besonderer theoretischer und praktischer Wichtigkeit. Im Allgemeinen sei vorausbemerkt, dass in Bezug auf alle ihre thermischen Eigenschaften die Krystalle in genau dieselben drei Hauptabtheilungen zerfallen, wie in Bezug auf ihr optisches Verhalten, und dass die Verschiedenheiten dieser drei Klassen auch vollkommen ihren optischen Differenzen entsprechen. Wir werden daher im Folgenden die auf ihr Verhalten gegen das Licht gegründeten Namen: einfachbrechende, optisch einaxige und zweiaxige Krystalle, für diese drei Classen derselben beibehalten.

a) **Wärmestrahlung.** Die Strahlen der Wärme, welche wir nach ihren Eigenschaften ebenfalls als Wellenbewegungen des Aethers ansehen müssen, verhalten sich gegen die Krystalle denen des Lichtes so absolut gleich, dass auf dieses Verhalten nur ganz kurz eingegangen zu werden braucht, um so mehr, als die Methoden, welche dazu dienen, die Veränderungen der Wärmestrahlen in jenen (ihre Polarisation, ihre Interferenz u. s. f.) zu studiren, nicht entfernt so leicht zu handhaben und so genau sind, wie die optischen, so dass sie nicht, wie diese, zur Unterscheidung der Krystalle praktisch benutzt werden können.

Nicht alle für das Licht durchsichtigen Körper sind es auch in gleicher Weise für die Wärmestrahlen; diejenigen, welche letztere, namentlich die sogenannten dunklen Strahlen der Wärme, ohne erhebliche Absorption hindurchlassen, nennt man diatherman oder wärmedurchsichtig. Wie die verschiedenen Farben des Lichtes, so werden auch diejenigen der Wärme in den Körpern ungleich absorbirt; wenn diese Ungleichheit jedoch sehr gering ist, so werden dieselben nahe unverändert aus dem Körper austreten, gerade so, wie das weisse Licht nach dem Durchgang durch

eine farblose Substanz ungefärbt ist; einen solchen Körper nennen wir **wärmefarblos.** Die Eigenschaft der Wärmefarblosigkeit, verbunden mit einem hohen Grade von Diathermansie oder Wärmedurchsichtigkeit, besitzt nur eine kleine Anzahl von Stoffen, nämlich die Chloride des Kaliums, Natriums und Silbers, KCl, $NaCl$, $AgCl$, ebenso die wasserfreien Bromide und Jodide der Alkalien, sowie das Sulfid des Zinks, ZnS, sämmtlich zur Klasse der optisch isotropen gehörig. Dagegen giebt es viele für das Licht sehr vollkommen farblose Körper, welche von den Wärmefarben einen Theil sehr stark absorbiren, also für letztere Art von Strahlen in ausgesprochener Weise **farbig** sind. Ein solcher Körper ist z. B. der Alaun $= (SO^4)^2AlK + 12H^2O$, dessen ebenfalls einfachbrechende Krystalle für das Licht ganz farblos, für die Wärmestrahlen aber sehr farbig und wenig durchsichtig sind.

Das Verhalten der drei Classen von Krystallen in Bezug auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie auch auf die Absorption der Wärmestrahlen entspricht nun genau demjenigen für die Lichtstrahlen.

1) **Einfachbrechende Krystalle.** Die Strahlen der Wärme, sowohl die als Lichtstrahlen erscheinenden, als auch die sogenannten dunklen nicht leuchtenden), werden an der Oberfläche eines Krystalls theilweise reflectirt, und zwar nach demselben Gesetze, wie diejenigen des Lichtes, und theilweise im Innern des Krystalls fortgepflanzt. Hierbei tritt nach keiner Richtung in demselben eine Doppelbrechung auf. Wir beobachten aber, wie beim Licht, dass es Wärmestrahlen von verschiedener Brechbarkeit, d. h. verschiedene Wärmefarben, giebt, und können daher ganz analog auch von einem Brechungsindex des Krystalls für eine bestimmte Wärmefarbe sprechen; dieser ist in einem einfachbrechenden Krystalle in allen Richtungen derselbe, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wärmestrahlen jeder Farbe ist unabhängig von der Richtung, in welcher er sich im Krystall bewegt, ebenso die Absorption derselben, die Wärmefarbe des Krystalls.

2) **Einaxige Krystalle.** Die Wärmestrahlen werden in diesen genau in derselben Weise doppelt gebrochen, wie die Lichtstrahlen, und zwar sind die beiden entstehenden Strahlen senkrecht zu einander polarisirt. Nur in der Richtung der optischen Axe findet auch keine Doppelbrechung der Wärme statt. Es wurde die Doppelbrechung der Wärmestrahlen und ihre Polarisation zuerst von Knoblauch nachgewiesen an den Krystallen derselben Substanz, an welchen wir anfangs die analogen optischen Erscheinungen erörtert haben, am Kalkspath.

Der Quarz, welcher die Polarisationsebene des Lichtes dreht, übt dieselbe Wirkung auch auf die Wärmestrahlen aus, und zwar ist nachgewiesen worden, dass für die dunklen Wärmestrahlen, deren Brechbarkeit kleiner ist, als die des rothen Lichtes, ganz in derselben Weise, wie für Lichtstrahlen, die Drehung abnimmt mit der Brechbarkeit. In Folge dessen wird für solche Wärmestrahlen, welche eine so viel kleinere Brechbarkeit als

das äusserste Roth besitzen, wie dieses im Verhältniss zum äussersten Violett, die Drehung fast Null.

3) Zweiaxige Krystalle. Dass auch in den zweiaxigen Krystallen die Strahlen der Wärme in ganz analoger Weise doppelt gebrochen werden, wie die des Lichtes, beweist das Verhalten eines Glimmerblattes zwischen gekreuzten Nicols beim Durchgang von Wärmestrahlen. Gerade so, wie dasselbe beim Drehen vier mal hell und dunkel (jedesmal wenn einer seiner Hauptschnitte dem eines Nicols parallel) wird, so lässt es auch in diesen vier Stellungen keine Wärmestrahlen hindurch, die meisten bei den vier Zwischenstellungen, wenn die Hauptschnitte mit den Nicols 45° einschliessen.

b) **Wärmeleitung.** Um die Abhängigkeit, in welcher die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der geleiteten Wärme in einem Krystall von der Richtung sich befindet, zu studiren, hat Sénarmont folgendes Verfahren angegeben. Man legt auf die zu untersuchende Fläche des Krystalls ein sehr kleines Stück reinen Wachses und erwärmt jenen vorsichtig, bis das Wachs schmilzt und sich in einer dünnen Schicht auf der ganzen Fläche ausbreitet, was man durch Neigen, eventuell auch Abgiessen, unterstützen kann. Nach dem Erkalten bildet das Wachs eine dünne und matte Haut auf der Fläche. Nun erwärmt man eine kleine Stelle des Krystalls dadurch, dass man auf dieselbe entweder eine Metallspitze aufsetzt oder in eine daselbst angebrachte Durchbohrung eintreibt und das betreffende Metallstäbchen (ein rechtwinkelig umgebogener Silberdraht eignet sich hierzu besonders) am andern Ende erhitzt, wobei man den Krystall vor directer Erwärmung seitens der Flamme schützen muss. Sobald die Spitze des Drahtes ebenfalls heiss wird, pflanzt sich die Wärme von der Berührungsstelle im Krystall nach allen Seiten fort, so dass das Wachs rings um jene schmilzt; auch nach dem Abkühlen kann man an einem feinen vorstehenden Wulst genau sehen, wie weit das Wachs rings um die Spitze geschmolzen war. Ist nun die Wärmeleitungsfähigkeit des Krystalls die gleiche in allen Richtungen, welche der mit Wachs überzogenen Krystallfläche parallel gehen, so breitet sich auch die zum Schmelzen des Wachses erforderliche Temperatur nach allen Seiten gleich rasch aus, und die entstehende Schmelzfigur ist ein Kreis. Pflanzt sich aber in verschiedenen jener Ebene parallelen Richtungen die Wärme verschieden schnell fort, so können die Punkte, welche gleichzeitig auf die Schmelztemperatur des Wachses erwärmt werden, nicht gleichweit von der Berührungsstelle des Drahtes entfernt sein, sondern sie müssen am weitesten abstehen in der Richtung, in welcher die Wärmeleitung am schnellsten stattfindet, am wenigsten in derjenigen, in welcher sie die langsamste ist. Diese beiden Richtungen stehen nun, wie die Beobachtung lehrt, stets senkrecht auf einander, gerade so, wie die Schwingungsrichtungen der grössten und kleinsten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes innerhalb einer Ebene. In Folge dessen ist alsdann die Schmelzfigur des Wachses stets eine Ellipse, deren grösste Axe der Richtung der grössten Leitungsfähigkeit, deren kleine derjenigen

der kleinsten unter allen der Krystallfläche parallelen Richtungen entspricht.

Jannettaz wandte bei seinen zahlreichen Untersuchungen über die Wärmeleitung einen durch den galvanischen Strom erhitzten dünnen Platindraht an, aus zwei Theilen bestehend, die unten zu einer kleinen Kugel zusammengeschmolzen sind; die letztere wird bis zur Berührung mit der Krystallfläche herabgelassen und dann der Strom geschlossen, während gleichzeitig durch einen den glühenden Draht umgebenden Wasserbehälter die directe Wärmestrahlung desselben auf die Platte verhindert wird.

Eine sehr sinnreiche Modification der Sénarmont'schen Methode wurde von Röntgen angegeben. Wenn man nämlich die Krystallfläche anhaucht, so dass der Hauch dieselbe in einer gleichmässigen Schicht überzieht, und auf dieselbe eine stark erwärmte Metallspitze aufsetzt, so beobachtet man, dass der Hauch um die Spitze in einem scharf begrenzten, ellipsenförmigen Raume verdunstet. Unterbricht man den Versuch und streut rasch Lycopodium auf die Platte, so haftet dieses leichte Pulver nur da, wo der Hauch noch nicht verdunstet war, und nach dem vorsichtigen Abklopfen des Krystalls wird die freigelassene elliptische Figur so scharf von dem Pulver begrenzt, dass das Verhältniss der grossen und kleinen Axe der Ellipse in vielen Fällen noch genauer gemessen werden kann, als dies bei dem Sénarmont'schen Verfahren möglich ist.

Alle nach vorstehenden Methoden angestellten Beobachtungen haben nun übereinstimmend gelehrt, dass die thermische Leitungsfähigkeit der drei Classen von Krystallen ebenfalls genau denselben allgemeinen Gesetzmässigkeiten unterliegt, wie die Fortpflanzung des Lichtes. Denken wir uns von einem Punkte im Innern des Krystalls aus Längen aufgetragen proportional seiner Wärmeleitungsfähigkeit in der betreffenden Richtung, so bilden die Endpunkte derselben eine krumme Oberfläche, welche in den einfachbrechenden Krystallen die Gestalt einer Kugel, in den optisch einaxigen die Form eines Sphäroids, dessen Rotationsaxe die optische Axe ist, und in den optisch zweiaxigen Krystallen die Gestalt eines dreiaxigen Ellipsoides besitzt. Hieraus folgt, wie sich Krystalle, wenn sie nach einer der obigen Methoden untersucht werden, verhalten müssen.

1) Einfachbrechende Krystalle. Da diese in allen Richtungen gleiches Wärmeleitungsvermögen besitzen, so ist die isothermische Curve (die Curve, bis zu welcher sich eine Temperatur in einer gewissen Zeit ausgebreitet hat) auf allen Ebenen, deren Richtung mag jede beliebige sein, ein Kreis.

2) Einaxige Krystalle. Bei diesen ist in der Richtung der optischen Axe die Wärmeleitung entweder am grössten, nimmt von da an nach allen Seiten gleichmässig ab und ist am kleinsten in allen Richtungen normal zur Axe (thermisch positive Krystalle), — oder sie ist am kleinsten parallel der Axe, nimmt zu mit der Neigung gegen diese und erreicht ihr Maximum in allen senkrecht zur Axe stehenden Richtungen (thermisch

negative Krystalle). In beiden Fällen ist sie gleich in allen Richtungen, welche gleichen Winkel mit der optischen Axe (die man somit auch als »thermische Axe« bezeichnen kann) einschliessen. In Folge dessen ist die isothermische Figur nur auf der Ebene, welche normal zur Axe steht, kreisförmig, auf allen andern eine Ellipse, welche um so mehr von der Kreisform abweicht, je kleineren Winkel die Ebene der untersuchten Platte mit der optischen Axe bildet. Die eine der beiden Axen der Ellipse liegt stets im optischen Hauptschnitt der Platte, und zwar die grosse, wenn das Maximum des Wärmeleitungsvermögens parallel zur optischen Axe stattfindet, die kleine dagegen, wenn in dieselbe Richtung das Minimum der Leitungsfähigkeit fällt.

3) Zweiaxige Krystalle. Die Wärmeleitung findet bei diesen ebenfalls in verschiedener Richtung verschieden schnell statt; diejenige, welche dem Maximum, und die, welche dem Minimum des Leitungsvermögens entspricht, stehen normal zu einander; senkrecht zu beiden ist dasselbe ein zwischenliegendes (im Allgemeinen nicht das arithmetische Mittel), das mittlere genannt. Die Wärmeleitungsfähigkeit in beliebigen andern Richtungen entspricht den Radien eines dreiaxigen Ellipsoides. In denjenigen zweiaxigen Krystallen, in welchen die drei Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben des Lichtes zusammenfallen, sind denselben auch die drei Hauptaxen dieses Ellipsoides, d. s. die Richtungen des grössten, mittleren und kleinsten Leitungsvermögens, parallel, d. h.: die Richtung der schnellsten Fortpflanzung der geleiteten Wärme fällt zusammen mit der Schwingungsrichtung der grössten, oder der mittleren oder der kleinsten Lichtgeschwindigkeit u. s. f. Untersuchen wir also eine Platte eines solchen zweiaxigen Krystalls, welche einem optischen Hauptschnitt parallel geschnitten ist, mittels der Sénarmont'schen oder Röntgen'schen Methode, so zeigt uns die Lage der isothermischen Figur diejenige der beiden Hauptschwingungsrichtungen an, welche der betreffenden Ebene parallel laufen, und ihre Gestalt lehrt uns, welche von beiden das grössere Wärmeleitungsvermögen besitzt.

Es liegt auf der Hand, dass diese Untersuchungsmethode in solchen Fällen, in denen wegen der Undurchsichtigkeit der Substanz eine optische Untersuchung unmöglich ist, gute Dienste zur Unterscheidung und Bestimmung, in welche der drei Klassen ein gewisser Krystall gehöre, zu leisten im Stande ist und z. B. bei einaxigen die Lage der Axe zu erkennen gestattet.

Nach Jannettaz's Beobachtungen ist ferner eine interessante Beziehung vorhanden zu der Spaltbarkeit der Krystalle, derart, dass nach denjenigen Ebenen, nach welchen die leichteste Trennung der Theilchen des Krystalls eintritt, oft auch die leichteste Fortpflanzung der Wärme stattfindet. Z. B. hat die Oberfläche der thermischen Leitungsfähigkeit solcher optisch einaxigen Krystalle, welche vollkommene Spaltbarkeit senkrecht zur Axe zeigen, meist die Gestalt eines sehr plattgedrückten Sphäroids.

§ 25. Ausdehnung durch die Wärme. Mit Ausnahme sehr weniger*) haben alle Körper in höherer Temperatur ein grösseres Volum, sie dehnen sich aus. Bestimmen wir die Länge l eines aus einem isotropen Körper, z. B. Glas, in beliebiger Richtung angefertigten Stabes von rectangulärem Querschnitte, bei 0°, der Temperatur des schmelzenden Eises, und seine Länge l', nachdem er auf 100°, die Temperatur des siedenden Wassers, erhitzt worden ist, so finden wir, dass die durch jene Temperaturdifferenz hervorgebrachte Zunahme seiner Länge, $l' - l$, bei demselben Stoff stets in demselben Verhältniss zur Länge des Stabes steht, also dass

$$\frac{l' - l}{l}$$

eine constante Zahl ist: diese bezeichnen wir mit α und nennen sie den linearen Ausdehnungscoëfficienten des Körpers. Es ist derselbe gleich der Zunahme der Länge eines Stabes aus der betreffenden Substanz, dessen Länge bei 0° = 1 ist. Ein Stab von der Länge l (bei 0°) wird also bei 100° die Länge

$$l(1 + \alpha)$$

haben; er wird sich aber in demselben Verhältniss in der Breite ausdehnen; ist sein Querschnitt ein Rechteck mit den Seiten bd, also seine Breite bei 0° = b, so ist sie bei 100°:

$$b(1 + \alpha),$$

endlich die Dicke bei derselben Temperatur

$$d(1 + \alpha),$$

da sie bei 0° = d war. Während demnach das Volumen des Stabes bei 0°

$$= bdl,$$

so ist es bei 100°:

$$= bdl\,(1 + \alpha)^3$$
$$= bdl\,(1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3).$$

Da aber α stets ein sehr kleiner echter Bruch ist, so sind α^2 und α^3 so ausserordentlich klein, dass man sie vernachlässigen und somit das Volum bei 100°

$$= bdl\,(1 + 3\alpha)$$

setzen kann. Den dreifachen linearen Ausdehnungscoëfficienten 3α nennt man den kubischen Ausdehnungscoëfficienten. Bei den Krystallen, bei denen es sich wesentlich um Gleichheit oder Verschiedenheit der linearen Ausdehnung in verschiedenen Richtungen handelt, werden wir unter »Ausdehnungscoëfficient« stets den linearen, α, verstehen.

Streng genommen hängt diese Grösse α selbst wieder von der Tempe-

*) Diese Ausnahmen sind besonders durch die Untersuchungen von Fizeau erkannt worden; es sind folgende: der Diamant, welcher bei —42°,3, das Kupferoxydul, welches bei —4°,3, der Smaragd, welcher bei —4°,2 die grösste Dichtigkeit haben und sich bei weiterer Abkühlung wieder ausdehnen. Der merkwürdigste Körper in dieser Hinsicht ist jedoch das Jodsilber, welches sich schon bei gewöhnlicher Temperatur zusammenzieht, wenn es erwärmt wird.

ratur ab; die Aenderung, welche sie durch Aenderung der letzteren erfährt, ist aber bei den meisten Körpern eine sehr geringe im Verhältniss zu *a*. Ist dagegen der Ausdehnungscoëfficient sehr klein und nimmt derselbe mit steigender Temperatur ab, so besitzt der Körper ein sogenanntes Dichtemaximum, d. h. eine Temperatur, bei welcher der Ausdehnungscoëfficient Null und jenseits deren er negativ ist; dieses Verhältniss gilt für die in der Anmerkung a. vor. S. genannten Substanzen.

1) **Einfachbrechende Krystalle.** Der Ausdehnungscoëfficient ist, wie in einem isotropen Körper, in allen Richtungen der gleiche. Denken wir uns daher aus einem solchen Krystall eine Kugel geschliffen, so wird diese, auf eine höhere Temperatur gebracht, einen grösseren Durchmesser erhalten: da aber jeder ihrer vorigen, einander gleichen Durchmesser um gleich viel gewachsen ist, so bleibt ihre Gestalt nach wie vor die einer Kugel, sie erhält nur ein grösseres Volum.

Denken wir uns aus dem Krystall einen Würfel geschnitten, so wird der Abstand der drei Paare paralleler Flächen, von welchen dieser begrenzt ist, grösser bei erhöhter Temperatur, aber bei allen in gleichem Verhältniss, folglich bleibt der Würfel sich selbst stets ähnlich, wenn sich auch seine Dimensionen sämmtlich vergrössern. Dasselbe gilt für jeden andern aus dem Krystall geschnittenen Körper von beliebiger Gestalt, und da bei solchen Formen, welche einander ähnlich und, wie die Krystalle, von ebenen Flächen begrenzt sind, die Winkel, unter welchen die entsprechenden Flächen einander schneiden, die gleichen sind, so gilt für einfachbrechende Krystalle der Satz: Die Winkel, unter welchen deren Flächen zusammenstossen, sind unabhängig von der Temperatur des Krystalls.

2) **Einaxige Krystalle.** In solchen ist, wenn sie homogen sind, zwar in allen Linien gleicher Richtung der Ausdehnungscoëfficient derselbe, aber in verschiedenen Richtungen verschieden. Wie diese Krystalle sich in Bezug auf die Fortpflanzung der Wärme verhalten, so ist auch die Richtung, in welcher letztere ein Maximum oder Minimum hat, d. h. die thermische (d. i. zugleich die optische) Axe, entweder diejenige der grössten oder der kleinsten Ausdehnung durch die Wärme*).

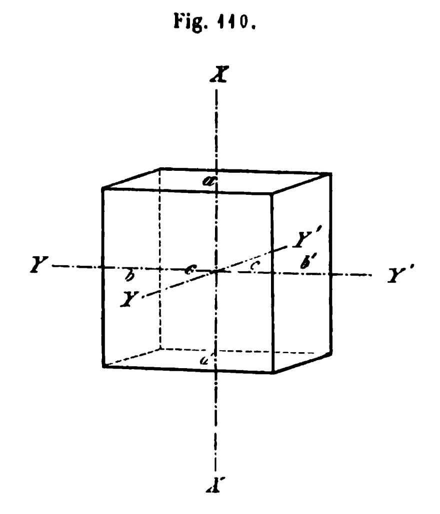
In dem Falle, dass die optische resp. thermische Axe die Richtung des grössten Ausdehnungscoëfficienten ist, nimmt dieser mit der Neigung gegen jene ab, und zwar nach allen Seiten in gleicher Weise, so dass er für alle Richtungen, welche gleiche Winkel mit der Axe bilden, gleich gross ist, und erreicht sein Minimum in allen Richtungen, welche normal zu derselben stehen. Denken wir uns also aus einem derartigen einaxigen Krystall, dessen Temperatur 0° ist, eine Kugel geschliffen, und diese auf 100° erwärmt, so sind alsdann ihre Durchmesser nicht mehr gleich, sondern derjenige, welcher der optischen Axe parallel ist, hat die grösste Zunahme

*) Hierbei ist keineswegs bei allen Krystallen, bei denen die optische Axe die Richtung der grössten Wärmeleitungsfähigkeit ist, dieselbe auch die der grössten Ausdehnung durch die Wärme, sondern es kann auch die der kleinsten sein.

seiner Länge erfahren, die übrigen eine um so geringere, je grösser ihre Neigung gegen die Axe ist, diejenigen, welche normal dazu stehen, die geringste. Bei einer höheren Temperatur verwandelt sich die Kugel in ein verlängertes Sphäroid, entstanden durch Rotation einer Ellipse um ihre grosse Axe, welche zugleich der optischen Axe des Krystalls parallel ist. Es giebt sogar Krystalle, und zu diesen gehört z. B. der Kalkspath, welche sich in der Axe verhältnissmässig stark ausdehnen, senkrecht dazu jedoch eine schwache Zusammenziehung erleiden, wobei aber das gesammte Volum bei der Temperaturerhöhung zunimmt. Da hier der Ausdehnungscoëfficient in der Axe positiv, senkrecht dazu negativ, so muss es eine bestimmte Neigung dazwischen geben, in welcher er = 0 ist; ein Stab, in dieser Richtung aus Kalkspath geschnitten, ändert also seine Länge nicht, wenn sich seine Temperatur ändert*).

Ist jedoch die optische Axe die Richtung des kleinsten Ausdehnungscoëfficienten durch die Wärme, so nimmt dieser mit der Neigung gegen jene stetig zu und ist am grössten senkrecht dazu, selbstverständlich gleich nach allen Seiten rings um die Axe. Eine Kugel, bei niedrigerer Temperatur aus einem solchen Krystall geschliffen, wird bei höherer plattgedrückt werden in der Richtung der optischen Axe, sie wird sich in ein Sphäroid verwandeln, entstanden durch Rotation einer Ellipse um ihre kleine Axe, welche der optischen parallel ist.

Fig. 110.



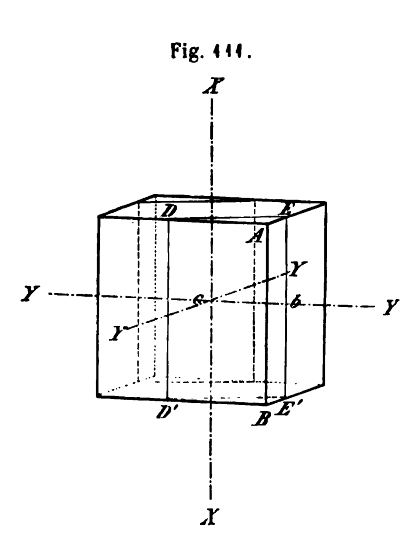
Denken wir uns nunmehr einen einaxigen Krystall der ersten Art, statt von einer Kugelfläche, begrenzt von einem Würfel, d. h. von drei Paaren paralleler Flächen, welche gleichweit von einander abstehen, und dessen vier in Fig. 110 vertical gestellte Kanten der optischen Axe des Krystalls parallel sind. Nennen wir die beiden Punkte auf gegenüber liegenden Flächen, deren Verbindungslinie die Normale des Flächenpaares ist, entsprechende Punkte, so liegt auf der Hand, dass alle Geraden zwischen je zwei einander entsprechenden Punkten der horizontalen Flächen a und a' der optischen Axe parallel sind, also sämmtlich denselben Ausdehnungscoëfficienten durch die Wärme haben, und zwar den grössten, welcher mit α bezeichnet werden soll. Der Würfel

*) Der Ausdehnungscoëfficient des Kalkspaths (nach Fizeau) parallel der Axe ist = 0,00264, derjenige senkrecht dazu = — 0,00053, eine bei 0° hergestellte Kalkspathkugel ist also bei 100° ein Rotationsellipsoid, dessen Axen sich verhalten, wie

$$0{,}99947 : 1{,}00264$$
$$= 1 : 1{,}00316.$$

sei nun hergestellt bei 0°, so dass bei dieser Temperatur alle seine Kanten die Länge s haben, so ist dies auch die Grösse des Abstandes der gegenüberliegenden Flächenpaare, also der Abstand je zweier entsprechender Punkte. Wird nun der Würfel seiner ganzen Masse nach gleichmässig auf 100° erwärmt, so dehnen sich alle Geraden zwischen entsprechenden Punkten der Flächen a und a' soweit aus, dass nunmehr ihre Länge $= s(1 + \alpha)$ beträgt; dies ist also jetzt der Abstand der oberen Fläche a von der unteren a', und da nach Obigem alle Geraden gleiche Ausdehnung erfahren, so müssen die Flächen a und a' in ihrer neuen Lage nicht nur einander, sondern auch ihrer früheren parallel bleiben. Die Geraden zwischen entsprechenden Punkten der Flächen b und b' erfahren ebenfalls sämmtlich gleiche Ausdehnung während der Temperaturerhöhung um 100°, da sie alle normal zur Axe sind, aber ihr Ausdehnungscoëfficient ist der kleinste, den wir mit β bezeichnen wollen, also wird ihre Länge bei 100° $= s(1 + \beta)$ sein, und die beiden Flächen b und b' ebenfalls einander und ihrer früheren Lage parallel bleiben, aber den Abstand $s(1 + \beta)$ besitzen. Alle normal zum dritten Flächenpaar, c und c', stehenden Geraden zwischen entsprechenden Punkten dehnen sich um ebenso viel aus, als die letzterwähnten, da sie ebenfalls normal zur optischen Axe sind, also ist bei 100° der Abstand der einander und der früheren Lage parallelen Flächen c und $c' = s(1 + \beta)$. Da alle Linien in der Ebene a, z. B. auch die Diagonalen derselben, senkrecht zur Axe sind, so erfahren sie gleiche Ausdehnung, es muss demnach die Fläche a stets die Gestalt eines Quadrates behalten. Die verticalen Flächen dagegen wachsen bei steigender Temperatur mehr in der Höhe, als in der Breite, und da ihre Diagonalen gleiche Winkel mit der Axe bilden, also immer gleich lang bleiben, so müssen sie sich in Rechtecke verwandeln. Da alle Richtungen normal zur Axe gleiche Ausdehnung erfahren, so können die Geraden zwischen entsprechenden Punkten der Seitenflächen jede beliebige Richtung innerhalb der senkrecht zur Axe stehenden Ebene haben, d. h. die beiden Flächenpaare bb' und cc' können ebenfalls jede beliebige Richtung sonst haben; wenn sie nur der optischen Axe parallel sind, so werden sie bei erhöhter Temperatur nur eine parallele Verschiebung erlitten haben. Dasselbe muss aber auch für jedes beliebige andere Flächenpaar, welches der Axe parallel ist, also z. B. für $DD'EE'$ (Fig. 111) und die derselben parallele Ebene gelten, denn deren entsprechende Punkte

Fig. 111.



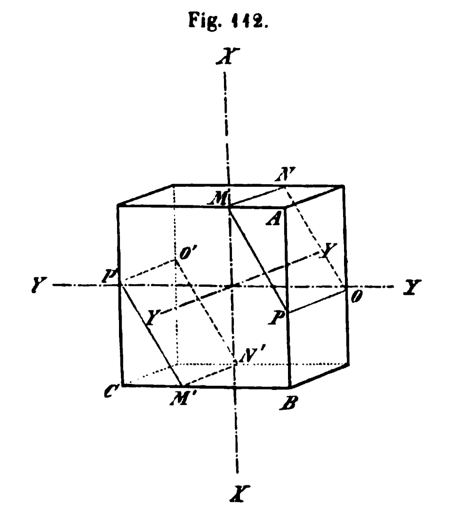
paarweise mit einander verbunden, liefern Gerade, welche ebenfalls sämmtlich zur Axe normal sind, also den Ausdehnungscoëfficienten β besitzen; folglich verschieben sich die Fläche $DD'EE'$ und die ihr parallele Ebene durch die Erwärmung des Krystalls so, dass beide einander und ihrer früheren Lage parallel bleiben, d. h. dass das Verhältniss

$$AD : AE$$

unverändert bleibt, oder, was dasselbe bedeutet, dass die Winkel, unter welchen $DD'EE'$ die Flächen b und c schneidet, keine Aenderung erfahren.

Denken wir uns dagegen an dem Würfel eine Ebene von der Lage $MNOP$ (Fig. 112), und deren Parallelfläche $M'N'O'P'$ angeschliffen und alsdann den Krystall von 0° auf 100° erwärmt. Sei die Länge AM bei der ersteren Temperatur $= m$, $AP = p$, so ist offenbar $\frac{m}{p}$ die Tangente des Winkels, welche $MNOP$ mit der Fläche b (= vorige Figur) einschliesst (bei 0°). Nach dem Erwärmen ist die erstere Länge, weil sie normal zur Axe ist, $= m(1 + \beta)$, die zweite, weil sie der optischen Axe parallel ist, $= p\,(1 + \alpha)$ geworden, also ist bei 100° die Tangente des Winkels zwischen b und $MNOP$

Fig. 112.



$$= \frac{m\,(1 + \beta)}{p\,(1 + \alpha)} = \frac{m}{p} \cdot \frac{1 + \beta}{1 + \alpha};$$

da aber $\alpha > \beta$, der zweite Bruch also ein echter ist, so ist dieser Werth kleiner, als $\frac{m}{p}$, und da der kleineren Tangente ein kleinerer Winkel entspricht, so folgt daraus, dass die Ebene $MNOP$ die Würfelfläche b unter spitzerem Winkel durchschneidet, dass sie eine steilere Lage hat, als bei 0°. Bei letzterer Temperatur ist $M'C : P'C$ ebenfalls $= \frac{m}{p}$, und da $M'C \parallel AM$, $P'C \parallel AP$, so wird das Verhältniss dieser Längen bei 100°, wie das entsprechende der Parallelfläche,

$$\frac{m}{p} \cdot \frac{1 + \beta}{1 + \alpha},$$

d. h. die beiden Flächen $MNOP$ und $M'N'O'P'$ sind auch bei der höheren Temperatur einander parallel, aber nicht mehr ihrer früheren Lage, denn sie schneiden nunmehr die der optischen Axe parallele Fläche b des Würfels unter einem kleineren Winkel. Da nun die ganze soeben angestellte Betrachtung für jedes mögliche Längenverhältniss $\frac{m}{p}$ gilt, da ferner die verticalen Würfelflächen im Krystall jede beliebige Richtung haben können, so

lange sie der Axe parallel sind, so ist das Gleiche der Fall für jede nach irgend einer Seite schief gegen die optische Axe geneigte Fläche. Es folgt hieraus der Satz: An einem optisch einaxigen Krystall, dessen Axe die Richtung der grössten Ausdehnung durch die Wärme ist, bleiben bei steigender Temperatur alle Flächen, welche parallel oder normal zu jener Richtung sind, sich selbst parallel, alle unter schiefen Winkeln dagegen geneigte Flächen indess nehmen eine steilere Lage an (wenn man sich die optische Axe vertical gestellt denkt). Dabei erhalten alle Paare paralleler Flächen ihren Parallelismus bei allen Temperaturen.

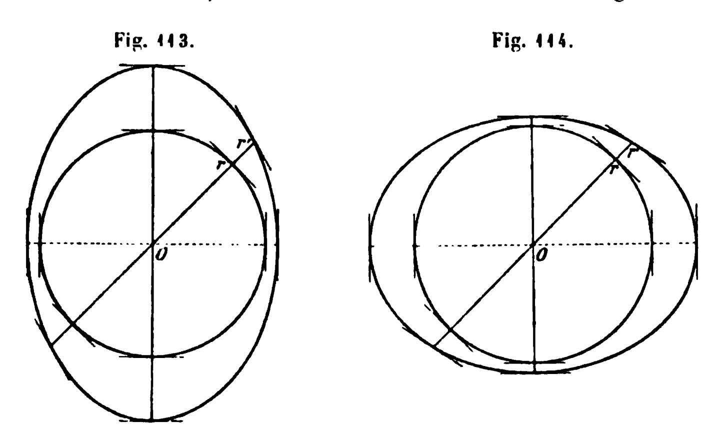
Genau dieselben Betrachtungen, angestellt in Betreff eines solchen einaxigen Krystalls, welcher sich parallel der Axe am wenigsten, senkrecht dazu am stärksten ausdehnt, bei welchem also ein Würfel beim Erwärmen in der Breite mehr zunimmt, als in der Höhe, weil $\alpha < \beta$, also der für eine schräggeneigte Fläche in Betracht kommende Bruch $\frac{1+\beta}{1+\alpha}$ ein unechter ist, führen uns zu dem Resultat: Bei denjenigen einaxigen Krystallen, welche parallel der Axe den kleinsten Ausdehnungscoëfficienten haben, bleiben ebenfalls alle Flächen, welche die Winkel 0° und 90° mit der optischen Axe bilden, beim Erwärmen sich selbst parallel, dagegen alle unter andern Winkeln gegen jene geneigten Flächen nehmen eine weniger steile Lage an, wobei alle Paare paralleler Flächen nach wie vor parallel bleiben.

Da in beiden Arten von einaxigen Krystallen der Ausdehnungscoëfficient in allen Richtungen, welche denselben Winkel mit der optischen Axe bilden, der gleiche ist, so ist die durch Erwärmung hervorgebrachte Aenderung der Neigung gegen jene für alle Flächen, welche denselben Winkel mit ihr einschliessen, genau gleich. Bilden also mehrere Flächen mit der optischen Axe denselben Winkel, so bilden sie bei jeder andern Temperatur mit jener ebenfalls gleiche Winkel, deren Werth jedoch grösser oder kleiner ist, je nachdem der Krystall in der Richtung der Axe den kleinsten oder grössten Ausdehnungscoëfficienten besitzt. So haben wir z. B. S. 56 in dem Rhomboëder des Kalkspaths eine Krystallform kennen gelernt, deren drei obere und die drei, jenen parallelen, unteren Flächen gleiche Neigung gegen die optische Axe besitzen; in Folge dessen sind die Winkel, in welchen die Flächen an den drei, oben im Punkte *a* Fig. 46 einander schneidenden Kanten zusammentreffen, alle drei gleich, nämlich 105° 4′ (innerer Winkel) bei 10°; da der Kalkspath, wie wir S. 171 sahen, zu den Krystallen gehört, welche sich in der Richtung der Axe am stärksten ausdehnen, so müssen beim Erwärmen die oben in *a* zusammenstossenden Flächen gleichmässig eine steilere Lage annehmen, jene drei Flächenwinkel also kleiner werden. Sie betragen in der That bei 110°, also nach einer Temperaturerhöhung um 100°, nur noch 104° 56′, und durch diese Aenderung hat Mitscherlich zuerst entdeckt,

dass die Winkel der einaxigen Krystalle, mit Ausnahme derjenigen zwischen solchen Flächen, die normal oder parallel zur Axe sind, ihrer Grösse nach von der Temperatur des Krystalls abhängig sind.

Diese Abhängigkeit der Richtung lässt sich für die Gesammtheit aller beliebig orientirter Ebenen eines Krystalls mit einem Blicke übersehen, wenn man sich denkt, es sei aus dem Krystall bei einer bestimmten Temperatur eine Kugel, an welcher offenbar die Ebenen jeder möglicher Orientirung durch unendlich kleine Oberflächenstücke resp. durch die an dieselben gelegten Tangentialebenen repräsentirt sind, hergestellt worden und dieselbe werde einer Temperaturänderung unterworfen, bei welcher sich die Kugel in ein Sphäroid umwandelt. Da an der letzteren Form nicht nur die beiden an die Pole der Rotationsaxe gelegten, sondern auch sämmtliche durch Punkte auf dem Aequator gehende Tangentialebenen normal zu den betreffenden Radien vectoren stehen, so ändern diese Ebenen, d. h. die zur Axe senkrechten und alle der Axe parallelen, ihre Richtung nicht, sie erleiden nur eine Parallelverschiebung. Alle übrigen dagegen erfahren eine Drehung in dem einen oder andern Sinne, da ein beliebiger Radius Or der Kugel (s. Fig. 113 und 114 *)) durch die Ausdehnung in den Radius vector Or' eines Ellipsoides übergeht, an dessen Ende die Tangentialebene nun nicht mehr senkrecht zum Radius steht, sondern einen kleineren oder grösseren Winkel

Fig. 113. Fig. 114.



mit der Axe bildet, je nachdem die grösste Ausdehnung parallel (Fig. 113) oder senkrecht (Fig. 114) zur Axe stattfindet. Aus der Gestalt des Ellipsoides, welche durch die beiden Ausdehnungscoëfficienten gegeben ist, folgt die Grösse des Drehungswinkels ohne Weiteres und ebenso die Richtung, in welcher die grösste Drehung stattfindet, und von der aus die Aenderung der Richtung geringer wird, wenn man sich der Axe einerseits oder einer dazu parallelen Ebene andererseits nähert. Endlich ersieht man aus den Figuren auch sofort, dass zwei beliebige Ebenen am Krystall, welche

*) In diesen Figuren ist selbstverständlich die Ausdehnung der Deutlichkeit wegen ausserordentlich übertrieben dargestellt.

bei einer Temperatur parallel sind, es auch bei jeder andern bleiben müssen.

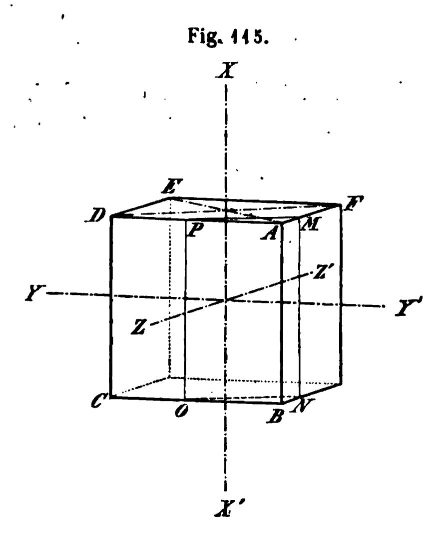
3) **Zweiaxige Krystalle.** Auch bei diesen sind die Ausdehnungscoëfficienten in verschiedenen Richtungen verschieden, daher die Neigungswinkel der Krystallflächen mit der Temperatur veränderlich. Da aber alle einander parallelen Richtungen im Krystall sich gleich stark ausdehnen, so müssen auch hier zwei parallele Flächen, ihre Lage mag sein, welche sie wolle, ebenso bei jeder andern Temperatur parallel sein, wenn sie auch eine andere Neigung gegen die übrigen Flächen angenommen haben. Es folgt dies, wie bei den einaxigen Krystallen, daraus, dass die Geraden zwischen entsprechenden Punkten derselben gleiche Richtung haben, folglich alle entsprechenden Punkte der einen von denen der andern Ebene beim Erwärmen um gleich viel abrücken. Wir haben bei den in Rede stehenden Krystallen, wie in optischer Beziehung, drei Hauptrichtungen oder thermische Axen zu unterscheiden, diejenige der grössten, die der mittleren und die der kleinsten linearen Ausdehnung durch die Wärme. Die Ausdehnungscoëfficienten nach diesen drei Richtungen sollen resp. mit α, β, γ bezeichnet werden.

Am einfachsten gestalten sich die thermischen Verhältnisse bei denjenigen optisch zweiaxigen Krystallen, in denen die Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben zusammenfallen. Für diese sind nämlich denselben drei Richtungen auch diejenigen mit den Ausdehnungscoëfficienten α, β und γ parallel, so dass mit einer der drei Axen ihrer für alle Farben gleich orientirten optischen Indexfläche die Richtung der stärksten thermischen Ausdehnung, mit einer zweiten die der mittleren, mit der dritten endlich die der kleinsten Ausdehnung zusammenfällt. Denken wir uns bei 0° aus einem derartigen Krystall eine Kugel vom Durchmesser d geschliffen, so wird dieselbe diese Form nicht mehr besitzen, wenn sie auf eine höhere Temperatur gebracht wird, sondern ihre Oberfläche wird eine Gestalt annehmen, deren Durchmesser nach der Richtung der grössten Ausdehnung $= d(1 + \alpha)$, nach derjenigen der kleinsten $= d(1 + \gamma)$ und senkrecht zu diesen beiden $= d(1 + \beta)$ ist. Der Durchschnitt dieser Form nach den drei zu einander senkrechten thermischen Hauptschnitten, d. h. den Ebenen, welche durch je zwei der Hauptrichtungen der thermischen Ausdehnung bestimmt sind, ist eine Ellipse, aber in jedem derselben eine solche von anderer Form. Die Kugel verwandelt sich durch die Erwärmung in ein dreiaxiges Ellipsoid. Wir haben hier also eine vollständige Analogie mit den optischen Eigenschaften und können an der letzterwähnten Form, genau so wie vorher bei den optisch einaxigen Krystallen, die Aenderungen, welche beliebig orientirte Ebenen durch Temperaturerhöhung erfahren, mit einem Blicke übersehen. Jeder Radius der Kugel verwandelt sich bei Aenderung der Temperatur in einen Radius vector des dreiaxigen Ellipsoides, und da letzteres nur drei Richtungen besitzt, in welchen die Tangentialebene senkrecht zum Radius vector steht, nämlich

die der drei Axen, so folgt daraus, dass nur die thermischen Hauptschnitte ihre Richtung behalten, also lediglich eine Parallelverschiebung erfahren. Die Tangentialebene an einem beliebigen andern Punkte, aber innerhalb einer der drei Hauptschnittellipsen, steht wegen der symmetrischen Gestalt des dreiaxigen Ellipsoids stets senkrecht zu diesem Hauptschnitt; eine so orientirte Ebene am Krystall kann daher eine Drehung nur in dem Sinne erfahren, dass ihr Winkel zu den beiden Axen der betreffenden Hauptschnittellipse ein anderer wird, — während endlich eine Tangentialebene, welche keiner der drei Axen des Ellipsoides parallel geht, ihre Neigung zu allen dreien ändern muss. Diese verschiedenen Fälle sollen nun im Folgenden einzeln etwas genauer betrachtet werden.

Wenn man aus dem Krystall, wiederum bei 0°, einen Würfel herstellt, dessen Kanten sämmtlich die Länge s haben, und von denen vier der Richtung der grössten, vier derjenigen der mittleren und vier der Richtung der kleinsten Ausdehnung parallel sind, und diesen Würfel auf 100° erwärmt, so muss sich der Abstand desjenigen Flächenpaares, welches normal zu den erst bezeichneten vier Kanten steht, um αs, der des zweiten um βs, endlich der Abstand des dritten Flächenpaares um γs vergrössern; die Kantenlängen sind jetzt $s(1 + \alpha)$, $s(1 + \beta)$, $s(1 + \gamma)$ geworden. Denkt man sich eine der Würfelflächen, z. B. $ADEF$ Fig. 115, welche bei 0° die Gestalt eines Quadrates mit der Seite s hat und parallel der mittleren YY' und kleinsten Ausdehnung ZZ' sei (die Richtung der grössten XX' stehe in der Figur vertical), so sind deren Diagonalen AE und DF Richtungen, welche mit derjenigen der mittleren Ausdehnung gleiche Winkel bilden. Da nun der Ausdehnungscoëfficient in der Ebene $YY'ZZ'$, von der Richtung YY' aus nach beiden Seiten hin, gleichmässig abnimmt, bis er senkrecht zu jener, in der Richtung ZZ', sein Minimum erreicht, so müssen jene beiden Diagonalen AE und DF genau denselben Ausdehnungscoëfficienten besitzen, also bei allen Temperaturen gleich lang bleiben; das Quadrat $ADEF$ verwandelt sich bei 100° demnach in ein Rechteck mit den Seiten $s(1 + \beta)$ und $s(1 + \gamma)$. Wie leicht einzusehen, gilt die analoge Betrachtung, wenn man Y oder Z mit X vertauscht, auch für die andern Flächen, und daraus folgt der Satz: Die drei aufeinander senkrechten Flächen, deren Durchschnittsrichtungen parallel den drei Richtungen der grössten, mittleren und kleinsten Ausdehnung durch die Wärme

Fig. 115.



sind, schneiden einander bei allen Temperaturen unter rechten Winkeln.

Es ist unschwer nachzuweisen, dass diese drei Ebenen die einzigen sind, deren gegenseitige Neigung unabhängig von der Temperatur ist.

Sei *MNOP* (Fig. 115) eine Ebene, welche einer der thermischen Axen (in unserem Beispiel XX') parallel ist, mit den beiden andern jedoch beliebige Winkel bildet; derjenige Winkel v, in welchem sich bei 0° *MNOP* mit *ABCD* schneidet, ist bestimmt durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} v = \frac{AM}{AP}$$

und, wenn wir $AM = m$, $AP = p$ setzen, durch

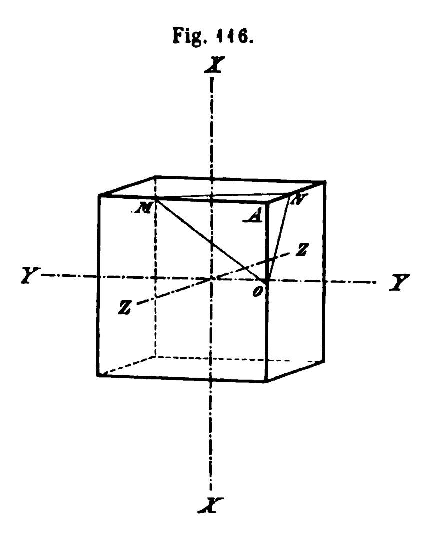
$$\operatorname{tang} v = \frac{m}{p}\,.$$

Wird der Krystall auf 100° erwärmt, so dehnen sich die beiden Längen m und p ungleich stark aus; die erstere, parallel ZZ', erhält die Länge $m(1 + \gamma$. die letztere, parallel YY', wird $p(1 + \beta)$; der Winkel der Flächen *MNOP* mit *ABCD* wird nunmehr gegeben sein durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} v' = \frac{m}{p} \cdot \frac{1+\gamma}{1+\beta}\,.$$

Da $\frac{1+\gamma}{1+\beta}$ ein echter Bruch ist, muss $v' < v$ sein; durch die Temperaturerhöhung ist der Winkel v, d. i. zugleich derjenige, welchen *MNOP* mit der Ebene der thermischen Axen XX', YY' bildet, kleiner geworden. Verallgemeinert folgt hieraus der Satz: **Alle Krystallflächen zweiaxiger Krystalle, welche einer thermischen Axe parallel, also normal zu einem thermischen Hauptschnitt sind, bleiben es zwar bei allen Temperaturen, aber ihre gegenseitigen Neigungen, sowie die Winkel, welche sie mit den beiden andern thermischen Hauptschnitten bilden, sind beim Erwärmen veränderlich in der Weise, dass sie nach der Seite des relativ grösseren Ausdehnungscoëfficienten hin spitzer, die Supplementwinkel, welche nach der Seite der kleineren Ausdehnung hin liegen, um eben so viel stumpfer werden.**

Fig. 116.



Betrachten wir endlich eine Fläche *MNO* (Fig. 116), welche keiner der thermischen Axen parallel ist, so wird deren Lage gegen jene offenbar gegeben durch das Verhältniss der Längen $AM = m$, $AN = n$ und $AO = o$. Diese drei Längen dehnen sich aber sämmtlich verschieden aus, denn sie

werden nach einer Temperaturerhöhung um 100° sein: $m(1+\beta)$, $n(1+\gamma)$ und $o(1+\alpha)$. Da α, β, γ von einander verschieden sind, so ist das die Lage der Fläche bestimmende Verhältniss $AM:AN:AO$ bei höherer Temperatur ein anderes als bei niederer, die Ebene MNO ändert also beim Erwärmen ihre Neigung gegen alle drei thermischen Axen. Da wir über die Lage der in Rede stehenden Fläche keine besondere Voraussetzung gemacht haben, so ergiebt sich hieraus, dass bei einem derartigen zweiaxigen Krystall die gegenseitigen Neigungswinkel aller Flächen, welche keiner der thermischen Axen parallel sind, sich mit der Temperatur ändern.

Diese Resultate stehen, wie ersichtlich, in vollständigem Einklange mit den Folgerungen, welche S. 177 aus der Betrachtung der Umwandlung einer aus dem Krystall hergestellten Kugel in ein dreiaxiges Ellipsoid gezogen wurden. Denken wir uns in der Kugel drei beliebige, auf einander senkrechte Durchmesser, so verwandeln sich diese in drei sogenannte conjugirte Durchmesser des »Ausdehnungsellipsoids«; diese stehen aber in einem dreiaxigen Ellipsoid nicht auf einander senkrecht, mit einziger Ausnahme der drei Axen desselben. Die letzteren, die drei thermischen Axen, können wir daher auch definiren als die einzigen Richtungen im Krystall, welche bei jeder Temperatur ihre Rechtwinkeligkeit bewahren.

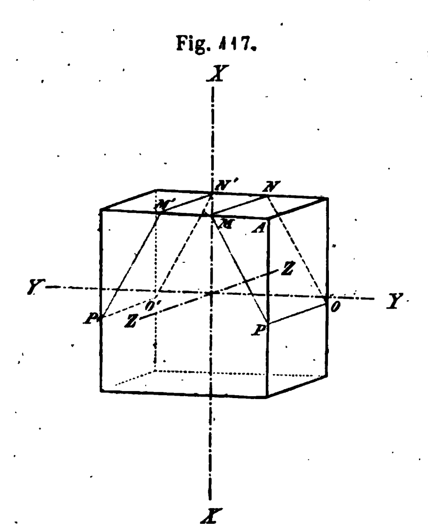
Gehört nun ein Krystall nicht zu der bisher betrachteten Klasse derer, in welchen die Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes für alle Farben zusammenfallen, so ist auch die Orientirung der thermischen Axen a priori eine unbestimmte und kann daher mit dem in Betracht kommenden Temperaturintervall variiren. Die drei permanent auf einander normal stehenden Richtungen im Krystall existiren alsdann nur für ein sehr kleines Temperaturintervall, für eine grössere Ausdehnung, d. h. für eine stark abweichende Temperatur, haben sie eine andere Orientirung im Krystall. Diese Abhängigkeit der Richtung der drei thermischen Axen von der Temperatur kann eine vollständige sein, oder — entsprechend dem S. 110 betrachteten Falle, dass eine Hauptschwingungsrichtung des Lichtes für alle Farben identisch ist — eine theilweise, indem alsdann auch eine der thermischen Axen eine constante, mit jener Hauptschwingungsrichtung zusammenfallende Richtung besitzt, während die beiden andern in der zur ersten senkrechten Ebene (dem alsdann einzigen thermischen Hauptschnitte) eine mit der Temperatur variable Orientirung zeigen. In beiden Fällen muss also der Messung der grössten, mittleren und kleinsten Ausdehnung durch die Wärme noch eine Bestimmung der Richtung der thermischen Axen für bestimmte Temperaturintervalle vorausgehen oder mit ihr verbunden werden.

§ 26. Messung der thermischen Ausdehnung der Krystalle. Aus der Darlegung des vorigen Paragraphen ersieht man, dass nur die an einfach brechenden Krystallen bei einer bestimmten Temperatur gemessenen

Krystallwinkel für alle andern Temperaturen Gültigkeit haben, während die Messung der Neigung zweier ebener Flächen eines ein- oder zweiaxigen Krystalls im Allgemeinen nur für die Temperatur richtig ist, welche der Krystall hatte, als die Messung stattfand. Es ist indess der Einfluss derjenigen Temperaturdifferenzen, wie sie in Beobachtungsräumen vorzukommen pflegen, auf die Krystallwinkel in den meisten Fällen geringer, als der Grad der Genauigkeit der Messung selbst beträgt. Es ist also nur bei sehr genauen Messungen die Temperatur während derselben mit in Rechnung zu ziehen.

Aus der Eigenschaft der doppeltbrechenden Krystalle, dass ihre Krystallwinkel Functionen der Temperatur sind, ergiebt sich unmittelbar eine Methode zur Bestimmung der Ausdehnungscoëfficienten, nämlich mittelst der Winkeländerungen beim Erwärmen.

Fig. 117.



Seien an einem einaxigen Krystall zwei gegen die optische Axe gleich geneigte Ebenen $MNOP$ und $M'N'O'P'$ (Fig. 117, welche genau der Fig. 112 entspricht, vorhanden, und werde deren Winkel φ bei einer bestimmten niedrigen Temperatur gemessen, so ist offenbar $\frac{1}{2}\varphi = APM$, also

$$\tang \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{AM}{AP}.$$

Sei der Winkel zwischen jenen beiden Flächen bei einer um 100° höheren Temperatur $= \varphi'$ gefunden, so ist nach S. 173

$$\tang \tfrac{1}{2}\varphi' = \frac{AM(1+\beta)}{AP(1+\alpha)}.$$

Diese Gleichung, in die obere dividirt, liefert

$$(1) \qquad \frac{1+\alpha}{1+\beta} = \frac{\tang \frac{1}{2}\varphi}{\tang \frac{1}{2}\varphi'}.$$

Wir besitzen hierdurch, nach der Messung von φ und φ', eine Relation zwischen α und β, welche uns zwar das Verhältniss derselben, die relativen Ausdehnungscoëfficienten, nicht aber deren absolute Werthe erkennen lässt. Hierzu ist es nöthig, noch die Volumvermehrung desselben Körpers bei der gleichen Temperaturerhöhung zu bestimmen. Haben wir einen Würfel mit den Kantenlängen s bei der niedrigeren Temperatur so hergestellt, dass vier seiner Flächen der optischen Axe parallel sind, so ist dessen Volumen V

$$V = s^3.$$

Sei sein Volumen V' in der um 100° höheren Temperatur gemessen worden; dieses ist

$$V' = s^3(1+\alpha)(1+\beta)^2.$$

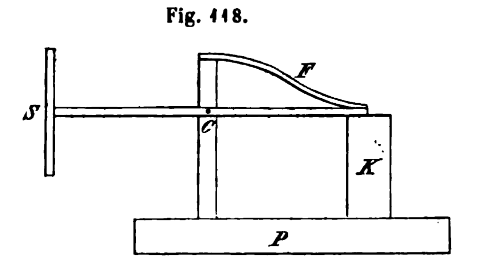
Diese Gleichung, durch die vorhergehende dividirt, giebt

$$2) \qquad (1 + \alpha)(1 + \beta)^2 = \frac{V'}{V}.$$

Da man sich jedes irgendwie gestaltete Volum aus beliebig kleinen Würfeln aufgebaut denken kann, so gilt diese Gleichung auch für irgend ein Volum V (z. B. eine Anzahl Krystallbruchstücke), welches bei 100° die Grösse V' annimmt. Nachdem V und V' durch Bestimmung des specifischen Gewichts bei 0° resp. 100° gefunden sind, kann man aus den beiden Gleichungen (1) und (2) die Ausdehnungscoëfficienten α, denjenigen parallel der optischen Axe, und β, den senkrecht dazu, berechnen. Auf diese Weise hat **Mitscherlich** zuerst die Werthe der Ausdehnungscoëfficienten des Kalkspaths bestimmt; da jedoch bei seiner Bestimmung der Winkeländerungen der Krystall von unten her erwärmt wurde, ist keine Sicherheit dafür gegeben, dass er in allen Theilen dieselbe und constante Temperatur besitzt. Genauer kann man jedenfalls die relativen Ausdehnungscoëfficienten bestimmen, wenn man bei der Winkelmessung den Krystall mit heisser Luft von derselben constanten Temperatur umgiebt, wie es bei einer Methode geschieht, welche im III. Theil beschrieben werden soll.

Directe Bestimmungen der beiden Zahlen α und β sind ausgeführt worden von **Pfaff**, welcher die Krystalle nach verschiedenen Richtungen auf eine Platte P (Fig. 118) brachte, so dass der Krystall K oben von einem in C drehbaren Hebel berührt wurde, den eine Feder F schwach andrückte; an dem andern Ende dieses Hebels befand sich ein Spiegel S, in welchem mittelst eines Fernrohrs eine entfernte Scala abgelesen wurde. Dehnt sich nun der Krystall durch die Erwärmung aus, so wird der ihn berührende Hebelarm gehoben, der andere gesenkt, so dass im Spiegel ein anderer Scalentheil abgelesen wird. Aus der Länge des Hebelarmes, der Entfernung des Spiegels von der Scala und der Differenz der beiden Ablesungen kann alsdann die Grösse der Ausdehnung des Krystalls berechnet werden.

Fig. 118.



Bei weitem die genaueste Methode jedoch zur directen Bestimmung der Ausdehnungscoëfficienten ist diejenige von **Fizeau**. Der Apparat besteht zunächst in einem Dreifuss von Platin, dessen Füsse in Spitzen nach oben endigen, auf welche eine planconvexe Linse mit ihrer unteren ebenen Fläche horizontal aufgelegt ist. Zwischen diesen Füssen auf einer ebenfalls horizontalen Fläche des Dreifusses aufliegend befindet sich die zu untersuchende Krystallplatte. Die nach oben gekehrte Fläche derselben, etwas convex geschliffen und polirt, befindet sich ganz nahe an der unteren Fläche der aufgelegten Linse. Wird diese nun durch von oben einfallendes homogenes

Licht, z. B. eine durch Chlornatrium gefärbte Flamme, erleuchtet, so interferiren die an der unteren Fläche der Linse und an der Oberfläche der Krystallplatte reflectirten Lichtstrahlen derart mit einander, dass ein System dunkler und heller Ringe im zurückgeworfenen Lichte erscheint, deren Lage gegen bestimmte, auf der Linse markirte feste Punkte fixirt wird. Die Lage dieser dunklen Ringe hängt offenbar ab von dem Abstand der unteren Fläche der letzteren von der Oberfläche des Krystalles. Wird das Ganze nun in einen, oben durch eine planparallele Glasplatte geschlossenen Raum von höherer Temperatur gebracht, so dehnt sich der Krystall aus und verringert dadurch jenen Abstand; zugleich dehnen sich jedoch auch die Platinfüsse, welche die Linse tragen, aus und vermehren denselben; die Aenderung jenes Abstandes ist daher die Differenz der Ausdehnung des Krystalls in der verticalen Richtung und des Platins. Ist die letztere bestimmt*), so kann man aus der Aenderung des Abstandes der unteren Fläche der Linse von der Oberfläche des Krystalls auch die erstere ableiten. Wird jener mehrfach erwähnte Abstand nun durch die Temperaturerhöhung geändert, so wird der Gangunterschied der interferirenden Lichtstrahlen ein anderer, d. h. die Streifen verschieben sich; und wenn man die Zahl der Interferenzfransen zählt, welche an einem bestimmten Punkte der Glaslinse vorübergezogen sind, bis die Temperatur des Erhitzungsraumes constant geworden ist, so kann man daraus die Aenderung jenes Abstandes mit ausserordentlicher Genauigkeit berechnen, und aus dieser, wie erwähnt, die Ausdehnung der aufgelegten Krystallplatte in der verticalen Richtung.

Diese äusserst genaue Methode zur Bestimmung der Ausdehnungscoëfficienten war nun besonders geeignet, die Richtigkeit der Schlüsse zu prüfen, welche man bereits früher aus der Constanz oder der Variabilität der Krystallwinkel in Bezug auf die Ausdehnungsverhältnisse der Krystalle gezogen hatte. So wurden von Fizeau nach einander geprüft und vollkommen bestätigt alle die Gesetze, welche über die Ausdehnung der verschiedenen Klassen von Krystallen von S. 170 bis 179 auseinandergesetzt worden sind, und so einleuchtend dieselben auch im Hinblick auf die Analogie mit den optischen Verhältnissen waren, so können sie doch erst seit Fizeau's Untersuchungen als über jeden Zweifel erhaben betrachtet werden. Was endlich diejenigen Krystalle betrifft, in welchen die Lage der thermischen Axen eine mit der Temperatur veränderliche ist (s. S. 179), so haben besonders Beckenkamp und Hecht nachgewiesen, in welcher Weise die Richtung und Grösse derselben für bestimmte Temperaturintervalle aus der Messung der Aenderung, welche eine grössere Anzahl von Winkeln am Krystall bei den betreffenden Temperaturänderungen erfährt, berechnet werden können.

---

*) Dies geschieht mit demselben Apparate ohne Krystallplatte durch Beobachtung der Streifen, welche durch die Interferenz der an der Unterseite der Linse und der horizontalen polirten Fläche des Platindreifusses entstehen.

§ 27. Einfluss der Wärme auf die optischen Eigenschaften. Durch die Erwärmung wird der Abstand der kleinsten Theilchen der festen Körper geändert, es müssen also bei einer andern Temperatur die Kräfte, welche die Theilchen auf einander ausüben und deren Gleichgewicht ihren Abstand bestimmt, andere geworden sein. Da nun der Lichtäther unter dem Einflusse dieser Kräfte steht, so müssen auch dessen Verhältnisse durch die Wärme eine Aenderung erfahren. In der That lehrt die Beobachtung, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in einem festen Körper bei einer Temperaturänderung desselben eine andere wird, und zwar in der Weise, dass bei einigen der Brechungsindex mit der Temperaturerhöhung zunimmt, während die Mehrzahl der untersuchten festen Körper, sowie die Flüssigkeiten, hierbei eine Abnahme desselben zeigen. Wegen dieser Aenderung muss bei genauen Bestimmungen der Brechungsindices eines Körpers stets dessen Temperatur während der Messung angegeben werden. Da die thermischen Ausdehnungsverhältnisse der drei Klassen von Krystallen verschiedene sind, so müssen diese auch in Bezug auf die dadurch bewirkten Aenderungen ihrer optischen Verhältnisse getrennt behandelt werden, wie es im Folgenden geschehen soll.

1) **Einfachbrechende Krystalle.** Dieselben haben, wie aus der Constanz ihrer Winkel für alle Temperaturen hervorgeht, und wie auch durch die genauen Fizeau'schen Messungen direct bewiesen worden ist, nach allen Richtungen gleichen Ausdehnungscoëfficienten, folglich wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in einem derartigen Krystall durch eine Erwärmung desselben nach allen Richtungen um gleich viel verändert. Sobald also der Krystall in allen seinen Theilen gleichmässig die höhere Temperatur angenommen hat, ist sein Brechungsindex kleiner*) als vorher, aber er hat denselben Werth in allen Richtungen, der Krystall ist optisch isotrop geblieben und bleibt es bei allen Temperaturen.

Zeigt ein einfachbrechender Krystall Circularpolarisation, wie es z. B. beim Natriumchlorat (s. S. 143) der Fall ist, so ändert sich sein Drehungsvermögen mit der Temperatur, aber in allen Richtungen um gleich viel. Nach Sohncke erfährt das Drehungsvermögen des genannten Salzes mit steigender Temperatur eine beträchtliche Zunahme.

2) **Einaxige Krystalle.** Genaue Bestimmungen der Aenderung der Brechungsindices einaxiger Krystalle durch die Wärme liegen nur vor über Quarz, Kalkspath, Beryll und Phenakit. Von ersterem wies Fizeau nach, dass die Brechungsindices sowohl des ordinären, als des extraordinären Strahles bei höherer Temperatur kleiner werden, und ihre Abnahme bei beiden wenig verschieden ist. Für den Kalkspath fand er dagegen, dass beide zunehmen, der des ordentlichen Strahles sehr wenig, der des

*) Wenigstens ist dies der Fall bei den vier von Stefan untersuchten krystallisirten Stoffen Chlorkalium, Chlornatrium (deren Brechungsindex sich sehr stark mit der Temperatur ändert), Flussspath (Fluorcalcium) und Alaun, während der Diamant (nach A. Sella) und das amorphe Glas sich entgegengesetzt verhalten.

ausserordentlichen sehr bedeutend. Eine Zunahme der Brechungsindices, aber für ω eine grössere, als für ε, ergab sich aus den Messungen von Dufet und Offret am Beryll (Smaragd), welcher auch in Bezug auf die Ausdehnung durch die Wärme eine exceptionelle Stellung einnimmt (vergl. S. 169 Anmerkung). Am Phenakit endlich fand Offret eine ungefähr gleich grosse Zunahme von ω und ε. Hiernach wird die Doppelbrechung mit steigender Temperatur beim Kalkspath erheblich stärker, beim Quarz und Beryll dagegen schwächer.

Aus dem Verhalten der einaxigen Krystalle in der Wärme wissen wir, dass sie sich in allen Richtungen, welche gleiche Winkel mit der optischen Axe einschliessen, gleich stark ausdehnen; es ist daher zu erwarten, dass in allen dergleichen Richtungen auch die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit durch die Wärme die gleiche sein muss, sei es, dass sie mit der Temperatur wächst oder abnimmt. Ein bei einer Temperatur einaxiger Krystall muss dann auch bei jeder anderen einaxig bleiben; und das bestätigen die Beobachtungen an allen in ihrem Verhalten gegen die Wärme untersuchten, zahlreichen Krystallen. Da die Ausdehnung senkrecht zur optischen Axe einen andern Werth hat, als parallel derselben, so ist auch die Aenderung, welche das optische Verhalten durch die Erwärmung in der ersteren, von derjenigen, welche es in der letzteren Richtung erfährt, mehr oder weniger verschieden, d. h. bei einer höheren Temperatur des Krystalls wird die Differenz seines optischen Verhaltens für Schwingungen parallel und senkrecht zur Axe und somit die Stärke seiner Doppelbrechung (s. die Beispiele oben) grösser oder kleiner. Ist das letztere der Fall und die Doppelbrechung schon bei gewöhnlicher Temperatur sehr schwach, so giebt es eine solche, bei welcher der Krystall für eine Farbe gleiche Geschwindigkeit des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahls besitzt, aber eben nur für das Licht einer bestimmten Schwingungsdauer, wodurch er nicht aufgehört hat, ein einaxiger Krystall zu sein (vergl. S. 76).

Die Interferenzerscheinungen der einaxigen Krystalle können also durch eine gleichmässige Temperaturerhöhung keine andere Aenderung erfahren, als solche, die aus einer Aenderung der Brechungsindices und der Stärke der Doppelbrechung folgen. Es werden demnach die von einer normal zur Axe geschnittenen Platte hervorgebrachten Farbenringe entweder enger oder weiter werden, sonst aber keine Aenderung erleiden.

Wie die gewöhnliche, so erfährt auch die circulare Doppelbrechung eine Aenderung durch die Temperatur. Diese Thatsache steht im Einklange mit der S. 139 erwähnten Annahme, dass die Circularpolarisation der betreffenden Krystalle auf einem spiralförmigen Aufbau aus doppeltbrechenden Lamellen beruhe; da deren Doppelbrechung nämlich durch die Temperatur beeinflusst wird, so muss für die aus derselben sich ergebende Drehung der Polarisationsebene das Gleiche der Fall sein. Für den Quarz ist nachgewiesen worden, dass seine Drehung mit steigender Temperatur

zunimmt, und zwar schneller als letztere, aber für alle Farben merklich um gleich viel.

3) **Zweiaxige Krystalle.** In diesen Krystallen ist die Ausdehnung durch die Wärme eine andere in der Schwingungsrichtung der grössten, in derjenigen der mittleren und der der kleinsten Lichtgeschwindigkeit; folglich erleiden die drei Hauptbrechungsindices ungleiche Aenderungen, wenn der Krystall auf eine höhere Temperatur gebracht wird. Beim Aragonit, wo dies zuerst durch die Messungen Rudberg's nachgewiesen worden ist, entspricht der Richtung der grössten, mittleren und kleinsten Ausdehnung durch die Wärme die kleinste, grösste und mittlere Abnahme der Brechungsindices, beim Gyps nach Dufet's Beobachtungen der grössten, mittleren und kleinsten Ausdehnung auch die grösste, mittlere und kleinste Abnahme der Brechung der jenen Richtungen parallel schwingenden Strahlen, nur fallen hier die Richtungen der Maxima und Minima nicht genau zusammen, weil der Gyps zu den Krystallen mit dispergirten Hauptschwingungsrichtungen gehört. Die drei isomorphen Mineralien Schwerspath (schwefelsaures Baryum), Cölestin (schwefelsaures Strontium) und Anglesit (schwefelsaures Blei) zeigen nach den Untersuchungen von Arzruni sämmtlich die stärkste Abnahme bei dem grössten Brechungsindex γ, die kleinste bei α, aber das Verhältniss der Ausdehnung durch die Wärme in den drei Hauptschwingungsrichtungen ist nicht übereinstimmend; denn während bei dem ersten dieser Körper diejenige der mittleren Lichtgeschwindigkeit die grösste Ausdehnung erfährt, ist es bei dem Anglesit die der kleinsten, die sich am meisten ausdehnt. Etwas abweichende Werthe für Baryt fand Offret, welcher ausserdem in einer sehr umfangreichen und sorgfältigen Untersuchung zeigte, dass im Topas, Cordierit, Sanidin und Oligoklas sämmtliche drei Hauptbrechungsindices nicht ab- sondern zunehmen. Eine Abnahme der Brechungsindices zeigte sich nur bei denjenigen Substanzen, welche sehr grosse Ausdehnungscoëfficienten besitzen. Man kann daher annehmen, dass hier die Abnahme durch die bei der Erhöhung der Temperatur erfolgte grosse Volumänderung, d. h. Abnahme der Dichte, verursacht sei, und das eigentliche Brechungsvermögen der Substanz, auf gleiche Dichte bezogen, stets mit der Temperatur zunehme. Die Untersuchung Offret's umfasste auch die Aenderung der Doppelbrechung und der Dispersion durch die Wärme und führte zu dem Resultate, dass die Dispersion bei allen untersuchten Körpern mit der Temperatur zunimmt, die Doppelbrechung dagegen nicht nur in verschiedenen Substanzen, sondern auch für die verschiedenen Hauptbrechungsindices einer und derselben Substanz, theils wächst, theils abnimmt.

Dass die durch die Wärme hervorgebrachte Aenderung der den drei Hauptschwingungsrichtungen entsprechenden Lichtgeschwindigkeiten bei allen zweiaxigen Krystallen eine ungleich grosse ist, kann leicht auf indirectem Wege nachgewiesen werden, und dieser Beweis ist bereits für zahlreiche Substanzen erbracht worden. Wenn nämlich die drei Hauptbrechungs-

indices durch die Erwärmung ungleich geändert werden, so ändert sich auch ihr Verhältniss zu einander; von diesem hängt aber die Grösse des Winkels der optischen Axen ab, es muss also auch dieser eine Function der Temperatur sein, d. h. grösser oder kleiner werden, wenn der Krystall erwärmt wird. Um dies zu constatiren, muss man die § 19 beschriebene Methode mit einer solchen Aenderung anwenden, dass sich bei der Messung des Axenwinkels der Krystall in einer constanten höheren Temperatur befindet. Dies geschieht dadurch, dass man zwischen die Sammellinse und das Objectiv des horizontalen Polarisationsinstrumentes einen nach beiden Seiten weit hervorragenden Metallkasten einschiebt, in dessen Vorder- und Hinterwand je eine planparallele Glasplatte eingefügt ist, so dass man wie vorher durch das Instrument das Licht fallen lassen kann. Ist der Krystall nun zwischen diesen beiden Glasplatten, im Innern des Kastens, centrirt und drehbar befestigt, und die Luft in dem letzteren erhitzt und durch längere Zeit hindurch auf constanter (durch eingesetzte Thermometer gemessener) Temperatur gehalten, wodurch also auch die Krystallplatte in allen ihren Theilen dieselbe angenommen hat, so ergiebt die Messung, ganz ebenso angestellt, wie bei gewöhnlicher Temperatur, die jener entsprechende Grösse des Axenwinkels.

Zahlreiche, besonders von Des Cloizeaux ausgeführte Bestimmungen des Winkels der optischen Axen bei verschiedenen Temperaturen mittelst eines derartigen Erhitzungsapparates (dessen Einrichtung im III. Abschnitt eingehender beschrieben werden soll) haben nun gezeigt, dass in der That jener Winkel sich bei allen untersuchten Körpern mit der Temperatur ändert, bei einigen so wenig, dass der Unterschied kaum durch die Messung constatirt werden konnte, bei der grössten Zahl um mehrere Grade bei einer Erwärmung auf 100°, während es endlich auch Krystalle giebt, deren optische Axen ihre Richtung schon bei geringerer Erwärmung um viele Grade ändern. Unter diesen befindet sich z. B. der Gyps, dessen Axenwinkel beim Erwärmen so rasch abnimmt, dass er schon bei einer noch unter 100° C. befindlichen Temperatur gleich Null wird, so dass bei einem gewissen Wärmegrade der kleinste Brechungsindex für eine bestimmte Farbe gleich dem mittleren wird. Der Krystall ist dann temporär einaxig, aber natürlich wegen der Dispersion der Axen bei einer Temperatur nur für eine Farbe, nicht für die übrigen; während ein eigentlicher d. h. permanent einaxiger Krystall es bekanntlich für alle Farben und für alle Temperaturen ist. Wird ein Gypskrystall nun noch weiter erwärmt, so dass der vorher kleinste Brechungsindex noch weiter zunimmt, demnach grösser wird, als der vorher mittlere, so ist nun die Axenebene senkrecht zu ihrer vorigen Lage, d. h. die optischen Axen gehen bei weiterer Erwärmung in der zur ersten normalen Ebene auseinander, und man sieht leicht ein, dass die Axen für diejenige Farbe, für welche vorher deren Winkel den kleinsten Werth hatte, nunmehr den grössten Winkel, verglichen mit dem der andern Farben, einschliessen. Dieselbe Erscheinung zeigen Sanidin

und Glauberit; bei letzterem, dessen Krystalle einen sehr kleinen Axenwinkel besitzen, tritt die Einaxigkeit successive für violettes, blaues u. s. w. bis rothes Licht schon zwischen 17° und 58° C. ein.

Die drei letztgenannten Substanzen gehören übrigens zu derjenigen Abtheilung von Krystallen, deren Hauptschwingungsrichtungen für verschiedene Farben nicht zusammenfallen, daher auch die thermischen Axen eine von der jener abweichende Orientirung besitzen. In Uebereinstimmung damit ist auch die Richtung der ersten Mittellinie der optischen Axen in diesen Krystallen nicht nur von der Farbe, sondern auch von der Temperatur abhängig, d. h. bei steigender Temperatur ändert sich die Orientirung der Mittellinie zur Krystallplatte, und in Folge dessen beobachtet man eine ungleiche Winkelbewegung der beiden optischen Axen im Gesichtsfeld. Erwärmt man z. B. eine senkrecht zur 1. Mittellinie für mittlere Farben geschliffene Gypsplatte allmählich, so sieht man deutlich, wie die beiden Axen sich mit ungleicher Geschwindigkeit einander nähern, bis sie bei einer bestimmten Temperatur zusammenfallen in einer Richtung, welche merklich schief zur Platte steht; bei weiterem Erwärmen entfernen sich beide Axen in der zur früheren Axenebene senkrechten Ebene und zwar gleich schnell von einander — weil im Gyps ein optischer Hauptschnitt für alle Farben gemeinsam ist, und daher alle optischen Erscheinungen in Bezug auf diese Ebene vollkommen symmetrisch stattfinden, — aber die Lage der Mittellinie verschiebt sich weiter in demselben Sinne, wie vorher. In Krystallen, in welchen sämmtliche drei Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben identische Orientirung besitzen, ist vollständige Symmetrie der optischen Eigenschaften nach den drei auf einander senkrechten Hauptschnitten für alle Temperaturen (soweit die Substanz nicht verändert wird) vorhanden. Ein derartiger Krystall, demselben Versuche unterworfen, zeigt also eine vollkommen gleich schnelle Annäherung oder Entfernung der optischen Axen von einander, d. h. constante Orientirung der Mittellinie.

Aus den soeben geschilderten Erscheinungen geht also hervor, dass in Folge der Aenderung der Doppelbrechung mit der Temperatur die Indexfläche eines zweiaxigen Krystalls bei einem andern Wärmeinhalt desselben eine andere Gestalt, d. h. ein anderes Verhältniss ihrer drei Axen, besitzt, dass aber ihre Orientirung im Krystall eine constante ist, wenn keine Dispersion jener Axen für die verschiedenen Farben vorhanden ist; andernfalls hängt auch ihre Orientirung von der Temperatur ab.

Die magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Krystalle.

§ 28. **Magnetische Induction.** Wenn man ein aus einem amorphen Körper, z. B. Glas, gefertigtes Stäbchen horizontal drehbar zwischen die beiden Pole eines Magneten*) an einem dünnen verticalen Faden (z. B. einem Coconfaden) aufhängt, so wird in demselben Magnetismus inducirt und zwar so, dass seine beiden Enden entweder von den beiden Magnetpolen angezogen oder beide von diesen abgestossen werden. In ersterem Falle, welcher z. B. eintritt, wenn das Stäbchen aus eisenhaltigem Glase besteht, suchen sich beide Enden den Magnetpolen so sehr als möglich zu nähern, d. h. das Stäbchen dreht sich, bis es genau mit seiner Längsaxe in der Verbindungslinie der Magnetpole steht; die angenommene Stellung, in welcher es verharrt, da in dieser offenbar seine Enden den Polen am nächsten stehen, nennt man die axiale Stellung. Besteht das Stäbchen dagegen aus eisenfreiem Glase, so werden seine Enden von beiden Polen des Magneten gleich stark abgestossen, dasselbe kann sich also nur in derjenigen Stellung in Ruhe befinden, in welcher beide Enden die grösstmögliche Entfernung von den Polen haben. Dies ist offenbar dann der Fall, wenn die Längsrichtung normal zur Verbindungslinie der beiden Pole des Magneten ist, das Stäbchen dreht sich also in der horizontalen Ebene, bis es quer gegen jene Verbindungslinie steht; diese Stellung nennt man die äquatoriale.

Nach diesem Verhalten im »magnetischen Felde« werden alle Substanzen in zwei Klassen eingetheilt, von denen man diejenigen, welche von den Magnetpolen angezogen werden, die paramagnetischen, die davon abgestossenen die diamagnetischen nennt. Hängt man eine aus irgend einem amorphen Stoffe, sei es ein para- oder ein diamagnetischer, gefertigte Kugel genau in die Mitte zwischen zwei Magnetpole, so wird dieselbe in jeder Lage in Ruhe bleiben, da sie sich in allen ihren Durch-

*) Man wählt hierzu einen Elektromagneten, bestehend aus zwei von dem galvanischen Strome umflossenen verticalen Eisencylindern, welche unten durch ein horizontales Eisenstück zu einem Hufeisen verbunden sind und oben in zwei einander zugekehrte Spitzen endigen, deren Abstand nur so gross ist, dass das horizontale Stäbchen eben noch zwischen denselben schwingen kann.

messern gleichmässig verhält, diese aber gleich lang sind, folglich sämmtlich gleich stark magnetisirt werden. Man nennt einen solchen Körper magnetisch isotrop.

Anders verhalten sich dagegen (wie Plücker zuerst nachgewiesen) im Allgemeinen die Krystalle, indem in diesen die Intensität der inducirten Magnetisirung in analoger Weise von der Richtung abhängig ist, wie bei den bisher betrachteten physikalischen Eigenschaften. Dieselbe lässt sich also ebenso darstellen durch ein im allgemeinsten Falle dreiaxiges Ellipsoid, das sogen. Inductionsellipsoid, welches in dem speciellen Falle der optisch einaxigen Krystalle in ein Sphäroid, in dem eines einfachbrechenden Krystalls in eine Kugel übergeht. Die die Gestalt desselben bestimmenden drei »Hauptmagnetisirungscoëfficienten« haben in dem Falle eines magnetischen Krystalls positive, eines diamagnetischen negative Werthe*). Demgemäss unterscheidet sich das Verhalten der Krystalle in folgender Weise:

1) Die einfachbrechenden Krystalle erhalten nach allen Richtungen gleichen Grad des Para- oder des Diamagnetismus; folglich verhalten sie sich genau wie amorphe Körper, d. h. eine Kugel nimmt zwischen den Polen keine bestimmte Stellung an. Um zu bestimmen, ob die Substanz para- oder diamagnetisch ist, genügt es also, ein Stäbchen aus derselben in irgend einer Richtung herauszuschneiden, zwischen die Magnetpole zu hängen und zu beobachten, ob es sich axial oder äquatorial einstellt.

2) Die einaxigen Krystalle nehmen in der Richtung der Axe den stärksten Para- oder Diamagnetismus an, senkrecht dazu (nach allen Seiten gleich) den geringsten (positive Krystalle), oder umgekehrt ist die eine oder die andere Eigenschaft in der ersteren Richtung im Minimum, in der letzteren im Maximum (magnetisch negative Krystalle). Eine Kugel, aus einem einaxigen Krystall geschnitten, wird also nur dann zwischen den Polen eines Magneten in jeder Stellung in Ruhe bleiben, wenn sie so aufgehängt wird, dass sie sich nur um ihre optische Axe drehen kann, weil dann alle in der horizontalen Drehungsebene liegende Richtungen gleiche magnetische Induction erfahren. Wird sie dagegen so aufgehängt, dass die Axe in der Drehungsebene liegt, so wird sie stets eine ganz bestimmte Einstellung annehmen**). Es stellt sich nämlich die Richtung ihrer optischen Axe,

---

*) Zu welcher der beiden Arten von Substanzen diejenige eines Krystalls gehört, erfährt man durch Aufhängen eines sehr dünnen, mit dem Pulver des Krystalls gefüllten Glasröhrchens zwischen den Polen des Magneten. Da die Partikel des Pulvers alle möglichen Orientirungen besitzen, wird der Einfluss der Richtung vollständig eliminirt, und es hängt die Einstellung des Röhrchens nur davon ab, ob die Substanz an sich para- oder diamagnetisch ist.

**) Aus der von W. Thomson entwickelten Theorie der magnetischen Induction in anisotropen Medien lässt sich das Drehungsmoment berechnen, welches auf eine Kugel von bekanntem Volum ausgeübt wird, aus der Stärke des magnetischen Feldes, den Hauptmagnetisirungscoëfficienten der Kugel und deren Orientirung. Messungen dieses Drehungsmomentes an Kugeln von Kalkspath ergaben eine vollständige Uebereinstimmung mit der Theorie.

A) wenn der Krystall paramagnetisch und positiv ist, axial, wenn dabei seine Axe das Minimum des Magnetismus zeigt, äquatorial;

B) wenn der Krystall diamagnetisch und positiv ist, äquatorial wenn er aber diamagnetisch negativ ist, axial.

Ganz ebenso verhält sich ein aus dem Krystall geschnittener Würfel, dessen drei Flächenpaare genau gleichen Abstand haben, und deren eines normal zur optischen Axe ist, wenn derselbe so aufgehängt wird, dass die optische Axe sich in der horizontalen Ebene befindet.

3) Die zweiaxigen Krystalle haben drei verschiedene Hauptmagnetisirungscoëfficienten nach drei auf einander senkrechten Richtungen: die im Magnetfelde auf sie ausgeübte Induction entspricht also einem dreiaxigen Ellipsoide. Da ein solches zwei Kreisschnitte besitzt, so existiren in jedem zweiaxigen Krystalle zwei Ebenen, in welchen alle Richtungen gleich starke Magnetisirung erfahren. Wird eine Kugel normal zu einer derselben so aufgehängt, dass sie innerhalb einer solchen Ebene drehbar ist, so verhält dieselbe sich im Magnetfelde wie ein magnetisch isotroper Körper. Die beiden Normalen zu diesen Ebenen heissen die magnetischen Axen; die optisch zweiaxigen Krystalle sind demnach auch magnetisch zweiaxig. Bei jeder anderen, als der eben beschriebenen, Art der Aufhängung nimmt eine Kugel im Magnetfelde eine bestimmte Art der Einstellung an, derart, dass sich unter allen in der Drehungsebene liegenden Richtungen diejenige des stärksten Magnetismus, resp. des schwächsten Diamagnetismus, axial stellt.

In denjenigen Krystallen, in welchen die Orientirung der Axen der optischen Indexflächen für alle Farben die gleiche ist, besitzen auch die drei Axen des magnetischen Inductionsellipsoids die gleichen Richtungen. Wenn man also aus einem solchen Krystall einen Würfel schneidet, dessen Flächen den drei optischen Hauptschnitten parallel sind, und denselben so aufhängt, dass ein Flächenpaar der horizontalen Drehungsebene parallel ist, so stellt er sich zwischen den Magnetpolen stets so ein, dass eines der beiden andern Flächenpaare axial, dass dritte äquatorial wird, und zwar nimmt dasjenige die erstere Stellung an, dessen Normale schwächeren Para- oder stärkeren Diamagnetismus hat, als die Normale zum dritten Flächenpaar. Hängt man nun den Würfel ein andermal so auf, dass eine andere Hauptschwingungsrichtung vertical ist, so wird die Einstellung lehren, welche der beiden, alsdann horizontalen Hauptschwingungsrichtungen grösseren Para- oder Diamagnetismus besitzt. Hierdurch ist nunmehr bestimmt, welche der drei Axen des Inductionsellipsoides die der grössten, mittleren und kleinsten Magnetisirungsconstante ist (ob die letzteren Grössen einen positiven oder negativen Werth haben, ermittelt man wieder in der auf vor. S. Anmerk. *) angegebenen Weise).

In denjenigen Krystallen, in welchen nur eine Hauptschwingungsrichtung für alle Farben identisch ist, stellt dieselbe auch zugleich die Richtung einer der drei Axen des Inductionsellipsoids dar; die beiden andern

liegen demnach in der dazu senkrechten Ebene, in welcher auch die beiden andern Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes liegen; ihre Orientirung gegen die letzteren ist alsdann durch Aufhängung des Krystalls nach der ersten (gemeinsamen) Axe zu ermitteln. Handelt es sich hierbei um die Richtung des grössten und des kleinsten Hauptmagnetisirungscoëfficienten, so liegen in derselben Ebene auch die beiden magnetischen Axen. Ist aber die gemeinsame Axe die Richtung einer der beiden genannten Coëfficienten, so steht die Ebene der magnetischen Axen offenbar senkrecht zu jener Ebene.

In den Krystallen endlich, in welchen alle drei Axen der optischen Indexfläche für verschiedene Farben dispergirt sind, besitzen diejenigen des Inductionsellipsoides eine von jenen unabhängige, für jeden einzelnen Fall erst zu ermittelnde Orientirung. Stets sind aber drei zu einander senkrechte Richtungen und drei durch dieselben gegebene Ebenen vorhanden, in Bezug auf welche die Intensität der Magnetisirung sich mit der Richtung symmetrisch ändert, d. h. stets kann diese Eigenschaft durch ein dreiaxiges Ellipsoid dargestellt werden.

Während im Allgemeinen der inducirte Magnetismus nur so lange existirt, als der Krystall sich unter dem Einflusse des magnetischen Feldes befindet, erfahren gewisse Substanzen durch einen starken Electromagneten eine permanente Magnetisiruug, so dass sie sich gleichsam zu den übrigen, den temporär magnetisirten, verhalten, wie Stahl zu weichem Eisen. Dies gilt z. B. für die magnetisch isotropen Krystalle des Magnetit, in welchen die Magnetisirung unabhängig ist von der Richtung im Krystall, ferner für den einaxigen Magnetopyrit, welcher permanenten Magnetismus jedoch nur in den zur Axe senkrechten Richtungen annimmt, endlich in geringem Grade, sowohl parallel als senkrecht zur Axe, auch für Quarz.

§ 29. **Elektrische Eigenschaften leitender Krystalle.** Die elektrische Leitungsfähigkeit metallischer krystallisirter Körper bietet das vollkommene Analogon zu der Leitungsfähigkeit der Krystalle für die Wärme. Dementsprechend sind die einfachbrechenden Krystalle nicht nur optisch, sondern auch elektrisch isotrop, d. h. die Leitungsfähigkeit für den elektrischen Strom ist innerhalb eines solchen in allen Richtungen gleich gross*),

*) Dies wurde zuerst von Bäckström durch Messung des Widerstandes verschieden orientirter Stäbe von Magnetit, welcher nach seiner Krystallform der ersten Abtheilung der Krystalle angehören muss, nachgewiesen, indem diese bei gleicher Temperatur (die Leitungsfähigkeit dieses Körpers nimmt mit steigender Temperatur langsam zu) stets gleichen Widerstand ergaben. Anders verhält sich dasselbe Mineral beim Contact mit Elektrolyten: werden zwei Stücke desselben mit je einer Fläche, deren Normalen ungleichwerthigen Richtungen im Krystall entsprechen, in eine Flüssigkeit eingetaucht und leitend verbunden, so liefern sie einen Strom, verhalten sich also wie zwei ungleiche Metalle. Hiernach kann die beim Contact auftretende hydroelektromotorische Kraft selbst in dem einfachsten Falle eines Krystalls der ersten Klasse nicht durch eine Kugel, wie in einem amorphen Körper, dargestellt werden, sondern gehört zu einer Kate-

während sie in einem optisch einaxigen Krystall in der Richtung der Axe ein Maximum oder ein Minimum besitzt und von dieser aus ab- oder zunimmt bis zu den, sämmtlich unter einander gleichwerthigen, Richtungen senkrecht zur Axe. Diese Eigenschaft kann also, wie die thermische Leitungsfähigkeit, dargestellt werden durch ein Ellipsoid und zwar in dem Falle der einaxigen Krystalle durch ein Sphäroid. Die Gestalt dieses letzteren wurde für die Krystalle des Wismuth bestimmt durch Mateucci, für diejenigen des Eisenglanz durch Bäckström; in ersteren verhält sich die Leitungsfähigkeit in der Axe zu derjenigen in einer dazu normalen Richtung wie 1,6 : 1, im Eisenglanz dagegen wie 1 : 1,96*) (bei gewöhnlicher Temperatur, während in höherer dieses Verhältniss merklich kleiner wird. Die absoluten Werthe der elektrischen Leitungsfähigkeit zeigen bei dem letzteren Mineral nach Bäckström eine bedeutende Zunahme mit der Temperatur, wie bei Elektrolyten und Isolatoren, obgleich die Krystalle ziemlich gute Leiter sind.

Thermoelektricität. Wird die Berührungsstelle zweier leitend verbundener metallischer Substanzen auf eine andere Temperatur gebracht, als der übrige Stromkreis, so entsteht bekanntlich ein sogenannter »Thermostrom«, und man bezeichnet dasjenige der beiden Metalle, nach welchem hin der Strom sich bewegt, wenn die Contactstelle erwärmt wird, als positiv in Bezug auf das andere; beim Abkühlen der Contactstelle fliesst der Strom durch dieselbe in umgekehrter Richtung, vom positiven zum negativen Metalle. Nach der Stärke des, bei gleich grosser Temperaturdifferenz zwischen der Contactstelle und dem übrigen Stromkreise, entstehenden Thermostromes ordnet man die metallischen Substanzen in eine Reihe, die thermoelektrische Spannungsreihe, an deren positivem Ende von den gewöhnlichen Metallen das Antimon steht, während das stärkst negative das Wismuth ist. Die Berührungsstelle zweier metallischer Körper liefert daher bei gleicher Temperaturänderung einen um so stärkeren Thermostrom, je näher das positive der beiden in der Spannungsreihe dem Antimon, und je näher das negative dem Wismuth steht.

Bei den zur Klasse der metallischen Körper gehörigen Krystallen ist nun die thermoelektrische Kraft im Allgemeinen eine Function der Richtung, so dass also zwei Stäbe, in verschiedener Richtung aus einem solchen Krystall geschnitten und zur Berührung gebracht, bei einer Temperaturänderung sich verhalten, wie zwei verschiedene Metalle, d. h. einen Thermostrom hervorbringen. Dies wurde zuerst von Svanberg und Franz an den Krystallen von Antimon und von Wismuth nachgewiesen, und durch vollständigere Bestimmungen von Bäckström der Beweis geliefert, dass die Gesetze der Abhängigkeit der thermoelektrischen Kraft von der Richtung

---

gorie von physikalischen Eigenschaften, welche erheblich complicirtere Verhältnisse darbieten und deren Darstellung in den folgenden Paragraphen gegeben werden wird.

*) In letzterem Mineral ist auch das Wärmeleitungsvermögen am kleinsten in der Richtung der Axe, aber das Verhältniss für beide Richtungen ist ein anderes (1,12).

analog denen der elektrischen Leitungsfähigkeit sind. Dementsprechend ist diese Kraft in allen Richtungen gleich gross nur bei den Krystallen der ersten Klasse, den optisch isotropen; zwei verschieden orientirte Stäbe aus einem solchen liefern keinen Thermostrom. Erwärmt man dagegen die Berührungsstelle eines und desselben Metalls, z. B. Kupfer, mit einem leitenden Krystall der zweiten Klasse, einmal mit einer der Axe parallelen Fläche desselben, das andere Mal mit einer zur Axe senkrechten, so erhält man Thermoströme von verschiedener Stärke. Das Gleiche ist der Fall in Bezug auf Flächen, welche zur Axe verschieden geneigt sind, während alle mit der Axe den gleichen Winkel einschliessenden Flächen sich thermoelektrisch gleichwerthig erweisen. Die thermoelektrische Kraft ändert sich mit der Richtung im Krystall, wie die Länge der Radien vectoren eines Rotationsellipsoides. In analoger Weise entsprechen Flächen eines leitenden Krystalls der dritten Klasse (der optisch zweiaxigen), welche in Bezug auf ein dreiaxiges Ellipsoid ungleich orientirt sind, verschiedenen Stellen in der thermoelektrischen Spannungsreihe. Berührt man daher solche Flächen mit einem erwärmten Draht eines Metalls, welches in jener Reihe zwischen ihnen steht, so verhält sich die eine Fläche gegen dasselbe positiv, die andere dagegen negativ.

Zu diesen, durch verschiedene Orientirung im Krystall bedingten Differenzen treten aber meist noch weitere dadurch hinzu, dass sehr geringe Beimengungen erhebliche Verschiedenheiten in den thermoelektrischen Eigenschaften einer Substanz hervorzubringen im Stande sind. Solche Beimengungen sind aber in den natürlichen Krystallen der metallischen Mineralien sehr häufig, und daher erklärt es sich, dass manche derselben bei der Berührung mit einem erwärmten Kupferdrahte theils einen Strom in dem einen Sinne, theils im entgegengesetzten, liefern. Indessen giebt es einige Mineralien, deren Krystalle zweien an sich verschiedenen Modificationen anzugehören scheinen, in ähnlicher Weise, wie diejenigen des Quarzes den beiden Arten der rechts- und linksdrehenden (S. 143), und zwar handelt es sich hier um Substanzen, welche der ersten Klasse angehören, d. h. nach verschiedenen Richtungen die gleiche thermoelektrische Kraft äussern. Marbach fand nämlich, dass die Krystalle des Pyrit (Eisenkies, Schwefelkies), wie diejenigen des Kobaltin (Kobaltglanz), in der thermoelektrischen Spannungsreihe z. Th. jenseits des positiven Antimon, z. Th. des negativen Wismuths ihren Platz haben, so dass ein Pyritkrystall der ersten Art mit einem solchen der zweiten Art combinirt einen stärkeren Thermostrom liefert, als Antimon mit Wismuth. Bei dieser grossen Verschiedenheit ist es wahrscheinlich, dass dieselbe nicht durch geringe Beimengungen bewirkt wird, sondern auf einem Gegensatz der molekularen Structur der betreffenden Krystalle beruht, in ähnlicher Weise, wie dies beim Quarz der Fall ist. (Näheres darüber siehe in der II. Abtheilung bei den Krystallformen der betreffenden Substanzen.)

§ 30. **Elektrische Eigenschaften isolirender Krystalle.** Genau so, wie in nicht magnetischen Körpern unter dem Einflusse eines Elektromagneten Magnetismus inducirt wird, nehmen sogenannte Isolatoren, d. h. die Elektricität nicht leitende Substanzen, unter dem Einflusse benachbarter elektrischer Körper durch Vertheilung (Influenz, Induction) eine elektrische Polarität an; man nennt sie deshalb Diëlektrica und bezeichnet ihre Erregung als diëlektrische Polarisation. Die Stärke dieser Erregung wird durch eine Grösse bestimmt, die sogenannte »Diëlektricitätsconstante«, von welcher in der durch Maxwell aufgestellten elektrischen Lichttheorie angenommen wird, dass dieselbe proportional sei dem Quadrate der Constante A in der Cauchy'schen Dispersionsformel (s. S. 27), d. h. des Brechungsindex des betreffenden Körpers für Lichtstrahlen von unendlich grosser Wellenlänge (weil für $\lambda = \infty$ das zweite Glied der Formel gleich Null wird). Aus dieser Theorie folgt somit, dass doppeltbrechende Krystalle, weil sie im Allgemeinen für verschieden gerichtete Schwingungen des Lichtes verschiedene Brechungsindices besitzen, auch entsprechende Verschiedenheiten der Diëlektricitätsconstante zeigen müssen. Dies lehrt in der That die Erfahrung. Eine Kugel eines isotropen diëlektrischen Stoffes stellt sich zwischen zwei entgegengesetzt elektrisirten Metallflächen (im »elektrischen Felde«) ebenso wenig ein, wie eine Kugel eines magnetisch isotropen Körpers im Magnetfelde; Kugeln dagegen, welche aus doppeltbrechenden Krystallen geschliffen sind, zeigen eine bestimmte Einstellung, d. h. sie werden nach gewissen Richtungen stärker elektrisch erregt, als nach andern. Im allgemeinsten Falle, dem eines optisch zweiaxigen Krystalls, wird die Grösse der Diëlektricitätsconstante in ihrer Abhängigkeit von der Richtung dargestellt durch ein dreiaxiges Ellipsoid, dessen grösste, mittlere und kleinste Axe mit der dem grössten, mittleren und kleinsten Brechungsindex entsprechenden Schwingungsrichtung zusammenfallen, sobald letztere für alle Farben gleichartig orientirt sind. Untersuchungen von Boltzmann an einer Kugel von Schwefel haben in der That für die Diëlektricitätsconstante in den drei Hauptschwingungsrichtungen Werthe ergeben, welche genügend mit den von der Theorie erforderten übereinstimmen. Diese hat jedoch zu ihrer Voraussetzung, dass der betreffende Körper ein absoluter Isolator sei. Dies ist nun bei dem Schwefel nahezu vollkommen der Fall, während die meisten Diëlektrica weniger vollkommene Isolatoren sind und ein gewisses, wenn auch geringes elektrisches Leitungsvermögen besitzen. In Folge dieses Umstandes tritt die elektrische Polarität derselben nicht, wie die magnetische, sofort bei dem Beginne der Induction mit der entsprechenden Intensität auf und bleibt während derselben constant, so lange die wirkenden elektrischen Kräfte sich nicht ändern, sondern es lässt sich eine Abhängigkeit der Erregung von der Zeit erkennen, aus welcher man auf die Grösse der vorhandenen inneren Leitungsfähigkeit zu schliessen im Stande ist. Auf diesem indirecten Wege hat z. B. J. Curie die elektrische Leitungsfähigkeit einer Anzahl krystallisirter Substanzen nach verschiedenen Rich-

tungen bestimmt. Für die Diëlektricitätsconstanten solcher Körper ergaben sich hierbei meist erheblich grössere Werthe, als die für vollkommene Isolatoren aus der Theorie folgenden, aber dieselben befolgen die gleichen Gesetzmässigkeiten, d. h. sie sind gleich gross für alle Richtungen eines einfachbrechenden Krystalls, sie entsprechen in einem optisch einaxigen Körper einem Sphäroid und zwar mit dem Maximum der Diëlektricitätsconstante in der optischen Axe (der Rotationsaxe des Sphäroids), wenn der Krystall positive Doppelbrechung besitzt, mit dem Minimum dagegen, wenn die Doppelbrechung negativ ist u. s. f. Die bei derselben Untersuchung ermittelten Leitungsfähigkeiten erwiesen sich als sehr stark beeinflusst durch höchst geringe Mengen von in den Krystallen eingeschlossenen fremden Körpern, namentlich mikroskopischen Flüssigkeitseinschlüssen, in Folge deren die betreffenden Krystalle in gewissen Richtungen sich wie Elektrolyten verhielten.

Diëlektrische Körper vermögen freie Elektricität auf ihrer Oberfläche fortzuleiten, und nach der Theorie muss diese superficielle Conductibilität auf der ebenen Oberfläche eines Krystalls nach verschiedenen Richtungen ungleich gross sein, wenn diese Richtungen sich in Bezug auf die Diëlektricitätsconstante des Krystalls unterscheiden, und zwar am grössten in derjenigen Richtung, in welcher jene Constante ihr Maximum erreicht. Derartige Verschiedenheiten wurden in der That von G. Wiedemann und Sénarmont an doppeltbrechenden Krystallen experimentell nachgewiesen. Ersterer bestreute die ebene Oberfläche eines amorphen Körpers, wie Glas oder Harz, mit einem feinen, schlecht leitenden Pulver, z. B. Lycopodiumsamen, befestigte alsdann senkrecht darauf an einem geeigneten Halter eine isolirte Nähnadel und theilte derselben durch Annäherung des Knopfes einer mit positiver Elektricität geladenen Leydener Flasche Elektricität mit; alsdann wurde das Pulver von der elektrisirten Spitze aus abgestossen, und eine kreisförmige von Strahlen durchzogene Fläche freigelegt. Nahm er nun statt des amorphen Körpers eine Krystallplatte, so erschien um die elektrisirte Spitze statt der kreisförmigen Figur im Allgemeinen eine elliptische, deren grösster und kleinster Durchmesser eine bestimmte Orientirung in Bezug auf den Krystall besassen; z. B. war bei Platten, aus einaxigen Krystallen parallel der Axe geschnitten, die grosse Axe der Ellipse stets parallel oder senkrecht zur optischen Axe. Allgemein zeigten sich hier die Verhältnisse genau analog denen der Wärmeleitungsfähigkeit, wie sie durch den Sénarmont'schen Versuch (S. 166) sich ergaben. Uebereinstimmend damit erhielt Wiedemann auf Platten einfachbrechender Krystalle immer eine kreisförmige Figur. Sénarmont beobachtete im Dunkeln die, je nach dem untersuchten Krystall und der benutzten Fläche desselben, kreisförmige oder elliptische Lichtfigur, welche durch die Entladung einer elektrisirten, auf die Krystallfläche aufgesetzten Metallspitze im luftverdünnten Raume entstand.

Pyroelektricität. Unter diesen Namen versteht man die zuerst am Turmalin entdeckte Eigenschaft, erhitzt und alsdann der Abkühlung überlassen. eine elektrische Polarität zu zeigen, welche sich nur bei einer Aenderung der Temperatur entwickelt und verschwindet, wenn die letztere stationär geworden ist. An der Oberfläche der optisch einaxigen Krystalle des Turmalin treten nun die beiden entgegengesetzten elektrischen Ladungen während der Abkühlung stets in derselben Weise an den beiden, in Bezug auf die optische Axe entgegengesetzten Enden des Krystalls auf; erwärmt man aber einen Krystall, so zeigen während dieser Zeit, d. h. bei entgegengesetztem Vorzeichen der Temperaturänderung, die beiden Enden des Krystalls die umgekehrte Polarität. Man nennt eine solche Richtung in einem Krystall, an deren beiden Enden derselbe polare Pyroelektricität zeigt, eine elektrische Axe und ihren analogen Pol dasjenige Ende des Krystalls. welches während des Erwärmens positiv, während der Abkühlung negativ elektrisch wird; der entgegengesetzte, während des Erwärmens negative. während der Abkühlung positive Pol heisst der antiloge.

Die an den beiden Enden der elektrischen Axe auftretenden elektrischen Spannungen sind gleich stark und gehören nicht bestimmten Stellen der Oberfläche an, denn sie erscheinen auch nach dem Zerbrechen desselben auf den Trennungsflächen, so dass dann jedes der Fragmente wieder die gleiche Polarität besitzt. Dieselben müssen daher auf einer Ursache beruhen, derzufolge das Innere des Krystalls nach den beiden entgegengesetzten Seiten jener Richtung eine verschiedene Wirkung auf die Oberfläche ausübt. Die Gesammtheit der entwickelten Elektricität ist unabhängig von der Länge des Krystalls, dagegen ist sie proportional dem Querschnitt und dem Betrage der Temperaturänderung.

Um die Vertheilung der auf der Oberfläche eines pyroelektrischen Krystalls angesammelten Elektricität zu bestimmen, kann man sich eines Elektroskopes oder Elektrometers bedienen, wie dies der Fall war bei den Untersuchungen von Riess und Rose und den zahlreichen Bestimmungen Hankel's, endlich bei den mit etwas verändertem Verfahren angestellten Versuchen C. Friedel's. Während jedoch diese Methoden immer nur die Untersuchung des elektrischen Zustandes einer einzelnen Stelle gestatten, hat Kundt ein sehr bequemes Verfahren gelehrt, durch welches die Vertheilung der Elektricität auf der ganzen Oberfläche des Krystalls gleichzeitig übersehen werden kann und welches wegen der weiterhin zu besprechenden Beziehungen dieser Vertheilung zu der Form desselben von grosser praktischer Wichtigkeit für die Krystallographie geworden ist. Dieses Verfahren ist das folgende:

Man erwärmt den Krystall im Luftbade auf eine (je nach dessen Substanz verschiedene) höhere Temperatur und bringt ihn dann, nachdem man ihn einige Male durch eine Weingeistflamme gezogen hat, um von seiner Oberfläche die Elektricität zu beseitigen, in einen kälteren Raum. Hat hier die regelmässige Abkühlung begonnen, so bestäubt man den Krystall mit

dem zur Hervorbringung der sogenannten Lichtenberg'schen Figuren dienenden Pulver, aus feingesiebtem Schwefel und Mennige bestehend, mittelst des einem Blasebalg ähnlichen »Bestäubers«, welcher durch ein feinmaschiges Sieb von Baumwolle geschlossen ist. Beim Durchgang durch dieses Sieb wird der Schwefel negativ elektrisch und setzt sich daher auf die positiv elektrischen, die positiv elektrisch werdende Mennige auf die negativ elektrischen Oberflächentheile des Krystalls, so dass jene gelb, diese roth erscheinen, und zwar häuft sich das gelbe oder rothe Pulver um so stärker auf ihnen an, je stärker die elektrische Spannung auf den betreffenden Oberflächentheilen ist. Die nach dieser Methode erhaltenen Figuren lassen sich dann leicht auf ein mit Gummi bestrichenes Papier abdrücken und so dauernd erhalten. Aus Taf. III, auf welcher eine Anzahl pyroelektrischer, derartig bestäubter Krystalle dargestellt sind, ist ersichtlich, dass diejenigen der Weinsäure, des Kieselzinkerzes, des Struvit und des Turmalin (Fig. 1—5) eine einzige elektrische Axe besitzen, während im Quarz (Fig. 6 und 7) deren drei, in einer Ebene einander unter 60° schneidend, vorhanden sind und im Boracit (Fig. 11) die vier Hauptdiagonalen des Würfels die Polarität elektrischer Axen zeigen.

Wenn nun aber auch die Zahl und Richtung der elektrischen Axen aus der Vertheilung des Schwefel- und Mennige-Pulvers unmittelbar hervorgeht, so zeigt sich doch in der letzteren ein merklicher Einfluss der geometrischen Gestalt des Krystalls, denn von dieser hängt ja offenbar die Vertheilung der Temperaturen während der Abkühlung, also die Ursache der elektrischen Erregung ab. Sobald die Form von derjenigen einer Kugel abweicht, reagirt ferner die oberflächlich angesammelte Elektricität durch Influenz auch auf die Vertheilung derselben im Innern, so dass letztere nicht mehr gleichförmig ist. Will man daher die von den Einflüssen der (in gewissem Sinne wechselnden) äusseren Gestalt des Krystalls unabhängigen elektrischen Erscheinungen, welche lediglich der von der inneren Beschaffenheit des Krystalls herrührenden Polarität entsprechen, allein beobachten, so muss man eine aus dem Krystall angefertigte Kugel dem Kundt'schen Verfahren unterwerfen. Alsdann erscheinen an den beiden Endpunkten eines Durchmessers, welcher einer elektrischen Axe parallel ist, Maxima der elektrischen Ladung mit entgegengesetztem Vorzeichen, folglich stärkste Anhäufung des Schwefels resp. der Mennige, und Abnahme derselben nach allen Seiten. Eine Turmalinkugel z. B. würde an dem einen Pole der optischen Axe am intensivsten roth, am andern ebenso gelb erscheinen, und die Pulvermenge würde nach dem grössten Kreise hin, dessen Ebene zur Axe senkrecht steht, regelmässig abnehmen, so dass dieser als eine neutrale äquatoriale Zone zwei entgegengesetzt elektrische Halbkugeln trennen würde. Eine Quarzkugel, mit der optischen Axe senkrecht gestellt, würde sechs abwechselnd rothe und gelbe Zonen und grösste Anhäufung des betreffenden Pulvers an sechs Punkten, welche auf dem horizontalen Aequator je um 60° von einander entfernt sind, zeigen.

Zur Erklärung der Erscheinungen der Pyroelektricität nehmen W. Thomson und Riecke an, dass die Moleküle eines hierher gehörigen Krystalls eine permanente elektrische Polarität besitzen, deren Stärke mit der Temperatur variirt. Dieser Annahme entspricht auch die Thatsache, dass die Erscheinung in einem bestimmten Zusammenhange mit den von der Natur der Moleküle abhängigen krystallographischen Eigenschaften steht. Jede elektrische Axe eines Krystalls ist nämlich zugleich eine Richtung, in Bezug auf welche seine geometrische Form eine Ungleichwerthigkeit der ihren beiden entgegengesetzten Enden angehörigen Krystallflächen darbietet. Diese Ungleichwerthigkeit, welche in den Figuren 1—6 und 11 der Tafel III sehr deutlich hervortritt, kann nun unter Umständen auch eine weniger leicht erkennbare, als in den dort abgebildeten Fällen, sein; alsdann ist es aber durch das elektrische Verhalten des Krystalls möglich, nicht nur die Existenz einer solchen polaren krystallographischen Axe unzweifelhaft nachzuweisen, sondern auch die beiden Pole derselben jederzeit sicher zu unterscheiden. Zu der hierdurch bedingten grossen praktischen Wichtigkeit der Kundt'schen Methode für die Krystallographie kommt noch der Umstand hinzu, dass sie uns in den Stand setzt, scheinbar einfache Krystalle als regelmässige Verwachsungen verschieden orientirter Partien zu erkennen und den Aufbau solcher Gebilde mit einem Blicke zu übersehen; so zeigen die Figuren 8 (verglichen mit 7) und 12 Tafel III an der Vertheilung des Pulvers, dass es sich um Durchwachsungen mehrerer Krystalle mit verschieden orientirten elektrischen Axen handelt, welche bei der Behandlung der betreffenden Substanzen in der II. Abtheilung erläutert werden sollen.

Die Einwirkung mechanischer Kräfte auf die Krystalle.

§ 31. **Elastische Deformationen.** Aus der allen festen Körpern gemeinsamen Eigenschaft der Zusammendrückbarkeit müssen wir schliessen, dass dieselben aus kleinsten Theilchen, Molekülen, bestehen, welche einen gewissen Abstand von einander besitzen. Durch mechanische Kräfte vermögen wir die gegenseitige Lage dieser Moleküle und dadurch die Gestalt und das Volum eines Körpers zu ändern, ihn zu »deformiren«. Da hierbei stets ein durch die Kraft zu überwindender Widerstand auftritt, so müssen die Abstände der Moleküle von einander einem stabilen Gleichgewichte der zwischen ihnen wirkenden Kräfte, welche als »Molekularkräfte« bezeichnet werden, entsprechen. In Folge dessen wird eine durch die Einwirkung einer Kraft hervorgebrachte Deformation eines Körpers, wenn sie eine gewisse Grenze nicht überschritten hat, nach dem Aufhören jener Einwirkung durch die Molekularkräfte wieder rückgängig gemacht. Diese Fähigkeit eines festen Körpers, seine vorige Gestalt wieder anzunehmen, heisst seine Elasticität, und darnach werden diejenigen, durch äussere Kräfte bewirkten, Aenderungen eines festen Körpers, welche in Folge seiner Elasticität wieder verschwinden, wenn die deformirenden Kräfte aufhören zu wirken, elastische Deformationen genannt. Die Kraft, welche nicht überschritten werden darf, wenn keine dauernden Veränderungen des Körpers eintreten sollen, heisst die Elasticitätsgrenze. Innerhalb derselben ist die Verschiebung der Theilchen, also die Deformation des Körpers, der auf ihn wirkenden Kraft proportional.

Eine Deformation heisst homogen, wenn alle Paare von Punkten, welche auf parallelen Geraden vorher gleich weit von einander entfernt waren, auch nachher gleichen Abstand von einander besitzen (dieser Abstand selbst kann ein anderer geworden sein) und wenn die vorher parallelen, sie verbindenden Geraden auch nach der Deformation noch einander parallel sind (die Richtung derselben kann sich geändert haben). Man sieht sofort ein, dass während einer solchen Deformation nicht nur alle geraden und parallelen Linien des Körpers gerade und parallel bleiben, sondern auch alle ebenen und parallelen Flächen desselben eben und parallel bleiben, wenn auch ihre Richtung sich ändert. Eine homogene Deformation haben wir bereits kennen gelernt in der thermischen Ausdehnung und Zusammenziehung der Krystalle (S. 170 f.) und eine ebensolche ist die Compression

eines Krystalls durch allseitig gleichen Druck, welche genau so erfolgt, wie seine Zusammenziehung durch gleichmässige Abnahme der Temperatur. Dementsprechend giebt es in einem durch Temperaturänderung oder allseitig gleichen Druck homogen deformirten Körper immer drei auf einander senkrechte Richtungen, welche durch die Deformation ihre Lage nicht geändert haben, die sogenannten »Hauptaxen der Deformation«, und je zwei derselben bestimmen drei zu einander senkrechte Ebenen, in Bezug auf welche die Deformation symmetrisch stattfindet. Im Allgemeinen ist die Dilatation oder Compression nach diesen drei Axen eine ungleiche, d. h. eine aus dem Krystall hergestellte Kugel wird durch die Deformation umgewandelt in ein dreiaxiges Ellipsoid, das »Deformationsellipsoid«. Ein aus dem Krystall geschnittener Würfel, dessen Kanten den drei Hauptaxen der Deformation parallel sind, wird in ein rechtwinkeliges Parallelepiped, jeder in anderer Richtung geschnittene Würfel dagegen in ein schiefwinkeliges Parallelepiped verwandelt. Da ein dreiaxiges Ellipsoid zwei Kreisschnitte besitzt, so haben alle diesen parallele Geraden gleiche Längenänderung erfahren, in diesen beiden Ebenen hat daher keine Verzerrung stattgefunden; zu einem Kreisschnitt senkrechte Ebenen des Krystalls schneiden jenen in einem Polygon, dessen Winkel sich nicht ändern; aber die Richtung der Kanten, in denen sie einander schneiden, ist natürlich eine andere, als vor der Deformation. Die Orientirung der drei Hauptaxen des Deformationsellipsoides ist an keine allgemeine Gesetzmässigkeit gebunden in denjenigen Krystallen, in welchen die Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes sämmtlich dispergirt sind; wenn dagegen eine Richtung im Krystall eine Axe der Indexfläche für alle Farben ist, so geht ihr auch eine der Hauptaxen des Deformationsellipsoides parallel; fallen die drei Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben zusammen, so coincidiren sie auch mit den drei Hauptaxen der Deformation. In den optisch einaxigen Krystallen werden zwei derselben gleich, das Deformationsellipsoid verwandelt sich in ein Sphäroid, dessen Rotationsaxe die optische Axe ist. In den einfachbrechenden Krystallen endlich sind alle drei Hauptaxen der Deformation gleich gross, das Deformationsellipsoid ist eine Kugel; diese Krystalle verhalten sich also nicht nur einer gleichmässigen Veränderung ihrer Temperatur, sondern auch einem allseitig gleichen Drucke gegenüber wie amorphe Körper. Sie bilden zugleich die einzige Klasse unter den Krystallen, in denen, wie in den amorphen Körpern, die durch eine gleichmässige Erwärmung hervorgerufene Deformation durch einen allseitig gleichen Druck compensirt werden kann.

Die beiden soeben genannten Einwirkungen mechanischer Kräfte sind die einzigen, bei welchen die Ursache der Deformation von einer bestimmten Richtung unabhängig ist und nur deshalb eine nach verschiedenen Richtungen im Allgemeinen ungleiche Wirkung im Krystall hervorbringt, weil der letztere nach verschiedenen Richtungen nicht die gleiche Beschaffenheit besitzt. Ganz anders und erheblich complicirter, als in allen bisher betrachteten physikalischen Beziehungen, gestalten sich die Verhältnisse, wenn

die Ursache der Deformation jene Bedingung nicht mehr erfüllt, wenn also **mechanische Kräfte in einer gewissen Richtung auf einen krystallisirten Körper einwirken.** Alsdann hört der Körper durch die Deformation im Allgemeinen auf, homogen zu sein, und die Wirkung bestimmt gerichteter Kräfte von gleicher Grösse, aber verschiedener Orientirung in Bezug auf bestimmte Richtungen im Krystall, lässt sich auch im einfachsten Falle eines einfachbrechenden Krystalls nicht mehr durch eine Kugel, im allgemeinsten Falle nicht mehr durch ein dreiaxiges Ellipsoid darstellen. Indessen kann in einem derartig inhomogen deformirten Körper eine genügend kleine Partie desselben als homogen deformirt betrachtet und dadurch die theoretische Behandlung seiner Verhältnisse auf diejenige der homogen deformirten Körper bezogen werden.

Wirkt auf die beiden Endflächen eines stabförmigen festen Körpers parallel seiner Längsrichtung ein Druck oder Zug — indem ein Gewicht P entweder auf seine obere Endfläche aufgelegt ist, während er mit der unteren auf einer festen Unterlage aufruht, oder indem dasselbe Gewicht P an seinem unteren Ende anhängt, während das obere Ende des vertical hängenden Stabes festgehalten wird — so erleidet der Stab im ersteren Falle eine Verkürzung (Compression), im zweiten eine Verlängerung (Dilatation) λ; hatte er also vorher die Länge L, so besitzt er nun die Länge $L + \lambda$ im ersten, $L - \lambda$ im zweiten Falle. Die Beobachtung an einem im Verhältniss zur Länge L nur schmalen Stabe von rechtwinkeligem Querschnitt, dessen Breite $= B$ und dessen Dicke $= D$ (BD also gleich dem Flächeninhalt des Querschnittes) ist, lehrt nun, dass die Dilatation λ bestimmt wird durch die Gleichung:

$$\lambda = \frac{PL}{BD} E,$$

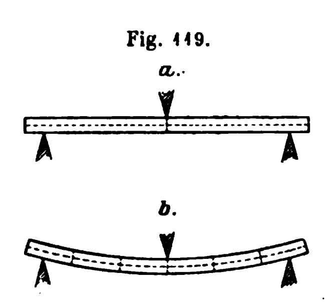
d. h. dass die Verlängerung oder Verkürzung des Stabes proportional ist dem dieselbe hervorbringenden Gewichte und seiner Länge, umgekehrt proportional seinem Querschnitte, ausserdem aber proportional einem von jenen Grössen unabhängigen, für die Substanz des Stabes charakteristischen Factor E, welcher »Dehnungscoëfficient« genannt wird. Setzen wir $P = 1$ (gr), $L = D = B = 1$ (mm), so wird $\lambda = E$, d. h. der Dehnungscoëfficient ist diejenige Dilatation, welche ein rechteckiger Stab, dessen Länge und Querschnitt $= 1$ sind, durch die Belastung 1 erleidet. Setzt man dagegen $B = D = \lambda = L = 1$, so wird P, d. h. das Gewicht, mit welchem man einen rechteckigen Stab, dessen Dimensionen $= 1$ sind, belasten muss, damit er die Dilatation 1 erfahre, $= \frac{1}{E}$. Der Werth $C = \frac{1}{E}$, d. i. der reciproke Werth des Dehnungscoëfficienten, wird der »Dehnungswiderstand« genannt. Derselbe ist gleich dem Verhältniss eines Gewichtes, welches dem Stabe, dessen Dimensionen der Einheit gleich sind, eine Verlängerung λ verleiht, zu der Grösse dieser Verlängerung, denn für $B = D = L = 1$ ist $P = C\lambda$, also $C = \frac{P}{\lambda}$. Bei beliebigen Dimensionen des Stabes nur wieder

vorausgesetzt, dass der Querschnitt im Verhältniss zur Länge klein sei) folgt aus obiger Gleichung unmittelbar:

$$E = \frac{BD\lambda}{PL},$$

so dass also durch Messung der Breite, Dicke und Länge des Stabes und seiner durch ein bestimmtes Gewicht hervorgebrachten Dehnung der Dehnungscoëfficient in der Längsrichtung theoretisch am einfachsten bestimmt werden könnte. Der praktischen Anwendung dieser Methode bei krystallisirten Körpern steht jedoch der Umstand entgegen, dass kaum jemals Krystalle die zur Herstellung geeigneter Stäbe genügenden Dimensionen besitzen, um die auftretenden Verlängerungen noch genau genug messen zu können. Man bedient sich daher eines anderen Verfahrens, nämlich der Durchbiegung eines an beiden Enden unterstützten und in der Mitte belasteten Stäbchens, welches mit seinen breiten Flächen aufliegt, so dass der Druck in der Richtung der Dicke wirkt (s. Fig. 119). Hatte der Stab vor der Biegung die Gestalt Fig. 119*a*, so hat er nachher diejenige Fig. 119*b* angenommen, wobei die Biegung allerdings weit stärker gezeichnet ist, als es bei wirklichen Beobachtungen vorkommt. Alsdann haben sämmtliche, anfangs horizontale Längsschnitte über dem durch die punktirte Linie angedeuteten mittleren Schnitt eine dem Abstand von letzterem proportionale Compression in der Richtung der Längsaxe erlitten, alle unterhalb gelegenen eine entsprechende Dilatation. Die anfangs verticalen Querschnitte haben um so grössere Drehungen erfahren, je weiter sie von dem belasteten mittleren Querschnitte entfernt sind. Die durch die Verschiebung der Theilchen gegen einander in der Längsrichtung hervorgerufenen inneren Kräfte, die Molekularkräfte, streben jeden Querschnitt wieder in seine ursprüngliche Lage zurückzudrehen; die einwirkende äussere Kraft bewirkt die Drehung so weit, bis die mit der Grösse der Verschiebung wachsenden inneren Kräfte ihr das Gleichgewicht halten. Ist dieses eingetreten, so muss für jeden Querschnitt die auf ihn wirkende innere Kraft der äusseren gleich sein. Unter der Voraussetzung, dass die einzelnen Querschnitte nur Drehungen um eine horizontale Axe erleiden, welche der Breitenrichtung parallel ist (d. i. die Normale zur Zeichnungsebene), und innerhalb eines jeden Querschnittes weder Verschiebungen der einzelnen Theile gegen einander noch Drehungen vorkommen, lässt sich die Senkung η des mittleren Querschnittes berechnen*). Diese ist

Fig. 119.



$$\eta = \frac{PL^3 E}{4BD^3}.$$

*) In Wirklichkeit ist mit jeder Längendilatation eine Quercontraction verbunden, die obige Voraussetzung also nicht vollständig erfüllt. Der dadurch entstehende Fehler

Ist also η gemessen, so findet man E nach der Formel:

$$E = \frac{4 B D^3 \eta}{P L^3}.$$

Dieser Weg zur Bestimmung des Dehnungscoëfficienten ist nun dem vorher erwähnten directen deshalb vorzuziehen, weil einer sehr geringen Dehnung eine verhältnissmässig grosse Senkung entspricht, sobald die Dicke D genügend klein genommen wird, und deshalb Stäbe von mässiger Länge, wie sie aus Krystallen, namentlich einer Anzahl Mineralien, zu gewinnen sind, benutzt werden können. Die Beobachtung der Senkung geschieht mittelst eines vor dem Stabe aufgestellten Mikroskopes oder noch genauer durch Beobachtung von Interferenzstreifen in einem nach dem Principe Fizeau's (s. S. 181) construirten Apparate, welcher in der III. Abtheilung beschrieben werden wird.

Bestimmen wir nun in der angegebenen Weise den Dehnungscoëfficienten eines amorphen Körpers, z. B. Glas, indem wir aus demselben nach verschiedenen Richtungen Stäbe herausschneiden, so finden wir denselben stets gleich gross. Für eine bestimmte amorphe Substanz hat dieser Coëfficient also einen constanten, von der Richtung unabhängigen Werth, welcher natürlich für eine andere Substanz ein anderer ist. Diese Unabhängigkeit der Grösse E von der Richtung gilt aber nur für die amorphen Körper. Schneiden wir dagegen aus einem Krystalle in verschiedener Richtung Stäbe heraus und untersuchen ihre Biegung, so finden wir zwar in denjenigen, deren Längsrichtung im Krystall parallel orientirt ist, gleichen Dehnungscoëfficienten, an verschieden orientirten aber, bei gleichen Dimensionen und gleicher Belastung, im Allgemeinen eine andere Grösse der Senkung. Der Dehnungscoëfficient ändert sich also in einem Krystall mit der Richtung des untersuchten Stabes. Die Gesetze, nach denen diese Aenderung vor sich geht, sind besonders von Voigt zuerst theoretisch entwickelt und dann durch die Erfahrung bestätigt worden.

Die von Neumann begründete Theorie geht davon aus, die auf die Flächen eines im Innern des Krystalls gedachten, so kleinen Würfels, dass er als homogen deformirt betrachtet werden kann, wirkenden inneren Druckkräfte zu entwickeln, welche durch die Deformation geweckt werden und den die letztere bewirkenden äusseren Kräften das Gleichgewicht halten. Da im Krystall das Verhältniss zwischen einer vorhandenen Deformation und der durch sie hervorgebrachten Druckcomponente nach einer bestimmten Richtung für verschiedene Richtungen verschieden ist, so ergeben sich die Werthe der Druckcomponenten abhängig von einer Reihe von Grössen, welche man die »Elasticitätsconstanten« der betreffenden krystallisirten Substanz nennt, und deren Anzahl

---

ist um so geringer, je kleiner der Querschnitt des Stabes im Verhältniss zur Länge ist. Ferner findet, wenn der Stab aus einem Krystall geschnitten ist und seine Orientirung nicht bestimmte Bedingungen in Bezug auf die Symmetrie des Krystalls erfüllt, auch noch Drehung (Torsion) der einzelnen Querschnitte um die Längsrichtung, also keine »reine Biegung« statt. Ob man diese Abweichungen vernachlässigen darf, ergiebt sich aus der Uebereinstimmung der Beobachtungen an zwei Stäben von verschiedenen Dimensionen.

im allgemeinsten Falle 21 beträgt, während sie sich bei den meisten Krystallen dadurch auf eine geringere reducirt, dass mehrere derselben gesetzmässig gleich gross werden. Um diese Grössen zu bestimmen, genügt nicht die Messung der Dehnung selbst nicht diejenige von beliebig vielen, verschieden orientirten Stäben, sondern nur die Combination solcher Messungen mit der Beobachtung der Grösse der Torsion von bestimmt orientirten Stäben, welche an einem Ende festgehalten werden, während in der Ebene des andern Endquerschnittes ein Drehungsmoment wirkt, durch welches der Stab »gedrillt« wird. Es tritt hier wieder eine von den Dimensionen des Stabes unabhängige Grösse auf, der »Drillungscoëfficient«, dessen reciproker Werth der »Drillungswiderstand« ist. Hat man diese Grösse, sowie den Dehnungscoëfficient an verschieden orientirten Stäben, deren nothwendige Anzahl von derjenigen der Elasticitätsconstanten für den betreffenden Krystall abhängt, bestimmt, so kann man daraus die letzteren berechnen, und die Kenntniss dieser Constanten gestattet endlich die Berechnung der Dehnung eines Stabes von jeder beliebigen Orientirung im Krystall.

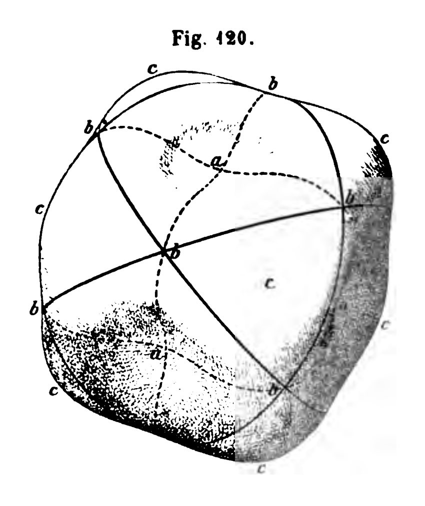
Wenn die Theilchen eines Körpers in periodische Schwingungen versetzt werden so pflanzen sich letztere mit einer Geschwindigkeit fort, welche von der Elasticität und der Dichte des Körpers abhängt. Da nun erstere in den Krystallen eine Function der Richtung ist, so muss auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einem Krystall in verschiedenen Richtungen im Allgemeinen eine verschiedene sein. Dass dies wirklich der Fall ist, hat Savart nachgewiesen durch die Verschiedenheit der Klangfiguren von Quarzplatten, welche in verschiedener Orientirung aus den Krystallen geschnitten waren, und Groth mittelst einer von Warburg angegebenen Methode durch directe Messung der Schallgeschwindigkeit im Steinsalz nach zwei 45° mit einander bildenden Richtungen.

Von der für eine krystallisirte Substanz charakteristischen Art der Abhängigkeit des Dehnungscoëfficienten, d. h. der Compression oder Dilatation der Längeneinheit in einer Richtung, in welcher der Druck oder Zug wirkt, von der Orientirung dieser Richtung im Krystall erhält man am leichtesten eine Uebersicht, wenn man sich von einem Punkte aus nach allen Richtungen Längen aufgetragen denkt proportional der Grösse E für die betreffende Richtung im Krystall und die Endpunkte derselben durch eine geschlossene krumme Fläche, die »Oberfläche der Dehnungscoëfficienten«, verbindet. Diese Oberfläche (welche nach dem a. vor. S. Gesagten für die amorphen Körper, und nur für diese, die Form einer Kugel besitzt) hat für die verschiedenen Krystalle eine sehr mannigfache und z. Th. höchst complicirte Gestalt. Je nachdem, welche unter den Elasticitätsconstanten einander gleich werden, nimmt die aus den übrig bleibenden berechnete Oberfläche der Dehnungscoëfficienten eine mehr oder weniger symmetrische Form an, die in gesetzmässiger Beziehung zu den Symmetrieverhältnissen der geometrischen Form der betreffenden Krystalle steht, d. h. zu dem Vorhandensein einer grösseren oder geringeren Anzahl gleichwerthiger Richtungen an letzterer, welche dann auch in Hinsicht ihrer Dehnung sich gleichwerthig erweisen. Wie die Theorie lehrt und die Erfahrung bestätigt hat, existiren in Bezug auf die Gestalt der Oberfläche ihrer Dehnungscoëfficienten neun verschiedene Klassen von Krystallen.

1) Für einen einfachbrechenden Krystall kann die betreffende Oberfläche berechnet werden aus drei Constanten und ist durch folgende Eigenschaften charakterisirt: drei zu einander senkrechte Durchmesser sind

gleich gross und entsprechen entweder dem absoluten Maximum oder Minimum des Dehnungscoëfficienten; die vier Durchmesser, welche mit den drei ersteren gleiche Winkel bilden, sind ebenfalls gleichwerthig und im ersten Falle die kleinsten, im zweiten die grössten unter allen; jede der vier zu den letzteren Richtungen senkrecht durch die Mitte gelegte Ebene schneidet die Oberfläche in einem Kreise. Fig. 120 stellt ein Beispiel einer solchen Fläche von der zweiten Art dar, nämlich diejenige des Flussspaths (Fluorcalcium)*). Hier sind die den Mitten der Flächen eines regulären Würfels entsprechenden Punkte *a* die Endpunkte der kleinsten Radii vectores, während die den Ecken des Würfels entsprechenden Punkte *c* den grössten Abstand von der Mitte haben; geht man von *a* nach einem andern *a*, so erreicht der Radius vector ein Maximum in *b*, dies ist aber kein absolutes, denn für die Radii vectores zwischen zwei Punkten *c* ist es ein Minimum. Die Kreisschnitte der Oberfläche sind in der Figur durch ausgezogene Linien bezeichnet, die centralen Schnitte mit den durch je zwei der drei gleichwerthigen Minima gehenden Ebenen mittelst punktirter Linien. Diesem Typus gehören die vier von Voigt untersuchten Substanzen Flussspath, Steinsalz (Chlornatrium), Sylvin (Chlorkalium) und Pyrit (Eisendisulfid) an. Eine Oberfläche des andern Typus, wie sie nach Beckenkamp's Messungen den Alaunen zukommt, würde an den Punkten *a* nicht eingedrückt, sondern ausgebaucht, dagegen an den Punkten *c* eingesenkt erscheinen.

Fig. 120.



2) Die optisch einaxigen Krystalle zerfallen nach den Symmetrieverhältnissen ihrer Oberflächen der Dehnungscoëfficienten in fünf Klassen:

a) Die Dehnung ist für alle gleich gestalteten Stäbe, deren Längsrichtung den gleichen Winkel mit der optischen Axe einschliesst, gleich gross; die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten ist also eine Rotationsfigur, welche durch Umdrehung einer nach der optischen Axe und der dazu senkrechten symmetrischen Curve um die erstere erzeugt wird und deren Berechnung fünf Constanten erfordert. Die erzeugende Curve besitzt Maxima und Minima in der optischen Axe, senkrecht dazu und zwischen beiden Richtungen. Für den Beryll, welcher dieser Abtheilung angehört, ist der Dehnungscoëfficient am kleinsten senkrecht zur Axe, nimmt von da aus zu

*) Nach einem Gypsmodell, welches, ebenso wie die den Figuren 122 und 123 entsprechenden Modelle für Quarz und Baryt, nach den Angaben des Prof. Finsterwalder von dem Gypsformator Kreittmayr in München angefertigt wurde. Copien dieser Modelle sind von dem Letztgenannten zu beziehen.

bis zu dem absoluten Maximum unter 43° zur Axe und dann wieder ab, bis er in der optischen Axe ein relatives Minimum erreicht.

b) Die aus sechs Constanten zu berechnende Oberfläche der Dehnungscoëfficienten besitzt nur einen einzigen Kreisschnitt, die senkrecht zur optischen Axe durch die Mitte gelegte Ebene, und ist symmetrisch zu drei in der optischen Axe einander unter gleichen Winkeln durchschneidenden Ebenen. Hierher gehört der Kalkspath, in welchem die eben erwähnten Ebenen mit den drei S. 50 definirten optischen Hauptschnitten des Spaltungsrhomboëders identisch sind. Fig. 121 *a* stellt den Durchschnitt der Fläche mit einer solchen Ebene und zugleich denjenigen des Kalkspathrhomboëders mit derselben Bezeichnung wie in Fig. 34 dar; *AA* ist die optische Axe, die punktirten Linien die Richtungen des grössten und kleinsten Dehnungscoëfficienten; mit der zur vorigen Figur senkrechten Ebene schneiden sich Oberfläche der Dehnungscoëfficienten und Kalkspathrhomboëder in der in Fig. 121 *b* wiedergegebenen, nach *AA* symmetrischen Form. Eine Uebersicht über die gesammte Form der Dehnungsfläche giebt die Abbildung derjenigen des Quarzes, Fig. 122, auf welcher *a* der obere Endpunkt der optischen Axe, *bb* die Endpunkte der drei grössten und *cc* diejenigen der drei kleinsten Durchmesser sind: die ausgezogene Curve ist der horizontale Kreisschnitt. Man sieht aus dieser Figur, dass die Form in einer ähnlichen Beziehung zu der eines Rhomboëders steht, wie die in Fig. 120 dargestellte zu einem Würfel.

Fig. 121.

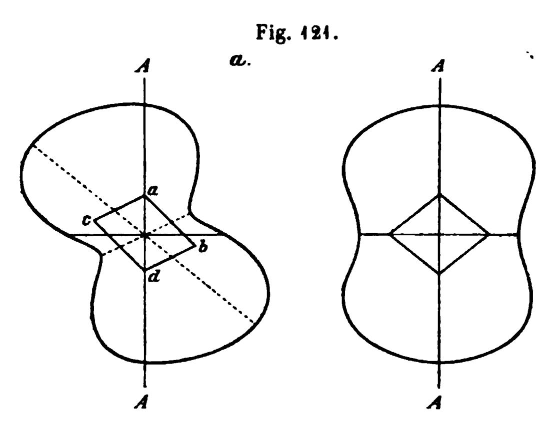
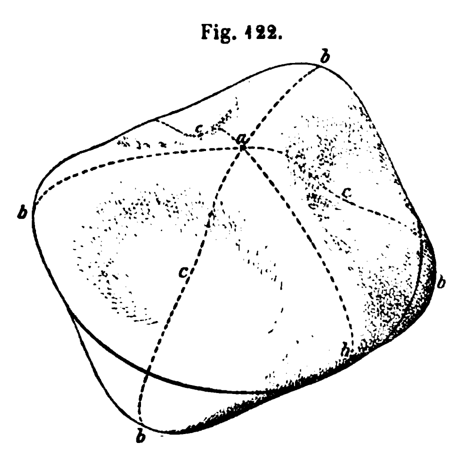


Fig. 122.



c) Die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten eines Krystalls dieser Abtheilung, welcher sieben von einander unabhängige Elasticitätsconstanten besitzt, unterscheidet sich von denen der vorigen dadurch, dass die Symmetrie nach drei in der optischen Axe einander schneidenden Ebenen fehlt (Beispiel: Dolomit).

d) Hier und in der folgenden Abtheilung ist keine Ebene mehr vorhanden, in welcher alle Richtungen unter gleichen Umständen gleiche

Dehnung erfahren, d. h. die Fläche besitzt keinen Kreisschnitt. Dagegen sind ihre Durchmesser in zwei zu einander senkrechten Richtungen der zur optischen Axe normalen Ebene gleich gross; sie ist ferner symmetrisch nach den beiden durch diese Richtungen und die Axe gelegten Ebenen und kann aus sechs Constanten berechnet werden.

e) Der Fläche fehlt die letzterwähnte Symmetrie und ihre Berechnung erfordert sieben Constanten. Beispiele der beiden letzten Abtheilungen sind bisher noch nicht experimentell untersucht worden.

3) Die optisch zweiaxigen Krystalle zerfallen in Bezug auf die Eigenschaften ihrer Oberfläche der Dehnungscoëfficienten in genau dieselben drei Abtheilungen, wie in Bezug auf die Dispersion ihrer Hauptschwingungsrichtungen.

Fig. 123.

a) In denjenigen Krystallen, in welchen die Indexflächen des Lichtes für alle Farben identische Orientirung besitzen, deren optische Verhältnisse also vollkommen symmetrisch sind zu drei auf einander senkrechten Ebenen, wird auch die Fläche der Dehnungscoëfficienten durch dieselben drei Ebenen symmetrisch halbirt. Fig. 123 stellt die betreffende Fläche des Baryt (natürl. schwefelsaures Baryum) in perspectivischer Ansicht dar, auf welcher die Durchschnitte mit den drei Symmetrieebenen durch punktirte Linien angegeben sind, während in Fig. 124 diese drei Schnittcurven für sich mit den der vorigen Figur entsprechenden

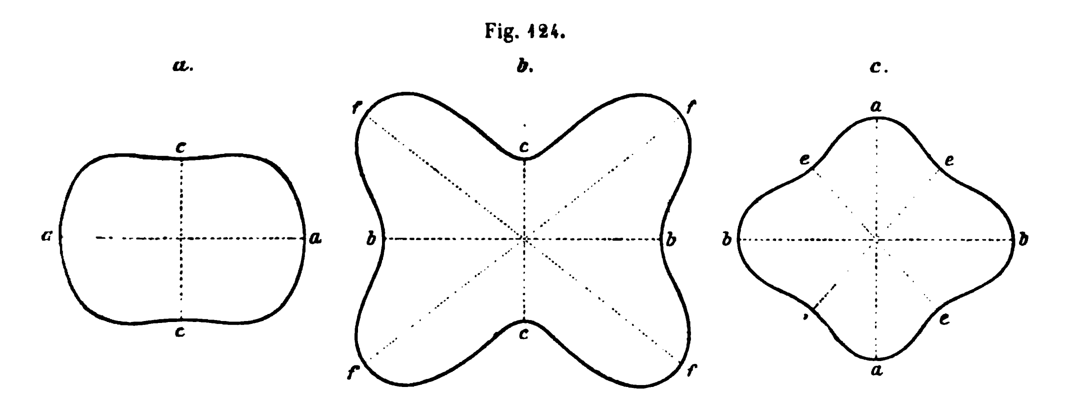


Fig. 124.

Buchstabenbezeichnungen wiedergegeben sind. Wie ersichtlich, liegt in der mit c bezeichneten Richtung (einer der drei Axen der Indexfläche) das absolute Minimum, in b ein relatives, während eine intermediäre Richtung f

dem absoluten Maximum entspricht). Beim Topas ist eine der drei Hauptschwingungsrichtungen grösster Durchmesser der Oberfläche, die Unterschiede sind hier aber viel geringer. Die Anzahl der zu bestimmenden Grössen beträgt in dieser Abtheilung neun.

b) Ist nur eine Axe der Indexfläche für verschiedene Farben identisch orientirt, so sind auch die Dehnungsverhältnisse, wie die optischen, nur symmetrisch in Bezug auf eine Ebene, welche zu jener gemeinsamen Richtung senkrecht steht. Der Durchschnitt der Dehnungsfläche mit dieser Ebene ist also nicht, wie im vorigen Falle, nach zwei auf einander senkrechten Richtungen (welche zweien weiteren Symmetrieebenen entsprechen symmetrisch. In der That haben ältere unvollständige Beobachtungen am Gyps für die Dehnungscoëfficienten in der Symmetrieebene eine ähnliche Curve ergeben, wie die im Hauptschnitte des Kalkspathes Fig. 121 *a*, am Glimmer für eine zur Symmetrieebene senkrechte Ebene eine Curve, welche durch erstere symmetrisch halbirt wird. Die noch an keinem Krystall ausgeführte vollständige Bestimmung der Oberfläche der Dehnungscoëfficienten bedarf dreizehn von einander unabhängiger Messungen der Dehnung und Torsion.

c) Diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle, in denen sämmtliche Schwingungsrichtungen dispergirt sind, welche also nach keiner Ebene Symmetrie ihrer optischen Eigenschaften darbieten, entbehren dieser auch in Bezug auf ihr Verhalten gegenüber einer Dilatation oder Compression. Sie stellen also den S. 204 erwähnten allgemeinen Fall dar, in welchem sämmtliche 21 Elasticitätsconstanten verschiedene Werthe besitzen. Die Gestalt der aus ihnen sich ergebenden Oberfläche der Dehnungscoëfficienten ist noch für keinen Krystall bestimmt worden.

In einem krystallinischen Aggregat (vergl. S. 44), welches aus unregelmässigen Partikeln einer krystallisirten Substanz in beliebiger gegenseitiger Orientirung besteht, müssen, wenn dasselbe genügend »dicht«, d. h. wenn die Partikel genügend klein sind, also in der Längsrichtung eines der Dehnung oder Torsion unterworfenen Stabes sehr viele derselben liegen, ihre durch die ungleiche Orientirung bedingten Unterschiede in den Elasticitätsverhältnissen sich ausgleichen, so dass für die letzteren ein Mittelwerth resultirt. Das Gleiche gilt offenbar auch für einen in beliebiger anderer Richtung aus demselben Aggregate geschnittenen Stab, daher in einem solchen Körper die Dehnung und Torsion scheinbar von der Richtung unabhängig sind, wie in den amorphen Körpern; man bezeichnet solche deshalb als »quasi-isotrope« Körper. Die in der von Voigt ausgearbeiteten und eingehend mit der Erfahrung verglichenen Theorie auftretenden »Elasticitätsconstanten« reduciren sich in den isotropen, d. h. amorphen Körpern auf zwei, von welchen der Dehnungs- und der Torsionscoëfficient in sehr einfacher Weise abhängen. Diese Constanten, welche nach der älteren Elasticitätstheorie von Poisson u. A. in einem bestimmten, für alle Körper gleichen Zahlenverhältnisse stehen müssten, lassen sich nach Voigt's

Theorie für einen »quasi-isotropen« Körper aus den Elasticitätsconstanten der Krystalle derselben Substanz berechnen unter der Voraussetzung, dass jener aus Krystallfragmenten bestehe, deren Dimensionen gross sind gegen die Wirkungssphäre der Moleküle, aber klein gegen seine gesammte Ausdehnung, und welche ohne Zwischenräume aneinander gelagert sind. Die hiernach berechneten Werthe für »dichten« Flussspath, Baryt etc. wurden in der That im Wesentlichen durch die Beobachtung bestätigt, und da Voigt auch für Glas Abweichungen von den durch die ältere Theorie geforderten Zahlenverhältnissen fand, so schliesst er, dass auch die meisten, vielleicht alle, uns amorph erscheinenden Körper aus regellos durcheinander gelagerten kleinsten Krystallfragmenten bestehen.

§ 32. Einfluss elastischer Deformationen auf die optischen und elektrischen Eigenschaften. Da die homogenen Deformationen, welche durch einen allseitig gleichen Druck (oder Zug) hervorgebracht werden, vollkommen den von einer gleichmässigen Temperaturänderung bewirkten entsprechen, so gelten die in § 27 gegebenen Darlegungen des Einflusses der letzteren auf die optischen Eigenschaften auch für erstere. Die von ihnen verursachten Aenderungen der Lichtgeschwindigkeit sind somit in allen optisch gleichwerthigen Richtungen gleich gross, so dass ein einfachbrechender Körper auch nach der Deformation noch einfachbrechend, ein einaxiger Krystall noch einaxig ist u. s. f.

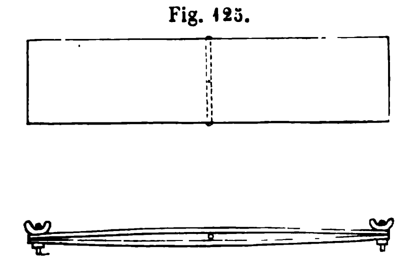
Jede nach bestimmter Richtung auf einen Körper wirkende elastische Kraft verursacht jedoch eine Deformation desselben, in Folge deren die Abstände der Moleküle in verschiedener Richtung ungleiche Aenderung erfahren, so dass Punkte des Körpers, welche vorher auf einer Kugeloberfläche lagen, sich nunmehr auf einer Oberfläche befinden, welche im Allgemeinen die Gestalt eines dreiaxigen Ellipsoides besitzt. Die hierdurch eingetretenen Differenzen der Beschaffenheit des Körpers nach verschiedenen Richtungen übertragen sich nun auch auf die Beschaffenheit des unter dem Einflusse der Körpertheilchen stehenden Lichtäthers, so dass dieser nunmehr die in vorher optisch gleichwerthigen Richtungen stattfindenden Lichtschwingungen im Allgemeinen nicht mehr mit der gleichen Geschwindigkeit fortpflanzt. Die Gesetze dieser Aenderungen sind von F. Neumann experimentell erforscht und theoretisch erklärt worden auf Grund der Annahme, dass ein gleichförmig dilatirter oder comprimirter amorpher Körper die Eigenschaften eines homogenen, optisch zweiaxigen Krystalls annimmt, in welchem die Axen der Indexfläche mit denen des Deformationsellipsoides zusammenfallen. In einem ungleichförmig dilatirten oder comprimirten Körper ist zwar für jede einzelne Stelle das Gleiche anzunehmen, aber Gestalt und Orientirung der optischen Indexfläche wechseln mit dem Orte im deformirten Körper. Da die Krystalle deformirenden Kräften gegenüber nach verschiedenen Richtungen sich ungleich verhalten, so sind ihre optischen Verhältnisse im deformirten Zustande, auch wenn es sich um einfach-

brechende handelt, sehr viel complicirter, als bei den amorphen Körpern, daher die an den letzteren zu beobachtenden Erscheinungen zuerst behandelt werden mögen.

Würden wir einen aus Glas hergestellten Würfel von zwei Seiten aus so zusammenpressen, dass er an allen Stellen im Innern gleichförmig deformirt wäre, so würde er genau dieselben optischen Eigenschaften annehmen, wie sie ein negativer einaxiger Krystall besitzt, dessen optische Axe in der Druckrichtung liegt*). Durch Druck nimmt das Glas also negative Doppelbrechung an. Eine ebensolche Spannung in einer bestimmten Richtung würde den entgegengesetzten Effect hervorbringen, das Glas würde sich verhalten, wie ein positiver einaxiger Krystall; durch eine solche Deformation wird das Glas also positiv doppeltbrechend.

Dass in der That im Glase eine Compression in der Schwingungsrichtung eines Lichtstrahles eine Vergrösserung, eine Dilatation eine Verkleinerung seiner Fortpflanzungsgeschwindigkeit hervorbringt, lässt sich durch die auftretenden Erscheinungen der Doppelbrechung, deren Charakter durch eine der in § 20 beschriebenen Methoden bestimmt werden kann, nachweisen. Diese Erscheinungen, und zwar beide, die durch Druck und die durch Spannung hervorgebrachten gleichzeitig, kann man am einfachsten durch folgenden, von F. Neumann angegebenen Versuch zur Anschauung bringen: Man nimmt zwei Spiegelglasstreifen von 2—3 Decimeter Länge, ca. $\frac{1}{2}$ Decim. Breite und 5—6 mm Dicke, legt zwischen dieselben einen Metalldraht und krümmt sie, am besten durch Klemmschrauben, allmählich bis zur Berührung an den Enden, so dass sie einander die concaven Seiten zukehren (s. Fig. 125, welche dieselben von der Seite und von oben darstellt). Durch diese Krümmung sind die äusseren, convexen Flächen der Platten grösser, die inneren concaven dagegen kleiner geworden, als sie vorher waren, jene sind also in der Längsrichtung

Fig. 125.



*) Sehr schön kann man diese Wirkung des Druckes an weicher Gelatine, einer ebenfalls amorphen Substanz, nachweisen, wenn man eine kreisrunde Platte derselben zwischen Glasplatten auf den Objectträger des Nörremberg'schen Polarisationsapparates bringt und alsdann das Ocularrohr so weit herabschraubt, dass die Platte zusammengepresst wird; dieselbe zeigt dann die normale Interferenzfigur eines einaxigen Krystalls. Eine Mischung von Wachs und Harz, zwischen zwei Glasplatten mässig gepresst, verhält sich ebenso, und ein solches Präparat zeigt die Erscheinung sogar dauernd; doch wird von manchen Autoren angenommen, dass dieselbe darauf beruhe, dass in solchen organischen Substanzen sich sehr winzige krystallinische Partikel befinden, welche regellos durcheinander liegen, so dass ihre doppeltbrechende Wirkung auf das Licht sich gegenseitig aufhebt, während sie durch Druck parallel orientirt werden und nunmehr zusammen optisch wirken.

gespannt, diese in derselben Richtung zusammengepresst. Die Fig. 126 zeigt dies deutlicher, da hier die Krümmung so stark dargestellt ist, wie sie mit Glasstreifen in Wirklichkeit nicht vorgenommen werden kann. In der äussersten Glasschicht, z. B. bei a, ist die Spannung ∥ ll gerichtet, also ist an dieser Stelle die Geschwindigkeit der parallel ll schwingenden Strahlen am kleinsten, am grössten (nämlich gleich der im ungepressten Zustande) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ∥ qq schwingenden. An einer weiter nach innen liegenden Stelle b ist immer noch eine Verlängerung nach ll, jedoch eine geringere, vorhanden; die ∥ ll schwingenden Strahlen haben also die kleinste, die ∥ qq schwingenden die grösste Geschwindigkeit, aber die Differenz beider ist kleiner. In der Mitte des Glasstreifens, bei c und auf allen Punkten der durch c gehenden Linie CcC', wird jene Differenz Null sein; es ist dies diejenige Linie, welche im ungebogenen Zustande des Glasstreifens die gleiche Länge besitzt, also weder eine Pressung noch eine Spannung erfahren hat. Auf der concaven Seite dagegen ist der Glasstreifen durch die Biegung in seiner Längsrichtung zusammengepresst, und zwar in der Linie DD' weniger, als in JJ', denn letztere Linie ist von allen die kürzeste geworden. In d sowohl als in i ist in Folge der Pressung die Lichtgeschwindigkeit der ∥ $l'l'$ schwingenden Strahlen am grössten, die der senkrecht dazu, ∥ $q'q'$, schwingenden am kleinsten, aber in i ist die Differenz beider im Maximum. Der Glasstreifen muss also in seiner ganzen Dicke doppeltbrechend sein, bis auf eine Zone in der Mitte; die Doppelbrechung ist am stärksten in der äussersten und der innersten Zone, aber in der einen negativ, in der andern positiv, und sie nimmt von da an Stärke ab nach nnen bis zu jener neutralen Zone, wo sie gleich Null wird. Bringen wir die so gebogenen Glasstreifen nun derart zwischen zwei gekreuzte Nicols (in das Polarisationsinstrument mit parallelem Licht), dass die Lichtstrahlen parallel der Längrichtung des Drahtstückes Fig. 125, also durch eine etwa $\frac{1}{2}$ Decim. dicke Glasschicht hindurchgehen, so werden alle Strahlen, mit Ausnahme der in die neutrale Zone fallenden, in je zwei polarisirte zerlegt, welche parallel ll und qq schwingen und sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Eine noch geringere Biegung, als sie Fig. 125 darstellt, genügt bei den angegebenen Dimensionen bereits, den beiden durch die Doppelbrechung entstehenden Strahlen in der innern und äussern Grenzschicht beim Austritt einen Gangunterschied von mehreren Wellenlängen zu verleihen, in den der Mitte näheren Zonen natürlich weniger. In einem bestimmten Abstand von der neutralen Zone wird derselbe genau $= \lambda$ sein, dort wird also bei gekreuzten Nicols vollständige Vernichtung des Lichtes stattfinden, wie in der

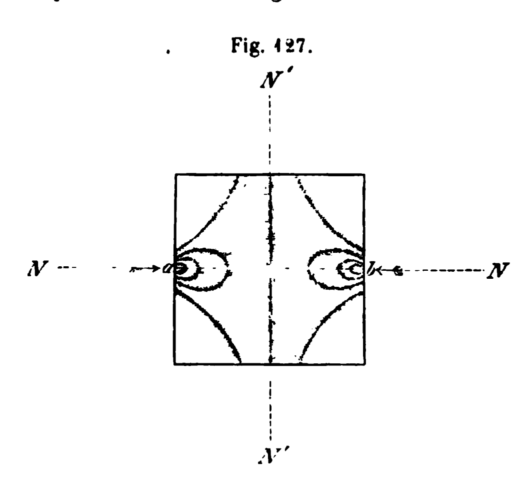
Fig. 126.



einfachbrechenden Zone selbst, ebenso in derjenigen, wo der entstehende Gangunterschied $= 2\lambda$ ist u. s. f. Stellt man die Längsrichtung der Glasstreifen einem der Nicols parallel, so werden natürlich alle Stellen derselben dunkel erscheinen. In jeder andern Stellung dagegen müssen, wenn das angewandte Licht homogenes war, zwischen den Zonen mit den Gangunterschieden 0, λ, 2λ u. s. f. helle Zonen auftreten, deren Helligkeit am grössten in der Mitte zwischen zwei dunklen sein muss, da dort der Gangunterschied resp. $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$ u. s. f. beträgt. Den grössten Unterschied der Intensität zwischen hellen und dunklen Zonen erhält man selbstverständlich, wenn die Längsrichtung der Glasstreifen 45° mit den Schwingungsrichtungen der Nicols bildet. Hieraus ergiebt sich ganz von selbst die Erscheinung im weissen Lichte: in der Mitte des Glasstreifens erscheint die neutrale Zone in der ganzen Länge schwarz, zu beiden Seiten, ihr und den Aussenflächen der Glasstreifen parallel, Farbenstreifen, von der Mitte aus nach beiden Seiten genau in derselben Reihenfolge der Farben, wie sie (im convergenten Lichte) in den Farbenringen der einaxigen Krystalle, senkrecht zur Axe geschnitten, auftreten.

Umwindet man eine kreisförmige Platte von Glas auf ihrer cylindrischen Seitenfläche mit einer sehr festen Schnur und zieht diese stark an, so wird jene von allen Punkten des Umfanges aus nach dem Centrum hin zusammengepresst, am stärksten am Rande, immer weniger nach der Mitte zu. Im parallelen Lichte zeigen alle Stellen gleichen Druckes, d. h. alle auf einem mit dem Umfang der Platte concentrischen Kreise liegenden Punkte, gleiche Farben; es erscheinen also die kreisförmigen isochromatischen Curven mit dem schwarzen Kreuz, genau wie bei den einaxigen Krystallen im convergenten Lichte.

Fig. 127.



Presst man ein quadratisches Stück Glas nicht gleichmässig von zwei gegenüberliegenden Flächen, sondern nur von zwei Stellen aus zusammen und bringt es so in paralleles polarisirtes Licht bei gekreuzten Nicols, dass die Gerade zwischen jenen beiden Punkten 45° mit den Nicols einschliesst, so entsteht eine Aufhellung, bei stärkerem Drucke eine Farbe, in der Nähe der beiden gepressten Stellen. Diese Aufhellung wird aber nach allen Seiten von da aus schwächer, d. h. das Glas ist unmittelbar bei denselben am stärksten zusammengepresst, und der Druck nimmt ab mit der Entfernung von ihnen, der mittlere Theil ist gar nicht von ihnen betroffen worden, bleibt also dunkel.

Wird jedoch ein stärkerer Druck ausgeübt, so werden die benachbarten Glastheilchen in der Druckrichtung eine um so viel grössere Compression angenommen haben, als senkrecht dazu, dass die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen um mehrere Wellenlängen gegen einander verschoben sind, also eine Farbe zweiter oder dritter Ordnung daselbst erscheint. Fig. 127 zeigt die alsdann im parallelen polarisirten Lichte beobachtete Erscheinung, wenn die durch Pfeile bezeichnete Druckrichtung *ab* dem Hauptschnitte der beiden Nicols parallel ist; von *a* und *b* aus nimmt der Druck, folglich auch die Stärke der Doppelbrechung, nach allen Seiten ab, also erscheinen in grösseren Abständen andere Interferenzfarben, die zusammen ein Bild isochromatischer Curven liefern, welches mit dem bekannten Lemniscatensystem zweiaxiger Krystalle grosse Aehnlichkeit besitzt.

Erwärmt man ein Stück Glas ungleichmässig, so treten in demselben durch die ungleiche Ausdehnung Spannungen und Pressungen ein, und es zeigen sich dem entsprechende Erscheinungen der Doppelbrechung. Diese lassen sich auch dauernd machen, indem das Glas stark erhitzt und dann schnell abgekühlt wird; man erhält dann sogen. »gekühlte Gläser«, welche im polarisirten Licht je nach ihrer Gestalt die mannigfaltigsten Interferenzbilder liefern.

Unter den amorphen organischen Körpern giebt es viele, sogenannte colloidale Substanzen, wie Collodium, Gelatine u. a., welche die Eigenschaft haben, beim Uebergang aus dem gelösten in den festen Zustand, bei der Entfernung des Lösungsmittels durch Eintrocknen, eine erhebliche Contraction zu zeigen. Lässt man solche Körper unter Umständen eintrocknen, unter denen sie sich nicht nach allen Richtungen gleichmässig zusammenziehen können, so müssen dieselben in denjenigen Richtungen, in welchen die Contraction verhindert wurde, sich im Zustande der Spannung befinden. Giesst man z. B. eine starke Auflösung von Gelatine warm in einen auf einer Glasplatte liegenden, mit einer Handhabe versehenen Rahmen, hebt nach dem Gerinnen die entstandene Scheibe von der Glasplatte ab und lässt sie in dem Rahmen frei eintrocknen, so haftet dieselbe ringsum an dem letzteren und kann sich also in ihrer Ebene nicht contrahiren. Nach dem vollständigen Erhärten besitzt daher eine solche Platte eine Spannung in allen ihrer Ebene parallelen Richtungen und behält dieselbe auch, wenn sie aus dem Rahmen gelöst wird. Gelänge es, diese Spannung nach allen jenen Richtungen gleich stark zu machen, so würde eine solche Platte im convergenten Lichte das Interferenzbild eines einaxigen Krystalls zeigen müssen; da aber die Gelatine nicht in allen Theilen gleichmässig eintrocknet, oft sich auch an einzelnen Stellen vom Rande ablöst, so sind es immer nur einzelne Partien in grösseren Platten, welche gleichmässig genug gespannt geblieben sind, um jene Erscheinung zu zeigen. Käufliche Gelatineplatten, wie sie von Lithographen gebraucht werden, zeigen zuweilen deutlich das dunkle Kreuz und, wenn mehrere derselben über einander geschichtet werden, auch die Farbenringe; die Doppelbrechung in diesen Platten ist negativ, woraus hervorgeht, dass auch in der Gelatine Spannung ebenso wie im Glase wirkt. Bei den im Rahmen erstarrten Platten ist dagegen im Allgemeinen die Spannung in verschiedenen, der Platte parallelen Richtungen ungleich, die Platte muss also die optischen Eigenschaften eines zweiaxigen Krystalls annehmen. In der That zeigen alle Stellen einer solchen, in denen auf eine gewisse Erstreckung hin die Spannungsverhältnisse nahezu constant sind, im convergenten polarisirten Lichte das Interferenzbild zweiaxiger Krystalle, verschiedene Stellen einer und derselben Platte aber mit verschiedenem Axenwinkel und verschiedener Richtung der Axenebene, weil mit dem Orte in der Platte auch das Verhältniss, in welchem die Spannung nach verschiedenen Richtungen steht, und die Orientirung der Maximalspannung wechselt; endlich hängt die Vertheilung der Spannungsverhältnisse

natürlich auch ab von der Form des Rahmens, in welchem die Erstarrung erfolgte. Bei dünnen Platten reducirt sich wegen der schwachen Doppelbrechung die Interferenzerscheinung auf das Auftreten des dunklen Kreuzes resp. der Hyperbeln auf hellem Grunde (je nachdem die Ebene der optischen Axen an der betreffenden Stelle einem Nicolhauptschnitte parallel geht oder beide schief durchschneidet); man beobachtet daher gleichsam nur den mittleren Theil der in Fig. 77*b* und 78*b* dargestellten Erscheinung; bei dickeren Platten treten aber auch die Farbenringe in das Gesichtsfeld. Aehnliches Verhalten zeigen: Horn, Thierblase (besonders mehrfach über einander gelegt) und andere organische Substanzen. Endlich enthalten auch die gekühlten Gläser Stellen, welche deutliche Axenbilder liefern, und diese lassen da, wo der Axenwinkel einen grösseren Werth erreicht, auch eine deutliche Dispersion der Axen erkennen, woraus zu schliessen, dass der Druck die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes verschiedener Farbe in ungleicher Weise beeinflusst.

Das Gleiche ist auch der Fall mit der Absorption des Lichtes verschiedener Farben. In Folge dessen wird ein Druck oder Zug, welcher einen amorphen Körper in einen doppeltbrechenden verwandelt, in demselben, wenn er eine ausgesprochene Farbe besitzt, auch Dichroismus hervorbringen. In der That wies Kundt zuerst an gespannten Kautschuk- und Guttaperchaplatten einen solchen »temporären Dichroismus« mit der Haidinger'schen Lupe nach.

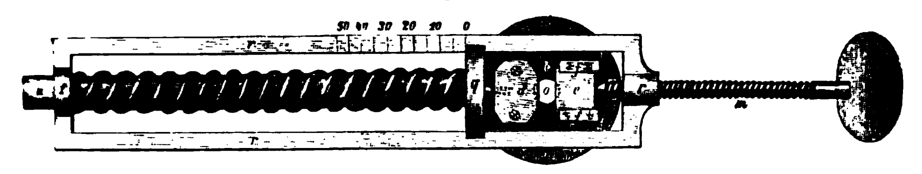
Dass auch in Krystallen durch einseitigen Druck Doppelbrechung erzeugt wird, beobachtete Brewster bereits 1815; doch ist erst in neuerer Zeit die von Neumann gegebene Theorie der Aenderung der optischen Eigenschaften der amorphen Körper durch elastische Deformationen von Pockels auf jene angewendet und gezeigt worden, in welcher Weise die Aenderungen der optischen Indexfläche von dem »Deformationsellipsoid« des Krystalls abhängig ist. Da nun das Verhalten eines Krystalls in Bezug auf Compression und Dilatation ein verschiedenes ist, je nach seiner Zugehörigkeit zu einer der neun S. 204 erwähnten Klassen, so ist auch die Aenderung der optischen Eigenschaften dem entsprechend verschieden.

1) Die einfachbrechenden Krystalle werden durch einseitigen Druck (oder Zug), wie derselbe auch orientirt sei, doppeltbrechend, und zwar ist die optische Aenderung proportional dem Druck, und für jede beliebige Richtung desselben lässt sich mittelst der Theorie (welche von Pockels für mehrere hierher gehörige Körper durch Versuche geprüft wurde) die Gestalt und Orientirung der im Allgemeinen optisch zweiaxigen Indexfläche berechnen aus der, durch die Elasticitätsconstanten des Krystalls und die auf ihn wirkenden Kräfte bestimmten, Deformation desselben, aus seinen optischen Constanten im unveränderten Zustande und aus gewissen zu beobachtenden Grössen, welche die Aenderung der optischen Eigenschaften bestimmen. Optisch einaxig wird ein Krystall dieser Klasse nur dann, wenn die Richtung des Druckes die Normale eines Kreisschnittes der Oberfläche der Dehnungscoëfficienten oder eine der drei zu einander senkrechten Maxima oder Minima derselben ist (vergl. S. 205).

2) Optisch einaxige Krystalle, in der Richtung ihrer optischen Axe einem Drucke unterworfen, werden stärker oder schwächer doppeltbrechend, bleiben aber immer optisch einaxig. Alsdann entspricht die Druckrichtung nämlich ebenfalls einem Kreisschnitte der Dehnungsfläche oder

einer Richtung, zu welcher senkrecht zwei Richtungen mit gleichem Dehnungscoëfficient existiren (vergl. S. 205 f. a)—e)). In jeder andern Richtung bewirkt dagegen ein einseitiger Druck eine Deformation, welche den Krystall in einen optisch zweiaxigen verwandelt. Zur Beobachtung der in diesem Falle eintretenden Erscheinungen dient der von Bücking construirte, in Fig. 128 abgebildete Apparat, welcher zugleich gestattet, die Stärke des auf den

Fig. 128.



Krystall ausgeübten Druckes zu messen. Derselbe besteht zunächst in einer in der Mitte durchbohrten Messingscheibe b, welche an Stelle des drehbaren Krystallträgers mit dem Nörremberg'schen Polarisationsapparate verbunden werden kann. Auf dieser ist eine Stahlplatte d festgeschraubt, gegen welche die zu untersuchende, über der Oeffnung o befindliche Krystallplatte angelegt und mittelst einer zweiten, zwischen den abgeschrägten Schienen f verschiebbaren Platte e durch Anziehen der Schraube m zusammengepresst wird. Letztere geht durch einen von Messing gefertigten starken Rahmen r, welcher an der entgegengesetzten Seite bei t eine kreisförmige Durchbohrung besitzt; in dieser ist ein Messingcylinder n verschiebbar, dessen Ende eine Scheibe q trägt, in welche der Rahmen r so eingelassen ist, dass q sich nur verschieben, nicht drehen lässt. Um den Cylinder n ist eine starke Spiralfeder gewunden, welche in gespanntem Zustande gegen den Querbalken t des Rahmens und gegen die Messingplatte q drückt; letztere trägt auf der dem Cylinder entgegengesetzten Seite in ihrer Mitte einen Bolzen, der in eine Vertiefung der Platte d hineinragt. Wird nun nach Einfügung der Krystallplatte die Schraube m angezogen, so wird der Rahmen r dem Kopfe der Schraube genähert und dadurch die Spiralfeder comprimirt; ihre Spannung wirkt durch q auf die Platte d, sowie durch m auf die Platte e und somit auch auf den zwischen den beiden Platten befindlichen Krystall. An der einen längeren Seite des Rahmens ist eine Theilung angebracht, deren Nullpunkt derjenigen Stellung der Scheibe q entspricht, in welcher die Feder ungespannt ist; an derselben kann die Spannung der Feder und damit der auf den Krystall ausgeübte Druck direct in Kilogrammen abgelesen werden. Mit Hülfe dieses Apparates ist es leicht, sich von dem Vorhandensein der Doppelbrechung in einem gepressten Würfel, hergestellt aus Glas oder einem einfachbrechenden Krystall, zu überzeugen. Um nun das Verhalten eines einaxigen Krystalls zu prüfen, schleift man aus einem solchen einen kleinen Würfel derart, dass zwei Seitenpaare desselben der optischen Axe parallel, das dritte dazu senkrecht ist. Bringt man diesen Würfel so zwischen die beiden

Stahlplatten *d* und *e*, dass zwei Flächen der ersteren Art an den letzteren anliegen und die optische Axe des Krystalls senkrecht zur Ebene der Zeichnung steht, so erfährt der Krystall beim Anziehen der Schraube eine Compression, deren Richtung senkrecht zu seiner optischen Axe steht. Ist nun der Druckapparat mit dem Polarisationsinstrument (für convergentes Licht) verbunden, so erblickt man in diesem die normale Interferenzerscheinung des einaxigen Krystalls, so lange die Platte noch keiner Pressung unterworfen ist. Zieht man dagegen die Schraube an, so beginnen die kreisförmigen Farbenringe sich elliptisch zu verlängern, und wenn die Richtung der Verlängerung diagonal zu den Hauptschnitten der Nicols des Instrumentes liegt, so gehen die Arme des schwarzen Kreuzes in der Mitte auseinander und verwandeln sich in Hyperbeln, kurz, es entsteht das Interferenzbild eines zweiaxigen Krystalls mit kleinem Axenwinkel, dessen Grösse jedoch mit Zunahme des Druckes wächst. Was die Richtung der Ebene betrifft, in welcher die beiden nun vorhandenen optischen Axen liegen, so hängt sie davon ab, ob der untersuchte Krystall positive oder negative Doppelbrechung besass. Wird durch einen Druck, wie im Glase (s. S. 210), die Geschwindigkeit der in der Druckrichtung schwingenden Lichtstrahlen vergrössert, so muss bei den beiden Arten von einaxigen Krystallen das Resultat in Bezug auf die Lage der Axenebene gerade das entgegengesetzte sein, wie leicht einzusehen. Bei den positiven Krystallen nämlich haben die parallel der Axe schwingenden Strahlen die kleinste Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die senkrecht dazu schwingenden die grösste; wird nun für einen der letzteren die Geschwindigkeit durch den Druck noch weiter vergrössert, so wird dessen Schwingungsrichtung diejenige der grössten, die dazu senkrecht in derselben Ebene gelegene die der mittleren, die frühere optische Axe bleibt die Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit; da die optischen Axen eines zweiaxigen Körpers stets in der Ebene der ersten und dritten dieser Richtungen liegen, so müssen die beiden Axen in Folge des Druckes in einer Ebene auseinander gehen, welche der Druckrichtung parallel ist. Da der durch Pressung hervorgebrachte Axenwinkel immer klein ist, so bleibt die frühere optische Axe stets erste Mittellinie, also ist der zweiaxige Krystall, welcher aus dem positiven einaxigen entsteht, ebenfalls positiv. Bei den negativen Krystallen enthält die zur optischen Axe senkrechte Ebene alle Schwingungsrichtungen der kleinsten Lichtgeschwindigkeit; in der Druckrichtung wird die letztere vergrössert, folglich wird sie Schwingungsrichtung der jetzt mittleren, die dazu senkrecht in derselben Ebene gelegene wird die der kleinsten, die frühere optische Axe bleibt die der grössten Lichtgeschwindigkeit; die beiden optischen Axen gehen demnach in einer zur Druckrichtung senkrechten Ebene auseinander, und es entsteht ein negativ zweiaxiger Krystall. Dieses Verhalten zeigen nun in der That alle bisher untersuchten einaxigen Krystalle, und zwar haben die Versuche Bücking's gelehrt, dass ein verhältnissmässig geringer Druck

im Stande ist, in einem einaxigen Krystall einen kleinen Axenwinkel hervorzurufen, dass aber ein sehr viel stärkerer Druck nöthig ist, um den Axenwinkel weiter zu vergrössern, dass also die Aenderung des letzteren nicht proportional dem Drucke vor sich geht.

Besonders interessante Resultate liefert die Anwendung eines Druckes auf solche einaxige Krystalle, welche die Polarisationsebene des Lichtes drehen, z. B. Quarz. Dieser ist positiv doppeltbrechend, erhält also, wenn er senkrecht zur Axe gepresst wird, zwei Axen in der der Druckrichtung parallelen Ebene. Das entstehende Axenbild zeigt dann in der Mitte der die beiden Axen umgebenden Ringe ebenso eine Färbung, welche sich beim Drehen des Analysators ändert, wie die Mitte des Interferenzbildes einer ungepressten Quarzplatte, daher auch in der Richtung der beiden optischen Axen eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes stattfinden muss. Die Versuche von Mach und Merten haben gezeigt, dass in diesen Richtungen nicht je zwei circular, sondern zwei elliptisch schwingende Strahlen von entgegengesetztem Sinne der Bewegung sich fortpflanzen und beim Austritt sich zu einer einzigen elliptischen Vibration zusammensetzen, deren grosse Bahnaxe im Sinne des Strahles von grösserer Fortpflanzungsgeschwindigkeit gedreht ist, wobei der Gangunterschied durch den Druck sogar vermehrt worden ist, verglichen mit dem der beiden circularen Strahlen im normalen Quarz. Unter Berücksichtigung der nach der Theorie von Gouy (s. S. 144) stattfindenden Superposition der durch Doppelbrechung und der durch Circularpolarisation hervorgebrachten Phasendifferenzen hat Beaulard durch Untersuchung der Ellipticität vorher gradlinig polarisirter, durch gepressten Quarz in verschiedenen Richtungen hindurchgegangener Lichtstrahlen gefunden, dass das Rotationsvermögen des Quarzes durch den Druck nicht verändert werde, sondern nur die Doppelbrechung, und dass in jeder der beiden (in diesem Falle einen Winkel von 13° einschliessenden) optischen Axen normale Circularpolarisation vorhanden sei.

3) Optisch zweiaxige Krystalle, in der Richtung einer ihrer Hauptschwingungsrichtungen einem Drucke unterworfen, müssen, da hierdurch das Verhältniss der drei Axen der optischen Indexfläche, von welchem die Grösse des Axenwinkels abhängt, geändert wird, eine Aenderung des letzteren erfahren. Die bisher mit dem Bücking'schen Apparat untersuchten Krystalle haben gezeigt, dass auch bei ihnen die Geschwindigkeit der in der Druckrichtung schwingenden Strahlen durch den Druck vergrössert wird. Schleift man z. B. aus einem negativen Krystall einen Würfel, dessen Seiten den drei optischen Hauptschnitten parallel sind, und bringt denselben so in das Instrument, dass die erste Mittellinie senkrecht steht, im Polarisationsapparat also das Interferenzbild mit den Lemniscaten sichtbar ist, und presst den Krystall in der Richtung der Y-Axe der Indexfläche d. h. senkrecht zur Axenebene, so wird die mittlere Lichtgeschwindigkeit grösser, nähert sich also der grössten, d. i. derjenigen in der ersten Mittellinie, also muss der Axenwinkel zunehmen. Dreht man nun den

Krystall um die erste Mittellinie um 90° und presst ihn von den beiden andern Seitenflächen aus, d. h. in der Schwingungsrichtung der kleinsten Lichtgeschwindigkeit, so muss diese grösser werden, sich also der mittleren nähern; die beiden zur ersten Mittellinie senkrechten, im Instrument horizontalen Axen der Indexfläche sind folglich dann weniger von einander verschieden, der Krystall nähert sich in seinen optischen Eigenschaften einem solchen, in welchem diese beiden Richtungen optisch gleichwerthig sind, d. h. einem einaxigen Krystall; der Axenwinkel muss somit kleiner werden. Es leuchtet ein, dass bei einem kleinen Axenwinkel, d. h. wenn die Hauptbrechungsindices β und γ schon von vorn herein wenig verschieden sind, ein gewisser Druck genügen wird, um beide ganz gleich zu machen: alsdann ist der Krystall in einen negativ einaxigen verwandelt. Steigert man den Druck noch weiter, so wird das frühere γ grösser als β und somit die Z-Axe der optischen Indexfläche die mittlere; die optischen Axen müssen also wieder aus einander gehen, aber in einer zu der früheren senkrechten Ebene. Bei demjenigen Drucke, unter welchem $\beta = \gamma$, ist aber der Krystall einaxig nur für eine bestimmte Farbe, da die durch Druck hervorgebrachte Aenderung der Fortpflanzungsverhältnisse des Lichtes für verschiedene Farben eine ungleiche ist; wendet man also einen Druck an, durch welchen der Krystall für mittlere Farben einaxig wird, so liegen die optischen Axen für den einen Theil des Spectrums noch in der früheren Ebene, für den andern sind sie bereits in der neuen Axenebene aus einander getreten; eine solche Platte verhält sich also, wenn ihre Dispersion gross genug ist, wie die S. 109 beschriebenen Substanzen mit gekreuzten Axenebenen. Bei positiven Krystallen muss, wie eine analoge Betrachtung lehrt, ein Druck senkrecht zur Ebene der Axen den Winkel derselben verkleinern (bei kleinem Anfangswinkel der Axen den Krystall in einen positiv einaxigen umwandeln), ein Druck parallel der Axenebene den Axenwinkel vergrössern. Wirkt endlich der Druck nicht parallel einer der drei Hauptschwingungsrichtungen, sondern in einer beliebigen andern Richtung, so ist klar, dass sich nicht nur die Gestalt, sondern auch die Orientirung der optischen Indexfläche ändern muss.

Optisch anomale Krystalle. Nach dem Vorstehenden bewirkt einseitiger Druck oder Zug in einem Krystalle stets, dass derselbe Eigenschaften annimmt verschieden von denjenigen, welche gesetzmässig der Klasse von Krystallen zukommen, der jener im normalen Zustande angehört. Wenn die betreffenden Kräfte nicht auf alle Theile des Krystalls gleichmässig wirken, so sind die entstehenden Erscheinungen, gerade so, wie die S. 211 f. beschriebenen deformirter amorpher Körper, auch noch mit dem Ort im Krystall wechselnde; der letztere hat dann auch aufgehört, homogen zu sein. Wenn nun in einem Krystall durch irgend eine Ursache die Abweichungen seiner optischen Eigenschaften von denjenigen im normalen Zustande dauernde geworden sind, so bezeichnet man einen solchen als »optisch anomal«. In den einfachbrechenden Diamantkrystallen finden sich

B. nicht selten fremde, während der Bildung eingeschlossene Körper Krystalle anderer Mineralien) umgeben von einer Zone, in welcher der Diamant deutliche Doppelbrechung zeigt. Die Ursache dieser Erscheinung ist die Ungleichheit der Ausdehnungscoëfficienten beider Körper, deren Krystallisation bei einer andern, jedenfalls sehr hohen Temperatur stattfand; in Folge dessen zogen sich beide während der Abkühlung auf die jetzige Temperatur in verschiedenem Grade zusammen, so dass nun die Theile, in welchen sie aneinander grenzen, in der jedesmaligen Richtung der Normale zur Grenzfläche sich im Zustande einer Compression oder Dilatation befinden müssen. Da durch Druck auch die Absorptionsverhältnisse gefärbter Körper beeinflusst werden, so können in der angegebenen Weise auch »pleochroitische Höfe« in Krystallen, eingeschlossene kleinere eine anderen Substanz umgebend, entstehen.

Sehr viele, ihren sonstigen Eigenschaften nach zur ersten Klasse (den einfachbrechenden) gehörige Krystalle, welche keine erkennbaren Einschlüsse enthalten, zeigen nun in ihrer ganzen Ausdehnung deutliche Doppelbrechung, meist in der Art, dass sie in regelmässiger Weise aus Theilen zusammengesetzt erscheinen, in denen die Orientirung der Schwingungsrichtungen eine verschiedene ist. Ebenso giebt es Krystalle, welche die Form optisch einaxiger besitzen, aber zweiaxig sind und zwar an verschiedenen Stellen mit verschiedenem Winkel der Axen und verschiedener Orientirung der Ebene derselben. Für diese optische Anomalien, welche, wie die S. 211 f. beschriebenen amorpher Körper, zuerst von Brewster beobachtet wurden, versuchte Reusch eine Erklärung durch die Annahme zu geben, dass die betreffenden Substanzen während ihrer Krystallisation, ähnlich wie colloidale Körper beim Festwerden, eine gewisse Contraction erleiden, durch welche alsdann eine bleibende Spannung in denselben entstehe. In den Krystallen des Alauns z. B. tritt die Doppelbrechung in der Weise auf, als sei die Substanz des Krystalls gespannt innerhalb gewisser Ebenen, parallel welchen die schichtenweise Auflagerung beim Aufbau desselben stattfand. Alsdann müsste die Vertheilung dieses anomalen Zustandes in einer gewissen Abhängigkeit von der äusseren Form eines solchen Krystalls stehen, und dies ist in der That bei den hierher gehörigen Substanzen der Fall. Für diese Erklärung der Erscheinung sind deshalb die Versuche von Interesse, welche man mit amorphen Körpern angestellt hat, denen künstlich eine den Krystallen entsprechende Form gegeben wurde. Klein und Ben Saude fertigten zu diesem Zwecke Hohlformen von Krystallmodellen, füllten dieselbe mit Gelatine, nahmen letztere nach 2—3tägigem Trocknen heraus und schnitten daraus in bestimmten Richtungen Platten, welche zur Verhinderung weiteren Eintrocknens in Canadabalsam eingelegt wurden. Diese zeigten denn nun in der That Doppelbrechungserscheinungen, analog denen solcher optisch anomaler Krystalle, welche dieselben Formen wie die Gelatinemodelle besitzen, besonders lassen sie eine Theilung in Sectoren mit verschiedenen

Auslöschungsrichtungen erkennen, deren Grenzen eine von der Form des Modells abhängige Lage besitzen.

Da nun aber für die Annahme, dass eine krystallisirte Substanz während des Vorganges der Krystallisation Volumänderungen erfahre, wie ein allmählich in den festen Zustand übergehender colloidaler Körper, keinerlei Beweis geliefert werden kann, so stellte Mallard jener Erklärung der optischen Anomalien diejenige entgegen, dass die betreffenden Krystalle aus einander durchdringenden Partien resp. sehr dünnen Lamellen von normal beschaffener, aber verschieden orientirter Krystallsubstanz aufgebaut seien. Dass dieselben alsdann die erwähnten Erscheinungen zeigen müssen, ist bereits S. 136, 137 und 140 auseinandergesetzt worden. Für sehr viele, früher als »optisch anomal« bezeichnete Krystalle hat Mallard in der That den Beweis der Richtigkeit dieser Erklärung geliefert. Da es sich nun bei derartig zusammengesetzten Gebilden, welche sich an verschiedenen Stellen optisch verschieden verhalten, nur um scheinbar einfache Krystalle handelt, und die verschieden orientirten Partien derselben optisch normal beschaffen sind, so darf man ein solches Gebilde eigentlich nicht als einen »optisch anomalen Krystall« bezeichnen, wie es vielfach geschieht. Die Fälle wirklicher »optischer Anomalie« eines Krystalls (abgesehen von der temporären S. 214 bis 218 beschriebenen) reduciren sich wahrscheinlich auf die durch Einschlüsse hervorgebrachten (s. vor. S.) und vielleicht auf gewisse Erscheinungen sogenannter »isomorpher Mischungen«, d. h. Krystalle, welche aus Molekülen zweier Salze von sehr ähnlichen, jedoch nicht genau gleichen Dimensionen aufgebaut sind, so dass es wohl möglich erscheint, dass durch diese molekulare Inhomogenität dauernde Spannungen des ganzen Gebildes zu Stande kommen. Dafür sprechen die Beobachtungen von Brauns, nach denen z. B. Krystalle des Alauns normal einfachbrechend sind, wenn sie aus dem chemisch reinen Salze bestehen, dagegen deutliche Doppelbrechung zeigen, wenn sie isomorphe Beimischungen enthalten.

Piëzoelektricität. Da eine Compression eines Körpers wirkt, wie eine Verminderung, eine Dilatation, wie eine Erhöhung der Temperatur desselben so ist zu erwarten, dass in denjenigen Krystallen, welche durch eine Temperaturänderung elektrisch werden, den sogen. pyroelektrischen (s. S. 196), auch während einer Compression oder Dilatation eine Polarität in der Richtung ihrer elektrischen Axen erregt werde, und zwar müsste die Abnahme des Druckes an demselben Pole einer solchen Axe die entgegengesetzte Elektricität erzeugen, als die Zunahme desselben. Diese mit dem Namen der »Piëzoelektricität« belegte Eigenschaft pyroelektrischer Krystalle entdeckten J. und P. Curie. Wird z. B. ein Turmalin von zwei zur optischen Axe senkrechten Endflächen aus zusammengepresst, so nimmt dasjenige Ende, welches beim Abkühlen des ganzen Krystalls positiv würde (d. i. nach S. 196 der antiloge Pol), ebenfalls positive Elektricität an, beim Nachlassen des Druckes dagegen negative, wie beim Erwärmen des Krystalls. Presst man eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte,

welche, nach dem S. 196 f. beschriebenen Kundt'schen Verfahren untersucht, die in Fig. 7 Taf. III dargestellte Erscheinung zeigen würde, von zwei Ecken aus, d. h. in der Richtung einer der drei elektrischen Axen zusammen, so zeigt sie nach der Bestäubung die in Fig. 9 abgebildete Vertheilung des Pulvers; lässt man aber den Druck senkrecht zu einer elektrischen Axe wirken, so resultirt die Erscheinung Fig. 10. Wie Röntgen's Versuche an einer Quarzkugel gezeigt haben, entsteht durch Compression in der Richtung der optischen Axe schwache Erregung an den Polen der drei dazu senkrechten elektrischen Axen, während die Druckstellen selbst unelektrisch bleiben; das letztere ist auch der Fall, wenn die Druckrichtung geneigt zur optischen Axe in einem Hauptschnitt liegt, welcher zu einer elektrischen Axe senkrecht steht, deren Enden alsdann die relativ stärkste Elektricität zeigen und zwar entgegengesetzt derjenigen, welche entsteht, wenn die Compression parallel einer elektrischen Axe stattfindet; ist endlich das letztere der Fall, so tritt das Maximum der elektrischen Erregung der beiden gegenüberliegenden Druckstellen ein.

Wie durch elastische Deformationen eines polaren diëlektrischen Krystalls Elektricität erregt wird, so bewirkt umgekehrt die Elektrisirung eines solchen eine Deformation desselben. Während J. und P. Curie diese durch Messungen direct nachwiesen, zeigte Kundt, dass die im convergenten polarisirten Lichte erscheinenden kreisförmigen Farbenringe einer Quarzplatte im elektrischen Felde in elliptische übergehen, wie sie durch einen senkrecht zur Axe gerichteten Druck hervorgebracht werden.

Eine Theorie der Beziehungen zwischen den elastischen, optischen und diëlektrischen Eigenschaften der Krystalle, welche die erwähnten Beobachtungen zu erklären geeignet ist, wurde von Voigt resp. Pockels gegeben.

§ 33. Dauernde Deformationen (Plasticität und Gleitung) der Krystalle. Als »elastische« Deformationen wurden in den beiden vorhergehenden Paragraphen diejenigen Veränderungen eines Körpers bezeichnet, welche mit dem Verschwinden der äusseren Beanspruchungen wieder rückgängig werden. Zum Theil geschieht dies sofort nach dem Zurücktreten der äusseren Kräfte; ein kleiner Bruchtheil der Veränderungen wird dagegen erst im Verlaufe einiger Stunden oder gar Tage wieder rückgängig, eine Erscheinung, welche man »elastische Nachwirkung« nennt. Erleidet jedoch der Körper Deformationen, welche überhaupt nicht wieder rückgängig werden, so hat man bei der Beanspruchung dessen Elasticitätsgrenze (s. S. 199) überschritten. Die Eigenschaft eines Körpers, in Folge weiterer Beanspruchung durch äussere Kräfte bleibende, aber allmähliche und stetige Veränderungen zu erleiden (ohne durch ein plötzliches Ereigniss den Zusammenhang seiner Theile einzubüssen), heisst Plasticität. Die Kraft endlich, bei deren Einwirkung eine vollständige Trennung der Theilchen des Körpers eintritt, wird seine Festigkeitsgrenze genannt.

Bezeichnet man den, auf die Einheit der Angriffsfläche berechneten Werth der einwirkenden Kraft, bei welcher eine eben noch erkennbare bleibende Deformation eintritt, als »das Maass der elastischen Vollkommenheit«, die vorher definirte, ebenso berechnete Kraft als »das Maass der Festigkeit«, so ist die Plasticität des Körpers nichts Anderes, als der Ueberschuss seiner Festigkeit über seine elastische Vollkommenheit. Ist dieser gleich Null, so heisst der Körper absolut spröde. Einen »absolut spröden« Körper giebt es nicht, und auch scheinbar sehr spröde Körper sind noch in einem gewissen Grade plastisch. Versuche über diese Eigenschaft stellte Auerbach an, indem er eine planparallele Platte auf einer sphärischen Oberfläche (einer Linse) derselben Substanz aufruhen liess und durch Gewichte belastete; die Berührung beider findet alsdann nicht mehr in einem Punkte, sondern in einer kleinen kreisförmigen Fläche statt, indem die Kugelfläche abgeplattet, zugleich aber auch die planparallele Platte eingedrückt wird. Das Gewicht, bei welchem der kleinste derartige Eindruck sich als bleibend erweist, abgezogen von demjenigen, bei welchem ein Sprung an dem Rande der kleinen kreisförmigen Druckfläche eintritt, ist nach dem Vorhergehenden ein Maass für die Plasticität. Nach dieser Methode erwiesen sich als die sprödesten Körper Glas und Quarz; während Kalkspath noch als verhältnissmässig spröde zu bezeichnen ist, besitzt der härtere Flussspath eine beträchtliche Plasticität, eine noch weit grössere das allerdings auch sehr weiche Steinsalz. Dass die drei zuletzt genannten krystallisirten Körper plastisch sind, wurde von Kick auch durch Anwendung allseitigen Druckes auf dieselben nachgewiesen. Aus dem Verhältniss von Kalkspath und Flussspath geht also hervor, dass »plastisch« nicht gleichbedeutend ist mit »weich« (über den Begriff der »Härte« s. im nächsten Paragraphen).

Dass die Grösse der Elasticitäts-, wie der Festigkeitsgrenze, also auch die Plasticität, in einem Krystall mit der Richtung variirt, ist nach dem Verhalten eines solchen gegenüber elastischen Deformationen zu erwarten und wird auch durch die Erfahrung bestätigt. Namentlich sind es die Differenzen der Festigkeit nach verschiedenen Richtungen, welche oft so gross sind, dass nach gewissen Ebenen ausserordentlich leicht eine Trennung der Theilchen eintritt, eine Eigenschaft der Krystalle, welche als »Spaltbarkeit« bezeichnet und im nächsten Paragraphen ausführlich besprochen werden wird. Ausser den Spaltungsflächen existiren aber in den Krystallen noch andere Ebenen, ausgezeichnet dadurch, dass parallel denselben ein Gleiten der Theilchen an einander mit besonderer Leichtigkeit stattfinden kann, so dass, wenn der Krystall z. B. gepresst wird, die Theilchen desselben sich längs einer solchen Ebene gegen einander verschieben, zuweilen sogar eine vollständige Trennung nach derselben stattfindet. Diese Ebenen wurden von Reusch, welcher zuerst auf ihre Existenz hinwies, Gleitflächen genannt. Sie entstehen bei gewissen Krystallen als Trennungsflächen, wenn man auf deren Oberfläche die Spitze eines Stahlconus

(besonders eignet sich hierzu der Körner der Metallarbeiter) aufsetzt und durch einen kurzen Schlag mit einem Hämmerchen eintreibt. Die durch dieses Verfahren, die sogen. »Körnerprobe«, erhaltene Schlagfigur besteht aus in einer oder mehreren Richtungen von der Schlagstelle ausstrahlenden geradlinigen Sprüngen, welche gewöhnlich den Gleit-, nicht den Spaltungsflächen entsprechen, wie z. B. in den Krystallen des Steinsalzes. Diese gehören zur Klasse der einfachbrechenden und besitzen daher nach S. 205 drei zu einander normale Richtungen, in welchen sie sich der Einwirkung äusserer Kräfte gegenüber gleichartig verhalten; parallel diesen ist ihre Festigkeit ein Minimum, so dass sie nach den drei dazu senkrechten Ebenen sehr leicht spalten; die Schlagfigur auf einer solchen Spaltungsfläche bildet nun einen vierstrahligen Stern, dessen Strahlen nicht den beiden andern Spaltungsebenen parallel gehen, sondern den Winkel derselben halbiren; da sich alle drei Spaltungsebenen in dieser Beziehung gleich verhalten, so existiren in einem Steinsalzkrystall sechs Gleitflächen, welche die Kanten eines durch Spaltung hergestellten Würfels halbiren. Stumpft man zwei gegenüberliegende Kanten eines solchen durch Anschleifen dazu paralleler, zu den andern Kanten diagonaler Ebenen ab und presst das Stück senkrecht zu diesen Flächen zusammen, so entsteht eine bleibende Verdichtung in der Richtung der Diagonale und daher ein das Licht doppeltbrechender Streifen; durch stärkeren Druck kann man eine glänzende Bruchfläche nach der diagonalen, die abgestumpften Würfelkanten verbindenden Ebene erhalten. Ein von den sechs Würfelflächen begrenztes Prisma von den Endflächen her, also in einer der Kantenrichtungen, zusammengepresst, wird kürzer und dicker durch Gleiten der Theilchen nach den 45° mit der Druckrichtung einschliessenden Gleitflächen, und es lassen sich so bedeutende Deformationen hervorbringen, ohne dass das Stück zerbricht. Hierbei, sowie beim Zerschlagen, Schleifen u. s. w., entstehen aber in Folge der Plasticität des Steinsalzes (s. vor. S.) immer locale Verdichtungen, welche sich durch Doppelbrechung (Aufhellung zwischen gekreuzten Nicols) zu erkennen geben. Man findet sogar selten ganz homogene und von doppeltbrechenden Stellen freie Steinsalzstücke.

Die weitaus interessantesten und theoretisch wichtigsten Erscheinungen bietet jedoch der Kalkspath dar, in welchem die Existenz der Gleitflächen ebenfalls zuerst von Reusch entdeckt wurde. Schleift man nämlich an ein Spaltungsrhomboëder dieses Minerals, dessen Hauptschnitt *abcd* Fig. 129*a* darstellt (wobei *ab* und *cd* zwei gegenüberliegende stumpfe Kanten, *bc* und *ad* die Diagonalen der beiden Endflächen), zwei horizontale Ebenen an, wie sie die punktirten Linien andeuten, und lässt mittelst einer Pressung in der Richtung der Pfeile einen Druck auf das Kalkspathstück wirken, so geht ein Abwärtsgleiten der rechten, eine Aufwärtsbewegung der linken Hälfte vor sich, und zwar in der Weise, dass innerhalb des Raumes zwischen zwei der Gleitfläche parallelen Ebenen, welche zur Zeichnungsebene senkrecht die Kanten *ab* und *cd* gerade abstumpfen würden, eine Umlagerung

der Kalkspathsubstanz in die symmetrisch entgegengesetzte Stellung stattfindet. Die entstehende Lamelle (s. Fig. 129*b*) ist in Fig. 130 in grösserer Breite dargestellt und mit *II* bezeichnet, während *I* und *III* die parallel gegeneinander verschobenen, sonst aber unverändert gebliebenen Theile sind.

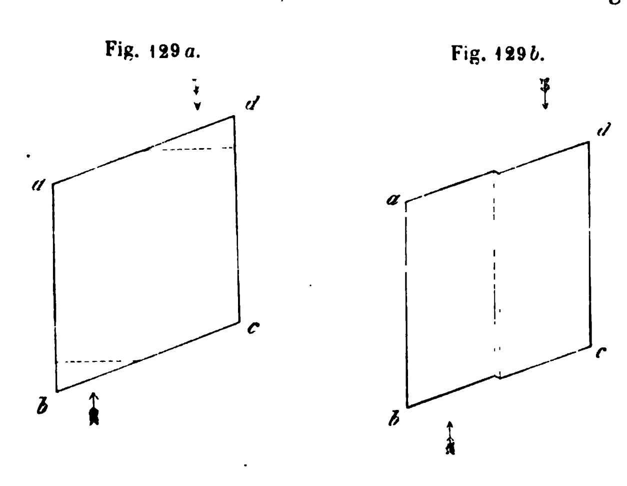


Fig. 129*a*. Fig. 129*b*.

Die (in Fig. 129 senkrecht gedachten) Flächentheile I_2 II_2 III_2 fallen in eine Ebene, ebenso I_3 II_3 III_3, dagegen bildet die Kante zwischen III_1 und II_1 einen einspringenden (die parallelen hinteren Flächen einen ausspringenden) Winkel von 38° 14′, diejenige von II_1 und I_1 einen ebenso grossen ausspringenden. Die Lamelle erscheint also nur auf der in Fig. 129 oberen und der parallelen unteren Fläche des Spaltungsrhomboëders als ein meist sehr schmaler geradliniger Streifen, welcher genau der längeren Diagonale der Rhombusfläche parallel verläuft. Gewöhnlich entstehen nun in einem solchen Rhomboëder eine grössere Zahl derartiger Lamellen, so dass dasselbe auf zwei gegenüber

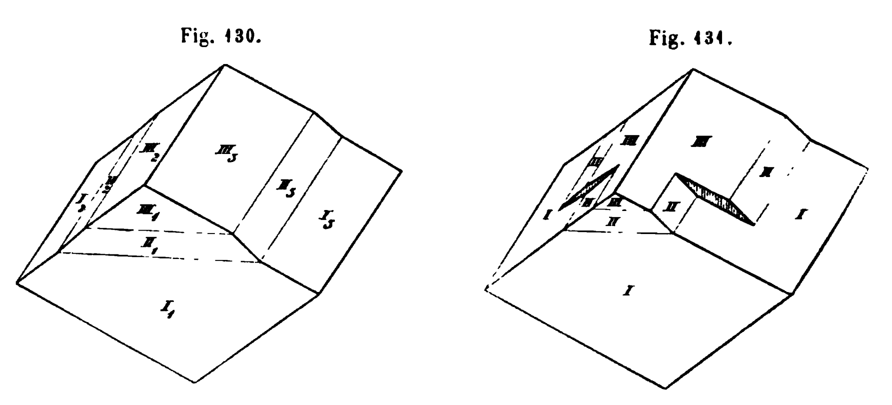


Fig. 130. Fig. 131.

liegenden Flächen eine Streifung, parallel der längeren Diagonale, zeigt. Manchmal setzt eine solche Lamelle in eine andere Ebene über, und es ist aus Fig. 131 leicht ersichtlich, dass alsdann ein Hohlraum entstehen muss, welcher in Form einer Röhre von rhombischem Querschnitt den Krystall von einer Seite bis zur andern durchzieht; hört die Lamelle inmitten des Krystalls ganz auf, so muss statt der Röhre eine parallelwandige Kluft, parallel einer Spaltungsfläche, bis an die beiden andern heranreichend,

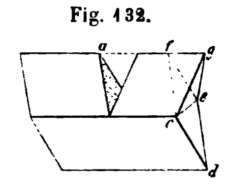
erscheinen, und auch dies beobachtet man zuweilen. Nun besitzt aber der Kalkspath drei gleichwerthige Gleitflächen, denn die soeben beschriebenen Lamellen können nicht nur parallel der Abstumpfungsfläche der Kante zwischen den Flächen 2 und 3 (Fig. 130), sondern auch parallel denjenigen der beiden andern Kanten, zwischen 1 und 2 resp. 1 und 3, hervorgebracht werden, und wo deren zwei, verschiedenen Kanten parallele, einander durchkreuzen, ist ebenfalls keine vollständige Ausfüllung des Raumes durch Krystallsubstanz möglich; auf der Durchschnittslinie der beiden Lamellen entsteht daher ebenfalls ein hohler Kanal.

Unterwirft man eine zur optischen Axe senkrechte Platte von Kalkspath einem seitlichen Drucke, so wird sie zweiaxig (Axenebene senkrecht zur Druckrichtung, vergl. S. 216), bei weiterer Steigerung des Druckes aber entstehen plötzlich bleibende Aenderungen derselben, welche sich durch ein wesentlich von dem normalen verschiedenes Interferenzbild im convergenten Lichte (weit engere Farbenringe, Störung des Kreuzes und Auftreten von vier diagonalen, durch farbige Bögen verbundene dunkle Flecke u. s. w.) verrathen. Die Ursache dieses Verhaltens ist die Entstehung von Lamellen der angegebenen Art in der Platte.

Sämmtliche bisher beschriebenen Erscheinungen, besonders die Streifung parallel der längeren Diagonale der Rhomboëderflächen, zeigt nun der Kalkspath auch sehr häufig im natürlichen Zustande unter Verhältnissen seines Vorkommens, welche zu der Annahme führen, dass auch hier ein auf das Mineral ausgeübter Druck seine Auslösung in einer Bildung jener Lamellen gefunden hat. Ebenso waren die oben erklärten hohlen Kanäle, welche in Folge der Doppelbrechung als je zwei von der Oberfläche aus divergirende Röhren erscheinen, im Innern durchsichtiger Kalkspathkrystalle schon oft beobachtet worden, aber erst nach der Entdeckung der Möglichkeit künstlicher Erzeugung der Lamellen gelang es G. Rose, ihre Entstehung auf die letzteren zurückzuführen.

Während nach dem Verfahren von Reusch beim Pressen eines Kalkspathrhomboëders meist nur eine Anzahl dünner Lamellen entsteht*), hat Baumhauer eine Methode kennen gelehrt, durch welche ein beliebiger Theil, z. B. die Hälfte, eines Rhomboëders, in die symmetrisch entgegengesetzte Stellung übergeführt werden kann. Legt man ein prismatisch geformtes Spaltungsstück (Fig. 132) mit einer stumpfen Kante horizontal fest auf (am besten in eine entsprechend geschnittene Rinne eines Holzbrettchens), so dass die lange Diagonale *ce* der rechten Endfläche *cdef* desselben ebenfalls horizontal ist, setzt im Punkte *a* die Schneide eines Messers rechtwinkelig zur oberen Kante auf und drückt sie allmählich in den Krystall

Fig. 132.



*) Nur unter ganz besonderen Umständen gelingt es zuweilen, auf ein Rhomboëder wie in Fig. 129 den Druck so wirken zu lassen, dass dasselbe ganz umgelagert wird, d. h. dass in *b* und *d* nun die stumpfen, in *a* und *c* die spitzen Ecken liegen.

ein, so verschiebt sich der rechts von dem Messer befindliche Theil desselben in der Weise, dass er, wenn die Schneide des Messers bis zu den mittleren Kanten eingedrungen ist (was bei grösseren Stücken einen beträchtlichen Druck erfordert), genau die Form eines entgegengesetzt liegenden halben Rhomboëders, d. h. die des Spiegelbildes zu dem unteren in Bezug auf die horizontale, durch *ce* gehende Gleitfläche, angenommen hat. Das Dreieck *ce;* hat nun die Lage *ceg* erhalten; die vorher stumpfe Ecke *f*, die sogenannte Polecke des Rhomboëders (*a* Fig. 46, S. 56), an welcher drei gleichgrosse stumpfe Kanten zusammenstiessen, ist nun zu einer »Seitenecke« geworden, in welcher zwei scharfe Kanten *cg* und *eg* und eine stumpfe *fg* zusammen stossen; in Folge dessen ist die linke obere Ecke des umgelagerten Stückes zu einer »Polecke« geworden.

Fig. 132.

Untersuchen wir nun den in der neuen Stellung befindlichen Theil des Krystalls näher, so erweist sich derselbe als physikalisch vollkommen homogen, aber seine Eigenschaften entsprechen nicht mehr seiner früheren, sondern seiner jetzigen Gestalt. Z. B. ist derselbe an allen Stellen gleichmässig optisch einaxig mit der gleichen Doppelbrechung, wie vorher, aber seine optische Axe liegt in dem senkrechten Hauptschnitte nicht, wie in dem links von *a* liegenden (und dem unteren) Theile, von rechts oben nach links unten geneigt (vergl. z. B. Fig. 51, S. 61, bei horizontaler Lage der Kante *ac*), sondern unter dem gleichen Winkel von links oben nach rechts unten geneigt, entsprechend der neuen Lage der Polecke. Dieser Orientirung der optischen Axe entsprechen nun auch alle andern physikalischen Eigenschaften. Wir haben es hier also mit einer besonderen Art von »homogenen Deformationen« zu thun, welche als »einfache Schiebung nach Gleitflächen« bezeichnet wird und sich von den S. 199 f. behandelten elastischen schon dadurch unterscheidet, dass sie eine bleibende ist. Sämmtliche deformirte Theile des Krystalls haben durch dieselbe Verschiebungen erlitten, welche ihren Abständen von der durch *ce* gehenden horizontalen Gleitfläche proportional und der Schnittlinie der letzteren mit der senkrechten Symmetrieebene des Rhomboëders, also auch der Richtung *fg*, parallel sind. In Folge dessen hat, wie aus Fig. 132 unmittelbar ersichtlich, auch keine Volumänderung des Kalkspathes bei der Umlagerung stattgefunden, ebenso wenig wie eine Dilatation oder Contraction senkrecht zum Hauptschnitt, d. i. in der Richtung *ce*. Von den S. 200 allgemein definirten homogenen Deformationen liegt also hier der specielle Fall vor, dass das Verhältniss, in welchem sich eine Länge durch die Deformation ändert, in der *Z*-Axe des Deformationsellipsoides der reciproke Werth desjenigen der Aenderung in der *X*-Axe, der Richtung der grössten Dilatation, ist (d. h. es findet in ersterer eine entsprechende Contraction statt), während die der *Y*-Axe parallelen Linien ihre Länge nicht ändern. Alsdann bilden, wie sich leicht zeigen lässt, die beiden Kreisschnittebenen des Deformationsellipsoides, d. h. die beiden Ebenen, in welchen keine Verzerrung erfolgt,

vor der Deformation mit der X-Axe die gleichen Winkel, welche ihre Normalen nach der Deformation mit derselben Axe bilden. Denken wir uns in der zu *ce*, welches nach dem Vorhergehenden die Y-Axe des Deformationsellipsoides sein muss, senkrechten Symmetrieebene (dem Hauptschnitt durch *fg*) einen Rhombus, dessen eine Seite parallel *fg*, dessen andere Seite parallel der Verbindungslinie von *g* mit der Mitte von *ce*, so ist die in *g* endigende längere Diagonale dieses Rhombus die X-Axe (vor der Deformation war sie die kurze Diagonale des umgekehrt liegenden Rhombus) und die nunmehr kürzere Diagonale ist die Z-Axe, d. h. die Richtung, welche die grösste Verkürzung erfahren hat (da dieselbe vorher lange Diagonale war). Eine der drei Rhomboëderflächen — nämlich *cef* vor, *ceg* nach der Deformation — und die Gleitfläche sind die beiden Kreisschnittebenen des Deformationsellipsoides; der Winkel, unter welchem diese nach der Schiebung einander schneiden, ist das Supplement desjenigen, welchen sie vorher mit einander bildeten, und dies entspricht der oben angegebenen Beziehung. Dass diese beiden Ebenen in der That diejenigen sind, innerhalb deren keine Verzerrung stattfindet, lässt sich leicht nachweisen, indem man vor Anstellung des Baumhauer'schen Versuchs auf den drei Rhomboëderflächen je einen kleinen Kreis einritzt; nach der Schiebung ist nur derjenige auf der Endfläche *ceg* unverändert geblieben, während die beiden andern sich in Ellipsen verwandelt haben. Was die krystallographische Bedeutung der Flächen des Spaltungsrhomboëders betrifft, so bleibt diese die gleiche auch nach der Schiebung, was für andere Krystallflächen nicht gilt. Sei z. B. die nicht deformirte Polecke *f* durch eine zur optischen Axe senkrechte Ebene abgestumpft, so bildet diese nach der Deformation eine Abstumpfung der Seitenecke des Rhomboëders und ist sehr schief zur optischen Axe geneigt.

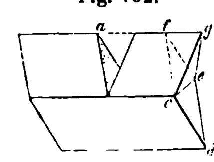
Nachdem ähnliche Erscheinungen an den Krystallen von Antimon und Wismuth, Korund und Eisenglanz, Anhydrit, Diopsid durch Mügge untersucht worden waren, erkannte Liebisch, dass bei diesen Substanzen eine gemeinsame Beziehung der Deformation zur Symmetrie des betreffenden Krystalls vorhanden sei, und zeigte, dass — auf Grund der Zugehörigkeit dieser Erscheinungen zu der im Vorhergehendem an dem Beispiel des Kalkspaths erläuterten speciellen Art von homogenen Deformationen — lediglich aus der Lage der beiden Ebenen, in welchen ein Krystall keine Verzerrung erleidet, für jeden Fall die krystallographische Bedeutung, welche eine beliebige Fläche in Folge der Schiebung nach der Gleitfläche annimmt, aus derjenigen vor der Umlagerung berechnet werden kann. Unabhängig davon lieferte Fedorow die allgemeinste theoretisch-geometrische Untersuchung über die mechanischen Deformationen der Krystalle.

Was nun die Ursache des im Vorstehenden beschriebenen merkwürdigen Verhaltens gewisser krystallisirter Körper betrifft, so sind für das Verständniss derselben von grossem Interesse Betrachtungen, welche Voigt für das am besten studirte Beispiel, den Kalkspath, anstellte: Aus den Elasticitätsconstanten (s. S. 203) lässt sich der Widerstand berechnen,

welchen eine in einer bestimmten Richtung parallel einer Ebene schiebende Kraft innerhalb des Krystalls findet. Führt man nun diese Rechnung für alle möglichen Richtungen in der zu *ce* senkrechten Symmetrieebene des Kalkspathrhomboëders aus, so ergeben sich zwei zu einander senkrechte, durch *ce* gehende Ebenen, in welchen eine Schiebung parallel dem Hauptschnitt den kleinsten und zwar einen nur ungefähr halb so grossen Widerstand erfährt, als in den beiden damit 45° bildenden Ebenen, in denen die Maxima desselben liegen. Eine jener beiden Ebenen kleinsten Widerstandes fällt nun nahezu mit der Gleitfläche zusammen, d. h. im Kalkspath findet eine elastische Schiebung nahezu den kleinsten Widerstand, wenn sie parallel einer Gleitfläche stattfindet, dagegen einen nahezu doppelt so grossen Widerstand, wenn die Schiebung parallel einer unter 45° gegen die Gleitfläche geneigten, ebenfalls zur Symmetrieebene senkrechten Ebene stattfindet. Dass jedoch die Existenz derartig stark differirender Maxima und Minima für sich allein noch nicht hinreicht, um die Existenz der Gleitflächen zu erklären, beweist die Thatsache, dass die zweite Ebene des minimalen Widerstandes, wie es alsdann doch der Fall sein müsste, beim Kalkspath nicht Gleitfläche ist. Vergleichen wir die Orientirung der optischen Axe vor und nach der Deformation, so ergiebt sich, dass dieselbe eine Drehung von $52\frac{1}{2}$° in einem bestimmten Sinne erfahren hat; da nun die gesammte Molekularbeschaffenheit des Krystalls in Bezug auf die neue Richtung der Axe des Rhomboëders die gleiche geworden ist, wie sie vorher in Bezug auf die alte Richtung jener Axe war, so müssen die Moleküle des Kalkspaths ausser der Schiebung noch eine Drehung erfahren haben, und es kommt also ausser dem Widerstand gegen erstere auch noch der gegen letztere in Betracht. Die Rechnung lehrt nun, dass bei einer Schiebung nach der zur Gleitfläche senkrechten zweiten Ebene minimalen Widerstandes die Moleküle gerade die entgegengesetzte Drehung machen müssten, als sie zur Erreichung der symmetrischen Lage nöthig wäre.

Da ein nach der Gleitfläche verschobener Kalkspath genau dieselben Eigenschaften, nur in veränderter Orientirung, besitzt, wie ein nicht verschobener, so muss die Anordnung, wie die Richtung der Moleküle, in beiden Fällen demselben Gleichgewichte der inneren Kräfte entsprechen; wenn also durch äussere Kräfte eine Schiebung bewirkt wird, so muss die sie begleitende Drehung der Moleküle derartig sein, dass, wenn die mittlere Lage des verschobenen Theiles zwischen Anfangs- und Endlage erreicht ist, auch die halbe Drehung der Moleküle eingetreten ist*), und in Folge dessen die Moleküle durch die inneren Kräfte ebenso leicht in die eine, wie in die andere Gleichgewichtslage übergeführt werden können. Dem

Fig. 132.



*) Die Hälfte der Drehung der Fläche *cef* (Fig. 132) in die Lage *ceg* beträgt 19°; die Drehung der optischen Axe, also auch diejenige der Moleküle, von der ersten in die zweite Lage $52\frac{1}{2}$° im entgegengesetzten Sinne, die Hälfte also $26\frac{1}{4}$°.

entsprechend kann man in der That (wie schon Reusch fand) bei der Herstellung von Lamellen im Kalkspath beobachten, dass eine noch nicht bis zur Hälfte vor sich gegangene Umlagerung vollständig wieder verschwindet, wenn der Druck aufhört zu wirken, während, wenn der labile Zustand in der Mitte der Schiebung bereits überschritten war, die Lamelle nun von selbst zu Stande kommt, weil die Theilchen in Folge der inneren Kräfte der zweiten Gleichgewichtslage zustreben.

§ 34. **Cohäsionseigenschaften der Krystalle.** Wenn die Beanspruchung eines Körpers durch äussere Kräfte (Druck oder Zug) derart gesteigert wird, dass die einzelnen Theile ihren Zusammenhang aufgeben, so hat man die Festigkeitsgrenze überschritten. Der Widerstand der Theile gegen eine Trennung heisst Cohäsion.

Spaltbarkeit. Ebenso, wie die Elasticität, ist auch die Cohäsion der Theilchen eines Krystalls mit der Richtung wechselnd, und diese Eigenschaft ist sehr leicht an einem solchen zu erkennen. Nach derjenigen Richtung nämlich, oder, wenn deren mehrere vorhanden sind, nach den Richtungen, in welchen die Cohäsion ihr Minimum erreicht, findet am leichtesten eine Trennung der Theilchen statt, und zwar geschieht diese Trennung in allen parallelen Geraden gleich leicht, so dass, wenn durch Zug in jener Richtung der Krystall zerrissen wird, senkrecht zu derselben eine ebene Trennungsfläche entsteht, welche um so leichter und vollkommener darzustellen ist, je mehr die Cohäsion senkrecht dazu abweicht von derjenigen in andern Richtungen. Diese Eigenschaft, nach bestimmten ebenen Flächen mehr oder weniger leicht getrennt werden zu können, eine Eigenschaft, welche sonach nur die Krystalle besitzen und durch welche wir am leichtesten einen krystallisirten Körper von einem amorphen unterscheiden können, heisst Spaltbarkeit. Von den Gleitflächen unterscheiden sich die Spaltungsflächen also dadurch, dass senkrecht zu ihnen die leichteste Trennung, parallel zu den ersteren die leichteste Schiebung der Theilchen stattfindet. Man stellt eine Spaltungsfläche gewöhnlich in der Weise dar, dass man in der Richtung derselben ein Messer auf den Krystall aufsetzt und auf dasselbe einen kurzen Schlag mit einem kleinen Hammer ausführt. Die als Maass der Cohäsion zu betrachtende Zugfestigkeit, d. h. das Gewicht, welches nöthig ist, um Prismen, in bestimmten Richtungen aus dem Krystall geschnitten, zu zerreissen, ist bei den am vollkommensten spaltbaren Krystallen in differirenden Richtungen ausserordentlich verschieden; so ist z. B. bei dem Steinsalz jenes Gewicht, nach den Messungen von Sohncke, senkrecht zur Spaltbarkeit, also im Minimum, etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von der Zugfestigkeit desselben Stoffes in derjenigen Richtung, in welcher sie ihr Maximum erreicht.

Die Abhängigkeit der Cohäsion in einem Krystall von der Richtung bietet dieselben allgemeinen Symmetrieverhältnisse dar, wie diejenige der Dehnungscoëfficienten (s. S. 204—208).

1) In den einfachbrechenden Krystallen sind die drei zu einander senkrechten Hauptaxen der Dehnungsfläche ebenfalls gleiche Maxima oder Minima der Cohäsion; im letzteren Falle spalten die Krystalle nach den drei auf einander senkrechten Symmetrieebenen jener Fläche, d. h. nach einem Würfel oder regulären Hexaëder (Beisp. Steinsalz). Auch die vier Normalen zu den Kreisschnitten der Oberfläche der Dehnungscoëfficienten, d. h. die Hauptdiagonalen des Würfels, sind gleichwerthige Minima oder Maxima der Cohäsion; im ersteren Falle spaltet der Krystall nach vier, einander unter gleichen Winkeln (70° 32') durchschneidenden Ebenen, welche die Würfelecken abstumpfen, d. h. nach den Flächen des regulären Oktaëders (Beisp. Flussspath). Endlich können auch die Diagonalen der Würfelflächen (*b* in Fig. 120) Richtungen minimaler Cohäsion sein; alsdann spalten die Krystalle nach den sechs Flächen des regulären Dodekaëders (Beisp. Zinkblende). Von den angeführten drei Arten von Richtungen kann offenbar nur eine dem absoluten Maximum und eine zweite dem absoluten Minimum der Cohäsion entsprechen, während die dritte nur ein relatives Maximum oder Minimum darstellen muss; ist das letztere der Fall, d. h. ist die Cohäsion in diesen Richtungen geringer als in den benachbarten, so ist auch nach den zu ihnen senkrechten Ebenen Spaltbarkeit vorhanden, aber weniger vollkommen, als nach den Ebenen, welche zu den Richtungen des absoluten Minimums normal sind. Beim Steinsalz z. B. sind die Hauptminima der Cohäsion die Normalen der Würfelflächen, aber in den Normalen des Dodekaëders (d. i. der Gleitflächen) liegen offenbar secundäre Minima, denn nach ihnen ist eine unvollkommene Spaltbarkeit vorhanden und bei der Pressung (s. S. 223), sowie (nach Sohncke's Versuchen) beim Zerreissen eines Steinsalzstückes erhält man dieselben zuweilen als Trennungsflächen.

Die Beziehungen zwischen Elasticität und Festigkeit sind indessen keineswegs so einfache, dass etwa diejenigen Richtungen in einem Krystall, in welchen er durch ein bestimmtes Gewicht die grösste elastische Dehnung erfährt, auch diejenigen der leichtesten Trennung seiner Theilchen sind, denn das hexaëdrisch spaltbare Steinsalz hat ebenso, wie der oktaëdrisch spaltbare Flussspath, die Minima der Dehnung in den Normalen zu den Würfelflächen, die Maxima in den Normalen zu den Oktaëderflächen. Ebenso können die Dehnungscoëfficienten nach verschiedenen Richtungen sehr abweichende Werthe haben, während die Cohäsion nach denselben sich sehr wenig unterscheidet, und umgekehrt. Ersteres ist z. B. der Fall bei dem Natriumchlorat.

2) Die optisch einaxigen Krystalle haben ein singuläres, d. h. nicht in einer zweiten Richtung wiederkehrendes, Maximum oder Minimum der Cohäsion in der Richtung der optischen Axe; in letzterem Falle spalten sie nach der dazu senkrechten Ebene, der »Basis«, und nach keiner zweiten gleich vollkommen*). Fällt das Minimum nicht mit der optischen Axe zu-

*) »Basische« Spaltungsplatten z. B. von Brucit, Uranglimmer u. a. sind darnach

sammen, so sind stets mehrere gleichwerthige Richtungen minimaler Cohäsion vorhanden, welche entweder senkrecht oder schief zur optischen Axe liegen. Gehört der Krystall einer der drei Abtheilungen (a, b, c S. 205 f.) an, in welchen die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten einen Kreisschnitt senkrecht zur Axe besitzt, und liegen die Minima der Cohäsion in der Ebene des letzteren, so sind stets deren drei, einander unter gleichen Winkeln durchschneidende, vorhanden, und der Krystall spaltet nach einem hexagonalen Prisma, dessen drei Flächenpaare parallel der optischen Axe sind. Bilden dagegen die Richtungen des Minimums mit letzterer schiefe Winkel, so sind deren entweder sechs (in den Krystallen der Abtheilung a) oder drei (Abth. b und c) gleichwerthige und zur optischen Axe gleich geneigte vorhanden; im ersten Falle spaltet der Krystall nach einer hexagonalen Doppelpyramide, im letzteren nach einem Rhomboëder, wie Kalkspath und Quarz. Von diesen beiden Substanzen besitzt der Kalkspath eine sehr vollkommene, der Quarz eine sehr unvollkommene Spaltbarkeit; trotz der äusserst geringen Cohäsionsunterschiede, welche daher dem letzteren Mineral zukommen, zeigt aber dasselbe bedeutend grössere Unterschiede seiner Elasticität nach verschiedenen Richtungen, als z. B. das sehr vollkommen spaltbare Steinsalz (vergl. die Oberflächen der Dehnungscoëfficienten beider Körper Fig. 122 und 120).

Krystalle der zweiten, die Abtheilungen d und e (S. 206 f.) umfassenden Gruppe besitzen, wenn sie nicht basisch spaltbar sind, entweder zwei, zu einander senkrechte, gleiche Minima parallel der Basis — alsdann spalten sie nach einem quadratischen Prisma, dessen Flächen der optischen Axe parallel sind (Beisp. Rutil) — oder es existiren vier gleichwerthige Minima, welche in zwei auf einander senkrechten, in der optischen Axe einander schneidenden Symmetrieebenen der Dehnungsfläche liegen und gleiche Winkel mit jener Axe einschliessen; die zu ihnen senkrechten vier Paare paralleler Flächen bilden eine quadratische Doppelpyramide (Beisp. Anatas).

Da die Abtheilungen b und c resp. d und e, welche bei den Elasticitätsverhältnissen zu unterscheiden waren, hier in je eine Gruppe zusammenfallen, so geht hieraus hervor, dass die einaxigen Krystalle nach den Cohäsionsverhältnissen in drei, die Gesammtheit der Krystalle also in sieben Gruppen zerfallen.

Die Cohäsion eines einaxigen Krystalls kann übrigens ausser einem absoluten Minimum in der optischen Axe auch secundäre Minima in schief resp. senkrecht dazu geneigten Richtungen annehmen oder umgekehrt; z. B. spaltet Scheelit nach einer quadratischen Doppelpyramide und nach der Basis, aber natürlich nicht gleich vollkommen.

3) Die optisch zweiaxigen Krystalle zerfallen in Bezug auf die Abhängigkeit der Cohäsion von der Richtung genau in dieselben drei Abtheilungen, wie in Bezug auf ihre Elasticitätsverhältnisse (s. S. 207 f.):

so orientirt, dass sie im convergenten polarisirten Lichte das Interferenzbild einaxiger Krystalle in der Mitte des Gesichtsfeldes zeigen.

a) In der ersten Abtheilung ändert sich die Cohäsion mit der Richtung symmetrisch nach den drei optischen Hauptschnitten. Eine der drei Hauptschwingungsrichtungen kann z. B. absolutes Minimum sein; alsdann spaltet der Krystall nach dem dazu senkrechten optischen Hauptschnitt, aber nach keiner zweiten Ebene gleich vollkommen. Dabei ist natürlich nicht ausgeschlossen, dass in einer der beiden andern Hauptschwingungsrichtungen ein zweites (relatives) Minimum existirt, so dass parallel dem entsprechenden zweiten Hauptschnitte eine mehr oder weniger in Bezug auf ihre Vollkommenheit davon abweichende, d. h. weniger leichte Spaltbarkeit stattfindet. Der Anhydrit spaltet sogar nach allen drei, auf einander senkrechten Hauptschnitten, nach dem einen »sehr vollkommen«, nach dem zweiten fast ebenso leicht, nach dem dritten nur »deutlich«. Fällt das Minimum der Cohäsion nicht mit einer Hauptschwingungsrichtung zusammen, so kann dasselbe doch in der Ebene eines optischen Hauptschnittes liegen; in diesem Falle erfordert die Symmetrie nach den beiden dazu senkrechten Hauptschnitten die Existenz eines zweiten gleichwerthigen Minimums, in derselben Ebene gleich und entgegengesetzt geneigt zu den beiden in derselben Ebene liegenden Hauptschwingungsrichtungen; alsdann spaltet der Krystall nach einem rhombischen Prisma, dessen Flächen einer Hauptschwingungsrichtung parallel laufen und dessen Kanten von zwei optischen Hauptschnitten halbirt werden. Erreicht endlich die Cohäsion ein Minimum in einer zu allen drei Hauptschwingungsrichtungen geneigten Richtung, so müssen deren vier gleichwerthige, zu den Hauptschnitten symmetrisch liegende, vorhanden sein, und der Krystall spaltet nach den vier Flächenpaaren einer rhombischen Doppelpyramide. Alle aufgezählten Fälle sind vereinigt am Baryt, dessen Krystalle das absolute Minimum der Cohäsion parallel einer Hauptschwingungsrichtung, und zwar derselben, in welche auch das Minimum der Dehnung fällt (c Fig. 123), besitzen, daher sie nach einem Hauptschnitte (ab Fig. 123) vollkommen spalten; in letzterem liegen ausserdem zwei secundäre Minima, deren Richtungen mit denen der Minima der Dehnung (ee in Fig. 124c) übereinstimmen; die Krystalle spalten daher nach einem Prisma, dessen Querschnitt ein Rhombus mit den Diagonalen aa und bb ist; ferner sind weitere vier, jedoch nur wenig ausgesprochene secundäre Minima parallel Richtungen zwischen a, b und c, also unvollkommene Spaltbarkeit senkrecht zu den vier, diesen acht Punkten auf der Dehnungsfläche entsprechenden, Durchmessern vorhanden, und endlich noch ein secundäres Minimum parallel bb, d. h. unvollkommene Spaltbarkeit nach demjenigen Hauptschnitt, welcher den stumpfen Winkel des Spaltungsprisma halbirt.

b) Besitzt die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten nur eine Ebene der Symmetrie, so ändert sich die Cohäsion mit der Richtung auch nur nach dieser einen Ebene symmetrisch. Fällt das absolute Minimum mit deren Normale zusammen, in welchem Falle natürlich ein zweites gleichwerthiges nicht existiren kann, so spaltet der Krystall parallel jener Sym-

netrieebene, welche nach S. 208 zugleich ein optischer Hauptschnitt für alle Farben ist (Beisp. Gyps). Das Minimum ist gleichfalls ein singuläres, wenn es in die Ebene der Symmetrie fällt; alsdann spaltet der Krystall nach einem Flächenpaar, welches senkrecht zur Symmetrieebene steht Glimmer). In der gleichen Ebene kann aber noch ein zweites, also secundäres, Minimum der Cohäsion vorhanden sein, in welchem Falle der Krystall noch nach einem zweiten, zur Symmetrieebene senkrechten Flächenpaar spaltet, welches mit dem ersteren, der Richtung der vollkommneren Spaltbarkeit, im Allgemeinen einen schiefen Winkel bildet (Beisp. Epidot). Ist endlich der Winkel, welchen die Richtung der kleinsten Cohäsion mit der Symmetrieebene einschliesst, weder 0, noch 90°, so sind nothwendig zwei gleichwerthige Minima vorhanden, welche gleich und entgegengesetzt zur Symmetrieebene geneigt sind; der Krystall spaltet dann nach einem Prisma, dessen stumpfe oder scharfe Kanten von der Symmetrieebene halbirt werden Beisp. Hornblende). In Folge des Vorhandenseins secundärer Minima der Cohäsion können mehrere der eben erwähnten Arten von Spaltbarkeit an demselben Krystall auftreten. So zeigt z. B. der Gyps eine höchst vollkommene Theilbarkeit nach der Symmetrieebene, zwei deutliche nach einem Prisma (daher beim Durchbrechen dünner Platten ein fasriger Bruch parallel den Kanten dieser Form erscheint) und eine unvollkommene nach einer Fläche senkrecht zur Symmetrieebene. Die Krystalle des Feldspath (Orthoklas) spalten vollkommen nach einer Ebene senkrecht zu derjenigen der Symmetrie, deutlich nach der letzteren und unvollkommen nach einem Prisma.

c) Diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle, welche nach keiner Ebene Symmetrie ihrer Elasticitätsverhältnisse zeigen, besitzen nur singuläre Minima der Cohäsion, d. h. sie spalten niemals gleich vollkommen nach mehreren Ebenen. Wenn nach dem Vorhergehenden in den Krystallen dieser letzten Abtheilung auch keine einfache gesetzmässige Beziehung der Spaltungsflächen zu den in Bezug auf andere physikalische Eigenschaften ausgezeichneten Richtungen zu erwarten ist, da selbst für eine und dieselbe Eigenschaft, z. B. das Licht bei verschiedener Farbe, die betreffenden Richtungen eine von einander unabhängige und keiner allgemeinen Gesetzmässigkeit folgende Orientirung im Krystall haben, — so scheint eine gewisse Abhängigkeit der optischen Verhältnisse von denen der Cohäsion doch aus der Beobachtung hervorzugehen, dass in den meisten, nach einer Ebene sehr vollkommen spaltbaren Krystallen dieser Abtheilung eine der Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes nahe senkrecht, die beiden andern nahe parallel jener Ebene orientirt sind. Das Gleiche gilt für diejenigen Krystalle der vorigen Abtheilung, welche eine sehr vollkommene, zur Symmetrieebene senkrechte Spaltbarkeit besitzen, nach deren Ebene eine weitere Symmetrie nicht zu erwarten und in strengem Sinne wegen der Dispersion der Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes in der dazu normalen Symmetrieebene auch nicht möglich ist. Das beste Beispiel hierfür

liefert der Glimmer, dessen Spaltbarkeit die vollkommenste überhaupt existirende ist, und dessen erste Mittellinie der optischen Axen so nahe senkrecht zur Ebene der Spaltbarkeit steht, dass die Abweichung davon lange Zeit übersehen und das Mineral als der Abtheilung a) angehörig betrachtet worden ist.

Härte. Gewöhnlich versteht man unter »Härte« den Widerstand, welchen die Oberfläche eines Körpers dem Eindringen einer Spitze entgegensetzt, und nennt einen Körper härter als einen andern, wenn man mit einer Ecke desselben den zweiten zu ritzen vermag. Da hierbei Theile des geritzten Körpers aus ihrem Zusammenhange mit den benachbarten gerissen werden, muss bei diesem Vorgange die Cohäsion desselben überwunden werden, und handelt es sich um einen Krystall, so muss offenbar die Leichtigkeit, mit welcher dies geschieht, abhängen von der Orientirung der Fläche, auf welcher der Versuch vorgenommen wird. Nachdem Frankenheim die hierbei zu beobachtenden Unterschiede zu schätzen versucht hatte, construirte Seebeck den ersten Apparat zur Messung derselben, das »Sklerometer«, welches darauf beruht, die ritzende Spitze, unter welcher die zu prüfende Krystallfläche horizontal weggezogen wird, so lange mit Gewichten zu belasten, bis eben eine erkennbare Strichlinie auf dem Krystall hervorgebracht wird. Mit einem von Grailich und Pekárek verbesserten Instrumente dieser Art stellte Exner eine grössere Reihe von Beobachtungen an, aus denen sich ergab, dass diese Methode zwar nicht geeignet ist, die Härte verschieden orientirter Ebenen eines Krystalls oder diejenige verschiedener Krystalle zu vergleichen, weil die Resultate in zu hohem Grade von der Beschaffenheit der untersuchten Ebene abhängen, — wohl aber dazu, die Verschiedenheiten der Härte in den verschiedenen Richtungen innerhalb einer Ebene festzustellen. Die Abhängigkeit derselben von der Richtung kann alsdann dargestellt werden durch eine Curve, die sogen. »Härtecurve« der betreffenden Fläche, deren Radien vectoren proportional dem Gewichte sind, welches als Belastung der Spitze zur Hervorbringung des feinsten Ritzes in der Richtung der Radien erforderlich war. Wie nach den Cohäsionsverhältnissen zu erwarten, zeigen nun die Härtecurven auf Ebenen eines Krystalls je nach deren Orientirung Symmetrieverhältnisse, welche denen der Abhängigkeit der Cohäsion von der Richtung in dem betreffenden Krystall entsprechen. Einige Beispiele der im Vorhergehenden erwähnten, krystallisirten Substanzen mögen dies erläutern: Eine hexaëdrische Spaltungsfläche von Steinsalz zeigt die geringste Härte parallel den beiden andern Spaltungsflächen, die grösste in den diagonalen Richtungen; die Härtecurve, deren Gestalt einer vierblättrigen Rosette gleicht, hat also vier Minima parallel den Seiten und vier Maxima parallel den Diagonalen der quadratischen Würfelfläche. Auf einer Hexaëderfläche des Natriumchlorats hat die Härtecurve nahezu die Gestalt eines Kreises, entsprechend dem Umstande, dass dieses Salz sehr geringe Unterschiede der Cohäsion und daher keine deutliche Spaltbarkeit besitzt. Baryt liefert auf der

bene der vollkommensten Spaltbarkeit (s. S. 232) eine ähnliche Curve, wie ie in Fig. 124c dargestellte Dehnungscurve derselben Ebene.

Um auch verschieden orientirte Flächen eines Krystalls oder verchiedene krystallisirte Substanzen in Bezug auf ihre Härte mit einander ergleichen zu können, wandte Pfaff folgende Methode an: Die zu untersuchende Fläche wird horizontal befestigt; durch einen Diamantsplitter von bestimmter Gestalt, welchen man mit constanter Belastung hundert oder mehr Mal in der gleichen Richtung über die Fläche wegführt, wird eine Furche, und durch Wiederholung des Verfahrens nach einer kleinen seitlichen Verschiebung allmählich ein breiter Streifen aus der Fläche ausgehobelt; die Menge des hierbei entstandenen Pulvers bestimmt man durch den Gewichtsverlust des Krystalls. Um das Verhältniss der Härte zweier verschiedener, so behandelter Flächen eines Krystalls oder dasjenige zweier Flächen verschiedener Krystalle zu berechnen, wird die Annahme gemacht, dass die Härte bei gleicher Belastung der hobelnden Spitze, gleicher Zahl ihrer Hin- und Hergänge und gleichem Flächeninhalt des abgehobelten Streifens sich umgekehrt verhalte, wie das Volum des entstehenden Pulvers. Wenn nun auch diese Voraussetzung wegen der Vernachlässigung der Geschwindigkeit der Bewegung nicht zutrifft, und daher der gefundene relative Werth (als »absolute Härtebestimmung« kann dieses Verfahren keinesfalls bezeichnet werden) noch mit erheblicher Unsicherheit behaftet ist, so gestattet diese Methode doch zuweilen eine bessere Bestimmung der Härtecurve, als die vorher erwähnte, und eine angenäherte Messung des Unterschiedes verschieden orientirter Flächen eines Krystalls. Dieselbe ergab z. B. für Kalkspath die grösste Härte auf gewissen der optischen Axe parallelen Flächen, die geringste auf der zur Axe senkrechten Ebene; innerhalb der letzteren wird die Härte ferner sehr verschieden gefunden, je nachdem die Bewegung nach einer Fläche des Spaltungsrhomboëders hin oder in der entgegengesetzten Richtung, d. h. nach der Kante zwischen den beiden andern Rhomboëderflächen hin, stattfindet; die Härtecurve auf dieser Ebene hat also die Gestalt einer dreiblättrigen Rosette und besitzt in drei 120° von einander abstehenden Radien Maxima, in den diese Winkel halbirenden Radien Minima. Auf einer rhomboëdrischen Spaltungsebene des Kalkspaths ist die Härte nicht nur sehr verschieden in den beiden Diagonalen des Rhombus, sondern in der kürzeren auch je nach der Richtung der Bewegung, d. h. je nachdem diese im Sinne der Neigung der beiden andern Spaltungsflächen oder diesem entgegengesetzt gerichtet ist. Die Untersuchung der Ebene vollkommenster Spaltbarkeit am Gyps (vergl. S. 233) lieferte eine vollkommen unsymmetrische Curve, entsprechend dem Umstande, dass diese Fläche selbst die einzige Symmetrieebene des Krystalls in Bezug auf seine Cohäsionsverhältnisse ist. Auf demselben Principe, wie das bei diesen Bestimmungen benutzte Instrument, beruht das ebenfalls von Pfaff construirte »Mesosklerometer«, welches dazu dienen soll, die mittlere Härte einer Krystallfläche in allen verschiedenen, ihr parallelen Richtungen

zu messen. Das Abhobeln geschieht hier durch eine rasch rotirende Diamantspitze; lässt man diese stets gleich tief in den Krystall eindringen, so hat man in der Zahl der Umdrehungen, welche hierzu erforderlich ist, ein Maass für die Härte der betreffenden Fläche. Auch nach dieser Methode ergiebt sich im Kalkspath auf der zur optischen Axe senkrechten Ebene eine sehr viel kleinere Härte, als auf den ihr parallelen Flächen. Von den untersuchten Körpern gab auffallenderweise der sehr unvollkommen spaltbare Quarz weit grössere Unterschiede der Härte, als der gut spaltbare Flussspath.

Abgesehen von verschiedenen z. Th. bereits erwähnten Fehlerquellen leiden die vorstehend beschriebenen Methoden an dem Uebelstande, dass ihnen keine strenge Definition des Begriffes der »Härte« zu Grunde liegt. Eine solche versuchte Hertz aufzustellen und Auerbach durch Messungen zu begründen: Wenn man eine Kugelfläche von bekannter Krümmung mit einer bestimmten Belastung auf eine ebene Fläche desselben Körpers (um von fremdem Material ganz unabhängig zu sein) wirken lässt und die Belastung steigert, bis die Elasticitätsgrenze überschritten wird, d. h. bis bei spröden Körpern (vergl. S. 222) ein Sprung, bei plastischen eine dauernde Formänderung eintritt, so ist nach den genannten Autoren die »Härte« des Körpers der auf die Einheit der Oberfläche berechnete Druck im Mittelpunkte der kreisförmigen Fläche, in welcher die Ebene und die Kugelfläche einander berühren, die sogen. Druckfläche, in dem Momente, in welchem die Elasticitätsgrenze überschritten wird. Die nach diesem Principe angestellten Härtemessungen haben indessen ergeben, dass der Druck auf die Flächeneinheit, bei welchem ein Sprung in der ebenen Platte eintritt, bei gleichem Material nicht unter allen Umständen derselbe ist, sondern um so grösser, je stärker gekrümmt die Kugelfläche, je kleiner also die Druckfläche ist. Darnach würde die als »Härte« eines Körpers definirte Grösse auch noch abhängen von der Oberflächenkrümmung desselben. Wenn somit auch das Problem der Definition und Messung der »Härte« eines festen Körpers noch als ein nicht vollkommen gelöstes bezeichnet werden muss, so haben die Untersuchungen von Auerbach doch das interessante Resultat ergeben, dass gewisse Körper, welche man früher für spröde hielt (wie Flussspath, vergl. S. 222), einen nicht unbeträchtlichen Grad von Plasticität besitzen, so dass die durch die Kugelfläche auf der Platte hervorgebrachte Einsenkung, wie die Abplattung der ersteren, nach dem Aufhören des Druckes bestehen bleibt, dass dagegen bei den spröden Körpern, in denen am Rande der Druckfläche ein Sprung entsteht, wenn die Elasticitätsgrenze überschritten wird, eine Beziehung zwischen dem hierzu erforderlichen Drucke und dem Dehnungscoëfficienten existirt, welchem zu Folge der entstehende Sprung nur dann eine kreisförmige Gestalt besitzt, wenn der Körper ein amorpher ist, z. B. Glas, dagegen eine regelmässig eckige, wenn die Substanz krystallisirt ist.

Auflösung.*) Lässt man auf eine Fläche eines in Wasser löslichen Krystalls einen senkrechten (am besten aufwärts gerichteten) dünnen Wasserstrahl einwirken, so entsteht auf der Krystallfläche nicht eine kreisförmige, sondern eine eckige Vertiefung (Lösungsfigur) von bestimmter Gestalt und Orientirung, z. B. auf einer Würfelfläche von Steinsalz ein den Seiten derselben paralleles Quadrat, eine Thatsache, welche beweist, dass die durch das Lösungsmittel bewirkte Trennung der Theilchen nach gewissen Richtungen im Krystall leichter stattfindet, also rascher vorschreitet, als nach andern. Wird der ganze Krystall in das Lösungsmittel eingetaucht, so beginnt die Auflösung gleichzeitig an vielen, regellos vertheilten Punkten und schreitet von jedem derselben aus nach verschiedenen Richtungen verschieden schnell fort, und so entstehen regelmässig begrenzte Vertiefungen, welche man »Corrosions«- oder »Aetzfiguren« nennt. Dieselben sind besonders dann scharf begrenzt, wenn sie durch eine sehr langsame Wirkung des Lösungsmittels hervorgebracht werden; da bei fortgesetzter Einwirkung des letzteren immer neue entstehen, und die früheren, grösser werdend, in einander verfliessen, so ist es im Allgemeinen vortheilhaft, den Process zu einer Zeit zu unterbrechen, in welcher die einzelnen Figuren nur geringe Dimensionen erreicht haben, daher zu ihrer Beobachtung meist das Mikroskop erforderlich ist.

Vergleicht man nun die auf einer ebenen Fläche eines Krystalls entstandenen Aetzfiguren, so erkennt man, dass dieselben sämmtlich von gleicher Gestalt und Orientirung sind, und da es sich bei der Auflösung (sei es, dass dieselbe einfach durch ein Lösungsmittel der Substanz als solcher, sei es, dass sie durch ein zugleich chemisch wirkendes Agens hervorgebracht wird**)) ebenfalls um eine Ueberwindung des Zusammenhanges der Theilchen handelt, so ist zu erwarten, dass auch diese Erscheinung in einem gesetzmässigen Zusammenhange mit der Symmetrie stehen müsse, welche die Abhängigkeit der Cohäsion von der Richtung im Krystall beherrscht. In der That beobachtet man stets auf Ebenen eines Krystalls, welche in Bezug auf die Cohäsionsverhältnisse desselben ungleichwerthig sind, z. B. auf einer Hexaëder- und einer Oktaëderfläche eines einfachbrechenden Krystalls (vergl. S. 230), verschieden gestaltete und ungleich orientirte Aetzfiguren, d. h. niemals zeigen diese eine höhere Symmetrie an, als diejenige der Abhängigkeit der Cohäsion von der Richtung. Wohl aber

*) Die in diesem Abschnitt beschriebenen Erscheinungen sind nicht selten auch an Krystallen von Mineralien, welche in der Natur der Wirkung lösender oder sie chemisch zersetzender Agentien unterworfen waren, zu beobachten.

**) Aus diesem Grunde wäre es vielleicht richtiger, diese Figuren allgemeiner als »Zersetzungsfiguren«, wie es Blasius vorschlägt, zu bezeichnen, von denen dann die durch einfache Auflösung entstandenen, eigentlichen Aetzfiguren nur einen speciellen Fall darstellen. Zu den Zersetzungsfiguren gehören auch die von dem Genannten und früher von Pape studirten »Verwitterungsfiguren« wasserhaltiger Salze.

kann das Umgekehrte stattfinden, indem Ebenen eines Krystalls der Auflösung gegenüber sich als ungleichwerthig erweisen, welche nach der Symmetrie der S. 230 f. angeführten Abtheilungen gleichwerthig sind, oder indem die Aetzfiguren auf einer Krystallfläche nicht diejenige Symmetrie zeigen, welche diese Fläche nach den Cohäsionsverhältnissen des Krystalls besitzen sollte. So z. B. gehören Kalkspath und Dolomit zu einer und derselben Abtheilung der optisch einaxigen Krystalle in Bezug auf ihre Cohäsion; sie spalten übereinstimmend nach einem Rhomboëder von sehr ähnlicher Gestalt, dessen Flächen symmetrisch halbirt werden durch die dem Hauptschnitt entsprechende kurze Diagonale.

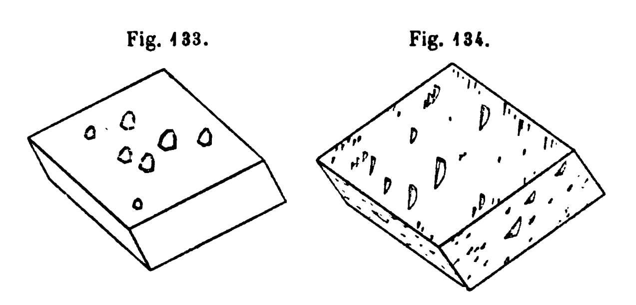


Fig. 133. Fig. 134.

Diese Symmetrie zeigt aber eine solche Fläche der Auflösung gegenüber nur beim **Kalkspath** (Fig. 133), **nicht** beim Dolomit (Fig. 134), wie die in beide Flächen in relativer Vergrösserung eingezeichneten, durch Salzsäure hervorgebrachten Aetzfiguren (nach **Tschermak's** Beobachtungen) beweisen; während dieselben auf dem Kalkspathrhomboëder rechts und links gleiche und entgegengesetzte, d. h. nach der kurzen Diagonale symmetrische Form besitzen, sind dieselben beim Dolomit unsymmetrisch. In solchen Fällen lehrt nun die Erfahrung, dass dieser niedrigere Grad von Symmetrie dem Krystall auch in Bezug auf sein Wachsthum, d. h. in Bezug auf die Bildung seiner Krystallflächen zukommt, dass also weitere Krystallflächen, wenn solche an diesen Rhomboëdern auftreten, beim Kalkspath auf beiden Seiten des Rhombus sich vollkommen symmetrisch bilden, beim Dolomit dagegen nicht. Als ein weiteres Beispiel hierfür möge das Kieselzinkerz erwähnt werden, dessen Krystalle der ersten Abtheilung der optisch zweiaxigen angehören, in ihren Cohäsionsverhältnissen also vollkommene Symmetrie nach den drei zu einander senkrechten optischen Hauptschnitten zeigen; trotzdem lässt die Gestalt der Aetzfiguren (durch Salzsäure hervorgebracht), wie sie in Fig. 3 Taf. III auf der mit *b* bezeichneten Krystallfläche abgebildet sind, nur Symmetrie nach zweien der optischen Hauptschnitte, nicht nach dem dritten (horizontalen) erkennen; das Gleiche ist aber auch in Bezug auf die Ausbildung des Krystalls der Fall, und da diese von dem Wachsthum desselben abhängig ist, so sieht man, dass die beiden Erscheinungen, Wachsthum und Auflösung eines Krystalls, genau reciproke sind und den gleichen Gesetzmässigkeiten unterliegen. Dementsprechend beobachtet man, dass die Aetzfiguren stets dieselbe Symmetrie ihrer Form und Orientirung zeigen, welche auf Grund der Wachsthumsverhältnisse des betreffenden Krystalls der Fläche, auf welcher sie erscheinen, zukommt. Ein sehr bequemes Hülfsmittel zur Erkennung

der Symmetrie der auf einer geätzten Fläche entstandenen mikroskopischen Vertiefungen bietet die sogenannte »Lichtfigur« derselben, d. h. die durch Beugung (Diffraction) des Lichtes erzeugte Verzerrung des reflectirten Bildes einer entfernten kleinen Lichtquelle, da die Art dieser Verzerrung, welche jede mit regelmässig gestalteten Unebenheiten versehene Fläche bewirkt, von der Gestalt dieser Unebenheiten abhängt.

In Bezug auf ihr Verhalten beim Wachsthum oder bei der Auflösung zerfallen somit die Krystalle in eine noch grössere Zahl von Unterabtheilungen, welche sich durch ihre Symmetrieverhältnisse unterscheiden, als es in Bezug auf die Cohäsion der Fall ist. Da nun einzelne Ausbildungsarten mehreren dieser Abtheilungen gemeinsam sind, wie z. B. das Rhomboëder den beiden, zu welchen der Kalkspath und der Dolomit gehören, so bietet das Verhalten der Flächen gegenüber der Auflösung in solchen Fällen ein Hülfsmittel dar, über die Zugehörigkeit des betreffenden Krystalls zu einer bestimmten Abtheilung zu entscheiden. Es sind namentlich die unermüdlichen Forschungen Baumhauer's*) auf diesem Gebiete gewesen, welche die Wichtigkeit dieses Hülfsmittels für die praktische Krystallographie erwiesen haben. Aus denselben ist ferner hervorgegangen, dass die Gestalt der Aetzfiguren auf einer bestimmten Ebene eines Krystalls nicht allein von der Natur des letzteren, sondern auch von der des angewandten Lösungsmittels (bei Aetzung durch Säuren z. B. von deren Concentration) abhängt. Da aber in allen Fällen die gleichen Gesetzmässigkeiten betreffs der Symmetrie gelten, so ist dadurch die Anwendbarkeit der Methode für den vorhin erwähnten Zweck noch gesteigert, indem der Nachweis der Symmetrie dann durch mehrere Aetzmittel geführt werden kann, falls eines derselben Figuren liefern sollte, welche nicht vollkommen entscheidend sind. Ebenso wie zur Erkennung der Symmetrieverhältnisse eines Krystalls können die Corrosionserscheinungen auch dazu dienen, einen anscheinend einfachen Krystall als Verwachsung verschieden orientirter Partien zu erkennen, da alsdann auf den verschiedenen Theilen einer Ebene sich verschieden gestaltete oder ungleich orientirte Aetzfiguren bilden.

Aus den erwähnten Beziehungen geht hervor, dass die Flächen, welche die vertiefte Aetzfigur zusammensetzen, die sogenannten »Aetzflächen«, zu denjenigen gehören, welche vermöge der Wachsthumsverhältnisse des Krystalls an letzterem ausgebildet erscheinen können; doch liegt es in der Natur der Sache, dass dieselben in Folge der fortgesetzten Wirkung des Lösungsmittels niemals vollkommene Ebenen sein können, sondern mehr oder weniger abgerundet erscheinen müssen, daher eine genaue Bestimmung ihrer Orientirung durch Messung mit dem Reflexionsgoniometer nur in seltenen Fällen möglich ist. Dasselbe gilt für die sogenannten »Aetzhügel«, d. h. die von den gleichen Flächen begrenzten Erhöhungen, welche zwischen

*) Wir dürfen in Kurzem einer zusammenfassenden Darstellung der hierher gehörigen Erscheinungen in einer besonderen Schrift dieses Autors entgegensehen.

benachbarten Aetzvertiefungen stehen bleiben. Am wenigsten gerundet erscheinen nach den Beobachtungen von Molengraaff die in den Aetzfiguren am tiefsten liegenden Theile ihrer seitlichen Begrenzungsflächen, und dies ist auch nach der Vorstellung, welche man sich von den Sättigungsverhältnissen der Lösung in einer derartigen Vertiefung machen muss, zu erwarten. Die wirklichen Krystallflächen, deren Lage sich die Aetzflächen somit in ihren tiefsten Theilen mehr oder weniger nähern, werden von V. v. Ebner, welcher besonders den kohlensauren Kalk in dieser Beziehung studirte, als »Lösungsflächen« bezeichnet und in Parallele gestellt mit den Spaltungsflächen, mit denen sie jedoch nicht zusammenfallen; sie sind nach Becke, welchem wir ebenfalls umfassende Untersuchungen über die Aetzerscheinungen verdanken, als Ebenen zu betrachten, deren Normalen die Richtungen grössten Widerstandes gegen Auflösung oder chemische Zersetzung sind.

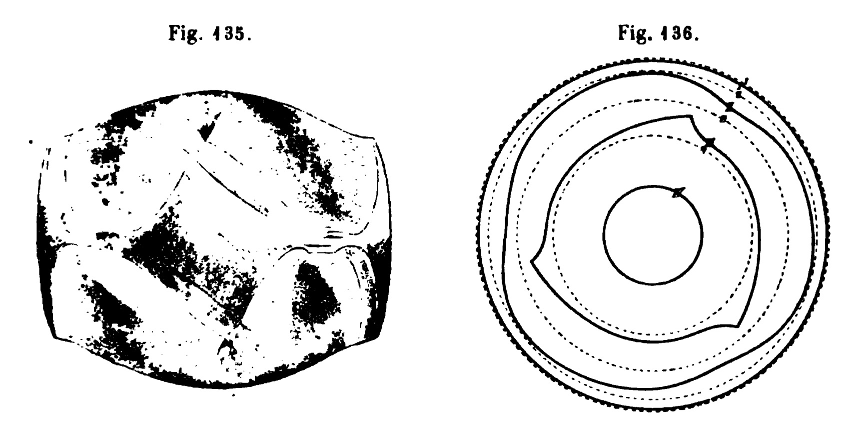
Die in Folge der fortgesetzten Wirkung des Lösungsmittels sofort nach Entstehung ebener Aetzflächen, welche sich in geradlinigen scharfen Kanten schneiden, beginnende Abrundung der letzteren findet natürlich auch an denjenigen Kanten statt, in welchen die natürlichen Flächen eines Krystalls einander schneiden, sobald derselbe in ein Lösungsmittel eingetaucht wird. Dadurch entstehen an denselben nicht selten anscheinend ebene, meist aber mattflächige (d. h. aus mikroskopisch kleinen Aetz-Vertiefungen und -Erhöhungen zusammengesetzte) Abstumpfungsflächen, welche man zum Unterschiede von den inneren Corrosionsflächen der Aetzfiguren auch als »Prärosionsflächen« bezeichnet hat. Wie aus den gesetzmässigen Beziehungen der Corrosion zu der Symmetrie des Krystalls hervorgeht, kann die gleiche oder verschiedene Angreifbarkeit seiner Kanten durch eine ätzende Flüssigkeit dazu dienen, die Gleichwerthigkeit oder Ungleichwerthigkeit derselben zu erkennen.

Quantitative Bestimmungen der Unterschiede, welche ungleichwerthige Flächen eines Krystalls in Bezug auf die Löslichkeit darbieten, führte zuerst Lavizzari aus, indem er die von verschiedenen Flächen des Kalkspaths unter der Einwirkung von Säure entwickelten Mengen von Kohlensäure getrennt feststellte. Spring fand die grösste Lösungsgeschwindigkeit des Kalkspaths durch Säuren für die Ebene senkrecht zur optischen Axe (d. i. die Ebene, in welcher die Härte am kleinsten ist, s. S. 235), die geringste für Flächen parallel zur Axe, wobei das Verhältniss beider sehr nahe mit demjenigen der Brechungsindices des ordinären und des extraordinären Strahls übereinstimmte, und Cesàro bestätigte dies auch für die intermediär gelegenen Flächen des Spaltungsrhomboëders.

In der allgemeinsten Weise endlich lässt sich die Abhängigkeit, in welcher die Löslichkeit eines Krystalls von der Richtung steht, erforschen, wenn man eine aus demselben hergestellte Kugel der Auflösung unterwirft. Dies unternahm ebenfalls zuerst Lavizzari, indem er eine Kugel von Kalkspath in concentrirter Salpetersäure sich auflösen liess und beobachtete, dass dieselbe nicht ringsum gleichmässig an Durchmesser abnahm, sondern sich allmählich in eine hexagonale Doppelpyramide verwandelte. Die von

Meyer und Penfield angestellten Versuche der Gestaltänderung einer Quarzkugel bei allmählicher Auflösung durch Flusssäure wiederholte und vervollständigte neuerdings Gill durch genaue Messungen der nach verschiedenen Richtungen stattgefundenen Abnahme des Durchmessers. Nach diesen ist die Auflösung am stärksten in der Richtung der optischen Axe, so dass die Kugel in dieser stark abgeplattet wird; in der dazu senkrechten Ebene ist sie sehr gering, so dass die Unterschiede verschiedener Richtungen nicht hervortreten, während dies in intermediären Richtungen in hohem Grade der Fall ist; die complicirte Form, in welche die Kugel sich durch die nach verschiedenen Richtungen ungleiche Angreifbarkeit verwandelt, ist angenähert zu ersehen aus Fig. 135, in welcher die optische Axe senkrecht ist, genauer aus den Curven *I*, *II*, *III*, *IV* Fig. 136, welche die

Fig. 135. Fig. 136.



Durchschnitte der Oberfläche mit denjenigen horizontalen Ebenen darstellen, die von der Kugel vor der Aetzung in den punktirten Kreisen 1, 2, 3, 4 geschnitten wurden. Die Aetzung einer Quarzkugel mit einer unter Druck überhitzten Lösung von Kaliumcarbonat ergab geringere Unterschiede nach verschiedenen Richtungen, zeigte aber deutlich, dass die entgegengesetzten Pole der elektrischen Axen des Quarzes ungleiche Löslichkeit besitzen; dem entsprechend wurden auch die zweierlei Kanten eines Prismas von Quarz (s. Fig. 6*a*, *b* Taf. III) durch Aetzmittel sehr ungleich angegriffen.

Die Molekularstructur der Krystalle.

§ 35. **Die physikalischen Eigenschaften als Grundlage der Theorie.** Die unter einander gleichartigen kleinsten Theilchen, aus denen wir, zufolge des Verhaltens eines Krystalls gegenüber mechanischen Kräften (s. S. 199f., uns einen solchen zusammengesetzt denken, nennen wir Krystallmoleküle oder physikalische Moleküle. Ueber die Beschaffenheit eines Krystallmoleküls selbst, speciell über sein Verhältniss zum chemischen Molekül, d. i. dasjenige des Körpers im Gaszustande, können wir zur Zeit nur Vermuthungen hegen. Es giebt allerdings eine Reihe von Thatsachen, welche dafür sprechen, dass das Krystallmolekül aus einer mehr oder weniger grossen Anzahl chemischer Moleküle bestehe, also gleichsam einen polymeren Zustand gegenüber dem des gasförmigen Körpers darstelle; so haben z. B. die Untersuchungen Voigt's über die Elasticität des Steinsalzes ($NaCl$) gelehrt, dass die Krystallmoleküle desselben nach verschiedenen Richtungen hin eine wenig verschiedene Wirkung auf einander ausüben, ein Verhalten, welches offenbar unvereinbar ist mit der Annahme, dass dieselben aus je einem Natrium- und einem Chloratom bestehen. Dagegen bieten uns die physikalischen Eigenschaften der Krystalle das Mittel dar, uns über die Art, wie ein homogener Krystall aus jenen kleinsten Theilchen aufgebaut ist, d. h. über die Molekularstructur desselben, eine Vorstellung zu verschaffen, welche, wie wir sehen werden, uns in den Stand setzt, auch alle diejenigen Gesetzmässigkeiten zu begreifen, welche die Ausbildung der geometrischen Form der Krystalle der Beobachtung darbietet. Um diese Theorie auf die Gesammtheit der physikalischen Eigenschaften zu basiren, empfiehlt es sich, den Zusammenhang der letzteren in einer zusammenfassenden Uebersicht der Ergebnisse der physikalischen Forschung an den Krystallen darzustellen.

Im Allgemeinen sind die Krystalle in physikalischer Beziehung dadurch charakterisirt, dass sie anisotrop sind, d. h. dass irgend eine Eigenschaft ihrer Grösse nach mit der Richtung im Krystall nach bestimmten Gesetzen variirt. In Bezug auf diese Abhängigkeit von der Richtung unterscheiden sich aber die verschiedenen physikalischen Eigenschaften in zwei Gruppen:

A. Die eine derselben umfasst diejenigen Eigenschaften, deren Abhängigkeit von der Richtung sich im allgemeinsten Falle darstellen lässt durch ein dreiaxiges Ellipsoid, welches jedoch für jede Eigenschaft eine besondere Gestalt, im Allgemeinen auch eine andere Orientirung im Krystall besitzt. Die hierher gehörigen Eigenschaften betreffen das Verhalten der krystallisirten Substanzen in Bezug auf:

Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Absorption der Strahlen des Lichtes von verschiedener Farbe,
Fortpflanzung und Absorption der Wärmestrahlen,
Dilatation und Compression durch gleichmässige Temperaturänderung oder durch allseitig gleichen Zug oder Druck,
Magnetische Induction und
Diëlektrische Polarisation.

In Bezug auf diese Eigenschaften zerfällt die Gesammtheit der krystallisirten Körper in fünf Klassen:

1. Den allgemeinsten Fall repräsentiren diejenigen Krystalle, in welchen für jede der genannten Eigenschaften das die Abhängigkeit ihrer numerischen Grösse von der Richtung bestimmende dreiaxige Ellipsoid nicht nur eine andere Gestalt, sondern auch eine andere Orientirung besitzt, d. h. diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle, deren Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben sämmtlich dispergirt sind (siehe S. 115), und in denen nach Früherem auch die thermischen, die magnetischen Axen, die Hauptaxen des Deformationsellipsoides u. s. w. eine von einander und von jenen unabhängige Orientirung besitzen, welche an keine allgemeine Gesetzmässigkeit gebunden ist.

2. Die drei Axen der den verschiedenen Eigenschaften entsprechenden Ellipsoide stehen zwar, wie in den Krystallen der ersten Klasse, in verschiedenem Verhältniss, sind aber so orientirt, dass eine derselben für alle Eigenschaften einer bestimmten Richtung im Krystall parallel ist; da die beiden andern dazu senkrecht sind, liegen sie für sämmtliche Eigenschaften in einer Ebene, wenn sie auch innerhalb derselben eine von einander unabhängige Orientirung haben. Diese Ebene ist für alle hierher gehörigen physikalischen Verhältnisse des Krystalls Symmetrieebene, d. h. je zweien Richtungen, welche in einer zu jener senkrechten Ebene so liegen, dass deren Winkel von der Symmetrieebene halbirt wird, kommt die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von irgend einer Farbe, die gleiche Wärmeleitungsfähigkeit, die gleiche Ausdehnung durch die Wärme u. s. w. zu. Es sind dies also diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle, welche für alle Farben einen gemeinsamen optischen Hauptschnitt haben (vergl. S. 110 f.).

3. Die drei Axen der Ellipsoide haben für jede der aufgezählten Eigenschaften ein anderes Längenverhältniss, aber für alle die gleiche Orientirung im Krystall. Alsdann zeigt der letztere in Bezug auf sein Verhalten gegenüber dem Licht, der Wärme u. s. w. vollkommene Symmetrie nach drei

auf einander senkrechten Ebenen, deren Normalen die gemeinsamen Richtungen der drei Hauptaxen aller jene Eigenschaften charakterisirenden Ellipsoide sind. Es handelt sich hier um diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle, deren Hauptschwingungsrichtungen für alle Farben zusammenfallen (s. S. 106 f.).

4. Zwei von drei Hauptaxen eines jeden Ellipsoides nehmen die gleiche Grösse an; alle Ellipsoide verwandeln sich in Sphäroide. Diese letzteren besitzen zwar für jede der in Betracht kommenden Eigenschaften eine andere Gestalt, aber für sämmtliche ist die Rotationsaxe, sei sie die kleine oder die grosse Axe der erzeugenden Ellipse, einer bestimmten Richtung im Krystall parallel, der Richtung der optischen Axe. Die hierher gehörigen Krystalle verhalten sich daher in allen Richtungen, welche gleiche Winkel mit jener Richtung einschliessen, genau gleich in Bezug auf alle oben genannten Eigenschaften; es sind die optisch einaxigen.

5. Die drei Axen eines jeden Ellipsoides sind gleich lang; sämmtliche Ellipsoide nehmen die Gestalt von Kugeln an, d. h. in Bezug auf die Erscheinungen des Lichtes, der Wärme u. s. w. sind alle Richtungen in den hierher gehörigen, den einfachbrechenden, Krystallen gleichwerthig.

B. In Bezug auf die der ersten Gruppe angehörigen und auf vor. S. aufgezählten Eigenschaften verhalten sich also die Krystalle der letzten Klasse wie amorphe Körper. Dies ist nicht mehr der Fall bei der zweiten Art von physikalischen Eigenschaften, nämlich den folgenden:

Elasticität (Dehnung und Torsion),
Fortpflanzung des Schalles,
Cohäsion (Spaltbarkeit und *Härte),
Plasticität,
*Gleitung,
*Auflösung und Wachsthum,
*Pyro- und Piëzoelektricität.

Der numerische Werth irgend einer dieser Eigenschaften ist unabhängig von der Richtung, d. h. nach allen Richtungen gleich, nur in amorphen Körpern, während derselbe in jeder krystallisirten Substanz eine Function der Richtung darstellt*). Dadurch und zwar am leichtesten durch die Verschiedenheit der Cohäsion, d. h. durch die Spaltbarkeit, ist daher stets ein Krystall mit Sicherheit von einem amorphen Körper zu unterscheiden, und da diese Eigenschaften es sind, deren Abhängigkeit von der Richtung einen Krystall am allgemeinsten charakterisirt, so können wir einen solchen

*) Die Differenzen dieser Grössen nach verschiedenen Richtungen können bei einem krystallisirten Körper für eine der Eigenschaften sehr geringe sein, so dass sie der Beobachtung entgehen, ohne dass dieser dadurch überhaupt einem amorphen Körper ähnlich wird; denn unter seinen Eigenschaften werden sich dann andere befinden, welche grosse Unterschiede in verschiedenen Richtungen zeigen, während ein amorpher Körper dadurch charakterisirt ist, dass er in Bezug auf alle physikalischen Eigenschaften vollständige Gleichheit in allen Richtungen zeigt.

auch definiren als einen **homogenen festen Körper, in welchem die Eigenschaften seiner Elasticität, Cohäsion u. s. f. in gesetzmässiger Weise von der Richtung abhängen***).

Wenn wir von den mit * bezeichneten Eigenschaften als solchen, in Bezug auf die eine Verschiedenheit der beiden entgegengesetzten Richtungen einer und derselben Geraden möglich ist, zunächst absehen, so können wir die Abhängigkeit einer Eigenschaft dieser Gruppe von der Richtung im Krystall ebenfalls durch eine geschlossene krumme Oberfläche darstellen, welche jedoch stets von höherer Ordnung als ein dreiaxiges Ellipsoid ist und auch im einfachsten Falle (in welchem das letztere in eine Kugel übergeht) noch eine sehr complicirte Gestalt besitzt. In Bezug auf diese Oberflächen unterscheiden sich die Krystalle in neun Klassen, von welchen die drei ersten identisch sind mit den ersten unter A. aufgezählten Klassen, wie bereits bei Gelegenheit der Elasticitätsverhältnisse (S. 204 f.) und der Spaltbarkeit (S. 231 f.) gezeigt wurde; nur sind a. a. O. diese drei Abtheilungen der optisch zweiaxigen Krystalle in der umgekehrten Reihenfolge, so dass der allgemeinste Fall der letzte ist, angeführt. Die Gesammtheit der optisch einaxigen Krystalle zerfällt, wie ebenfalls a. a. O. auseinandergesetzt ist, in fünf Unterabtheilungen, während die einfachbrechenden Krystalle eine einzige Klasse bilden.

In den letzteren sind, wie aus S. 205 und 230 hervorgeht, in Bezug auf Elasticität und Cohäsion unter einander vollkommen gleichwerthig die drei auf einander senkrechten Normalen der Würfelflächen, ebenso die gegen diese gleichgeneigten Normalen der Oktaëderflächen, d. h. es herrscht Symmetrie nach den Ebenen des Hexaëders und den die Würfelkanten halbirenden Dodekaëderebenen. Dies gilt aber nicht mehr für die in der obigen Zusammenstellung zuletzt aufgeführten Eigenschaften, wie z. B. die Aetzfiguren beweisen, welche nur bei einem Theile der einfachbrechenden Krystalle diese Symmetrieverhältnisse zeigen, bei einem andern einem geringeren Grade der Symmetrie entsprechen — und analoge Unterschiede existiren auch innerhalb der übrigen jener neun Klassen. Dieselben zerfallen also, nach dem Verhalten der Krystalle gegenüber der Auflösung resp. beim Wachsthum, noch in weitere Unterabtheilungen, welche sich durch die Symmetrieverhältnisse der letztgenannten Eigenschaften von einander unterscheiden. Derjenige Grad der Symmetrie, welcher eine jede solche Abtheilung charakterisirt, kommt einem derselben angehörigen Krystall in Bezug auf jede seiner Eigenschaften zu, d. h. keine besitzt einen **geringeren**, — wohl aber kann für einzelne Eigenschaften ein höherer Grad von Symmetrie herrschen (z. B. besitzen die einfachbrechenden Krystalle in Bezug

*) Diese Definition sagt zugleich aus, dass die regelmässige Form, d. h. die vom Wachsthum abhängige Oberflächenausbildung, keineswegs das wesentliche Merkmal eines Krystalls ist, denn es kann ein Körper (z. B. ein aus Glas geschliffenes Oktaëder) eine regelmässige Form haben, ohne deshalb ein Krystall zu sein, während ein Krystall ein solcher bleibt, auch wenn seine äussere Form durch Abschleifen u. dergl. zerstört wird.

auf ihre optischen Eigenschaften unendlich viele Symmetrieebenen, da sie in dieser Beziehung nach jeder Ebene symmetrisch sind), und derartige Eigenschaften sind also nicht geeignet, die Symmetrie eines krystallisirten Körpers ausreichend festzustellen, sondern nur diejenigen, welche den niedrigsten Grad der Symmetrie besitzen. Dies sind besonders die Eigenschaften des Krystalls in Bezug auf die Auflösung resp. das Wachsthum und die durch letzteres bedingte geometrische Form. Aus dem gesetzmässigen Zusammenhange sämmtlicher physikalischer Eigenschaften geht somit hervor, dass zur Bestimmung der Symmetrieverhältnisse einer Krystallform nicht nur diese selbst, sondern auch irgend eine der physikalischen Eigenschaften des Krystalls benutzt werden kann, sobald sie hierzu ausreichend ist, d. h. den niedrigsten Symmetriegrad angiebt.

Die möglichen Arten von Symmetrie, welche die Ausbildung eines Krystalls haben kann und deren specielle Behandlung den Gegenstand der II. Abtheilung, der Darstellung der geometrischen Verhältnisse der Krystalle, bildet, müssen offenbar auch hervorgehen aus einer vollständigen Theorie der Molekularstructur, denn die Kräfte, mit denen die kleinsten Theilchen eines Krystalls auf einander wirken und von denen sein physikalisches Verhalten abhängt, müssen auch die Aneinanderlagerung derselben, d. h. das Wachsthum und damit die Krystallform bestimmen. Die letztere kann also mit Fug und Recht als eine »physikalische« Eigenschaft bezeichnet werden, und in diesem Sinne gestalten sich die Gesetze des Zusammenhanges zwischen der Krystallform und den physikalischen Eigenschaften als specielle Fälle der gesetzmässigen Beziehungen zwischen sämmtlichen physikalischen Eigenschaften, wie sie in der vorhergehenden Uebersicht dargelegt worden sind. Jede Vorstellung über die Art des Aufbaues der Krystalle aus ihren kleinsten Theilchen muss hiernach begründet werden auf die Gesammtheit ihrer physikalischen Eigenschaften, welche bestimmt werden durch die Natur jener kleinsten Theilchen, d. h. durch die Kräfte, welche diese auf einander ausüben.

In Bezug auf sämmtliche physikalischen Eigenschaften ist nun allen homogenen*) krystallisirten Substanzen das Folgende gemeinsam: 1) An allen Stellen sind die Eigenschaften die gleichen; es giebt also keinen ausgezeichneten Ort im Krystall. 2) Gehen wir von einem beliebigen Punkte im Krystall aus nach irgend einer Richtung und ebenso von einem beliebigen andern aus nach der parallelen Richtung, so finden wir jede Eigenschaft des Krystalls auf diesen beiden Linien genau gleich, und diese Gleichheit ergiebt sich für alle einander parallelen Linien im Krystall, welche Richtung dieselben auch haben und wie sich daher auch ihre Eigenschaften von denen anderer Richtungen unterscheiden. Dies Verhalten beweist, dass die Molekularkräfte in einem Krystall in allen parallelen Richtungen gleichartig wirken, und da die Abstände der kleinsten Theilchen eines Körpers von dem Gleichgewicht seiner inneren Kräfte abhängen, so müssen wir daraus

*) Vergl. auch die Definition der Homogenität S. 10 Anmerk.

schliessen, dass die Anordnung der Krystallmoleküle in einem homogenen Krystall auf parallelen Geraden die gleichen sind. 3) Stellen wir irgend eine durch zwei Gerade bestimmte Ebene am Krystall her und untersuchen deren physikalisches Verhalten, entfernen wir dann eine beliebig dicke Schicht der Substanz und stellen eine zu jener parallele Ebene in der gleichen Weise her, so finden wir, dass deren physikalisches Verhalten genau das gleiche ist; es sind also auch alle parallelen Ebenen eines homogenen Krystalls physikalisch gleichwerthig, d. h. die inneren Kräfte und die dadurch bestimmte Anordnung der kleinsten Theilchen müssen in parallelen Ebenen gleichartig sein. — Da Alles dies für jeden beliebigen Punkt, für jede beliebige Richtung und für alle, irgendwie gerichtete Ebenen im Krystall gilt, so folgt daraus, dass in einer homogenen krystallisirten Substanz (wenn wir von deren Begrenzung nach aussen vorläufig absehen) die Anordnung der Krystallmoleküle im Raume um jedes derselben herum die gleiche ist, wie um jedes andere. Eine solche Anordnung nennt man eine regelmässige.

Darnach kann also ein Krystall bezeichnet werden als ein homogener fester Körper mit regelmässiger Molekularstructur, und da in jeder regelmässigen Structur die Abstände der Theilchen nach verschiedenen Richtungen im Allgemeinen nicht die gleichen sind, so muss ein solcher Körper stets ein anisotroper in Bezug auf die von den anziehenden Kräften der kleinsten Theilchen abhängigen Eigenschaften der Elasticität, Cohäsion u. s. w. sein. Ferner ist nach dieser Definition »Krystallisation« gleichbedeutend mit »Aneinanderlagerung der Krystallmoleküle zu einer regelmässigen Structur«. Ein homogener Krystall kann daher nur dann entstehen, wenn die Theilchen, ungehindert durch andere Kräfte, allein ihrer gegenseitigen Einwirkung folgen, denn in diesem Falle wird die Structur und Ausbildung desselben nur durch die Molekularkräfte bestimmt.

Findet dagegen der Uebergang aus dem flüssigen, gelösten oder gasförmigen Zustande in den festen unter Umständen statt, welche eine regelmässige Aneinanderlagerung der kleinsten Theilchen nicht zulassen, wie z. B. dann, wenn jener Uebergang momentan erfolgt, so muss ein fester Körper entstehen, dessen Theilchen sich in einer unregelmässigen, von Ort zu Ort wechselnden Anordnung und gegenseitigen Orientirung befinden. Da nun zur Bestimmung des physikalischen Verhaltens eines solchen, wie jedes Körpers, immer endliche Strecken der Untersuchung unterworfen werden müssen, welche, wenn sie auch noch so klein gewählt werden, eine sehr grosse Zahl der beliebig gegen einander gelagerten kleinsten Theilchen enthalten, so müssen wir für die numerische Grösse irgend einer physikalischen Eigenschaft auf einer solchen Strecke den mittleren Werth finden, welcher sich aus den verschiedenen Grössen, wie sie derselben Eigenschaft nach allen möglichen Richtungen in dem regelmässigen Krystalle zukommt, ergeben würde. Dies gilt nun für jede Strecke, ihre Richtung möge sein, welche sie wolle; also muss der Körper, obgleich er aus anisotropen

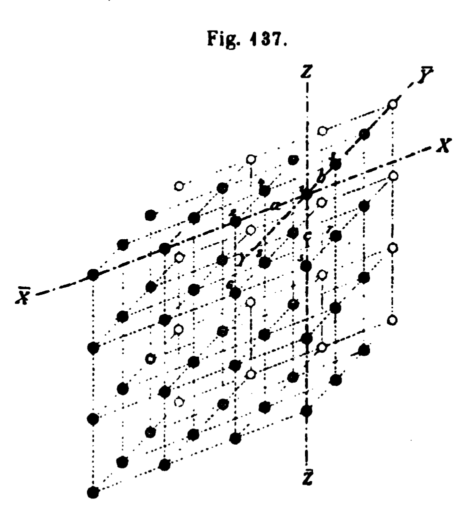
kleinsten Theilchen zusammengesetzt ist (welche, wenn sie regelmässig aneinandergelagert wären, einen anisotropen Körper d. i. einen Krystall liefern würden), isotrop sein, d. h. nach allen Richtungen das gleiche physikalische Verhalten zeigen. Isotrop in Bezug auf die Gesammtheit der physikalischen Eigenschaften sind bekanntlich nur die amorphen Körper — und in der That lehrt die Erfahrung, dass solche beim Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand nur dann entstehen, wenn dieser Uebergang schnell und unvermittelt eintritt, während die gleiche Substanz bei allmählich erfolgter Erstarrung »krystallisirt«. Die Unregelmässigkeit der Lagerung der kleinsten Theilchen der amorphen Körper geht ferner daraus hervor, dass, wenn eine Substanz beide Zustände, den amorphen und den krystallisirten, anzunehmen vermag, sich dieselben unterscheiden in Bezug auf die Dichte, d. h. die in der Volumeinheit enthaltene Masse des Körpers (gemessen durch das specifische Gewicht, welches für die amorphe Modification geringer ist), und in Bezug auf die Beständigkeit, indem die regelmässige Anordnung im krystallisirten Körper dem stabilen Gleichgewicht zwischen den inneren Kräften entspricht, die unregelmässige dagegen einem labilen. In Folge des letzteren Umstandes findet nicht selten eine spontane Umlagerung der amorphen Substanz in die krystallisirte statt (Beisp. Umwandlung der glasigen arsenigen Säure in ein lockeres Aggregat kleiner Kryställchen). Bei der vorstehend erläuterten Auffassung der Natur der amorphen Körper können wir unter den »kleinsten Theilchen« derselben ebenso gut die einzelnen »Krystallmoleküle«, welche bei der regelmässigen Aneinanderlagerung die Elemente der Krystallstructur bilden würden, als auch sehr kleine Partikel verstehen, welche aus mehreren Krystallmolekülen zusammengesetzt sind; denn wenn diese Partikel nur klein genug sind, muss der Körper ebenfalls das Verhalten eines isotropen zeigen. In der That ist es zweifelhaft, ob der erstere Fall, welchen man als den eines »absolut amorphen« Körpers bezeichnen könnte, überhaupt existirt, und ob nicht die sogenannten amorphen Körper nur Annäherungen an diesen Zustand darstellen, d. h. eigentlich »krystallinische Aggregate« seien, deren einzelne Krystallpartikel nur so klein sind, dass sie auf dem S. 44 angegebenen Wege selbst mikroskopisch nicht mehr erkannt werden können, — eine Auffassung, welche die S. 208 erwähnten Elasticitätsverhältnisse amorpher und »quasi-amorpher« Körper als möglich erscheinen lassen.

§ 36. **Raumgitter und regelmässige Punktsysteme.** Wie aus dem vorigen Paragraphen hervorgeht, ist die physikalische Gleichwerthigkeit aller paralleler Geraden und Ebenen in einem homogenen Krystall nur denkbar, wenn die Krystallmoleküle auf parallelen Geraden und in parallelen Ebenen in gleicher Weise angeordnet sind. Zur Vereinfachung der Vorstellung einer solchen »regelmässigen« Anordnung soll von der räumlichen Ausdehnung der Krysallmoleküle abgesehen werden und mögen dieselben als »materielle Punkte«, d. h. als den Schwerpunkten der materiellen

Moleküle entsprechende, betrachtet werden. Da die letzteren in Folge ihres Wärmeinhaltes in Schwingungen begriffen sein müssen, so soll ferner der Ort jener Punkte entsprechend der mittleren Lage, um welche jene Schwingungen stattfinden, angenommen werden. Alsdann erhalten wir die allgemeinste Art einer solchen Anordnung auf folgendem Wege:

Seien 1 und 2 (Fig. 137) irgend zwei benachbarte Moleküle, deren Abstand gleich a, so muss auf der durch dieselben bestimmten Geraden $X\bar{X}$ an allen Stellen, wegen des überall gleichen Verhaltens, der Abstand zweier benachbarter Theilchen gleich a sein, d. h. die Gerade $X\bar{X}$ muss eine äquidistant mit Molekülen besetzte Punktreihe sein. Sei 3 einer der dieser Punktreihe nächsten, im Uebrigen aber ebenfalls beliebig gewählter, materieller Punkt des Krystalls, dessen Abstand von 1 gleich b, so muss die Gerade $Y\bar{Y}$ äquidistant mit Punkten besetzt sein, deren benachbarte sämmtlich den Abstand b haben. Da die Vertheilung der Massenpunkte um den Punkt 2 die gleiche sein muss, wie um den Punkt 1, so muss durch ersteren eine der Geraden 1—3 parallele Punktreihe 2, 4, ... hindurchgehen, welche genau so beschaffen ist, wie die Punktreihe $Y\bar{Y}$.

Fig. 137.



Dasselbe gilt für jedes folgende Theilchen der Reihe $X\bar{X}$, und wenn wir uns durch alle diese Theilchen die Gesammtheit der $Y\bar{Y}$ parallelen Punktreihen denken, so erhalten wir ein, in der Ebene 1, 2, 3, 4 unendlich ausgedehnt zu denkendes, ebenes Netz mit parallelogrammatischen Maschen, in welchem die Theilchen überall gleichartig angeordnet sind, nämlich auf den Eckpunkten von Rhomboiden mit den Seiten a und b. Sei nun 5 irgend ein beliebiges Theilchen ausserhalb dieser Netzebene, für welches nur die Bedingung gelten soll, das kein jener Netzebene näheres existirt, so müssen, weil die Vertheilung um jeden Massenpunkt die gleiche ist, zu ihm drei andere 6, 7, 8 genau so liegen, wie 2, 3, 4 zu 1, d. h. es muss durch den Punkt 5, dessen Abstand von 1 gleich c sein soll, eine zur ersten parallele und genau ebenso beschaffene Netzebene gehen. Da durch 1 und 5 eine neue Punktreihe bestimmt wird, deren Punkte sämmtlich den Abstand c haben und für jeden folgenden das Gleiche gilt, wie für 5, so erhalten wir unendlich viele gleichartige und der Ebene 1, 2, 3, 4 parallele Netzebenen. Die Gesammtheit derselben bildet ein sogenanntes Raumgitter, bestehend aus Punkten, welche in den Ecken von Parallelepipeden, deren eines von den acht Punkten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 gebildet wird, liegen. Andere, als die den Eckpunkten dieser Parallelepipeda entsprechenden, Moleküle kann

der betreffende Krystall nicht enthalten, denn wenn in irgend einem solchen Parallelepiped ein weiteres Theilchen desselben liegen sollte, so müsste, wegen des zu Grunde gelegten Principes der Homogenität, auch in dem Parallelepiped 1, ..., 8 ein solches liegen; dann wären aber die Theilchen 5, 6, 7, 8 nicht die nächsten an 1, 2, 3, 4, was a. vor. S. vorausgesetzt wurde. Ebenso würde es den gemachten Voraussetzungen widersprechen, wenn irgendwo auf einer Netzebene oder in einer Punktreihe noch weitere vorhanden wären, weil diese nothwendig einen kleineren Abstand haben müssten, als den kleinstmöglichen. Daraus folgt, dass die Gesammtheit der Moleküle eines homogenen Krystalls ein Raumgitter bilden, d. h parallelepipedisch gruppirt sein muss.

Ein solches Fig. 137 abgebildetes und unbegrenzt zu denkendes Raumgitter stellt ein System von Punktreihen dar parallel der Geraden $X\overline{X}$, in welchem an jeder Stelle der Abstand zweier benachbarter Theilchen $= a$, ebenso aber auch ein System von Punktreihen parallel $Y\overline{Y}$, in welchem der Abstand der Theilchen $= b$, und ein weiteres System von Punktreihen mit dem constanten Abstand c. Verbinden wir irgend einen Punkt mit irgend einem andern, z. B. 1 mit 4, oder mit 8 oder endlich mit einem beliebigen Punkte irgend eines der andern Parallelepipeda, — und verlängern die Verbindungsgerade der beiden Punkte jenseits des einen, so treffen wir in demselben Abstande, wie die Entfernung der beiden gewählten Punkte, auf ein drittes Theilchen u. s. f. Das System kann also betrachtet werden als zusammengesetzt aus Punktreihen, parallel jeder beliebigen, durch zwei der Punkte gehenden Geraden, welche sämmtlich gleichartig sind, da jede derselben und an jeder Stelle die Theilchen gleichartig angeordnet enthält. Da die Moleküle unmessbar kleine Abstände besitzen, so ist dies gleichbedeutend damit, dass ein mit Raumgitterstructur begabter Körper in allen parallelen Geraden die gleichen physikalischen Eigenschaften zeigen muss.

Genau ebenso, wie in geradlinigen Punktreihen, können wir uns das System zerlegt denken in gleichartig mit Theilchen besetzte Ebenen, z. B. in solche parallel den beiden Geraden $X\overline{X}$ und $Y\overline{Y}$, in denen die Theilchen nach Parallelogrammen mit den Seiten ab angeordnet sind, in Ebenen parallel $X\overline{X}$ und $Z\overline{Z}$ (Parallelogramme mit den Seiten $a\,c$) oder parallel $Y\overline{Y}$ $Z\overline{Z}$ (Parallelogramme bc), ferner in solche parallel $X\overline{X}$ und der Diagonale des Rhomboids bc (d. h. Ebenen, in welchen die Theilchen Parallelogramme bilden, deren eine Seite diese Diagonale, deren andere die Seite a ist, z. B. (1278) u. s. f., — allgemein in Ebenen, welche durch irgend drei Punkte des Systems gehen; denn legt man durch den dritten dieser beliebig gewählten Punkte eine Gerade parallel der Verbindungslinie der beiden ersten, so muss diese in dem gleichen Abstande, wie die Entfernung des ersten vom zweiten, einen vierten Punkt treffen, d. h. es ergiebt sich wieder eine Anordnung nach gleich grossen Parallelogrammen, und die gleiche in allen parallelen Ebenen, welche durch irgend

drei, jenen drei ersten entsprechende Punkte gehen*). Wir können also auch das ganze System auf unendlich viele Arten aufbauen aus Ebenen, auf denen die Theilchen in den Eckpunkten von Parallelogrammen liegen, welche für alle parallelen Ebenen gleich, für verschieden orientirte Ebenen im Allgemeinen verschieden sind.

Gehen wir endlich von irgend einem solchen Parallelogramm aus und verbinden dessen vier Eckpunkte mit denen eines beliebigen gleichartigen Parallelogramms einer parallelen Netzebene, so erhalten wir ein anders gestaltetes und orientirtes Parallelepiped, als das von den nächstliegenden Punkten 1 . . . 8 gebildete. Wir können demnach das System auch auf verschiedene Arten in gleiche und gleich orientirte Parallelepipeda zerlegen, d. h. dasselbe erfüllt die Bedingungen der Homogenität, nach welcher beliebig herausgeschnittene, gleiche und ähnliche Theile nicht unterschieden werden können. Dasselbe entspricht aber nicht nur den Eigenschaften eines homogenen Körpers überhaupt, sondern speciell denjenigen eines Krystalls, da es Gleichheit der Anordnung der Theilchen in parallelen Geraden und Ebenen, dagegen Ungleichheit der Anordnung in Geraden und Ebenen verschiedener Orientirung zeigt. Namentlich ist es die für die krystallisirten Substanzen charakteristische Eigenschaft der Spaltbarkeit nach gewissen Ebenen, von welchen dasselbe Rechenschaft giebt. Für jedes parallelepipedische Raumgitter gilt nämlich der Satz**): »Je dichter eine Netzebene mit Punkten besetzt ist, desto grösser ist ihr Abstand von der nächsten parallelen Netzebene«. Da nun im Allgemeinen vorausgesetzt werden darf, dass die Cohäsion eines Körpers um so grösser ist, je kleinere Abstände seine Moleküle besitzen, so ist anzunehmen, dass die Ebenen vollkommenster Spaltbarkeit diejenigen der grössten Flächendichtigkeit sind, denn offenbar ist parallel diesen, d. h. in tangentieller Richtung, die Cohäsion am grössten, senkrecht dazu am kleinsten; die Vollkommenheit der Spaltbarkeit wird abnehmen müssen in dem Maasse, als die Dichtigkeit der Besetzung der Ebene mit Molekülen eine geringere wird.

Das vorstehend beschriebene Raumgitter bietet uns die einfachste und allgemeinste Vorstellung, welche wir uns von dem Aufbau, der »Structur«, eines Krystalls machen können. Wir wollen dasselbe ein »triklines« nennen, weil die drei Systeme von Punktreihen, $X\bar{X}$, $Y\bar{Y}$, $Z\bar{Z}$, aus denen wir es construirt haben, schiefe und zwar von einander verschiedene Winkel einschliessen. Dasselbe entspricht offenbar der Structur eines Krystalls der ersten der neun S. 204 und 245 erwähnten Klassen, in welchem, ausser den parallelen, keine physikalisch gleichwerthigen Richtungen existiren, denn in demselben ist auf keiner Geraden die Anordnung der materiellen Punkte

*) Es ist geeignet, bei diesen Betrachtungen die Vorstellung zu unterstützen durch ein Modell, am einfachsten aus grossen Glasperlen, welche auf senkrecht befestigte Stricknadeln geschoben werden, zusammengesetzt.

**) Einen besonders elementaren und anschaulichen Beweis desselben gab Sohncke in der Zeitschr. f. Krystallographie und Mineralogie 1888, 13, 209.

die gleiche, wie auf irgend einer von anderer Richtung, ebenso wenig wie auf nicht parallelen Ebenen die gleiche Flächendichtigkeit herrscht. Gehört nun ein Krystall einer der andern Klassen an, in welchen die Eigenschaften der Elasticität, Cohäsion u. s. w. sich symmetrisch zu gewissen Ebenen ändern, so dass sie in je zwei zu diesen gleich und entgegengesetzt geneigten Richtungen denselben Werth besitzen, so folgt hieraus, dass je zwei solchen Richtungen parallele Punktreihen der Structur des betreffenden Krystalls auch in Bezug auf das Gleichgewicht der inneren Kräfte und somit auf den Abstand der Theilchen übereinstimmen müssen. Alsdann müssen auch zwei Ebenen der Structur, welche symmetrisch in Bezug auf eine jener Symmetrieebenen liegen, in gleicher Weise mit Molekülen besetzt und dadurch die Möglichkeit geboten sein, dass der Krystall zwei verschieden gestellte, aber gleich vollkommene Spaltungsebenen zeigt. Die verschiedenen Fälle, welche die Krystalle in Bezug auf die fundamentale Eigenschaft der Spaltbarkeit (vergl. S. 230f.) darbieten, müssen daher auch verschiedenen Structurarten entsprechen — und es entsteht somit die Frage nach den theoretisch möglichen Arten parallelepipedischer Structur und darnach, ob dieselben so beschaffen sind, dass sie in Bezug auf die physikalische Gleichwerthigkeit gewisser Richtungen mit den bei den Krystallen der verschiedenen Klassen beobachteten Verhältnissen übereinstimmen. Mit dieser Frage beschäftigte sich zuerst Frankenheim in seinem Werke »Die Lehre von der Cohäsion, 1835«; die vollständige mathematische Herleitung aller möglicher Arten von Raumgittern wurde jedoch von Bravais geliefert in seinem: »Mémoire sur les systèmes formés par des points distribués régulièrement sur un plan ou dans l'espace, Paris 1850«. Eine übersichtlichere und ausserordentlich elementare Darstellung der Theorie der Raumgitter lieferte Sohncke in dem Aufsatze: »Die Gruppirung der Moleküle in den Krystallen« u. s. w. Poggendorff's Annalen der Physik 1867, **132**, 75—106. Das Resultat dieser Untersuchung ist, dass im Ganzen nur 14 Arten parallelepipedischer Anordnungen geometrisch möglich sind und dass diese sieben, durch ihre Symmetrie verschiedenen Klassen angehören, welche im Folgenden erläutert werden sollen.

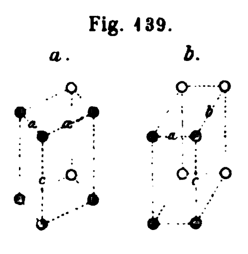
Fig. 138.

Die I. Klasse bildet das bereits betrachtete trikline Raumgitter, welches den allgemeinsten möglichen Fall darstellt. Das kleinste der von den 8 nächstliegenden Punkten gebildeten Parallelepipeda (Fig. 138), welches das Elementarparallelepiped*) heissen möge, hat drei ungleiche Kanten a, b, c, die sich unter ungleichen schiefen Winkeln schneiden. (Diesen sechs Grössen kommen natürlich für jede hierher gehörige Substanz andere Werthe zu.)

*) Als Elementarfiguren sollen zum Unterschied davon im Folgenden Parallelepipeda bezeichnet werden, welche in ihrer Mitte oder in der Mitte jeder Fläche noch einen Punkt tragen (Bravais' »centrirte Figuren«). Es wird sich der leichteren Anschaulichkeit wegen mehrfach empfehlen, die Raumgitterpunkte statt in »Elementarparallelepipeda«, in dieser Weise zusammenzufassen.

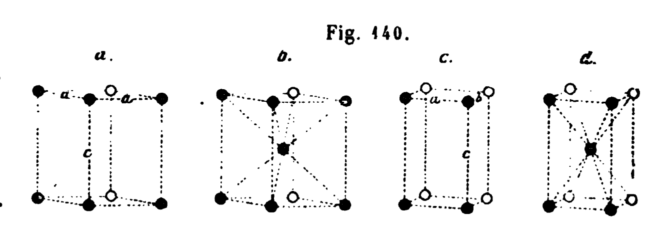
Die II. Klasse umfasst zwei Arten von Raumgittern, deren Elementarparallelepipeda in Fig. 139*a* und *b* abgebildet sind; das eine stellt denjenigen speciellen Fall des allgemeinen Raumgitters dar, in welchem zwei Kanten des Elementarparallelepipeds gleich gross sind ($b = a$), daher die Theilchen auf den Eckpunkten eines rhombischen Prismas mit schiefer Basis liegen; das andere ist dadurch von dem triklinen verschieden, dass eine Kante (a) des Elementarparallelepipeds rechte Winkel mit den beiden andern (b und c) bildet, daher dieses die Gestalt eines geraden rhomboidischen Prismas, mit a als Axe, annimmt. Beide Parallelepipeda und somit auch die betreffenden Structurarten, besitzen offenbar eine (und nur eine) Symmetrieebene, welche in den Figuren übereinstimmend orientirt ist; in 139*a* ist es die Ebene durch die vordere und die hintere Kante des Prismas, in 139*b* die durch die Mitten der Kanten a gelegte Ebene, d. i. parallel der Basis des rhomboidischen Prismas. Je zwei gegen diese Ebene gleichgeneigte Netzebenen, z. B. die rechte und linke Prismenfläche in Fig. 139*a* oder die senkrechten, durch die Diagonalen des Rechtecks ab im zweiten Parallelepiped gehenden Ebenen, sind in gleicher Weise mit Molekülen besetzt; kommt solchen Ebenen die grösste Flächendichtigkeit zu, so muss daher nach beiden gleich vollkommene Spaltbarkeit existiren. Hieraus geht hervor, dass diese beiden Structurarten der zweiten Klasse der optisch zweiaxigen Krystalle entsprechen, deren Cohäsionsverhältnisse (S. 232) sich nach einer Ebene symmetrisch ändern.

Fig. 139.



Die III. Klasse wird von denjenigen Raumgittern gebildet, welche nach drei auf einander senkrechten Ebenen symmetrisch sind. Die Elementar-Parallelepipeda resp. -Figuren, welche dieser Bedingung genügen, sind folgende, in Fig. 140*a*—*d* abgebildete: *a*) rhombisches Prisma mit gerader Basis, *b*) dasselbe mit einem Massenpunkt im Centrum (die vier Punkte der horizontalen Basis mit dem mittleren Punkte bilden eine rhombische Pyramide), *c*) rechtwinkeliges Parallelepiped mit drei ungleichen Kanten abc, *d*) dasselbe mit einem Massenpunkt im Centrum (der letztere bildet mit den vier Punkten eines der sechs Seitenflächen die Eckpunkte einer rectangulären Pyramide). Es leuchtet ohne Weiteres ein, dass diese Klasse diejenigen optisch zweiaxigen Krystalle umfassen muss, deren physikalische Eigenschaften sämmtlich die Symmetrie nach drei zu einander senkrechten Ebenen zeigen, und dass diese Ebenen sind: die Basis und die beiden senkrechten, durch die Diagonalen derselben gehenden Ebenen in Fig. 140*a* und *b*, die den drei

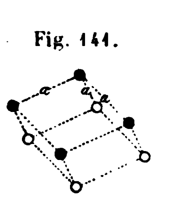
Fig. 140.



Paaren von Seitenflächen parallelen Ebenen in Fig. 140*c* und *d*. Dies müssen folglich die drei optischen Hauptschnitte des Krystalls für alle Farben sein. Je nach den Winkeln und dem Längenverhältniss der Kanten, welche den Elementarparallelepipeden zukommen, wird das aus ihnen aufgebaute Raumgitter die grösste Flächendichtigkeit in einer der drei Symmetrieebenen oder in den Ebenen eines rhombischen Prismas oder endlich in denen einer rhombischen Pyramide besitzen, und so ergeben sich alle für diese Klasse der Krystalle S. 232 aufgezählten Arten von Spaltbarkeit.

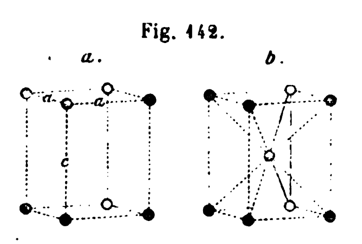
Die IV. Klasse enthält nur eine Art von Raumgittern, deren Elementarparallelepiped (Fig. 141) ein Rhomboëder ist; diese besitzen ebenfalls drei Symmetrieebenen, welche sich aber sämmtlich in einer Richtung, der Hauptaxe des Rhomboëders (in der Figur senkrecht gestellt), unter gleichen Winkeln (d. i. unter 60°) schneiden. Da hier die drei Kanten des Parallelepipeds gleichwerthig sind und gleiche (bei jeder Substanz natürlich andere) Winkel mit einander bilden, so müssen derartige Krystalle optisch einaxig und die Hauptaxe des Rhomboëders die optische Axe sein. Die dichteste Besetzung mit Massenpunkten kann in derartigen Raumgittern auf folgenden Ebenen statthaben: 1) auf den Rhomboëderflächen selbst, alsdann findet nach diesen die Spaltbarkeit statt; oder 2) auf den zur Hauptaxe senkrechten Netzebenen, welche die Theilchen, z. B. die drei in Fig. 141, deren Abstand von dem obersten $= a$ ist, in triangulärer Anordnung enthalten (basische Spaltbarkeit); endlich 3) in den drei Symmetrieebenen oder den dazu senkrechten, den Winkel derselben halbirenden Ebenen, welche einander ebenfalls in der Hauptaxe schneiden (in beiden Fällen resultirt Spaltbarkeit nach einem hexagonalen Prisma). Dies sind die Cohäsionsverhältnisse der die Abtheilungen b) und c) der Dehnungsflächen umfassenden Klasse (vergl. S. 231).

Fig. 141.



Die V. Klasse wird charakterisirt durch vier Symmetrieebenen, welche einander in einer Richtung unter gleichen Winkeln (d. i. 45°) schneiden, und eine fünfte, auf jenen senkrechte. Die Elementarparallelepipeda und die daraus abgeleiteten Elementarfiguren der beiden hierher gehörigen Arten von Raumgittern sind: Fig. 142*a* gerades quadratisches Prisma und Fig. 142*b* dasselbe mit einem Massenpunkt im Centrum. Dieser bildet mit vier Punkten eines horizontalen Quadrats die Eckpunkte einer quadratischen Pyramide. Die vier, in der Figur senkrecht gestellten, Symmetrieebenen erster Art sind parallel den Seiten- und den Diagonalebenen des Prismas, die fünfte ist der horizontalen Basis parallel. Da in der letzteren paarweise, zu einander normale, gleichwerthige Richtungen gelegen sind, müssen auch diese Krystalle optisch einaxig sein, und die Axe des Prismas muss der optischen Axe entsprechen. Die grösste Flächen-

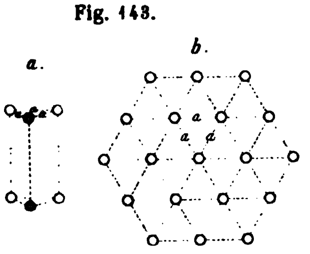
Fig. 142.



lichtigkeit kann ein aus derartigen Parallelepipeden aufgebautes Raumgitter haben in der Basis, in den Seiten- oder Diagonalebenen des Prismas oder endlich in den einer quadratischen Pyramide entsprechenden Netzebenen. Hieraus ergeben sich diejenigen Fälle der Spaltbarkeit, welche nach S. 231 die zweite Klasse der optisch einaxigen Krystalle charakterisiren.

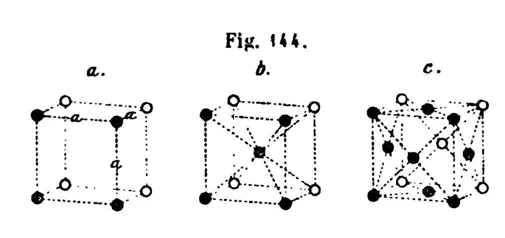
Die VI. Klasse enthält nur eine Art von Raumgittern, nämlich die Anordnung nach geraden regulär dreiseitigen Prismen (Fig. 143 *a*). Ein derartiges Raumgitter, welches durch Fig. 143 *b* auf die horizontale (zur Prismenaxe normale) Ebene projicirt dargestellt wird, ist symmetrisch nach sechs, in der Axe des Prismas einander schneidenden Ebenen — nämlich den drei zu den Seitenflächen des trigonalen Prismas parallelen Ebenen (in Fig. 143 *b* durch die punktirten Linien bezeichnet) und den dreien, welche den Winkel der letzteren halbiren, also Winkel von 30° mit ihnen einschliessen — endlich nach der zur Axe des Prismas senkrechten Ebene (parallel dessen gleichseitig dreieckiger Basis). Aus diesen Symmetrieverhältnissen ergiebt sich ebenfalls die optische Einaxigkeit und das Zusammenfallen der optischen Axe mit der Axe des Prismas in den hierher gehörigen Krystallen. Was die Flächendichtigkeit der verschiedenen Netzebenen eines derartigen Raumgitters betrifft, so kann dieselbe am grössten sein in der Basis der Prismen oder in der ersten der beiden Arten von je drei gleichwerthigen Symmetrieebenen, daher vollkommene Spaltbarkeit nur nach der Basis oder nach einem hexagonalen Prisma stattfinden kann; relativ dicht mit Molekülen besetzt, im Vergleich zu andern Netzebenen, können auch diejenigen sein, welche durch je eine Seite *a* einer trigonalen Basis und den gegenüberliegenden Eckpunkt der andern Basis des Prismas gehen; solcher Ebenen existiren in dem vollständigen Raumgitter sechs, welche eine hexagonale Pyramide bilden; nach dieser Form ist also eine deutliche Spaltbarkeit ebenfalls möglich. Damit ist nachgewiesen, dass diese Structurart den Cohäsionsverhältnissen der Abtheilung a) (s. S. 231) der einaxigen Krystalle entspricht.

Fig. 143.



Die VII. Klasse wird gebildet von denjenigen Raumgittern, welche den höchsten geometrisch möglichen Grad von Symmetrie besitzen; es sind folgende in Fig. 144 *abc* durch ihre Elementar-Parallelepipeda resp. -Figuren dargestellten drei Arten von Anordnungen: *a*) nach Würfeln, *b*) dieselbe mit einem Massenpunkte im Centrum jedes Würfels, *c*) mit einem Punkte in der Mitte jeder Würfelfläche. Diese Raumgitter können symmetrisch halbirt werden durch jede einer Würfelfläche

Fig. 144.



parallele Ebene, ebenso durch jede den Winkel einer Würfelkante halbirende, also durch die parallelen Diagonalen zweier gegenüberliegender Würfelflächen gelegte Ebene des regulären Dodekaëders. Dieselben neun Symmetrieebenen besitzt nun die Dehnungsfläche (s. S. 205) der einfachbrechenden Krystalle, und die gleiche Symmetrie kommt auch den Cohäsionsverhältnissen dieser zu (vergl. S. 230); es ist nun, besonders leicht mit Hülfe von Modellen dieser Raumgitter, zu sehen, dass die dichteste Besetzung der Netzebenen mit Theilchen bei dem ersten vorhanden ist auf denjenigen des Würfels, bei dem zweiten auf denen des Dodekaëders und bei dem dritten auf den Oktaëderebenen, entsprechend den a. a. O. unterschiedenen Arten der Spaltbarkeit. Somit giebt diese Structurtheorie vollkommene Rechenschaft davon, dass andere Spaltungsrichtungen, als die genannten, in den einfachbrechenden Krystallen nicht existiren. Da die Normalen der drei, den Würfelflächen parallelen Symmetrieebenen gleichwerthig sind, müssen die drei Hauptaxen des irgend eine der S. 243 aufgezählten physikalischen Eigenschaften repräsentirenden Ellipsoides gleich gross sein, das Ellipsoid also in eine Kugel übergehen.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, dass die sieben Klassen der möglichen Raumgitter genau diejenigen Symmetrieverhältnisse zeigen, welche den sieben Klassen der Krystalle in Bezug auf die Cohäsion zukommen, dass dagegen der Unterschied, welchen die Abtheilungen b und c resp. d und e der optisch einaxigen Krystalle betreffs ihrer Elasticitätsverhältnisse zeigen (vergl. S. 206), nicht durch eine verschiedene Krystallstructur zum Ausdruck gebracht wird. Das Gleiche ist der Fall mit den verschiedenen Unterabtheilungen (Symmetrieklassen), in die nach S. 245 die einfachbrechenden Krystalle hinsichtlich ihres Verhaltens bei der Auflösung zerfallen, in Bezug auf welches sie, bis auf eine Abtheilung, eine geringere Symmetrie besitzen, als diejenige der Raumgitter der letzten Klasse. Eben so wenig kann durch die bisher betrachtete einfachste Theorie der Krystallstructur erklärt werden die Verschiedenheit des Verhaltens eines Krystalls nach zwei entgegengesetzten Richtungen, wie sie sich bei der Auflösung und bei der durch Temperaturänderung bewirkten elektrischen Erregung gewisser Krystalle zeigt, endlich auch nicht die Existenz zweier, in entgegengesetztem Sinne aufgebauter und daher circularpolarisirender (s. S. 139) Krystalle. Alle diese Eigenschaften schrieb daher Bravais den Krystallmolekülen selbst zu, und dies ist für gewisse der erwähnten Erscheinungen, besonders für diejenige der polaren Pyroëlektricität (s. S. 198), möglicherweise auch die richtige Erklärung. Anders aber ist es mit den übrigen, z. B. mit der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Wenn diese in allen Fällen eine Eigenschaft der kleinsten Theilchen des Körpers sein soll, so müsste stets auch die Lösung desselben, wenigstens die gesättigte (da in dieser Partikel von der Complexität des »Krystallmoleküls« vorhanden sein müssen, um den Beginn der Ausscheidung von krystallisirter Substanz zu ermöglichen), eine Drehung der Polarisationsebene bewirken. Dies

trifft nun aber in vielen Fällen nicht zu. Z. B. zeigt die Lösung des Natriumchlorats (s. S. 143) keine Circularpolarisation, sondern nur die Krystalle, und die letzteren besitzen eine Form, welche in den rechts- und linksdrehenden spiegelbildlich entgegengesetzt ist; löst man nun diejenigen der einen Art auf, so erhält man ebenfalls eine optisch inactive Lösung, und diese liefert beim Verdunsten wieder beide Arten von Krystallen. Hieraus geht unwiderleglich hervor, dass der Gegensatz der rechts- und linksdrehenden Krystalle nur in der Art ihres Aufbaues aus den Krystallmolekülen, nicht in der Natur der letzteren begründet sein kann, und dass folglich die Raumgitter die Structurverhältnisse der Krystalle nur unvollständig darstellen, vielmehr mindestens einem Theile der Krystalle eine complicirtere Structur zugeschrieben werden müsse.

In der That ist nun bei der Ableitung der möglichen Raumgitter aus dem Principe der »Regelmässigkeit« von der Ausdehnung der Moleküle abgesehen und sind diese nur als »Punkte« ohne jede Richtung betrachtet worden. Berücksichtigt man jedoch, dass es sich um körperliche Gebilde von einer bestimmten Orientirung handelt, so gelten alle bisherigen Schlüsse nur unter der Voraussetzung, dass alle Krystallmoleküle einander parallel gestellt seien. Diese Voraussetzung ist aber keineswegs selbstverständlich, denn nach derselben wäre das stabile Gleichgewicht der inneren Kräfte, welches die Anordnung der Krystallmoleküle bedingt, nur möglich bei paralleler Orientirung der letzteren. Die Existenz der Gleitflächen lehrt jedoch, dass Krystallmoleküle zwei verschiedene Gleichgewichtslagen von übereinstimmender Stabilität, aber ungleicher Orientirung, besitzen können (vgl. S. 218), denn die unmittelbar benachbarten Theilchen, welche in einem theilweise umgelagerten Kalkspathe zu beiden Seiten der Gleitfläche liegen, befinden sich zu einander in der zweiten, durch die Schiebung erreichten Gleichgewichtslage ihrer inneren Kräfte, während sie offenbar in Bezug auf die Gleitfläche symmetrisch, d. h. umgekehrt orientirt sind. Die Annahme verschiedener, aber gesetzmässiger gegenseitiger Stellung der Moleküle findet, wie die Erfahrung lehrt, sehr häufig statt bei der Bildung der Krystalle; derartige Orientirungen müssen daher ebenso einer Gleichgewichtslage der inneren Kräfte entsprechen, wie der Parallelismus der kleinsten Theile. Da in solchen Fällen beim Fortwachsen des Krystalls weitere Partikel in paralleler Stellung sich sowohl an das eine als an das andere der verschieden orientirten Krystallmoleküle anlagern können, so muss alsdann ein Gebilde entstehen, welches z. Th. aus einem Krystall der einen Orientirung, z. Th. aus einem in jeder Beziehung mit ersterem gleichartig beschaffenen, aber anders orientirten Krystalle besteht. Ein solches Gebilde nennt man einen »Zwilling«. Die Entstehung von Zwillingen bei der Bildung von Krystallen, ebenso wie die künstliche Erzeugung derselben durch einfache Schiebung in Krystallen, welche Gleitflächen besitzen, beweist nun, dass die Annahme, ein Krystall könne nur aus parallel orientirten Krystallmolekülen aufgebaut sein, eine unzulässige Beschränkung sei und daher zu einer unvollständigen Theorie

der Krystallstructur führen müsse. Um alle denkbaren Structurformen der krystallisirten Körper zu erhalten, ist es also zunächst erforderlich, jene Beschränkung fallen zu lassen und ganz allgemein diejenigen Anordnungen gleichartiger Krystallmoleküle aufzusuchen, welche die Bedingung erfüllen, dass in Bezug auf jedes derselben die Anordnung aller übriger die gleiche ist. Die Gesammtheit ihrer Schwerpunkte stellt alsdann ein Gebilde dar welches man ein **regelmässiges Punktsystem** nennt.

Die Aufgabe, alle überhaupt möglichen regelmässigen Punktsysteme von allseitig unendlicher Ausdehnung aufzufinden, zu denen selbstverständlich auch die Raumgitter (d. h. diejenigen speciellen Fälle, welche sich bei Annahme des Parallelismus der Krystallmoleküle ergeben) gehören, wurde von Sohncke gelöst in der Schrift: »Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur«, Leipzig 1879*). Wenn zu deren Ableitung auch keine höhere Mathematik erforderlich ist, so können jedoch ihres Umfanges wegen hier nur die Methoden derselben und einige sich ergebende Resultate zur Aufnahme gelangen.

Was zunächst die erstere betrifft, so beruht sie auf folgender Betrachtung: Man denke sich ein regelmässiges unendliches Punktsystem starr gemacht und aus seiner Lage herausgerückt; dann bilden die zuvor von Systempunkten besetzt gewesenen Orte des Raumes ein dem System congruentes Punktsystem; dieses möge, im Gegensatz zu dem herausgenommenen »beweglichen«, das »feste« heissen. In welchen Systempunkt des festen Systems man nun einen beliebig gewählten Systempunkt des beweglichen auch legen mag, immer kann man, in Folge der Gleichheit der Anordnung um jeden Punkt, es bewirken, dass beide Systeme zur Deckung gelangen. Eine solche Bewegung nun, welche das bewegliche System aus einer Lage der Deckung mit dem festen in eine andere Lage der Deckung mit ihm überführt, soll eine »Deckbewegung« heissen. Diese Deckbewegungen können dreierlei sein:

a) Parallelverschiebungen (Schiebungen, Translationen). Besitzt ein regelmässiges Punktsystem nur Deckbewegungen dieser Art, so lässt sich sehr einfach beweisen (s. l. c. S. 63), dass es ein Raumgitter mit parallelepipedischen Maschen ist.

b) Drehungen (Rotationen) um eine Gerade, die Drehungsaxe.

c) Schraubungen, d. h. Lagenänderungen des Systems, bei welchen alle Punkte eine gleich grosse und gleichsinnige Drehung um eine Gerade und ausserdem eine gleiche Schiebung parallel dieser Geraden erleiden; letztere heisst die Schraubungsaxe.

Allgemein wird unter der »Axe eines regelmässigen Punktsystems« die Axe einer Deckbewegung (Drehung oder Schraubung) desselben verstanden.

---

*) Dieselbe enthält ausserdem eine sehr lehrreiche Uebersicht der historischen Entwickelung des Begriffes der Krystallstructur und eine eingehende Vergleichung der Ergebnisse der Theorie mit dem physikalischen Verhalten der Krystalle.

olche »Axen« besitzen nun auch die Mehrzahl der Raumgitter; da diese
ber nicht die Gesammtheit aller möglicher Punktsysteme darstellen, so ist
ur Auffindung der letzteren erforderlich, mittelst der Sätze der Geometrie
er Bewegung (Kinematik) alle verschiedenen Arten und Richtungen von
Axen« zu finden, welche in regelmässigen unendlichen Punktsystemen
xistiren können; denn aus diesen folgen die letzteren, wenn irgend ein
lassenpunkt willkürlich angenommen wird und aus ihm durch Ausführung
ler Deckbewegungen alle übrigen erzeugt werden. Betreffs der Axen, der
)rehung sowohl wie der Schraubung, lässt sich nun beweisen, dass der
kleinste, zu einer solchen zugehörige Drehungswinkel stets ein aliquoter
Theil einer ganzen Umdrehung sein muss, also der $n$te Theil von 360°, wo
n eine ganze Zahl ist; darnach wird die Axe als eine »n-zählige« bezeichnet.
Ferner kann gezeigt werden, dass die Zahl n nur 2, 3, 4 oder 6 sein kann;
es sind daher regelmässige Punktsysteme mit einer zwei-, drei-, vier-
oder sechszähligen Axe möglich. Die Prüfung der Regelmässigkeit von Punktsystemen mit mehreren Axen ergiebt weiter, dass dieselbe nur für gewisse Combinationen von Axen gilt; innerhalb einer solchen Combination können die Axen der einen Art die andern bedingen; so z. B. erfordert das Vorhandensein mehrerer gleicher Axen in gewissen Richtungen die Existenz noch weiterer. Auf diesem Wege erhält man endlich 65 Arten*) als die Gesammtheit aller möglicher regelmässiger Punktsysteme, welche aus unter einander congruenten (aber nicht nothwendig parallel orientirten) Molekülen aufgebaut sind. Dieselben bestehen im Allgemeinen aus mehreren congruenten, in einander gestellten Raumgittern; letztere erhält man aus ihnen als specielle Fälle, wenn man den willkürlich gewählten Punkt, welcher durch Ausführung der Deckbewegungen das System liefert, in bestimmter Lage zu den Axen desselben annimmt; denn, wenn man zuerst nur alle möglichen Schiebungen ausführt, so erhält man ein Raumgitter; hat man den Punkt so gewählt, dass alle Drehungen und Schraubungen dieses Raumgitter in sich selbst zurückführen, so decken sich alle das regelmässige Punktsystem zusammensetzenden Raumgitter und das erstere ist mit dem letzteren identisch.

Die fünfundsechzig Arten regelmässiger Punktsysteme zerfallen nach ihrer Symmetrie in die gleichen sieben Klassen, wie die Raumgitter.

Die erste dieser Klassen enthält die »axenlosen Punktsysteme«, d. h. nach dem Vorhergehenden die triklinen Raumgitter.

Die zweite Klasse umfasst drei Arten regelmässiger Punktsysteme:

a) Denkt man sich das in Fig. 139*b* abgebildete Parallelepiped auf seine Symmetrieebene projicirt, so liefert es die mit 1 bezeichneten vier Massenpunkte in Fig. 145; diese stellen offenbar die Projectionen aller Theilchen

*) Von den in der citirten Schrift angegebenen 66 Arten von regelmässigen Punktsystemen haben sich bei späterer Untersuchung zwei als übereinstimmend ergeben.

dar, welche auf den vier zur Symmetrieebene senkrechten Punktreihen liegen. und das aus congruenten Rhomboiden 1, 1, 1, 1 bestehende ebene Netz die Projection des ganzen Raumgitters. Denkt man sich nun ein zweites, damit congruentes und parallel gestelltes Raumgitter. dessen Moleküle 2, 2, 2, 2 zwar in denselben Netzebenen liegen aber gegenüber den Molekülen 1 umgekehrt orientirt sind, so besitzt das aus diesen beiden, in einander gestellten Raumgittern bestehende regelmässige Punktsystem unzählig viele parallele zweizählige Drehungsaxen, nämlich die in der Mitte der Verbindungslinien 1—2 errichteten Normalen (durch halbe Umdrehung um eine solche gelangen alle Moleküle 1 mit Molekülen 2 zur Deckung); es wird daher von Sohncke »zweizähliges Säulensystem« genannt.

Fig. 145.

b) Geht man von der gleichen Projection 1, 1, 1, 1 aus und denkt sich die soeben bezeichneten Normalen als zweizählige Schraubungsaxen, so dass mit einer Drehung um 180° eine Schiebung um die halbe Länge a (Fig. 139b) verbunden ist, so erhält man ein zweites congruentes Raumgitter, dessen Massenpunkte 2, 2, 2, 2 auf Ebenen liegen, welche mitten zwischen die parallelen Netzebenen des ersten Systems fallen; da von diesen also keine in der Zeichnungsebene liegen, sind ihre Projectionen auf letztere in Fig. 146 schraffirt bezeichnet. Das aus beiden bestehende Punktsystem heisst das »Zweipunktschraubensystem«.

Fig. 146.

c) Das dritte regelmässige Punktsystem der zweiten Klasse (Sohncke's System der klinorhombischen Säule) erhält man aus der Anordnung nach einem rhombischen Prisma mit schiefer Basis (Fig. 139a), deren Projection auf die Symmetrieebene die Punkte 1 in Fig. 147 darstellen (die nicht in die Symmetrieebene fallenden Punkte sind auch hier schraffirt angegeben), durch halbe Umdrehung um die in den Mitten der Geraden 1—2 errichteten Normalen zur Projectionsebene.

Fig. 147.

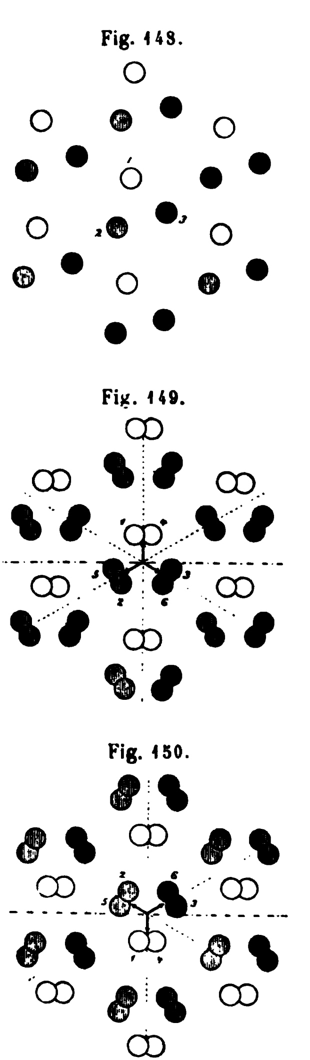
Vergleicht man diese drei, aus je zwei in einander gesetzten Raumgittern bestehenden, regelmässigen Punktsysteme, so sieht man, dass sie sämmtlich die gleiche Symmetrie nach jeder der Projectionsebene parallelen Netzebene, und nach keiner anders gestellten Ebene, besitzen. Wie die zweite Klasse der Raumgitter, müssen sie daher der Structur derjenigen Krystalle entsprechen, deren Elasticitäts- und Cohäsionsverhältnisse nach einer Ebene symmetrisch sind. Diese zeigen aber nicht alle die gleiche Symmetrie in ihrem Verhalten bei der Auflösung und dem Wachsthum. sowie im elektrischen Verhalten, so dass sie in Bezug auf die letzterwähnten Eigenschaften noch in Unterabtheilungen zerfallen, von deren Unterschieden ihre Structur allerdings auch nach der vorliegenden Theorie keine Rechenschaft zu geben im Stande ist. In dieser Klasse müssten also, wie nach der einfacheren Raumgittertheorie, jene Unterschiede in der Beschaffenheit der Krystallmoleküle selbst begründet sein.

Die der dritten Klasse angehörigen regelmässigen Punktsysteme bestehen
us in einander gestellten Raumgittern der dritten Klasse (Fig. 140), welche
inzeln nach drei zu einander senkrechten Ebenen symmetrisch sind, ent-
prechend der Symmetrie, welche die zugehörigen Krystalle in Bezug auf ihre
ptischen, thermischen u. s. w. Eigenschaften, sowie in Bezug auf Elasticität
ınd Cohäsion zeigen. Den gleichen Grad von Symmetrie besitzt aber in
Bezug auf Wachsthum und Auflösung nur ein Theil der betreffenden
Krystalle, während die übrigen in dieser Beziehung noch zwei Unter-
abtheilungen bilden. Die Symmetrieverhältnisse einer dieser beiden Ab-
theilungen besitzen nun alle regelmässigen Punktsysteme dieser Klasse,
wenn der zur Construction derselben gewählte Massenpunkt ganz beliebig
angenommen wird; bei einer bestimmten Annahme desselben (nämlich in
einer Symmetrieebene der Schaaren von Axen, welche das Punktsystem
besitzt), erhält man jedoch ein Punktsystem mit drei zu einander senk-
rechten Schaaren von Symmetrieebenen, d. h. die Symmetrie der ersten
Abtheilung dieser Klasse in Bezug auf sämmtliche Eigenschaften incl. der
Auflösung und des Wachsthums. Während also die Theorie der Raumgitter
nur von einer der drei Abtheilungen dieser Klasse das physikalische Ver-
halten vollständig zu erklären vermag, ist dies bei der Theorie der regel-
mässigen Punktsysteme schon mit zweien derselben der Fall.

Noch vollständiger im Vergleich mit den Raumgittern wird durch die Combinationen derselben zu regelmässigen Punktsystemen den physikalischen Eigenschaften der die folgenden drei Klassen bildenden, der optisch einaxigen, und denen der letzten Klasse, der einfachbrechenden Krystalle, entsprochen. Ohne auf die Unterabtheilungen dieser Klassen im Einzelnen einzugehen, mag nur bemerkt werden, dass namentlich die S. 257 gestellte Forderung, von der Art des Aufbaues circularpolarisirender Krystalle Rechenschaft zu geben, von dieser Theorie vollständig erfüllt wird, indem dieselbe regelmässige Punktsysteme liefert, in welchen die Moleküle schraubenartig, d. h. auf Spirallinien angeordnet sind, so dass zwei spiegelbildlich gleiche, eine rechts und eine links gewundene, Anordnungen möglich sind, und damit die bereits S. 139 erwähnte Thatsache erklärt wird, dass die rechts und die links drehenden Krystalle einer und derselben Substanz geometrische Formen zeigen, welche nur *spiegelbildlich*, nicht *deckbar gleich* sind.

Als Beispiel für eine derartige Anordnung möge dasjenige regelmässige Punktsystem erläutert werden, welches nach *Sohncke* am wahrscheinlichsten die Structur des Quarzes darstellt. Man denke sich zunächst drei Raumgitter, in welchen die Theilchen nach dem trigonalen Prisma (Fig. 143*b*) angeordnet sind, so in einander gestellt, wie es Fig. 148, auf die Basis des letzteren projicirt, darstellt: Punkt 1 liefert durch eine Drehung von 120° um die in der Mitte des Dreiecks 1 2 3 errichtete Normale, verbunden mit einer gleichzeitigen Schiebung parallel der letzteren, den Punkt 2; dieser liefert durch die gleiche Schraubung den Punkt 3; endlich giebt die

Wiederholung derselben Deckbewegung einen vierten Punkt, dessen Projection aber mit 1 zusammenfällt u. s. f.; jene Normalen sind also **dreizählige Schraubungsaxen**. Das so erzeugte Punktsystem heisst das **»Dreipunktschraubensystem«**. Denken wir uns durch die drei Projectionen desselben 1 2 3 einen Kreis gezogen und diesen als Basis eines senkrecht zur Zeichnungsebene stehenden Cylinders, so ist ersichtlich, dass die Theilchen auf dem Mantel desselben in einer Spirale angeordnet sind, welche rechts gewunden ist wie ein Pfropfenzieher), wenn Punkt 3 doppelt so hoch als 2 über der Ebene von 1 liegt, dagegen links, wenn 3 doppelt so tief als 2 unter der Ebene von 1 liegt. Diesen entgegengesetzten Sinn zeigen beide Spiralen, gleichviel, ob sie von oben oder von unten betrachtet werden; eine rechts- und eine linksgewundene derartige Spirale können nicht zur Deckung gebracht werden; da die eine das Spiegelbild der andern ist, nennt man sie spiegelbildlich gleich oder enantiomorph (gegensätzlich gestaltet). Das Dreipunktschraubensystem entspricht einer Symmetrie, wie sie bei keinem Raumgitter vorkommt, wie sie sich aber bei gewissen circularpolarisirenden Krystallen vorfindet (Natriumperjodat). — Denken wir uns nun zwei solcher Systeme derart in einander gestellt, wie es die Projection Fig. 149 zeigt, dass die Punkte 4 5 6 des zweiten mit denen des ersten Gruppen von je zwei, in verschiedener Entfernung von der Projectionsebene, jedoch nicht weit von einander befindlichen Punkten bilden, welche Gruppen durch je zwei einander theilweise deckende Kreise angedeutet sind, so erhalten wir ein ebenfalls den Bedingungen der Regelmässigkeit genügendes Punktsystem von andern Symmetrieverhältnissen, das »abwechselnde Dreipunktschraubensystem«. Dieses besteht aus dreierlei, durch die Schraffirung unterschiedenen Schichten, welche parallel der Zeichnungsebene mit einander abwechseln und von denen jede folgende gegen die vorhergehende um einen Winkel von 120° gedreht ist. Genau so wie bei den Reusch'schen Glimmercombinationen Fig. 102 (S. 138) entspricht diese Anordnung einer rechtsgewundenen Wendeltreppe, wenn die Punktgruppe 6 3 doppelt so hoch, als die Gruppe 5 2, über der Schicht liegt, zu welcher die Gruppe 4 1 gehört, — einer linksgewundenen, wenn die Gruppe 6 3 ebenso viel unter


Fig. 148. Fig. 149. Fig. 150.

der letzteren Schicht liegt. Jede dieser Schichten besitzt eine Symmetrieebene, welche durch je zwei zu einer Gruppe gehörige Punkte geht und zur Projectionsebene senkrecht ist; projiciren wir die Punkte dieser und aller ihr paralleler Schichten auf jene Symmetrieebene, so erhalten wir die Projection eines Punktsystems der zweiten Klasse von der Art, wie es in Fig. 147 dargestellt ist. Da nun der Glimmer dieser Klasse von Krystallen angehört, so repräsentirt das abwechselnde Dreipunktschraubensystem in jeder Beziehung den Aufbau einer Reusch'schen Glimmercombination, in welcher die einzelnen Lamellen so dünn sind, dass sie einer der oben beschriebenen Molekularschichten entsprechen. Dem Verhalten einer solchen Combination müssen sich die aus Glimmerlamellen von endlicher Dicke zusammengesetzten um so mehr nähern, je dünner die einzelnen Lamellen sind. Die von Sohncke nachgewiesene Thatsache, dass eine Reusch'sche Glimmercombination um so vollkommener die optischen Eigenschaften eines Quarzkrystalls zeigt, je dünner die sie zusammensetzenden Lamellen sind, führte hiernach nothwendig zu dem Schlusse, dass die wahrscheinlichste Molekularstructur des Quarzes durch das abwechselnde Zweipunktschraubensystem gegeben sei. Obgleich die einzelnen, die Glimmerlamellen repräsentirenden, Schichten desselben eine Symmetrieebene besitzen, kommt dem ganzen System offenbar eine solche nicht zu; dagegen zeigt es verschiedene Axen, nämlich ausser der zur Zeichnungsebene senkrechten dreizähligen Schraubungsaxe noch drei in der Projectionsebene liegende, unter einander gleichwerthige, zweizählige Drehungsaxen; es sind dies die durch punktirte Linien angedeuteten Geraden von der Mitte des durch die sechs Projectionen 1—6 gehenden Kreises nach den Mitten der Verbindungslinien zwischen 1 und 4, 2 und 5, 3 und 6. Diese drei Geraden haben, wie man sieht, einen bestimmten, durch Pfeile angedeuteten, Richtungssinn, es müssen also polare Axen der Structur sein; die beiden entgegengesetzten Seiten dieser Axen wären gleichwerthig, wenn die Symmetrieebenen der einzelnen Schichten, z. B. die durch die strichpunktirte Linie in Fig. 149 gehende, zu einer derartigen Axe senkrechte Ebene, auch für das ganze System Symmetrieebenen wären; denkt man sich aber zu allen Punkten dieses Systems die in Bezug auf die genannte Ebene symmetrischen, so erhält man das in Fig. 150 dargestellte abwechselnde Zweipunktschraubensystem, dessen Vergleichung mit dem vorigen zeigt, dass es aus entgegengesetzt gewundenen Zweipunktschrauben zusammengesetzt ist, also in keiner Stellung mit dem ersten zur Deckung gebracht werden kann. Diese somit jedem der beiden Punktsysteme für sich, aber in entgegengesetztem Sinne, zukommende Polarität nach jeder der drei in der Projectionsebene liegenden Axen zeigt nun in der That auch der Quarz, wie besonders aus den Erscheinungen der Pyroëlektricität hervorgeht (s. Taf. III, Fig. 6 und 7), während er parallel seiner optischen Axe keine Polarität zeigt; letzterer entspricht nun die dreizählige Schraubungsaxe des Systems, und diese ist in der That nicht polar, da die Drehung von 180° um eine der drei zweizähligen Drehungs-

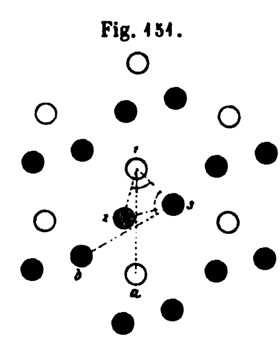
axen das System mit sich selbst zur Deckung bringt, also die dadurch vertauschte obere und untere Seite der dreizähligen Axe gleichwerthig sein müssen. Dagegen ist in dem einfachen Dreipunktschraubensystem Fig. 148 die dreizählige Schraubungsaxe eine polare, denn in diesem System sind die drei in Fig. 149 und 150 punktirt angegebenen Richtungen keine Drehungsaxen, durch welche dasselbe mit sich selbst zur Deckung gebracht werden kann*). In der That tritt nun in den Krystallen des bereits erwähnten Körpers, des Natriumperjodates, die Polarität in der Richtung der optischen Axe ein, wie bei der Beschreibung derselben in der II. Abtheilung gezeigt werden wird.

Was endlich die Krystalle der letzten Klasse, die einfachbrechenden, betrifft, so muss deren Structur, gemäss ihrem Verhalten in Bezug auf Elasticität und Cohäsion (s. S. 204 resp. 230), wie auf alle übrigen physikalischen Eigenschaften, die gleiche sein in den drei auf einander senkrechten Richtungen der Normalen zu den Würfelflächen. Dieser Bedingung

*) Der folgende, sehr evidente Beweis dafür, dass dieses letztere System von den beiden entgegengesetzten Seiten der zur Zeichnungsebene senkrechten dreizähligen Schraubungsaxe aus, also in Bezug auf die Zeichnungsebene von oben oder von unten gesehen, eine ganz verschiedene Beschaffenheit besitzt, wurde dem Verf. von Herrn Prof. Sohncke mitgetheilt:

Das Dreipunktschraubensystem Fig. 151 (= Fig. 148) besteht aus dreierlei, der Projectionsebene parallelen Netzebenen, welche durch die Schraffirung unterschieden sind. Innerhalb einer solchen Ebene liegen die Molekule in den Eckpunkten gleichseitiger Dreiecke, deren Seite die »Maschenseite« heisse. In der Projection aller dreier Schichten bilden je drei Punkte 1 2 3 ebenfalls ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seite die »Dreiecksseite« heissen soll. Mit α möge der **kleinste** Winkel bezeichnet werden, welchen eine Maschenseite mit einer Dreiecksseite in der Projection einschliesst.

Fig. 151.



Man betrachte nun das System von **oben**, und es sei die Ebene mit den weissgelassenen Punkten die oberste, die mit der mittleren Schraffirung die nächstfolgende und die stärkstschraffirte die unterste, so dass in 1 eine Schraube mit der Reihenfolge 1 2 3 beginnt. Man suche in der obersten Ebene unter den zu 1 benachbarten sechs Punkten denjenigen (a), welcher so liegt, dass (in der Projection) der Winkel $a12 = \alpha$ sei; dann ist (in der Projection) $\measuredangle a13 = 60° - \alpha$.

Nimmt man dagegen die dritte Ebene als Anfangsebene und betrachtet, von ihr als der ersten aus, das ganze System von **unten**, so wird jene Schraube gebildet aus den Punkten 3 2 1. Sucht man nun in der Ausgangsebene (3) unter den zu dem Punkte 3 benachbarten sechs Punkten denjenigen (b), welcher so liegt, dass in der Projection $\measuredangle b32 = \alpha$ sei, so ist (in der Projection) $\measuredangle b31 = 60° + \alpha$.

Daraus folgt, dass in dem ersten Falle die beiden Winkel $a12$ und $a13$ auf den **entgegengesetzten Seiten** einer durch die Maschenseite $a1$ gehenden senkrechten Ebene liegen, im zweiten Falle die genau entsprechenden Winkel $b32$ und $b31$ auf **derselben Seite** der durch die Maschenseite $b3$ gelegten senkrechten Ebene liegen. Das System bietet somit von oben oder unten gesehen, obgleich der Windungssinn der Schraube in beiden Fällen der gleiche bleibt, einen ganz verschiedenen Anblick dar.

entsprechen nun in der Gesammtheit der 65 möglichen regelmässigen Punktsysteme dreizehn Arten, welche aus mehreren (bis zu 24), in einander gestellten, kubischen Raumgittern zusammengesetzt sind und durch besondere Annahmen über die Lage des zu ihrer Construction gewählten Massenpunktes in die drei S. 255 aufgezählten Raumgitter übergehen. Während aber den letzteren neun Symmetrieebenen (parallel den drei Würfel- und den sechs Dodekaëderebenen) zukommen, gilt das Gleiche nur von vier unter jenen dreizehn Arten regelmässiger Punktsysteme und auch bei diesen nur unter bestimmten Annahmen für die Lage des Constructionspunktes. Andernfalls ist das System nur nach den Würfel- oder nur nach den Dodekaëderflächen oder auch nach keiner von beiden Arten von Ebenen symmetrisch, — und derartig geringere Grade der Symmetrie sind für alle übrigen hierher gehörigen regelmässigen Punktsysteme charakteristisch, wie auch der zu ihrer Construction benutzte Massenpunkt gewählt werden möge. Gemeinsam für alle Punktsysteme dieser Klasse ist die Existenz von mehreren gleichwerthigen Drehungs- oder Schraubungsaxen, und zwar sind stets die Normalen der Würfelflächen die Richtungen dreier gleichwerthiger, zwei- oder vierzähliger Axen, die Normalen zu den Oktaëderflächen die Richtungen von vier unter einander gleichwerthigen dreizähligen Axen, welche letztere auch polar sein können. Die verschiedenen, hierbei sich ergebenden Symmetrieverhältnisse entsprechen nun genau denjenigen der (fünf) Abtheilungen, in welche nach S. 245 die einfachbrechenden Krystalle hinsichtlich des Wachsthums und der Auflösung, sowie in Bezug auf die Polarität jener Axen und die daraus folgenden pyroëlektrischen Erscheinungen, zerfallen. Die Theorie der regelmässigen Punktsysteme vermag also die sämmtlichen Unterschiede in der Symmetrie der einfachbrechenden Krystalle lediglich aus der Structur derselben zu erklären. Ebenso giebt dieselbe Rechenschaft von der Möglichkeit der Circularpolarisation in gewissen Krystallen dieser Klasse, denn die an solchen Krystallen, wie z. B. denen des Natriumchlorats, nachgewiesenen Symmetrieverhältnisse des Wachsthums, d. h. der Krystallform, entsprechen Punktsystemen, unter denen sich solche befinden, welche aus in einander gesteckten gleichartigen Schraubensystemen bestehen, deren Axen die drei Normalen der Würfelflächen sind. Derartige Krystalle können daher ebenso aufgebaut gedacht werden, wie die optisch einaxigen, als aus wendeltreppenartig auf einander geschichteten, optisch zweiaxigen Lamellen bestehende Combinationen, welche in der Richtung der Schraubungsaxe nicht doppeltbrechend, aber circularpolarisirend sind, nur dass hier dieser Aufbau in den drei genannten Richtungen vollkommen gleichartig stattfindet, und demzufolge ein Krystall von einer derartigen Structur eine optische Indexfläche mit drei zu einander senkrechten, gleich grossen Axen besitzen, d. h. überhaupt einfachbrechend sein muss.

Die Sohncke'sche Theorie der regelmässigen Punktsysteme vermag also die grosse Mehrzahl der Unterschiede, welche die Krystalle in Bezug

auf die Gesammtheit ihrer physikalischen Eigenschaften zeigen, aus ihrer Structur zu erklären, und nur für wenige krystallisirte Substanzen, deren Symmetrieverhältnisse betreffs des Wachsthums und der Auflösung sich von denen der übrigen unterscheiden, müsste angenommen werden, dass diese Abweichungen auf den Symmetrieverhältnissen der Krystallmoleküle selbst beruhen. Wenn dies auch, wie weiterhin erörtert werden soll, wahrscheinlich ist, so hat es doch nicht an Versuchen gefehlt, auch jene Unterschiede durch solche der Krystallstructur zu erklären. Die Lösung dieser Aufgabe gelang Sohncke auf Grund folgender Ueberlegung:

Das allen Betrachtungen über die Structur der Krystalle zu Grunde gelegte und direct aus den physikalischen Eigenschaften derselben sich ergebende Princip (S. 247) lässt sich auch so ausdrücken: »In einem homogenen Krystall giebt es unendlich viele Punkte, um deren jeden herum die Massenvertheilung nach parallelen Richtungen hin die gleiche ist, wie um jeden andern; der Abstand zwischen zwei nächsten derartigen, sogenannten homologen Punkten ist unmessbar klein«. Die Gesammtheit homologer Punkte in einem Krystall muss nach den früheren Auseinandersetzungen ein parallelepipedisches Punktnetz (Raumgitter) bilden, und die Deckbewegungen eines solchen sind drei, nicht in einer Ebene liegende, Schiebungen. Da nun die 65 regelmässigen Punktsysteme aus Raumgittern zusammengesetzt sind, so genügen sie dem oben ausgesprochenen Princip, sie stellen aber noch nicht die allgemeinste, aus demselben zu ziehende Folgerung dar. Denn wenn man sich zwei oder mehr solcher regelmässiger Punktsysteme, welche gleiche Deckschiebungen besitzen, aber aus verschiedenen Molekülen bestehen, derart in einander gestellt denkt, dass ihre Deckschiebungen parallel laufen, so erhält man ein allgemeineres Punktsystem, welches offenbar die in dem oben ausgesprochenen Satze gestellten Bedingungen ebenfalls erfüllt. Dasselbe wäre der Fall, wenn man z. B. aus dem Raumgitter 1 Fig. 145 zwei verschiedene »zweizählige Säulensysteme« mit ungleichem Abstande 1—2 ableitete und diese mit coincidirenden Drehungsaxen, sonst aber beliebig in einander stellte; alsdann würde das combinirte System noch die zweizähligen Axen, aber nicht mehr die Ebene der Symmetrie (parallel der Projectionsebene von Fig. 145) besitzen, welche den Einzelsystemen zukommen. Ein solches Doppelsystem würde nun die Symmetrieverhältnisse einer der Unterabtheilungen der zweiten Klasse der Krystalle (vergl. S. 260) zeigen, so dass also deren Unterschied von den übrigen auf diesem Wege erklärt werden könnte, was, wie wir l. c. sahen, auf Grund der Theorie der regelmässigen Punktsysteme nicht möglich war. Bei dieser Verallgemeinerung sind demnach die beiden Theilsysteme nicht congruent, und daher ist ein solches Gebilde mechanisch nur dann wahrscheinlich, wenn auch die Massenpunkte beider ungleichartige sind, in welchem Falle die Krystalle aus einer bestimmten Anzahl in einander gestellter, congruenter Raumgitter bestehen würden, von denen aber die zu einem Punktsystem gehörigen von andern Molekülen gebildet werden, als die zum andern System

gehörigen. Ein derartiges combinirtes System erhält man, wenn man verfährt, wie bei der Construction eines einzelnen regelmässigen Punktsystems (vergl. S. 259), aber statt eines Constructionspunktes deren zwei oder mehr, welche im allgemeinsten Falle verschiedenartigen Molekülen entsprechen, annimmt.

Nach der vorstehend charakterisirten, verallgemeinerten Theorie Sohncke's finden nun alle möglichen Unterschiede, welche die Krystalle in irgend einer physikalischen Beziehung (inclusive ihrer geometrischen Form) zeigen, ihre Erklärung in der Structur, ohne dass es nöthig wäre, dazu auf die geometrische Eigenthümlichkeit der Krystallmoleküle selbst zurückzugreifen. Ein vielleicht noch wesentlicherer Vortheil der Verallgemeinerung besteht jedoch darin, dass dieselbe eine Vorstellung über die Structur der sogenannten Molekularverbindungen, deren wichtigste die »Krystallwasser-Verbindungen« sind, ermöglicht. Nehmen wir an, dass diese je aus einem von den Krystallmolekülen des wasserfreien (oder wasserärmeren, wenn ein Theil des H^2O fester gebunden ist) Salzes gebildeten regelmässigen Punktsystem und einem damit nicht congruenten, aus den Molekülen des Krystallwassers zusammengesetzten zweiten Punktsysteme bestehen, welches mit dem ersten in der jener Theorie entsprechenden Weise combinirt ist, — so entspricht diese Structur vollständig dem Verhalten eines krystallisirten wasserhaltigen Salzes. Namentlich sind es die von Mallard entdeckten, resp. von diesem Beobachter zuerst richtig gedeuteten Erscheinungen beim Erwärmen von Zeolithen, d. h. krystallwasserhaltigen Silicaten, welche durch diese Anschauung ihre naturgemässe Deutung erfahren. Dieselben bestehen darin, dass die Krystalle, ausser den durch Annahme der höheren Temperatur bedingten Aenderungen ihrer optischen Eigenschaften, bei mehrstündiger Fortsetzung des Erhitzens in Folge des allmählichen Verlustes ihres Krystallwassers noch weitere, langsam vorschreitende Aenderungen ihres optischen Verhaltens erfahren, bis endlich der ganze Krystall die der wasserfreien Substanz entsprechenden Eigenschaften angenommen hat. Dieser Zustand bleibt dauernd, wenn eine Wiederaufnahme des Wassers seitens des Krystalls verhindert wird (z. B. durch Einkitten in Canadabalsam); dagegen nimmt derselbe in feuchter Luft, wenn beim Erhitzen die Temperatur, bei welcher eine Umwandlung des eigentlichen Silicates (z. B. der Verlust seines Constitutionswassers) eintritt, nicht überschritten wurde, seinen Gehalt an Krystallwasser allmählich vollständig wieder an und damit auch seine früheren optischen Eigenschaften. Es leuchtet ein, dass diese Erscheinung sich dadurch erklären lässt, dass man annimmt, die Structur des entwässerten Krystalls sei durch ein, aus den Silicatmolekülen aufgebautes, regelmässiges Punktsystem gegeben, während der wasserhaltige Krystall eine Combination desselben mit einem zweiten, aus den Wassermolekülen gebildeten Punktsystem darstelle; alsdann ist es begreiflich, dass die Symmetrieverhältnisse des zusammengesetzten Systems wesentlich von dem ersteren Theilsystem bestimmt werden, und die Unterschiede

beider sich nur in dem verschiedenen Einflusse auf die Theilchen des Lichtäthers bemerkbar machen.

Einen besonderen Fall der verallgemeinerten Sohncke'schen Theorie stellt derjenige dar, in welchem die beiden Arten von Krystallmolekülen, die ein zusammengesetztes Punktsystem bilden, spiegelbildlich gleich (enantiomorph) sind. Dieser bildet nun den wesentlichen Punkt in den Theorien der Krystallstructur, welche unabhängig von einander von Fedorow und Schönfliess aufgestellt haben. Nach diesen ist ein Krystall im Allgemeinen zu gleichen Theilen aus zweierlei, spiegelbildlich gleichen Krystallmolekülen aufgebaut, und nur diejenigen Krystalle, welche in zwei physikalisch und geometrisch enantiomorphen Modificationen auftreten, bestehen lediglich aus je einer Art von Krystallmolekülen. Aus diesem Principe ergeben sich auf rein geometrischem Wege 230 verschiedene Arten regelmässiger Punkthaufen, welche ebenfalls sämmtlichen möglichen Symmetrieverhältnissen der Krystalle entsprechen. Man kann also z. B. durch jene Annahme zweier spiegelbildlich gleicher Moleküle, wie durch die zweier verschiedener, das Fehlen einer Symmetrieebene in den mit einer zweizähligen Axe versehenen Punktanordnungen erklären. Das letztere Verhältniss zeigen nun aber gerade solche Substanzen (Rechts- und Links-Weinsäure, sowie deren Salze, s. II. Abth.), welche in zwei enantiomorphen Modificationen auftreten, also auch nach dieser rein mathematischen Theorie nur aus einer Art von Molekülen bestehen. Da aber dann der Structur nothwendig eine zur zweizähligen Symmetrieaxe senkrechte Symmetrieebene zukommt, so bleibt hier nichts Anderes übrig, als den Mangel der letzteren, d. i. die Enantiomorphie, den Krystallmolekülen selbst zuzuschreiben, wenn auch nicht verkannt werden kann, dass alsdann die Entstehung der nach einer Ebene symmetrischen Structur mechanisch schwer begreiflich ist. Die Beseitigung dieser Schwierigkeit ist wohl nur denkbar durch eine weitere Einsicht in die Natur des Krystallmoleküls, resp. dessen Verhältniss zum chemischen (Gas-)Molekül, als wir sie zur Zeit besitzen, und in die noch gänzlich unbekannte Abhängigkeit der Krystallstructur von der Beschaffenheit des Krystallmoleküls.

§ 37. **Wachsthum der Krystalle.** Denken wir uns eine Substanz in Lösung und zwar in verdünnter, so enthält diese z. Th. einzelne Atome, z. Th. Verbindungen solcher zu Molekülen derjenigen Art, wie sie der Körper im Gaszustande zeigt (chemischen Molekülen), und mit der Verdünnung steigt die Zahl der ersten, d. h. der Grad der Dissociation der Moleküle. Umgekehrt werden, wenn die Lösung, etwa durch Verdunsten, concentrirter wird, die nicht dissociirten Moleküle vorherrschen, und bei einer gewissen Concentration können sich vielleicht schon in der Lösung mehrere Moleküle zu einer höheren Einheit, einem »physikalischen Molekül« verbinden, welche endlich die den »Krystallmolekülen« entsprechende Grösse erreicht. Alsdann vermögen die letzteren zur Ausscheidung zu gelangen.

indem sich mehrere derselben, entsprechend den anziehenden Kräften, welche sie auf einander ausüben, in bestimmter Weise orientirt und in bestimmter Richtung und Entfernung aneinander lagern. Es beginnt die **Krystallbildung** in der Lösung. Ganz analoge Betrachtungen gelten auch für die Krystallbildung aus einem sich abkühlenden Schmelzflusse. Der entstehende Krystall **wächst**, indem er aus der umgebenden Flüssigkeit weitere (vielleicht erst im Momente der Krystallisation durch Verbindung mehrerer Moleküle sich bildende) Krystallmoleküle anzieht und veranlasst, sich in bestimmten Orientirungen und in bestimmten Abständen mit den bereits vorhandenen zu verbinden. Ist eine gewisse Anzahl Moleküle in dieser Weise zusammengetreten, so beginnt die mikroskopische Sichtbarkeit, und wir sind nun in der Lage, uns von dem weiteren Verlaufe durch Beobachtung Kenntniss zu verschaffen. Stets sehen wir dann, dass das entstandene Gebilde **von ebenen Flächen** begrenzt ist, welche einander **in bestimmten Richtungen** schneiden, und beobachten ferner, wenn bei sonst unveränderten Verhältnissen die Lösung weiter verdunstet (resp. der Schmelzfluss sich weiter abkühlt), eine Volumvergrösserung des Krystalls, welche im Allgemeinen*) derart stattfindet, dass jene ebenen Flächen in der Richtung nach der Lösung hin, sich selbst immer parallel bleibend, fortschreiten. Jeder Krystallfläche entspricht also eine bestimmte (zu ihr senkrechte) **Wachsthumsrichtung**. Unter Zugrundelegung der im Anfange des vorigen Paragraphen gewonnenen Anschauungen über Krystallstructur können wir uns von diesem Vorgange die folgende Vorstellung bilden: An jeder Grenzebene des Krystalls gegen die Lösung liegen dessen Moleküle in einer ganz bestimmten und auf der ganzen Ebene gleichartigen Weise vertheilt, d. h. dieselbe entspricht einer Netzebene der regelmässigen Structur des Krystalls; die Theilchen dieser Ebene wirken nun auf die in der Nähe sich bildenden und bis dahin frei in der Flüssigkeit schwimmenden Krystallmoleküle so ein, dass diese in einer der Structur des Krystalls entsprechenden Orientirung und Entfernung fixirt werden. Im Falle einer einfachen Raumgitterstructur legt sich also auf die vorhandene Netzebene eine neue ihr parallele und gleich beschaffene, welche nun Grenzebene des Krystalls geworden ist und in derselben Weise die Anlagerung einer dritten bewirkt u. s. f. Ist die Structur des Krystalls nicht die eines einfachen Raumgitters, sondern die eines zusammengesetzten Punktsystems, so liegen in mehreren auf einander folgenden Netzebenen die Massenpunkte verschieden, aber in unmessbar kleinem Abstande von einer Netzebene wiederholt sich die gleiche Anordnung periodisch. Nennen wir dann »Molekularschicht« die Gesammtheit paralleler Netzebenen zwischen zwei nächsten, welche gleiche Beschaffenheit besitzen, so gilt die bisherige Betrachtung auch für aus mehreren Raumgittern zusammengesetzte Structuren, wenn wir an Stelle der Netzebene die unmessbar dünne Molekularschicht setzen, welche im speciellen

*) Scheinbare Ausnahmen davon sollen am Schlusse dieses Paragraphen betrachtet werden.

Falle eines einfachen Raumgitters in die Netzebene übergeht. Um wieviel der Krystall in einer bestimmten Richtung während einer gegebenen Zeit wächst, d. h. wie viele Netzebenen resp. Molekularschichten sich während derselben ansetzen, das hängt, ausser von der Art der anziehenden Kräfte der Partikel des Krystalls selbst, auch von der Menge des in den benachbarten Theilen der Flüssigkeit zur Verfügung stehenden Materials zum Aufbau des Krystalls ab, d. h. von der Schnelligkeit der Verdunstung oder Abkühlung, der Herzuführung neuer Theilchen durch Diffusion der Lösung u. s. f., also von Ursachen, welche mit der Structur des Krystalls selbst nichts zu thun haben.

Daraus folgt: Wenn auch an einem Krystall mehrere Ebenen vorhanden sind, welche vermöge seiner Molekularstructur völlig gleichwerthig sind d. h. die Theilchen gesetzmässig gleichartig enthalten und gleichartige Anziehungen nach aussen ausüben, so kann doch das Wachsthum nach denselben ein sehr verschiedenes sein; wenn nämlich durch die zufällige Lage des wachsenden Krystalls an einer Fläche sehr viel weniger Substanz zugeführt wird, als an der andern. Hieraus leuchtet ein, dass es ein besonderer Zufall wäre (ein Fall unter unendlich vielen möglichen), wenn auf mehreren gleichwerthigen Flächen eines Krystalls aus der ihn umgebenden, von Strömungen (in Folge von Temperaturänderung und Diffusion) durchzogenen Flüssigkeit in einer bestimmten Zeit genau gleich viele Molekularschichten zur Ablagerung gelangten. Diese Abhängigkeit des Krystallwachsthums von dem zufälligen Zuflusse an Material muss bewirken, dass ein Krystall in keinem Stadium seines Wachsthums die gleichwerthigen Flächen genau gleich gross zeigen wird. Besitzt derselbe z. B. drei zu einander senkrechte und drei zu diesen parallele, sämmtlich gleichwerthige Ebenen, was der Fall ist, wenn seine Molekularstructur ein sogenanntes kubisches Gitter (Fig. 144) darstellt — so wird er niemals genau die Gestalt eines geometrischen »Würfels« haben, dessen Flächen Quadrate sind, sondern der Abstand der drei Paare paralleler Flächen wird im Allgemeinen ein verschiedener sein, diese Flächen also die Gestalt von Rectangeln besitzen.

Die somit nothwendigerweise variable Gestalt des Umrisses der Flächen eines jeden Krystalls hat es veranlasst, dass die Alten die Gesetzmässigkeiten der Krystallformen übersahen, und dass erst im 17. Jahrhundert durch N. Steno erkannt wurde, dass an jedem Krystall, wie auch die Grösse und in Folge dessen die Umrissfigur der Flächen variire, doch ihre Orientirung eine ganz constante bleibe, so dass entsprechende Flächen einander stets unter ganz bestimmten Winkeln schneiden*).

Wir erhalten also alle möglichen Gestaltungen, welche eine und dieselbe Krystallform annehmen kann, wenn wir ihre Ebenen parallel sich selbst verschoben denken, wobei ja die Winkel, unter denen dieselben einander schneiden, unverändert bleiben. Da der Ort, an welchem in

*) Die sehr kleinen Aenderungen, welche gewisse Winkel durch Aenderung der Temperatur des Krystalls erfahren (s. § 25), sind erst viel später entdeckt worden und sollen hier zunächst noch unberücksichtigt bleiben.

jedem einzelnen Falle eine Krystallfläche zu Stande kommt, von äusseren Umständen abhängt, nämlich von der zufälligen Zufuhr an Material zum Wachsthum, so kann derselbe keiner Gesetzmässigkeit unterliegen, und an der krystallographischen Bedeutung einer Fläche wird somit nichts geändert, wenn man dieselbe parallel sich selbst verschoben denkt. Da hiernach Grösse und Gestalt der Krystallflächen für die Form irrelevant sind und nur ihre Stellung, d. h. die Richtung der in ihr liegenden Geraden, von wesentlicher Bedeutung ist, so ergiebt sich folgende Definition:

Eine Krystallform ist der Inbegriff einer Anzahl ebener Flächen, welche einander unter bestimmten Winkeln durchschneiden.

Nach unserer Anschauung von der Molekularstructur der Krystalle entspricht nun eine Krystallfläche einer »Molekularschicht« (im speciellen Falle des einfachen Raumgitters einer Netzebene) oder richtiger: dem Inbegriff aller paralleler Molekularschichten (Netzebenen). Zwei Krystallflächen schneiden einander in einer geraden Linie, einer Kante; eine solche entspricht somit im Fall einfacher Raumgitterstructur dem Durchschnitte zweier Netzebenen (an deren Stelle im Falle einer complicirteren Molekularstructur zwei unmessbar dünne Molekularschichten treten würden), d. h. einer mit Krystallmolekülen äquidistant oder periodisch besetzten geraden Linie; da aber alle parallelen, mit Theilchen gleichartig besetzten Geraden gleichwerthig sind, so entspricht eine Krystallkante jeder derselben, d. h. sie repräsentirt nur eine bestimmte, durch die Molekularstructur gegebene Richtung.

Denken wir uns einen Körper von bestimmter chemischer Zusammensetzung krystallisirend, so werden seine Krystallmoleküle, entsprechend ihrer atomistischen Constitution, ganz bestimmte anziehende Kräfte auf einander ausüben, also eine ganz bestimmte Structur des entstehenden Krystalls liefern. Dieser wird nach aussen begrenzt sein durch Ebenen, welche Molekularschichten resp. Netzebenen entsprechen. Auf Grund dieser Anschauung können wir die »Krystallform des Körpers« auch definiren als »die Gesammtheit aller ebener Molekularschichten oder Netzebenen desselben«.

Hiernach könnte ein jeder Krystall begrenzt sein von unendlich vielen verschieden gestellten Ebenen, denn wir können uns jede Molekularstructur auf unendlich viele Arten zerlegt denken in Ebenen, welche mit Theilchen in bestimmter Weise regelmässig besetzt sind. Nun beobachtet man zwar zuweilen an einem Krystall sehr viele Flächen, meist aber doch nur eine geringe Anzahl, und zwar kehren häufig dieselben Flächen regelmässig in allen Krystallisationen einer Substanz wieder, während dies stets der Fall ist und die Flächen auch die gleiche relative Entwickelung zeigen, wenn die Krystalle sich unter genau gleichen Umständen bildeten. Lassen wir aber die Substanz einmal in niederer, das andere Mal in höherer Temperatur krystallisiren, einmal aus wässeriger Lösung, das andere Mal aus alkoholischer, oder aus neutraler und aus saurer Lösung u. s. f., so beobachten wir meist, dass sich z. Th. andere Flächen ausbilden, manch-

mal haben sogar die auf verschiedene Art entstandenen Krystalle keine Art von Flächen gemeinsam, und trotzdem sind sie in allen ihren physikalischen Eigenschaften identisch, d. h. sie besitzen dieselbe Molekularstructur, welche das eine Mal nach Ebenen der einen Art, das andere Mal nach denen der andern Art aufgebaut worden ist. Wir müssen hieraus schliessen, dass an einem Körper von bestimmter Natur, also bestimmter Molekularstructur, an sich zwar unendlich viele Flächen möglich sind, gewissen derselben jedoch günstigere Bedingungen für ihre Entstehung zukommen, als andern. Diese Bedingungen können zweierlei sein: solche, die in der Molekularstructur selbst, also in der Natur des krystallisirenden Stoffes liegen, und solche, welche durch die äusseren Umstände während der Krystallisation gegeben sind. Dass dem wirklich so sein muss, lässt sich durch folgende Betrachtungen einsehen, welche im Wesentlichen zuerst von P. Curie angestellt worden sind:

Zur Vergrösserung der Trennungsfläche zwischen zwei Medien bedarf es einer Kraft, welche den Molekularkräften derselben entgegenwirkt. Die Energie, welche aufgewendet werden muss, um eine Einheit der Trennungsfläche beider herzustellen, ist die charakteristische Capillaritätsconstante A für die Grenze zwischen den beiden Medien. Befindet sich nun ein bestimmtes Volum einer deformirbaren isotropen Substanz, ohne dass andere als die Molekularkräfte einwirken, innerhalb einer zweiten, z. B. ein bestimmtes Flüssigkeitsvolum in einer mit ihr nicht mischbaren, gleich schweren Flüssigkeit, so erfordert die Herstellung einer bestimmten Oberfläche S, wie auch deren Gestalt sei, die Energie AS, da für isotrope Substanzen jede Flächeneinheit der Grenzfläche, sie mag eine Stellung haben wie sie wolle, die Capillaritätsconstante A besitzt. Dieses Product nimmt seinen kleinsten möglichen Werth an, wenn die Oberfläche S am kleinsten wird, d. h. die Gestalt einer Kugel annimmt; alsdann ist Gleichgewicht vorhanden, weil nun den Molekularkräften, welche die Verkleinerung der Oberfläche erstreben, keine Arbeit mehr zu leisten übrig bleibt. Wäre dagegen ein in einer Flüssigkeit schwebender, deformirbarer Körper nicht isotrop und von zweierlei Flächen mit verschiedenen Capillaritätsconstanten zur umgebenden Flüssigkeit, A und B, begrenzt, und sei die Summe des Flächeninhaltes der einen Art von Flächen $= S_1$, die der andern $= S_2$, so erfordert die Herstellung der Oberfläche $S_1 + S_2$ die Energie $AS_1 + BS_2$, und es kann nur dann Gleichgewicht vorhanden sein, wenn die Summe $AS_1 + BS_2$ ihren kleinsten Werth angenommen hat. Ein Krystall mit zweierlei Flächen besitzt auf diesen nun im Allgemeinen verschiedene Anordnung der kleinsten Theilchen, also sind auch die Molekularkräfte der beiderlei Oberflächen, somit auch die Capillaritätsconstanten verschiedene. Ein solcher würde daher den zuletzt erwähnten Fall realisiren, wenn er beliebig deformirbar wäre, d. h. wenn er, in seiner gesättigten Lösung befindlich, auf den Flächen einer Art Auflösung, auf denen der andern Art Absatz von Substanz erfahren könnte, ohne dass dabei der Krystall

und die Lösung ihr Volum und ihre Natur änderten. Da sich hierdurch die Grössen S_1 und S_2 ändern würden, so müsste alsdann jener Austausch so lange stattfinden, bis $AS_1 + BS_2$ seinen kleinsten Werth erreicht hätte; dann erst wäre Gleichgewicht vorhanden. Bringen wir einen starren Krystall in eine gesättigte Lösung, so ist zu einem derartigen Austausche von Substanz zwischen den verschiedenartigen Flächen keine Veranlassung vorhanden, da es an einem Anstosse hierzu fehlt. Anders liegt die Sache jedoch beim Wachsthum eines Krystalls, denn hier entstehen die Trennungsflächen zwischen fester Substanz und Flüssigkeit ja erst, und dies wird offenbar um so leichter geschehen, je kleiner die Capillaritätsconstante derselben ist, d. h. je weniger Arbeit den Molekularkräften zu thun noch übrig bleibt. Da letztere die Oberfläche zu verkleinern streben, so müssen sich die am dichtesten mit Molekülen besetzten Ebenen am leichtesten bilden.

Da nach S. 251 die Ebenen grösster Flächendichtigkeit zugleich diejenigen vollkommenster Spaltbarkeit sind, so müssten, wenn die Bravaisschen Raumgitter die Molekularstructur aller krystallisirter Körper darstellen würden, stets die Spaltungsflächen auch die häufigsten und am grössten ausgebildeten Krystallflächen sein. Dies ist nun in der That bei sehr vielen Substanzen der Fall, bei manchen jedoch nicht. Der bei letzteren scheinbar vorhandene Widerspruch fällt weg, wenn wir annehmen, dass für die Molekularstructur der Krystalle auch complicirtere, aus mehreren Raumgittern zusammengesetzte Punktsysteme möglich sind; alsdann hat nämlich die »Flächendichtigkeit« einer Ebene nicht mehr den gleichen Sinn, indem mehrere parallele Netzebenen mit ungleicher Dichtigkeit existiren und die dichtest besetzten Ebenen nicht den grössten Abstand von einander zu haben brauchen. Sohncke wies an mehreren derartigen Beispielen nach, dass, wenn man für dieselben eine besonders wahrscheinliche Art der Structur annimmt, sich ergebe, dass nach gewissen Ebenen Spaltbarkeit vorhanden sein müsse, während andere sich besonders leicht bilden müssen — und diese Schlüsse stehen in vollem Einklange mit dem Verhalten der betreffenden Substanzen.

Dass nun aber ganz allgemein, sei es, dass die Molekularstructur eines Körpers die eines einfachen Raumgitters oder die eines zusammengesetzten Punktsystems darstelle, das Auftreten und die Ausbildung der Krystallflächen nicht nur von dieser Structur, sondern auch von der Natur des Lösungsmittels, dessen Temperatur, Druck u. s. w. abhängen, geht aus den vorhergehenden Betrachtungen hervor, denn mit diesen Umständen muss sich ja die charakteristische Capillaritätsconstante an der Grenze zwischen dem wachsenden Krystall und der Flüssigkeit ändern. Denken wir uns z. B. ein Raumgitter aus Parallelepipeden von der Gestalt eines quadratischen Prismas mit Basis (Fig. 142a) bestehend, so wird ein derartig aufgebauter Krystall nach der quadratischen Basis, in welcher seine Theilchen am dichtesten liegen, Spaltbarkeit besitzen müssen; ob aber

diese oder die Flächen des Prismas sich leichter bilden und daher an dem Krystall vorherrschen, — das hängt von dem Verhältniss der Capillaritätsconstanten der beiden Arten von Flächen gegenüber der Lösung ab, in welcher sich der Krystall gebildet hat, und dieses Verhältniss wird unter verschiedenen Umständen ein anderes sein. Seien die Werthe der Capillaritätsconstante für die rectangulären Prismenflächen $= A$, für die Basis $= B$; bezeichnen wir mit x die Seitenlänge der Basis und mit y die Höhe des Prismas, so ist die gesammte Oberfläche des Krystalls $= 4xy + 2x^2$ und folglich müsste nach S. 272 beim Wachsen des Krystall-Gleichgewicht dann stattfinden, wenn die Summe der Energie auf der ganzen Oberfläche, d. i.

$$E = 4xyA + 2x^2B$$

bei constantem Volum ihren kleinstmöglichen Werth annimmt. Da das Volum des Prismas $V = x^2y$, so ist

$$\frac{E}{2} = \frac{2AV}{x} + Bx^2.$$

Diese Function von x besitzt ein Minimum (wie sich durch Differenziation nach x ergiebt), wenn

$$\frac{AV}{x^2} = Bx\text{, d. h. } Ay = Bx \text{ oder}$$
$$y : x = B : A.$$

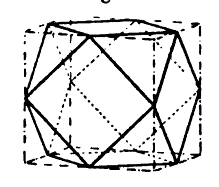
Ist also die Capillaritätsconstante der Prismenflächen der krystallisirenden Substanz gegenüber einer bestimmten Art von Mutterlauge eine sehr kleine im Verhältniss zu derjenigen der Basis, so werden sich in dieser Flüssigkeit langprismatische Krystalle bilden; ist dagegen in einem andern Lösungsmittel, oder in demselben bei einer andern Temperatur, $A > B$, so werden nach der Basis tafelförmige Krystalle entstehen.

Das folgende Beispiel soll zeigen, dass die gleiche Substanz, unter verschiedenen Umständen krystallisirend, nicht nur eine sehr verschiedene Entwickelung derselben Krystallflächen besitzen, sondern unter Umständen die Krystalle derselben sogar in dem einen und dem andern Falle von ganz verschiedenen Flächen begrenzt sein können. Möge die Structur des Körpers die eines sogenannten »kubischen« Raumgitters (Fig. 144 a) sein, d. h. drei zu einander senkrechte gleichwerthige Ebenen mit quadratischer Anordnung besitzen, so entsprechen diese den Flächen des sogenannten regulären Würfels. Diejenigen des »Oktaëders«, welche gleiche Neigung gegen jene drei Ebenen besitzen, enthalten die Theilchen so, dass drei benachbarte ein gleichseitiges Dreieck bilden, also in ganz abweichender Vertheilung. Seien nun die Capillaritätsconstanten der Würfel-, resp. der Oktaëderflächen A und B, sei b die Länge der Würfelkanten, x das auf ihnen durch die Oktaëderfläche abgeschnittene Stück, von der Würfelecke aus gerechnet, so ergiebt sich in ähnlicher Weise, wie oben, für die stabile Form die Bedingung:

$$x = \left(\frac{3}{2} - \frac{B}{A}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) b.$$

Wenn nun unter bestimmten Krystallisationsbedingungen $B : A$ beispielsweise den Werth $\sqrt{3}$ annähme, so würde $x = 0$, für noch grössere Werthe sogar negativ, d. h. unter diesen Bedingungen könnten sich keine Oktaëder-, sondern nur Würfelflächen bilden. Wäre $B : A$ kleiner, z. B. $= \frac{2}{\sqrt{3}}$, so ergiebt sich $x = \frac{1}{2}b$, d. h. es entstehen Krystalle, bei denen die mittlere Ausdehnung (die einzelnen Flächen können natürlich verschieden gross sein, s. S. 270) der Oktaëderflächen diejenige der Fig. 152 ist, bei welcher dieselben bis zur Mitte der Würfelkanten reichen. Endlich für $\frac{B}{A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ wird $x = b$, d. h. die Oktaëderflächen schneiden sich zu je vier im Mittelpunkte einer Würfelfläche, so dass von dieser nichts übrig bleibt; bei noch kleineren Werthen von $B : A$ wird $x > b$, folglich schneiden sich alle Oktaëderflächen im Innern des Würfels; unter allen denjenigen Bedingungen, für welche $B : A = 1 : \sqrt{3}$ oder noch kleiner ist, können also Würfelflächen sich nicht ausbilden; die vorher in Würfeln krystallisirende Substanz muss nun in Oktaëdern krystallisiren.

Fig. 152.



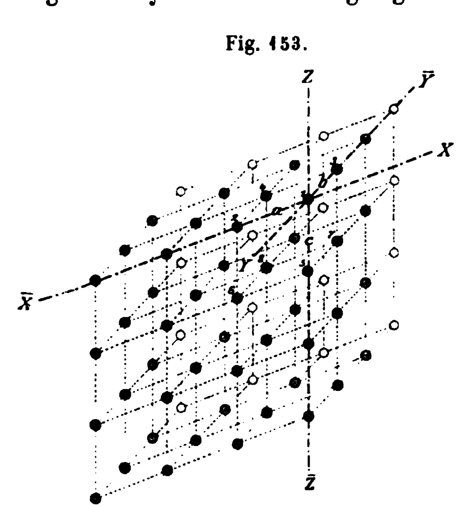
Die bisher entwickelten Anschauungen lassen erkennen, dass an sich zwar unendlich viele Flächen an einer krystallisirten Substanz auftreten können, dass aber die Wahrscheinlichkeit ihres Zustandekommens im Allgemeinen geringer werden muss, wenn ihre Flächendichtigkeit abnimmt, dass also das Auftreten einer jeden derselben abhängt von der Molekularstructur des Krystalls, in zweiter Linie aber auch beeinflusst wird von den Verhältnissen, unter denen die Substanz krystallisirt. Trotzdem hiernach die Zahl der möglichen Flächen eine unendliche ist, kann doch nicht jede Ebene von beliebiger Richtung als Krystallfläche der Substanz auftreten, sondern nur diejenigen, welche als Netzebenen durch die Molekularstructur gegeben sind, also nur Ebenen, welche einander unter ganz bestimmten Winkeln durchschneiden, deren Grösse in einer gesetzmässigen Beziehung zu einander stehen muss. Das die gegenseitige Stellung aller möglicher Flächen eines Krystalls beherrschende Gesetz lässt sich schon nach den bisherigen Betrachtungen, wenigstens für einfache Raumgitter*), unmittelbar einsehen.

Denken wir uns in dem Fig. 153 dargestellten allgemeinsten Falle eines Raumgitters von einem beliebigen Moleküle aus in der Richtung $X\bar{X}$ die Länge a, in $Y\bar{Y}$ die Strecke b, endlich in $Z\bar{Z}$ die Strecke c durchlaufen, so gelangen wir zu drei weiteren Molekülen; legen wir durch diese drei eine

*) Dass dasselbe auch für zusammengesetzte Punktsysteme gilt, hat Sohncke bewiesen (Wiedemann's Ann. d. Phys. 1882, **16**, 489. Im Auszuge: Zeitschr. f. Kryst. 7, 315).

Ebene, so erhalten wir eine Netzebene des Raumgitters, also eine mögliche Krystallfläche des Körpers, welche in Bezug auf jene bestimmten Richtungen durch die drei Längen a, b, c unzweideutig bestimmt ist. Irgend eine andere mögliche Krystallfläche wird gelegt werden können 1) durch das m-te Molekül in der Richtung $X\bar{X}$, 2) durch das n-te in $Y\bar{Y}$, 3) durch das o-te Theilchen in der Richtung $Z\bar{Z}$, — immer von demselben Ausgangspunkte an gezählt, wie vorher. Diese neue Ebene wird also bestimmt sein durch die drei Längen ma, nb, oc in den betreffenden Richtungen. Da nun m, n, o ganze Zahlen sind, so muss ein rationales Verhältniss bestehen zwischen dem Zahlenverhältniss der drei Längen $ma : nb : oc$ und dem Verhältniss $a : b : c$, welches die Lage der ersten Fläche bestimmt. In der That lehrt nun die Erfahrung, dass alle Flächen, welche an den Krystallen einer Substanz beobachtet werden, in Bezug auf ihre Stellung in einer derartigen, durch rationale Zahlenverhältnisse gegebenen Beziehung zu einander stehen. Dieses Gesetz, nach welchem also alle Flächen durch rationale Zahlen von einer derselben abgeleitet werden können, wurde von Hauy erkannt, und die Entdeckung desselben bildete den Ausgangspunkt der Entwickelung der geometrischen Krystallographie, als deren Grundgesetz es bezeichnet wird. Nachdem dasselbe empirisch gefunden und durch die Messungen der Winkel zahlreicher Krystalle ausnahmslos bestätigt worden war, leitete zuerst Hessel aus demselben alle krystallographisch möglichen Symmetrieverhältnisse ab und stellte dadurch fest, welche Arten von Formen an den Krystallen überhaupt auftreten können, und welche, als im Widerspruch mit jenem Gesetze stehend, ausgeschlossen sind. Die Beobachtung bestätigte auch diese Schlussfolgerungen ohne jede Ausnahme und lieferte damit einen weiteren, indirecten Beweis des Grundgesetzes.

Fig. 153.

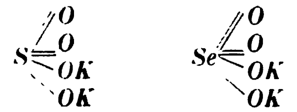


Dasselbe Gesetz hat sich nun, wie oben gezeigt, auch als nothwendige Consequenz der Anschauungen über die Molekularstructur, zu welchen die physikalischen Eigenschaften der Krystalle geführt haben, ergeben, und da nach diesen Anschauungen die äussere Form der Krystalle nur eine Manifestation ihrer inneren Structur darstellt, so ist zu erwarten, dass man auch aus letzterer die Gesammtheit aller krystallographisch möglicher Formen herzuleiten im Stande ist, denn diese können darnach nichts Anderes sein, als die Gesammtheit aller möglichen Netzebenen der verschiedenen Structurarten. Die Symmetrie, welche die letzteren zeigen, muss auch den ihnen entsprechenden Krystallformen zukommen, denn wenn je

zwei Netzebenen eines Raumgitters zu einer Symmetrieebene desselben gleich und entgegengesetzt geneigt sind und daher gleiche Anordnung der Massentheilchen besitzen, z. B. die beiden Prismenflächen in Fig. 139*a*, so müssen die ihnen parallelen Krystallflächen sich unter allen Umständen gleich leicht bilden, also in Bezug auf das Wachsthum des Krystalls vollkommen gleichwerthig sein; damit ist aber die Symmetrie der Form des Krystalls nach jener Ebene gegeben. Die einfachen Raumgitter entsprechen sieben verschiedenen Arten der Symmetrie (s. S. 252 f.), die daraus abgeleiteten Krystallformen, d. h. die Gesammtheit aller möglicher Netzebenen derselben, gehören daher ebenfalls ihren Symmetrieverhältnissen nach zu 7 verschiedenen Klassen. Eine weit grössere Zahl, nämlich 24, folgt aus den von Sohncke abgeleiteten regelmässigen Punktsystemen, während endlich die Gesammtheit aller Formen, welche sich aus den Theorien von Fedorow und Schönfliess, sowie aus der erweiterten Theorie Sohncke's ergeben, in 32 durch ihre Symmetrieverhältnisse unterschiedene Klassen zerfallen. Genau dieselben 32 Klassen krystallographisch möglicher Formen liefert aber die oben erwähnte Ableitung aus dem empirisch gefundenen Grundgesetze der geometrischen Krystallographie — und hieraus ergiebt sich, dass es in der That möglich ist, alle Gesetzmässigkeiten der Form der Krystalle aus der Structur derselben theoretisch abzuleiten.

Da jedoch die Theorie der Krystallstructur noch keineswegs als abgeschlossen zu betrachten ist (vergl. die Bemerkungen am Schlusse des vorigen Paragraphen), so soll im Folgenden der erstere Weg eingeschlagen, d. h. im Beginn der II. Abtheilung das empirisch gefundene Grundgesetz der Krystallographie zum Ausgangspunkte der Betrachtung genommen und von ihm aus die möglichen Krystallformen und deren Symmetrieverhältnisse abgeleitet, an dieser Stelle jedoch nur noch einige allgemeine, aus den bisher gewonnenen Anschauungen über die Structur der Krystalle sich ergebenden Verhältnisse erläutert werden.

Denken wir uns zwei Substanzen, deren chemische Moleküle eine ganz übereinstimmende atomistische Constitution darbieten, z. B. schwefelsaures und selensaures Kalium:

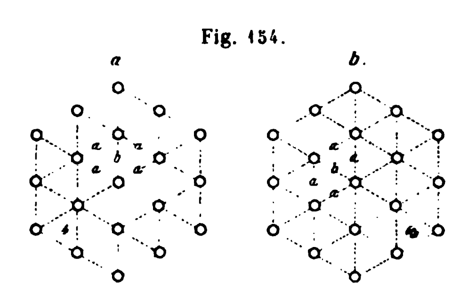


so ist zu erwarten, dass diese Moleküle im festen Zustande in gleicher Anzahl zu übereinstimmend constituirten Krystallmolekülen zusammentreten werden. Alsdann müssen die Krystallmoleküle beider Salze auch im Wesentlichen übereinstimmende Kräfte auf einander ausüben, und die hieraus sich ergebende Krystallstructur derselben eine innerhalb gewisser Grenzen welche von der Verschiedenheit der Eigenschaften des Schwefel- und des Selen-Atoms abhängen) übereinstimmende sein. Durch die Krystallstructur

ist aber die Krystallform gegeben, welche somit eine gewisse Uebereinstimmung als gesetzmässige Folge der Analogie der chemischen Constitution zeigen muss. Diese Erscheinung nennt man bekanntlich **Isomorphie** und kann daher zwei derartige »isomorphe« Salze, wie die a. vor. S. angeführten, auch bezeichnen als zwei Substanzen, welche aus übereinstimmend constituirten Krystallmolekülen zusammengesetzt sind und in Folge dessen übereinstimmende Krystallstructur besitzen. Dieser Auffassung entspricht auch die Thatsache, dass, wenn zwei isomorphe Salze sich gleichzeitig in einer Lösung befinden, zum Aufbau der in der letzteren sich bildenden Krystalle sowohl die Krystallmoleküle des einen, wie des andern Salzes als Bausteine Verwendung finden und so vollkommen **homogene** Krystalle entstehen können, deren Eigenschaften von dem Mengenverhältniss der beiden Bestandtheile in derselben Weise abhängig sind, wie die Eigenschaften einer Lösung von ihrer Zusammensetzung. Man nennt solche Krystalle **isomorphe Mischungen**.

Die hier vorliegende Erscheinung, dass zwei Körper von nicht absolut congruenter, sondern nur innerhalb gewisser Grenzen übereinstimmender Krystallstructur so bei der Krystallisation zusammentreten können, dass Gleichgewicht der inneren Kräfte des ganzen Systems erreicht wird, lässt auch die Entstehung von Krystallen begreifen, welche aus gleichartigen Partien von verschiedener, aber gesetzmässiger Orientirung bestehen. Ein Beispiel wird dies klar machen: Denken wir uns einen Körper, dessen Krystallstructur einem Raumgitter entspricht, in welchem die Theilchen nach einem rhombischen Prisma mit gerader Basis (Fig. 140*a*) angeordnet sind, und sei der Winkel, unter welchem die Prismenflächen einander schneiden, sehr nahe 60°. Alsdann ist die Projection des Raumgitters auf die Basis, Fig. 154*a*, fast identisch mit der des trigonalprismatischen Raumgitters Fig. 143*b* (hier anders gestellt), nur sind die mit *b* bezeichneten Richtungen nicht mehr gleichwerthig mit den beiden mit *a* bezeichneten, welche letztere den Flächen des rhombischen Prismas entsprechen; das Raumgitter ist nur nach den beiden durch die kurze (*b*) und die lange

Fig. 154.



Diagonale der Rhomben *aaaa* gehenden, senkrechten Ebenen und nach der Basis symmetrisch und entspricht also nicht, wie Fig. 143*b*, der Structur eines optisch einaxigen, sondern der eines optisch zweiaxigen Krystalls der 3. Klasse (vergl. S. 253). Da die durch *a* gehenden, zur Basis senkrechten Prismenflächen nicht mehr Symmetrieebenen des Systems sind, so erhalten wir, wenn wir dasselbe um eine der Basis parallele, senkrecht zu einer Seite *a* durch ein beliebiges Theilchen (z. B. das mittelste der Fig. 154*a* gelegte Axe um 180° drehen, ein System Fig. 154*b*, in welchem zwar die

Basis und dasjenige Paar paralleler Prismenflächen, zu welchem die Drehungsaxe senkrecht steht, die gleiche Orientirung besitzen, wie im ersten, dagegen das andere Paar von Prismenflächen nahezu die Lage der durch *b* gehenden senkrechten Netzebene des ersten Systems, und umgekehrt, angenommen hat. Da aber beide Raumgitter sehr nahe übereinstimmen (wegen der Aehnlichkeit des Winkels *ab* mit 60°), so ist zu erwarten, dass eine Verbindung beider während der Krystallisation ebenso leicht zum Gleichgewicht der inneren Kräfte führen werde, wie diejenige zweier isomorpher Salze, und so ein Gebilde entstehen könne, in welchem zwei verschieden orientirte Krystalle derselben Substanz vereinigt sind. Eine solche regelmässige Verwachsung zweier Krystalle, welche offenbar stets von den gleichen Flächen begrenzt sein müssen, da ihr Wachsthum unter gleichen Umständen stattfand, nennt man einen Zwilling. In der That zeigt sich nun in allen Fällen, in welchen die Formen der Krystalle auf eine Molekularstructur der angegebenen Art hinweisen, das häufige Auftreten einer Zwillingsbildung, und zwar meist in der Weise wiederholt, dass die Verwachsung noch Partien in einer dritten Orientirung enthält, welche durch Drehung um die Normale zu dem zweiten Paare von Prismenflächen resultirt und die sich offenbar genau so zur ersten enthält, wie die zweite. Wäre der Winkel *ab* genau $= 60°$, so würde man diese drei Stellungen des Raumgitters erhalten, wenn man dasselbe um die durch irgend einen Massenpunkt gehende Normale zur Projectionsebene einmal nach der einen, einmal nach der andern Seite um 120° dreht. Denken wir uns einen derartigen »Drilling« in der Weise aufgebaut, dass die einzelnen Partien von verschiedener Orientirung in so dünnen Lamellen über einander gelagert sind, dass dieselben äusserlich nicht mehr erkannt werden können, so muss die Form des ganzen Gebildes wie die eines einfachen Krystalls erscheinen und Symmetrieverhältnisse zeigen, welche dem Vorhandensein einer zur Projectionsebene senkrechten dreizähligen Axe entsprechen. Derartige Gebilde, welche die Form eines einfachen Krystalls von höherer Symmetrie nachahmen, werden als »mimetische Krystalle« bezeichnet. Dass ein solches Packet bei genügend geringer Dicke der einzelnen Schichten sich physikalisch wie ein einheitlicher, optisch einaxiger Krystall verhält, wurde bereits S. 138 auseinandergesetzt.

Da ganz allgemein ein Gebilde der vorbeschriebenen Art, je dünner die dasselbe zusammensetzenden Schichten sind und je regelmässiger deren Orientirung wechselt, um so mehr die physikalischen Eigenschaften eines einheitlichen Krystalls von höherer Symmetrie annimmt, so könnten überhaupt Krystalle von höherem Grade der Symmetrie auch als mimetisch aus solchen niederer Symmetrie aufgebaute betrachtet werden, eine Auffassung, welche für gewisse Fälle, wie z. B. für den Quarz (s. S. 263), eine sehr wahrscheinliche und identisch ist mit der Annahme, dass die Krystallstructur des betreffenden Körpers einem zusammengesetzten Punktsystem entspricht. Alsdann liegt die Möglichkeit vor, dass die Substanz nur unter

gewissen Umständen die letzterwähnte Structur annimmt, unter andern Verhältnissen während der Krystallisation dagegen der Aufbau nur in einer einzigen Orientirung erfolgt und so einfache Krystalle der niederen Symmetrie entstehen. Für das Zustandekommen der ersteren, der mimetischen Structur, ist nach dem Vorhergehenden erforderlich, dass die dem Aufbau zu Grunde liegenden Krystalle von niederer Symmetrie eine Molekularstructur und in Folge dessen eine Form besitzen, welche derjenigen der höheren Symmetrie sehr nahe steht; man bezeichnet solche Krystalle als pseudosymmetrische und ihre Formen als »Grenzformen«. Unter denjenigen Körpern, welche man dimorphe zu nennen pflegt, weil sie unter verschiedenen Umständen in ungleichen, nicht nach dem Grundgesetz der geometrischen Krystallographie auf einander zurückführbaren, Formen mit ganz verschiedenen physikalischen Eigenschaften krystallisiren, giebt es eine Anzahl, deren beide »dimorphe Modificationen« in dem angegebenen Verhältnisse zu einander stehen, dass die Krystalle der ersten eine niedere Symmetrie, aber fast die gleichen Winkel zeigen, wie die der zweiten, somit eine Molekularstructur besitzen müssen, welche durch mimetischen Aufbau die Form der zweiten, höher symmetrischen Modification hervorzubringen im Stande ist. Hier darf also die Annahme eines derartigen Aufbaues für die letztere als eine sehr wahrscheinliche bezeichnet werden.

Da bei der Krystallisation von Substanzen mit einem zusammengesetzten molekularen Aufbau der vorbeschriebenen Art es ganz besonderer Bedingungen bedarf, um den regelmässigen Wechsel der verschieden orientirten »Molekularschichten«, durch welchen der höher symmetrische Krystall entsteht, zu bewirken, so ist zu erwarten, dass, wenn jene Bedingungen während der Krystallbildung nicht fortwährend vollkommen erfüllt sind, jener Wechsel kein ganz regelmässiger sein wird. Alsdann können in einzelnen Theilen des mimetischen Gebildes die Molekularschichten der einen Orientirung vorherrschen, und diese Theile müssen in Folge dessen ein anderes optisches Verhalten zeigen, als diejenigen, in welchen eine vollständige Compensation der Eigenschaften der verschieden orientirten Molekularschichten erfolgt. So können alle diejenigen S. 136 f. und 140 beschriebenen Erscheinungen zu Stande kommen, welche die sogenannten »optisch anomalen« Krystalle zeigen. Zu den letzteren gehören auch solche, welche äusserlich eine Form zeigen, deren Symmetrieverhältnisse denen der einfachbrechenden Krystalle entsprechen, deren Inneres jedoch nur zum Theil oder auch gar nicht einfachbrechend ist. Auch das Verhalten dieser kann in der gleichen Weise erklärt werden, da, wie bereits S. 265 an dem speciellen Beispiele circularpolarisirender, einfachbrechender Krystalle erwähnt wurde, auch optisch isotrope Körper durch den Aufbau aus Molekularschichten niederer Symmetrie entstehen können (vergl. auch S. 219 und 220).

Nach der vorstehenden, von Mallard begründeten Auffassung stellen die »optisch anomalen« Krystalle nichts Anderes dar als einen speciellen

Fall der Zwillingsbildung, nämlich denjenigen, in welchem die Verwachsung eine so innige ist, dass die Partien einheitlicher Orientirung nicht einzeln zur Beobachtung gelangen. Die Grenze für die letztere wird aber bestimmt durch die vergrössernde Kraft der Mikroskope, und daher beobachtet man nicht selten, dass Krystalle oder Theile derselben sich bei einer gewissen Vergrösserung als optisch vollkommen homogen erweisen, bei stärkerer Vergrösserung jedoch sich in ein regelmässiges Aggregat äusserst feiner Zwillingslamellen von niederer Symmetrie auflösen. Das für die »optisch anomalen« Krystalle charakteristische Nebeneinanderbestehen von Partien mit verschiedenem optischen Verhalten innerhalb eines seiner Aussenform nach scheinbar einfachen Krystalls ist durch diese Erklärung zurückgeführt auf eine ungleich grosse Entwickelung der einzelnen Theile bei der Zwillingsbildung, eine Erscheinung, welche offenbar aus denselben Gründen (vergl. S. 270), wie die Ungleichheit der Dimensionen eines Krystalls nach verschiedenen Richtungen überhaupt, wesentlich von zufälligen Umständen während der Bildung abhängt. Da hiernach ein optisch anomaler Krystall aus Krystallen von niederer Symmetrie aufgebaut ist, deren Flächen einer »Grenzform« entsprechen, also nicht ganz genau mit denen der äusseren Form des ganzen Gebildes übereinstimmen, so können dieselben da, wo Partien verschiedener Orientirung an einander stossen, nicht genau coincidiren, sondern die Grenzen müssen durch äusserst stumpfe ein- oder ausspringende Winkel bezeichnet sein. In der That zeigen nun ganz besonders solche Substanzen, bei denen die Annahme einer derartigen Molekularstructur eine sehr wahrscheinliche ist, sogenannte vicinale Flächen, d. h. an Stelle der einfachen Ebenen, deren Stellung dem Grundgesetze der geometrischen Krystallographie entspricht, Combinationen je von mehreren, sehr wenig gegen einander geneigten Ebenen, deren jede einzeln dem erwähnten Gesetze nur unter Annahme sehr complicirter Zahlenverhältnisse angepasst werden kann.

In den bisher betrachteten Fällen der Zwillingsbildung ist die Molekularstructur in den verschiedenen, jener entsprechenden Orientirungen nahezu congruent. Dass jedoch auch, wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, Gleichgewicht an der Grenze zweier ungleich orientirter Structuren existiren kann, zeigen die Erscheinungen bei der Umlagerung eines Kalkspathkrystalles nach einer Gleitfläche; denn das hierbei zu Stande kommende Gebilde ist nichts anderes, als ein Zwilling, wie er sich ebenso auch beim Wachsthum eines Kalkspathkrystalls bilden kann und zuweilen in der That bildet. Allgemein muss die Möglichkeit der Entstehung eines Zwillingskrystalls überall da gegeben sein, wo ausser der parallelen Orientirung noch andere stabile Gleichgewichtslagen zwischen benachbarten Theilchen existiren.

Da die in der Umgebung eines wachsenden Krystalls in der Lösung oder im Schmelzfluss sich befindenden Theilchen alle möglichen Stellungen besitzen, sind die Drehungen, welche sie behufs bestimmt orientirter

Anlagerung durchzumachen haben, ganz verschieden; daher diejenigen unter ihnen, welche zur Annahme einer zweiten Gleichgewichtslage einer geringeren Drehung bedürfen, diese leichter zu erreichen im Stande sind. Seien z. B. in dem allgemeinsten Falle eines triklinen Raumgitters Fig. 137 die beiden Richtungen $X\bar{X}$ und $Z\bar{Z}$ diejenigen der grössten resp. zweitgrössten anziehenden Kräfte zwischen den Theilchen, so können sich auf eine Netzebene $a\,c$ neue mit vollkommenem Parallelismus jener beiden Richtungen in zweierlei Weise auflagern, entweder so, dass auch die dritte Richtung $Y\bar{Y}$ (b) parallel wird, oder so, dass b in den neu angelagerten Schichten nicht mit dem b der früheren zusammenfällt. Im letzteren Falle können wir deren Stellung so beschreiben, dass wir uns dieselben aus der mit den übrigen parallelen Orientirung in die »hemitrope« übergeführt, d. h. um 180° gedreht denken um die Normale (Zwillingsaxe) zu der ihnen gemeinschaftlichen Ebene $a\,c$, der sogenannten Zwillingsebene; der wirkliche Vorgang ist natürlich der umgekehrte: Die Richtungen a und c sind bei der Anlagerung parallel geworden, die Theilchen haben sich aber nicht weit genug gedreht, als dass auch ihre Richtung b mit der entsprechenden der andern Theilchen hätte zusammenfallen können. Ist ein Theilchen nun in einer solchen zweiten Gleichgewichtslage, welche wir als »Zwillingsstellung« bezeichnen wollen, fixirt, so kann es seinerseits wieder die Anlagerung neuer Theilchen derart beeinflussen, dass deren Orientirung der seinigen parallel wird. Alsdann bildet sich, von diesen Theilchen ausgehend, bei weiterem Wachsthum des Krystalls eine Molekularaggregation, welche sich zu derjenigen des übrigen Krystalls in Zwillingsstellung befindet. Aus dieser Betrachtung geht hervor, dass Zwillingsbildungen besonders häufig sein müssen nach Ebenen grosser Cohäsion, wie Spaltungs- und Gleitflächen, und dies ist in der That der Fall. Dass die Verwachsungsfläche, mit welcher die beiden Krystalle an einander grenzen, nicht nothwendig mit der Zwillingsebene zusammenfällt, geht daraus hervor, dass die Dimensionen der Krystalle ja von Zufälligkeiten abhängig sind, in Folge ungleichen Wachsthums die Grenzfläche also eine ganz unregelmässige werden kann.

Die eben erwähnte Unregelmässigkeit der Krystalle überhaupt, welche im Anfange dieses Paragraphen ihre Erklärung gefunden hat, kann unter Umständen auch so weit gehen, dass von mehreren gleichwerthigen Flächen eine oder die andere nicht ausgebildet wird, also zu einer Unvollständigkeit der Krystallform führen auch in solchen Fällen, wo die Anwesenheit benachbarter Krystalle derselben Substanz oder fremder Körper, bis zu denen sich das Wachsthum des Krystalls fortsetzt, die allseitige vollständige Ausbildung nicht gehindert haben würde. Zur Vollständigkeit einer Krystallform gehört ferner ausser der allseitigen Begrenzung durch Krystallflächen auch noch die ununterbrochene Raumerfüllung seiner Form durch die vollkommen homogene Substanz. Diese letztere findet gewöhnlich nur statt, wenn der Absatz der Substanz ein ungestörter und nicht zu rascher ist, während bei schneller Ausscheidung, z. B. bei raschem Erkalten

einer heiss gesättigten Lösung die anfangs entstandenen Krystalle sich häufig in der Weise vergrössern, dass sich nach deren Wachsthumsrichtungen reihenförmig kleine Krystalle derselben Form in paralleler Stellung anlagern, und so sternförmige Aggregate (Wachsthumsformen, Krystallgerippe) entstehen, welche bei fortgesetztem Wachsthum durch Ausfüllung der Zwischenräume zwischen den Strahlen die Form eines grösseren Krystalls nachahmen, von welchem jedoch nur Ecken und Kanten angedeutet, statt der Flächen treppenförmige Vertiefungen vorhanden sind. Als Beispiel eines solchen Krystallskeletts möge das in Fig. 155 dargestellte des Chlorkaliums (nach den Beobachtungen von Knop) dienen, wie es sich beim Erkalten einer in höherer Temperatur gesättigten Lösung des Salzes bildet. Das Wachsthum der zuerst ausgeschiedenen kleinen Würfel findet vorwiegend statt an den Ecken, indem sich an diese neue kleine Würfel anlagern und so Balken bilden, welche den Normalen der Oktaëderflächen parallel gehen. Von den Würfelecken der diese Balken zusammensetzenden Kryställchen gehen dann von Neuem Ansätze nach denselben vier Richtungen aus, von denen jedesmal eine dem betreffenden Balken selbst entspricht, die drei anderen Anlass zur Bildung eines Balkensystems 2. Ordnung geben, wie es für das gleiche Beispiel in Fig. 156 schematisch dargestellt ist. Bestehen die einzelnen Kryställchen jedoch aus Oktaëdern, wie es beim Chlorammonium der Fall ist, so findet das Wachsthum nach den Normalen der Würfelflächen statt und es entstehen rechtwinkelig einander kreuzende, aus kleinen an einander gereihten Oktaëdern bestehende Stäbchen (hierher gehören auch die sogenannten »gestrickten« Formen der Metalle). Aendern sich während des schnellen Wachsthums die Verhältnisse der Lösung derart, dass die sich ausscheidenden Krystalle eine andere Form annehmen, so ändern sich auch die Wachsthumsrichtungen. Nicht selten beobachtet man auch Uebergänge von Krystallskeletten zu regelmässigen Krystallen, z. B. scheinbare Oktaëder, aufgebaut aus kleinen Würfeln, bei denen die drusigen Oktaëderflächen von den Ecken dieser Würfel gebildet

Fig. 155.

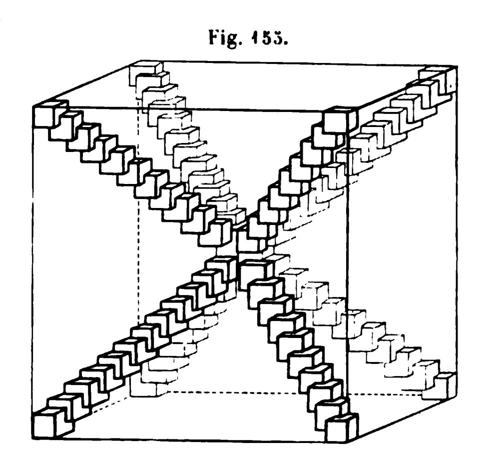
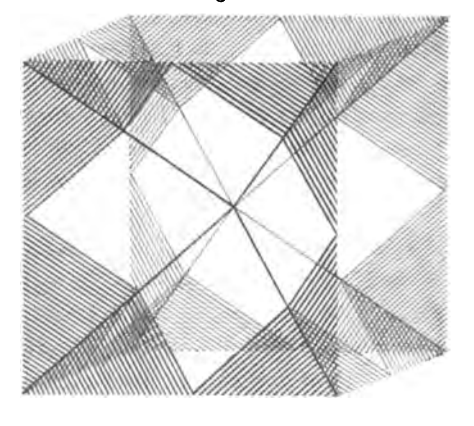
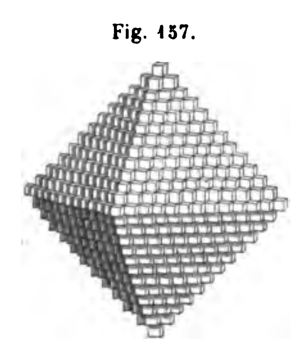


Fig. 156.



werden, also als eigentliche Flächen nicht am Krystall auftreten (s. Fig. 157, Flussspath). Eine Erklärung für die Entstehung der Krystallskelette wurde geliefert durch O. Lehmann in seiner Arbeit »über das Wachsthum der Krystalle« Zeitschr. f. Kryst. 1, 453. Durch Untersuchung zahlreicher Substanzen mit Hülfe des »Krystallisationsmikroskops« (s. III. Abth.) wurde nachgewiesen, dass die Formen um so unregelmässiger werden nicht nur, je schneller das Wachsthum vor sich geht, sondern auch je zäher die Lösung und je schwieriger die Substanz löslich ist, dass ferner die Richtung intensivsten Wachsthums besonders den Stellen stärkster Zuspitzung des Krystalls entspricht, also von der speciellen Ausbildung desselben abhängt.

Fig. 157.



Dieses Verhalten ist lediglich Folge der Concentrationsverhältnisse in der den Krystall umgebenden Lösung; in derselben entsteht nämlich, wie Lehmann nachgewiesen hat, durch das Wachsthum eine Verdünnung, welche durch Diffusion wieder ausgeglichen werden muss. Findet das Wachsthum nun sehr schnell statt, oder wird die Diffusion durch Zähigkeit der Lösung verringert, so muss die Abscheidung der Substanz vorwiegend da erfolgen, wo der Diffusionsstrom am stärksten, d. h. die Unterschiede der Concentration in kleinen Abständen am grössten sind. Dies ist aber der Fall an den Krystallecken, denn die um den Krystall gedachten Flächen, auf denen gleiche Concentration herrscht, drängen sich an den Spitzen des Krystalls am dichtesten zusammen, da sie in grösserer Entfernung von demselben die Gestalt einer Kugel annehmen (auf einer solchen ist nämlich die Concentration nicht mehr merklich verschieden von derjenigen, welche noch weiter vom Krystalle entfernt herrscht).

Dieselben Ursachen, welche die Bildung von Krystallskeletten begünstigen, können auch die Anlagerung der Theilchen eines wachsenden Krystalls derart beeinflussen, dass diese nicht streng parallel stattfindet. Solche und andere, durch Anziehung der Theilchen von benachbarten, anders orientirten Krystallen, überhaupt durch Kräfte, welche keine Beziehung zu der Structur des wachsenden Krystalls haben, hervorgebrachte Störungen des regelmässigen Wachsthums, in Folge deren der Krystall aus nicht genau parallel orientirten Theilen aufgebaut und also nicht vollkommen homogen ist, sind eine sehr häufige Erscheinung. Derartige Anomalien, deren Wirkung auf die optischen Eigenschaften bereits S. 44 besprochen wurde, bedingen ausserdem auch Knickungen, Krümmungen u. a. Unvollkommenheiten der Flächen, und in Folge davon Schwankungen der Flächenwinkel der betreffenden Krystalle. Verhältnissmässig frei von solchen sind gewöhnlich kleinere Krystalle, während bei grösseren im längeren Verlaufe ihrer Bildung häufiger Störungen des normalen Wachsthums eingetreten sind. Da die durch letztere hervorgebrachten

Abweichungen in der Orientirung der einzelnen Theile eines Krystalls durch äussere Ursachen bedingt sind, finden sie im Allgemeinen in verschiedenem Sinne statt, so dass der Mittelwerth der Messungen der Flächenwinkel an einer grösseren Anzahl solcher Krystalle der richtigen Orientirung ihrer Flächen mit genügender Annäherung entspricht. Dies trifft auch für den Fall zu, dass einzelne Flächen zwar vollkommen eben sind, aber in Folge nicht paralleler Lage der zugehörigen Theile des Krystalls einander unter etwas anderen Winkeln schneiden, als es bei einem vollkommen homogenen Krystall der Fall wäre. Gewöhnlich weist aber schon die durch Knickung der Flächen bewirkte Zusammensetzung der von ihnen gespiegelten Reflexbilder auf die Ungenauigkeit der am Goniometer (vergl. S. 16 und das Nähere in der III. Abtheil.) ausgeführten Messung der Winkel hin.

Fehler der Krystallmessung können übrigens, abgesehen von den Ungenauigkeiten der Einstellung und der Theilung des Instrumentes, auch bedingt werden durch Unvollkommheiten der Krystallflächen, welche ihre Ursache nicht in Anomalien der inneren Structur haben und daher auch bei ganz homogenen Krystallen vorkommen. Dahin gehört die Streifung, die durch wiederholte, alternirende Ausbildung zweier, meist unter kleinem Winkel gegen einander geneigter Flächen hervorgebracht wird*) und in Folge dessen stets in Beziehung steht zur Symmetrie der betreffenden Fläche, welche somit gleichsam nur eine Scheinfläche von treppenartiger Zusammensetzung ist; ferner die drusige, rauhe oder matte Beschaffenheit, welche entweder durch das Wachsthum des Krystalls (wie die der Oktaëderflächen in Fig. 157) oder durch nachträgliche Auflösung (Aetzfiguren) bewirkt sein kann. In letzterem Falle ist die Erscheinung gewöhnlich verbunden mit einer Krümmung der Flächen.

Alle diese Wachsthums- (resp. Lösungs-)Erscheinungen beeinflussen die Messung der Krystallwinkel; von ihnen muss also abgesehen werden, wenn es sich um die Erkennung des gesetzmässigen Zusammenhanges der Stellung der Flächen handelt, welcher durch das, den Ausgangspunkt der nun folgenden II. Abtheilung bildende, Grundgesetz der geometrischen Krystallographie bestimmt wird.

---

*) Dieselbe wird deshalb zum Unterschiede von der wesentlich davon verschiedenen »Zwillingsstreifung«, wie sie z. B. auf Spaltungsflächen von Kalkspath in Folge eingelagerter Zwillingslamellen (s. Fig. 130, S. 224) erscheint, als »Combinationsstreifung« bezeichnet.

II. ABTHEILUNG.

DIE GEOMETRISCHEN EIGENSCHAFTEN DER KRYSTALLE.

Allgemeiner Theil.

§ 1. **Das Grundgesetz der geometrischen Krystallographie.** Die Beobachtung lehrt, dass normal und vollständig ausgebildete Krystalle die Form von Polyëdern haben, deren ebene Begrenzungsflächen einander unter (bei einer bestimmten Temperatur) bestimmten Winkeln schneiden, während Grösse und Gestalt dieser Flächen keine Gesetzmässigkeit zeigen. Die Krystallform eines Körpers ist daher durch die Winkel, d. h. durch die gegenseitige Stellung der Flächen, von welchen sie begrenzt wird, charakterisirt.

Denkt man sich von irgend einem Punkte im Innern des Krystalls auf die Flächen desselben Normalen gefällt, so repräsentirt eine solche Normale diejenige »Wachsthumsrichtung« des Krystalls, welcher die betreffende Fläche ihre Bildung verdankt (vergl. S. 269). Wie weit in einer solchen Richtung das Wachsthum des Krystalls vorgeschritten ist, d. h. in welcher Entfernung von jenem Punkte im Innern die betreffende Krystallfläche als eine den Krystall nach aussen begrenzende Ebene auftritt, kann nach S. 270 keiner bestimmten Gesetzmässigkeit unterliegen. Eine Krystallfläche als solche ist daher vollkommen bestimmt durch jene Richtung. In Folge dessen bezeichnet man als »Winkel zweier Flächen« (Flächenwinkel) denjenigen, welchen die den beiden Flächen entsprechenden Wachsthumsrichtungen, d. h. die von einem Punkte im Innern des Krystalls auf die beiden Flächen gefällten Normalen mit einander bilden*). Der grösste Werth, welchen ein Flächenwinkel haben kann, ist = 180°; es ist dies der Winkel zweier paralleler, aber in entgegengesetztem Sinne die Begrenzung des Krystalls bildender Ebenen, entsprechend dem Umstande, dass die Richtungen des Wachsthums, welches die beiden Krystallflächen hervorbringt, die am meisten von einander verschiedenen, nämlich die entgegengesetzten sind. Je zwei Flächen, welche einen kleineren Winkel mit einander bilden, schneiden einander in einer Kante; der (ebene) Winkel, welchen zwei Kanten einer Fläche, d. h. die Geraden, in denen sie zwei andere Flächen schneidet, mit einander einschliessen, heisst (zum Unterschied vom »Flächenwinkel«) »Kantenwinkel«.

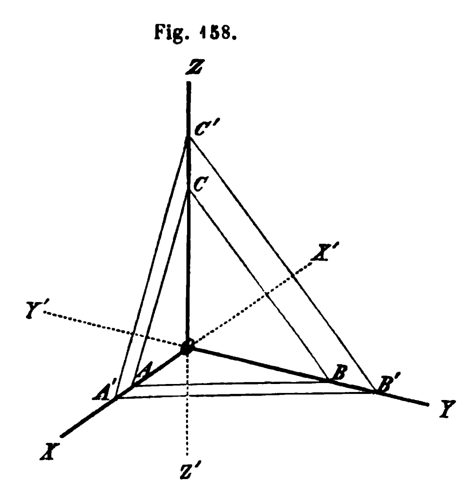
*) Es ist dies derselbe Werth, welcher nach S. 16 sich bei der Messung des Krystalls direct durch die Ablesungen am Reflexionsgoniometer ergiebt, und, wie weiterhin ersichtlich, auch derjenige, welcher bei der Berechnung benutzt wird.

Im Folgenden soll nun die gesetzmässige Beziehung, welche zwischen den durch die Winkel bestimmten Stellungen der Flächen eines Krystalls besteht, dargelegt werden.

Seien die Ebenen XOY, XOZ und YOZ (Fig. 158) parallel drei beliebigen Flächen eines Krystalls, welche einander in drei, den Geraden OX, OY und OZ parallelen Kanten schneiden. OX, OY, OZ sollen die Axen des Krystalls, die Ebenen XOY, XOZ, YOZ die Axenebenen und die Kantenwinkel, welche OX mit OY, OX mit OZ, OY mit OZ bilden, die Axenwinkel desselben genannt werden. Die drei Axenebenen theilen offenbar den ganzen Raum in acht Oktanten, welche im Punkte O zusammenstossen; zwei durch eine Axenebene getrennte Oktanten sollen anliegende, zwei, welche einander nur in einer Axe berühren, gegenüberliegende, und zwei nur im Punkte O zusammenstossende entgegengesetzte heissen.

Irgend eine vierte Fläche des Krystalls schneide nun die drei Axen in den Punkten A, B und C, so mögen OA, OB und OC die Parameter dieser Fläche heissen, deren Durchschnittsfigur mit den Axenebenen das Dreieck ABC ist. Von dieser Fläche liegen, da sie die drei Axenebenen durchschneidet, Theile auch in den benachbarten Oktanten; man sagt nun von einer Fläche, dass sie in demjenigen Oktanten liege, welchen sie in einer geschlossenen Durchschnittsfigur, wie das Dreieck ABC im oberen rechten vorderen Oktanten in Fig. 158 es ist, schneidet. Zur Bestimmung der Stellung einer Fläche gehört demnach ausser der Länge der Parameter (von O als Nullpunkt aus gerechnet) auch noch die Angabe desjenigen Oktanten, in welchem sie liegt, da acht Flächen mit gleichen Parametern möglich sind. Um die letztere Angabe zu ermöglichen, bezeichnet man solche Parameter, welche sich auf die Richtungen OX', OY', OZ' beziehen, als negative und versieht sie mit dem —Zeichen.

Fig. 158.



Multiplicirt man die Parameter einer Fläche, z. B. OA, OB, OC, mit einer beliebigen (positiven) Zahl m, so erhält man die Parameter einer der ersten parallelen Fläche, z. B. OA', OB', OC' Fig. 158, denn

$$\frac{OA'}{OA} = m, \quad \frac{OB'}{OB} = m, \quad \frac{OC'}{OC} = m$$

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC},$$

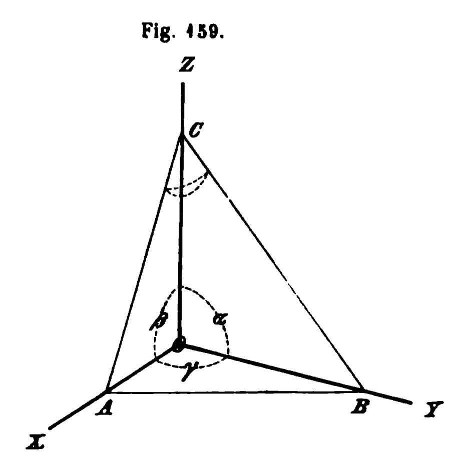
folglich ist Dreieck OAB ähnlich Dreieck $OA'B'$, ebenso OAC ähnlich $OA'C'$; demnach $A'B' \parallel AB$, $A'C' \parallel AC$, also sind auch die Ebenen ABC und $A'B'C'$

einander parallel. Da diese Ebenen der gleichen Wachsthumsrichtung entsprechen, d. h. mit den übrigen Flächen die gleichen Winkel bilden, und da die letzteren allein eine Krystallfläche charakterisiren, so ergiebt sich hieraus, dass die Parameter einer Fläche mit jeder beliebigen Zahl multiplicirt werden können, ohne dass dadurch an der krystallographischen Bedeutung der Fläche etwas geändert wird. Man kann daher der beliebigen Zahl m auch einen solchen Werth geben, dass einer der drei Parameter gleich 1 wird, woraus ersichtlich ist, dass die Stellung einer Krystallfläche in Bezug auf die Axen schon durch zwei von einander unabhängige Grössen bestimmt ist.

Die Ebene ABC soll die Grundform und ihre Parameter OA, OB, OC sollen die Axenlängen des Krystalls heissen; die letzteren werden gewöhnlich abgekürzt mit a, b, c bezeichnet und eine derselben gleich 1 gesetzt. Durch die alsdann sich ergebende Grösse der beiden andern, d. h. durch das Verhältniss der drei Axenlängen $a : b : c$, sowie durch die Grösse der drei Axenwinkel, $\alpha = YOZ$, $\beta = XOZ$, $\gamma = XOY$, ist offenbar die Stellung der Grundform in Bezug auf die Axenebenen vollständig bestimmt. Diese fünf Grössen nennt man die Elemente des Krystalls und die vier Ebenen, mittelst derer sie bestimmt werden, seine Elementarflächen.

Um die Elemente eines Krystalls zu bestimmen, bedarf es fünf von einander unabhängiger Gleichungen, und hierzu dienen die Messungen von fünf Winkeln, nämlich derjenigen drei, unter welchen die Axenebenen einander schneiden, und der beiden Neigungen der Grundform ABC gegen zwei der Axenebenen, z. B. gegen XOZ und YOZ. Diese fünf Winkel werden die Fundamentalwinkel genannt. Denkt man sich um O als Mittelpunkt eine Kugelfläche gelegt, so schneiden die drei Axenebenen auf dieser ein sphärisches Dreieck ab, welches in Fig. 159 punktirt bezeichnet ist, dessen Winkel gleich denjenigen sind, unter welchen je zwei Axenebenen einander schneiden, und dessen Seiten die Bögen α, β, γ sind. Die drei Winkel dieses sphärischen Dreiecks A, B und C sind durch die Messung gegeben, denn A ist der Winkel zwischen den Axenebenen XOZ und XOY, B derjenige zwischen YOX und YOZ, C derjenige zwischen ZOX und ZOY. Berechnet man aus diesen nach der betreffenden Formel der sphärischen Trigonometrie die drei Seiten, so hat man damit die drei gesuchten Axenwinkel α, β, γ gefunden. Denkt man sich nun weiter um den Punkt C als Centrum eine Kugeloberfläche construirt, so schneiden die Grundform ABC und die beiden Axenebenen XOZ und YOZ aus jener ein ebenfalls in der Figur punktirt bezeichnetes sphärisches Dreieck aus, dessen drei Winkel bekannt sind; es ist dies 1) der Winkel C der beiden Axenebenen XOZ und YOZ, 2) und 3) die Winkel zwischen diesen beiden und der Ebene ABC; es können also auch hier die drei Kreisbögen, welche die Seiten bilden, berechnet werden. Einer dieser ist gleich dem Winkel OCB; wenn wir diesen kennen, so sind in dem Dreieck OCB alle Winkel bekannt, da $BOC = \alpha$, also auch das Verhältniss $OC : OB = c : b$

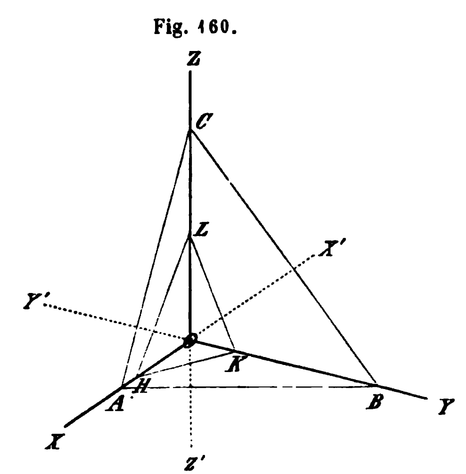
Fig. 159.



bestimmt. Ganz ebenso liefert der Winkel OCA, welcher ebenfalls einer Seite des sphärischen Dreiecks gleich ist, die Kenntniss des Dreiecks AOC, da Winkel $AOC = \beta$, und somit das Verhältniss der beiden Axenlängen $OA : OC = a : c$. Durch diese Rechnung ist also das Verhältniss der drei Axenlängen, und, wenn eine derselben $= 1$ gesetzt wird, sind diese selbst bestimmt; es sind demnach mit den vorher berechneten Axenwinkeln nunmehr sämmtliche fünf Elemente des Krystalls gefunden.

Die auf dem angegebenen Wege berechneten Grössen sind nur so genau anzugeben, als es der Genauigkeit der fünf ihnen zu Grunde liegenden Winkelmessungen entspricht. Sind z. B. die letzteren nur auf 1′ sicher, so sind die beiden Werthe a und c (auf $b = 1$ bezogen) höchstens auf vier Decimalen und die drei Winkel α, β, γ nur auf ganze Minuten zuverlässig. Ausserdem variiren die zur Berechnung benutzten Winkel im Allgemeinen mit der Temperatur des Krystalls während der Messung, denn nach S. 170 bis 179 sind die gegenseitigen Neigungen verschieden orientirter Ebenen an allen Krystallen, mit Ausnahme der einfachbrechenden, Functionen der Temperatur, und da wir von fünf Winkeln zwischen vier beliebigen Flächen ausgegangen sind, so kann die Aenderung dieser fünf Winkel auch für jeden derselben eine andere sein. Daraus folgt, dass die Elemente eines Krystalls im Allgemeinen, wenn seine Temperatur zu- oder abnimmt, sich stetig, wenn auch sehr wenig, ändern, so dass dieselben nur für eine bestimmte Temperatur, und auch für diese nur mit einer der Genauigkeit der Messungen entsprechenden Annäherung, angegeben werden können.

Fig. 160.



Gehen wir nun zu irgend einer andern, an dem Krystall beobachteten Fläche über und messen die Winkel, welche diese mit zweien der bisher als Axenebenen bezeichneten Flächen einschliesst, so können wir die drei Parameter dieser fünften Krystallfläche ebenfalls in der oben angegebenen Weise berechnen. Dieselben seien OH, OK, OL (Fig. 160). Ebenso wie durch diese drei Längen, resp. deren Verhältniss, die Stellung der Ebene HKL unzweifelhaft bestimmt wird, so ist das Gleiche auch der Fall, wenn wir angeben, der wievielste Theil ihre Parameter sind von den entsprechenden (je auf dieselbe Axe bezogenen) der vorher betrachteten Fläche ABC.

Sei z. B. OH der h-te Theil von OA, OK der k-te Theil von OB, OL der l-te Theil von OC, so ist

$$OH = \frac{OA}{h}, \quad OK = \frac{OB}{k}, \quad OL = \frac{OC}{l},$$

und

$$h = \frac{OA}{OH}, \quad k = \frac{OB}{OK}, \quad l = \frac{OC}{OL}.$$

Diese drei Grössen h, k, l bestimmen die Fläche HKL vollkommen, wenn die Parameter OA, OB, OC, d. h. die Elemente des Krystalls, bekannt sind. Multipliciren wir h, k, l mit einer beliebigen (positiven) Zahl m, so ist dies gleichbedeutend mit einer Multiplication von OA, OB und OC mit m; diese ändert an der Stellung der ersteren Fläche nichts, sondern entspricht nur einer Parallelverschiebung; wir können also auch diese, die letztere Fläche bestimmenden Grössen h, k, l mit irgend einer beliebigen Zahl multipliciren, ohne dadurch an dem Verhältniss beider, d. h. der Stellung derselben, etwas zu ändern. Man kann daher auch immer eine der drei Zahlen h, k, l gleich 1 oder gleich einer beliebigen Zahl setzen.

In derselben Weise kann nun jede andere Krystallfläche $H'K'L'$ durch die drei Grössen

$$h' = \frac{OA}{OH'}, \quad k' = \frac{OB}{OK'}, \quad l' = \frac{OC}{OL'}$$

bestimmt werden, so dass also alle an einem Krystall auftretenden Ebenen durch die Parameter einer einzigen (beliebig gewählten) Fläche, der Grundform, und durch die Verhältnisszahlen ihrer Parameter zu denen jener einzigen Fläche bestimmt werden können. Diese Verhältnisszahlen h, k, l; h', k', l' u. s. w. nennt man daher die Indices der Krystallflächen und bezeichnet letztere durch diese Zahlen, indem man sie in ( ) setzt; (hkl) ist also das Symbol*) einer Krystallfläche, welche durch die Indices h, k, l auf die Elementarebenen des Krystalls bezogen und dadurch vollkommen ihrer Stellung nach bestimmt ist, wenn zugleich angegeben wird, in welchem der acht Oktanten zwischen den Axenebenen (s. S. 290) die Fläche liegt. Das letztere geschieht dadurch, dass über diejenige Indexzahl, welche sich auf einen Parameter auf der negativen Seite der betreffenden Axe bezieht, das Minuszeichen gesetzt wird. Hiernach ist (hkl) das Symbol einer im vorderen oberen rechten Oktanten liegenden Fläche HKL (Fig. 160), $(h\bar{k}l)$ dasjenige einer Fläche mit denselben Parametern im links anliegenden Oktanten u. s. f. Da die Multiplication aller drei Indices mit -1 gleichbedeutend mit derselben Multiplication der Parameter ist, so gehören die Symbole (hkl) und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ oder die Symbole $(h\bar{k}l)$ und $(\bar{h}k\bar{l})$ u. s. w. jedesmal zwei entgegengesetzten parallelen Krystallflächen an.

Berechnet man nun in der angegebenen Weise, nach Feststellung der Elemente eines Krystalls, die Symbole aller übriger, an demselben beobachteter Flächen, so findet man, dass die drei Grössen h, k, l in jedem Falle sich sehr nahe wie rationale Zahlen verhalten, und zwar ergeben sich die Abweichungen ihres Verhältnisses von einem, meist sehr ein-

*) Diese Bezeichnung einer Krystallfläche durch ihre Indices wurde zuerst von Whewell vorgeschlagen und namentlich durch Miller in die Wissenschaft eingeführt, daher sie auch vielfach die Miller'sche Bezeichnung genannt wird.

fachen, rationalen Zahlenverhältniss um so geringer, je genauer die der Berechnung zu Grunde gelegten Winkelmessungen sind. Je mehr sich also die beobachtete Stellung der Krystallflächen der wahren nähert, desto mehr nähern sich die berechneten Verhältnisse der Indices jenen rationalen Zahlen. Daraus folgt nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit, dass die rationalen Werthe selbst die wahren Werthe des Verhältnisses der drei Indices einer Krystallfläche sind, und so lehrt die Erfahrung das gleiche Gesetz, welches sich nach S. 276 als nothwendige Folge der dort entwickelten Anschauung über die innere Structur der Krystalle ergab. Da die Indices einer Fläche mit jeder beliebigen Zahl multiplicirt werden können, ohne dass dadurch die Stellung der Fläche geändert wird, so ist es immer möglich, sie durch drei ganze rationale Zahlen auszudrücken*). Alsdann lautet jenes Gesetz:

»Die Indices jeder Krystallfläche sind drei ganze rationale Zahlen.«

Dieses empirische Gesetz, dasjenige der Rationalität der Indices genannt, gilt nun für jede krystallisirte Substanz und stellt daher ganz allgemein die Beziehung dar, welche zwischen den Ebenen eines beliebigen Krystalls besteht; da aus ihm auch alle übrigen Gesetzmässigkeiten der Krystalle sich ergeben, so bildet es das Grundgesetz der geometrischen Krystallographie.

Nach dem Gesetze der Rationalität der Indices erhalten wir also die Gesammtheit aller an den Krystallen irgend einer Substanz möglicher Flächen, wenn wir durch vier an denselben beobachtete Flächen die »Elemente« der krystallisirten Substanz bestimmen, dann für h, k, l alle möglichen, positiven und negativen, rationalen Zahlen einsetzen und die Stellung der je drei derselben entsprechenden Ebenen berechnen. Die Erfahrung lehrt nun, dass von diesen möglichen Flächen, deren Anzahl selbst bei Beschränkung der Indices auf die einfachsten ganzen Zahlen eine sehr grosse ist, meist nur einige wenige die Begrenzung der Krystalle der betreffenden Substanz bilden. Diese sind stets die gleichen und auch ungefähr von derselben relativen Ausdehnung und von gleicher Beschaffenheit, wenn die Krystalle sich unter denselben äusseren Bedingungen ge-

*) Da die Berechnung diese nur angenähert ergiebt, so hat man für den gefundenen Werth immer die nächstliegende einfache rationale Zahl als wahren Werth einzusetzen, aber stets zu bestimmen, welche Differenz der zur Rechnung benutzten Krystallwinkel dem Unterschiede zwischen dem gefundenen und dem angenommenen Werthe entspricht, und zu sehen, ob diese Differenz noch als Ungenauigkeit der Messung betrachtet werden kann. Ist letzteres nicht der Fall, so hat man einen dem gefundenen Werthe der Indices näher liegenden, dann natürlich weniger einfachen, welcher jene Bedingung erfüllt, als wahren Werth einzusetzen. Fände man z. B. das Verhältniss zweier Indices = 1 : 1,79, so kann dies = 1 : 2 nur in dem Falle sein, dass die zu Grunde gelegten Messungen wegen unvollkommener Flächenbeschaffenheit der Krystalle höchst ungenau seien; trifft dies nicht zu, so muss der viel weniger einfache Werth 1 : 1,75 = 4 : 7 das wahre Verhältniss der Indices angeben.

bildet haben. Findet dagegen die Krystallisation unter abweichenden Verhältnissen, aus einem andern Lösungsmittel, bei anderer Temperatur u. s. w., statt, so beobachten wir im Allgemeinen andere von jenen möglichen Flächen oder dieselben, aber in anderer Grössenentwickelung oder Oberflächenbeschaffenheit, eine Erscheinung, für welche bereits S. 273 f. eine Erklärung aus physikalischen Ursachen gegeben wurde. Vergleichen wir nun die Krystallisationen einer Substanz, welche unter möglichst mannigfachen Verhältnissen entstanden sind, mit einander, so finden wir meist, dass gewisse Flächen in allen wiederkehren, während andere in den meisten Krystallisationen beobachtet werden, noch andere endlich nur selten und in geringer Grösse auftreten, so dass die Gesammtheit der möglichen Krystallflächen der betreffenden Substanz in eine Reihe geordnet werden kann nach der Wichtigkeit, welche den einzelnen Flächen für das Wachsthum der Krystalle zukommt. Hierbei zeigt sich nun, dass die Ebenen der Spaltbarkeit, die Gleitflächen und diejenigen Ebenen, nach welchen eine symmetrische Zwillingsbildung (s. S. 282) eine häufige Erscheinung ist, stets zu den für das Wachsthum wichtigsten, d. h. zu denjenigen Krystallflächen gehören, deren Ausbildung am wenigsten abhängig ist von den äusseren Umständen während der Krystallisation. Da nun den erwähnten Ebenen eine besondere Bedeutung hinsichtlich der Molekularkräfte der Krystalle zukommt, und von letzteren das Wachsthum in erster Linie abhängt, so müssen diese in der angegebenen Weise aus der Beobachtung als die wichtigsten sich ergebenden Ebenen diejenigen sein, welche für die Wirkung der Molekularkräfte massgebend sind, also namentlich diejenigen, in welchen die kleinsten Theilchen der Krystalle am dichtesten gelagert sind.

Welche Symbole die verschiedenen an einer Substanz beobachteten Krystallflächen erhalten, hängt natürlich von der Wahl der vier Elementarflächen ab; je nach dieser Wahl bestehen die Symbole aus einfacheren oder weniger einfachen rationalen Zahlen. Wählt man nun aber als Axenebenen und Grundform zur Herleitung der Elemente diejenigen Flächen, welche nach den vorher angeführten Kriterien sich als die wichtigsten in Bezug auf das Wachsthum ergaben, und berechnet dann die Symbole aller übriger, in verschiedenen Krystallisationen des Körpers beobachteter Flächen, so findet man nicht nur überhaupt einfachere Zahlenwerthe der Indices, als bei einer anderen Wahl, sondern es zeigt sich, dass alsdann diejenigen Flächen, welchen die grösste Wichtigkeit für das Wachsthum zukommt, auch die einfachsten Indices erhalten, während complicirtere Symbole sich im Allgemeinen nur für Krystallflächen ergeben, die nur selten und untergeordnet auftreten*). Diese Erfahrung stimmt aber vollkommen überein

*) Dass die meist sehr complicirten Indices der sogenannten vicinalen Flächen wahrscheinlich nicht einheitlichen Krystallen, sondern (zum Theil wenigstens) Verwachsungen solcher in nicht genau paralleler Stellung angehören, wurde bereits S. 284 erwähnt. Da das Gesetz der Rationalität der Indices natürlich nur für homogene Krystalle gilt, bilden diese also nur scheinbar eine Ausnahme von dem oben Gesagten.

mit den Schlussfolgerungen, zu welchen die Theorie der Molekularstructur geführt hat (s. S. 273), denn wenn wir bei der Bestimmung der Elemente von den am dichtesten mit Theilchen besetzten Ebenen des Elementarparallelepipeds ausgehen, so müssen Ebenen anderer Richtung um so weniger dicht mit Punkten besetzt sein, ihnen also eine um so geringere Wahrscheinlichkeit der Ausbildung zukommen, in je weniger einfachem Verhältniss ihre Parameter zu denjenigen des Elementarparallelepipeds stehen.

Gegenüber einer beliebigen Wahl der Elementarflächen, welche zwar immer rationale Werthe der Indices liefert, denen aber die angegebene Bedeutung fehlt, kann also die Beobachtung der Krystallformen einer unter möglichst verschiedenen Umständen krystallisirten Substanz, zusammen mit der Kenntniss ihrer physikalischen Eigenschaften (Cohäsion etc.) zu einer rationellen, in der Krystallstructur begründeten Wahl der Elementarebenen führen und dadurch zu einer solchen Bestimmung der Symbole aller an der Substanz vorkommender Flächen, dass die Zahlenwerthe der Indices je nach ihrer grösseren oder geringeren Einfachheit zugleich die krystallographische Bedeutung der Flächen, d. h. ihre Wichtigkeit in Bezug auf die Molekularkräfte, zum Ausdruck bringen. Wo diese rationelle Wahl auf Grund eingehenden Studiums der Krystallisationsverhältnisse mit genügender Wahrscheinlichkeit getroffen werden kann, ergiebt sich, dass dieselbe für chemisch analog zusammengesetzte (isomorphe) Körper übereinstimmt, wie auch zu erwarten ist, da deren Moleküle eine analoge atomistische Constitution besitzen, und die Molekularkräfte offenbar von dieser abhängen müssen.

Was die Symbole der Elementarebenen selbst betrifft, so müssen von den Parametern einer beliebigen Fläche, nämlich

$$OH = \frac{OA}{h} \qquad OK = \frac{OB}{k} \qquad OL = \frac{OC}{l},$$

in dem Falle, dass eine Axenebene ihr parallel angenommen wird, zwei unendlich gross werden, weil die Fläche alsdann zweien der Axen parallel geht; dies ist aber nur der Fall, wenn die zugehörigen beiden Indices $= 0$ gesetzt werden; den dritten Index kann man gleich jeder beliebigen Zahl, also auch gleich 1 setzen. Geschieht dies, so erhält man für diejenige Krystallfläche, welche die X-Axe in dem (beliebigen) Abstande 1 auf der positiven Seite (vorn) schneidet und den beiden andern Axen parallel ist, das Symbol (100), für die entgegengesetzte Fläche an der Rückseite des Krystalls ($\bar{1}00$); ebenso erhält man für die beiden, der zweiten Axenebene parallelen Krystallflächen die Symbole (010) und ($0\bar{1}0$); endlich für die der dritten Axenebene parallelen (001) und ($00\bar{1}$). Da die Parameter der Grundform OA, OB, OC sind, so müssen ihre Indices gleich 1 gesetzt werden, daher man sie auch die »Einheitsfläche« nennt; das Symbol der zur vierten Elementarebene gewählten Krystallfläche ist also (111), wenn sie im rechten oberen Oktanten vorn, ($1\bar{1}1$), wenn sie im linken oberen vorderen Oktanten liegt u. s. f. Ist eine Krystallfläche einer Axe parallel,

o wird der dieser entsprechende Index = 0, z. B. ist (0$\bar{1}$1) das Symbol iner Fläche mit den Parametern ∞, — OB, OC u. s. w.

Wir können nach den vorhergehenden Betrachtungen das Gesetz der lationalität der Indices daher auch folgendermassen ausdrücken: Bei geigneter Wahl der Elementarebenen bestehen die Symbole der Flächen ines Krystalls aus den (positiven oder negativen) Zahlen 0, 1, 2, 3, . . ., ınd zwar sind die in Bezug auf Molekularstructur und Wachsthum wichigsten Flächen diejenigen, in deren Symbolen nur die Zahlen 0 und 1 'orkommen, während diejenigen mit grösseren Werthen der Indices von ım so untergeordneterer Bedeutung sind, je grösser diese Zahlen sind.)ie meisten krystallisirten Substanzen zeigen nur Krystallflächen mit den ndices 0, 1, 2, und schon die letzteren nur selten.

Während die Elemente eines Krystalls nach S. 292 mit der Temperatur ariiren, und daher das Axenverhältniss einer Substanz, d. h. das Längenrerhältniss der drei Parameter der Grundform, im Allgemeinen nicht durch ationale Zahlen dargestellt werden kann, sind die Indices von der Temperatur vollkommen unabhängige Grössen, wie folgende Betrachtung lehrt:

Seien die linearen Ausdehnungscoëfficienten (s. S. 169) des Krystalls in den Richtungen der drei Axen ξ_a, ξ_b und ξ_c, so sind bei einer um 100° höheren Temperatur die Parameter der Grundform

$$OA(1+\xi_a) \qquad OB(1+\xi_b) \qquad OC(1+\xi_c).$$

Die Parameter einer beliebigen Fläche $(h\,k\,l)$, welche bei der Ausgangstemperatur $\frac{OA}{h}$, $\frac{OB}{k}$ und $\frac{OC}{l}$ waren, werden alsdann:

$$\frac{OA}{h}(1+\xi_a) \qquad \frac{OB}{k}(1+\xi_b) \qquad \frac{OC}{l}(1+\xi_c).$$

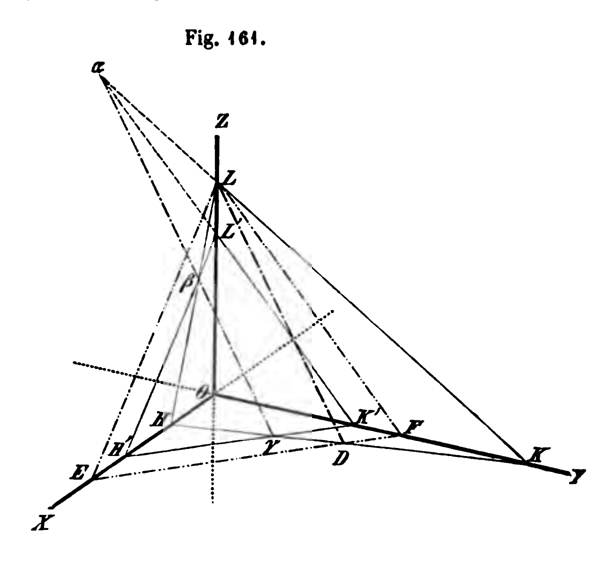
Diese Grössen sind aber wieder der h-te, k-te, l-te Theil der Parameter der Grundform bei der nun in Betracht kommenden Temperatur. Wie also auch die Richtungen und die Längen der drei zu Axen gewählten Kanten des Krystalls sich geändert haben, immer sind die Indices einer beliebigen Fläche, auf die neuen Axen bezogen, dieselben Zahlen, wie vorher.

Es folgt dies auch unmittelbar aus der Definition der homogenen Deformationen (S. 199) — und eine solche ist ja die thermische Ausdehnung — denn wenn parallele Gerade im Krystall auch nach der Deformation noch Gerade und parallel sind, so kann das Verhältniss, in welchem ihre Längen zu einander stehen, nicht geändert worden sein, und dieses Verhältniss ist es, welches durch die Indices ausgedrückt wird. Bei jeder homogenen Deformation bleibt also die Rationalität der Indices erhalten, und ebenso alle diejenigen Verhältnisse, welche nur von den Zahlenwerthen der Indices abhängen. Hierzu gehören vor Allem, wie im nächsten Paragraphen gezeigt werden wird, die Bedingungen des Parallelismus der Kanten, in welchen verschiedene Flächen einander schneiden. Die Kenntniss dieser Bedingungen bildet die hauptsächlich durch Weiss und F. Neumann begründete »Zonenlehre«.

§ 2. Zonengesetz und Projection der Krystalle.

A) **Richtung der Durchschnittslinie zweier Krystallflächen.** In Fig. 161 sind zwei Flächen (hkl) und $(h'\,k'\,l')$ eingetragen, welche die drei Axen in H, K, L, resp. H', K', L' schneiden, und deren Durchschnittsrichtung als Function ihrer Parameter bestimmt werden soll. Die Durchschnitte beider Flächen mit der Axenebene XOY, HK und $H'K'$, müssen einander in einem Punkte γ schneiden, und da dieser beiden Krystallflächen angehört, so muss es ein Punkt der gesuchten Durchschnittsrichtung sein. Ganz ebenso muss β als Schnittpunkt der Geraden HL und $H'L'$, sowie α als solcher der Linien KL und $K'L'$ je einen Punkt derselben Geraden darstellen, welche also bereits durch die Lage zweier solcher Punkte bestimmt ist.

Fig. 161.



Durch parallele Verschiebung einer oder beider Krystallflächen wird die Richtung der Durchschnittslinie nicht geändert. Verschieben wir $(h'\,k'\,l')$ parallel sich selbst so weit, bis ihr Parameter auf der Z-Axe $= OL$ wird, so ist dies gleichbedeutend mit einer Multiplication aller ihrer Parameter mit $\frac{OL}{OL'}$; dieselben erhalten alsdann die Werthe:

$$OE = OH'\frac{OL}{OL'}, \qquad OF = OK'\frac{OL}{OL'}, \qquad OL.^{*})$$

Die Richtung der gesuchten Durchschnittslinie ist nunmehr DL; auf dieser ist der Punkt L bekannt, da er im Abstande OL (= einem Parameter der ersten Fläche) auf der Z-Axe liegt.

Um den zweiten Punkt D zu finden, construire man in Fig. 162 (s. S. 300)

$$DU \parallel OY, \quad DV \parallel OX,$$

---

*) Setzt man für $OH, OH', OK, OK', OL, OL'$ ihre auf S. 301 angeführten Werthe, d. h. drückt man dieselben durch die Parameter der Grundform und die Indices aus, so ergiebt sich für die Verhältnisse

$$OE : OH = hl' : h'l \qquad OF : OK = kl' : k'l$$

und damit der Satz: Wenn zwei beliebige Flächen eines Krystalls durch einen Punkt auf einer Axe desselben gelegt werden, so schneiden sie auf den beiden andern Axen je zwei Parameter ab, deren Längen in einem rationalen Verhältnisse zu einander stehen.

o ist die Aufgabe nun diejenige, die Längen OU und OV (die sogen. Coordinaten des Punktes D) durch die Parameter zu bestimmen, da mit deren Kenntniss die Gestalt des Parallelogramms $OUDV$, also auch die Lage des Punktes D gegeben ist.

Es ist Dreieck OKH ähnlich UDH, ebenso OFE ähnlich UDE; daraus folgt

$$OK : UD = OH : UH = OH : (OH - OU)$$
$$OF : UD = OE : UE = OE : (OE - OU).$$

Das erste Verhältniss liefert die Gleichung

$$OK \cdot OH - OU \cdot OK = OH \cdot UD,$$

das zweite

$$OF \cdot OE - OU \cdot OF = OE \cdot UD.$$

Aus diesen beiden Gleichungen leiten sich die beiden Unbekannten OU und UD ab:

$$OU = \frac{OE \cdot OK \cdot OH - OF \cdot OE \cdot OH}{OE \cdot OK - OH \cdot OF}$$
$$UD = \frac{OK \cdot OF \cdot OE - OK \cdot OH \cdot OF}{OE \cdot OK - OH \cdot OF}$$

oder:

$$OU = OH \cdot OE \frac{OK - OF}{OE \cdot OK - OF \cdot OH}$$
$$UD = OV = OK \cdot OF \frac{OE - OH}{OE \cdot OK - OF \cdot OH}.$$

Setzt man hierin für OE und OF ihre Werthe ein, so resultirt:

$$OU = OH \cdot \frac{OL}{OL'} \cdot OH' \cdot \frac{OK - \frac{OL}{OL'} \cdot OK'}{\frac{OL}{OL'} \cdot OH' \cdot OK - \frac{OL}{OL'} \cdot OK' \cdot OH}$$
$$= OH \cdot \frac{OL}{OL'} \cdot OH' \cdot \frac{\frac{OL'}{OL} \cdot OK - OK'}{OH' \cdot OK - OK' \cdot OH}$$
$$OV = OK \cdot \frac{OL}{OL'} \cdot OK' \cdot \frac{\frac{OL}{OL'} \cdot OH' - OH}{\frac{OL}{OL'} \cdot OH' \cdot OK - \frac{OL}{OL'} \cdot OK' \cdot OH}$$
$$= OK \cdot \frac{OL}{OL'} \cdot OK' \cdot \frac{OH' - \frac{OL'}{OL} \cdot OH}{OH' \cdot OK - OK' \cdot OH},$$

endlich:

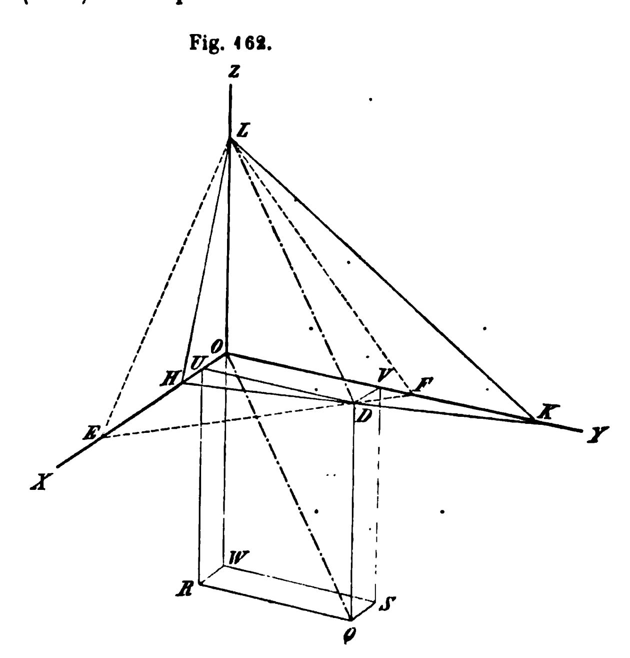
$$OU = \frac{OH \cdot OH'}{OL'} \cdot \frac{OK \cdot OL' - OL \cdot OK'}{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}$$
$$OV = \frac{OK \cdot OK'}{OL'} \cdot \frac{OL \cdot OH' - OH \cdot OL'}{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}.$$

Hiermit ist die Aufgabe, die Richtung der Durchschnittslinie von (hkl) und $(h'k'l')$ durch deren Parameter zu bestimmen, gelöst, da zwei Punkte derselben, L und D, nunmehr mittelst der Parameter gegeben sind.

Um die Ausdrücke für die drei Bestimmungsstücke jener Durchschnittlinie, OU, OV und OL, symmetrisch zu machen, tragen wir in Fig. 162 auf

der negativen Seite der Z-Axe die Länge $OW = -OL$ ab und construiren das Parallelepiped $OUDVWRQS$; alsdann ist dessen Diagonale OQ ebenfalls die Richtung des Durchschnittes der beiden Flächen (hkl) und $(h'k'l')$. Multiplicirt man alle Parameter der Fläche (hkl), also OH, OK, OL mit einer beliebigen Zahl m, so wird dadurch an der Stellung jener Fläche nichts geändert, also auch nicht an ihrer Durchschnittsrichtung mit $(h'k'l')$. Setzt man nun für OH, OK und OL die neuen Werthe $m \cdot OH$, $m \cdot OK$ und $m \cdot OL$ in die obigen Formeln für OU, OV und OW ein, so wird daraus $OU' = m \cdot OU$, $OV' = m \cdot OV$, $OW' = m \cdot OW$, d. h. es werden alle Seiten des oben bezeichneten Parallelepipeds mit derselben Zahl multiplicirt, ohne dass dadurch die Richtung ihrer Diagonale, d. i. die Durchschnittsrichtung der beiden Krystallflächen, geändert wird. Diese wird also auch unverändert bleiben, wenn die Ausdrücke für OU, OV und OW mit

Fig. 162.



$$\frac{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL}$$

multiplicirt werden. Führt man dies aus, so findet man die nunmehr ganz symmetrischen Ausdrücke

$$OU = \frac{1}{OL \cdot OK'} - \frac{1}{OK \cdot OL'}$$

$$OV = \frac{1}{OH \cdot OL'} - \frac{1}{OL \cdot OH'}$$

$$OW = \frac{1}{OK \cdot OH'} - \frac{1}{OH \cdot OK'}$$

Hierdurch ist nun die Durchschnittsrichtung zweier Krystallflächen in der Weise zu bestimmen, dass man sich diese Gerade durch den Axenmittelpunkt gelegt denkt, womit ein Punkt derselben gegeben ist, — während man den zweiten dadurch findet, dass man obige Werthe von OU, OV und OW je nach ihrem Vorzeichen auf die positive oder negative Seite der X-, Y- und Z-Axe aufträgt und damit die drei Seiten des Parallelepipeds erhält, dessen dem Axenmittelpunkt entgegengesetzter Eckpunkt

ner zweite Punkt ist, und dessen Diagonale die gesuchte Durchschnitts-ichtung darstellt.

Die drei Grössen OU, OV, OW bestimmen die Durchschnittsrichtung weier Flächen durch deren Parameter; will man sie statt dessen durch die idices bestimmen, so hat man nur nöthig, in die Formeln derselben die Verthe der Parameter, durch die Indices ausgedrückt, einzusetzen. Wenn ie Axenlängen des Krystalls $= a, b, c$, so sind die Parameter der beiden 'lächen (hkl) und $(h'k'l')$:

$$OH = \frac{a}{h}, \quad OK = \frac{b}{k}, \quad OL = \frac{c}{l}$$

$$OH' = \frac{a}{h'}, \quad OK' = \frac{b}{k'}, \quad OL' = \frac{c}{l'}.$$

etzt man diese Werthe in die Formeln für OU, OV, OW (auf vor. S.) ein ınd bringt jeden Ausdruck auf einen Nenner, so erhält man:

$$OU = \frac{kl' - lk'}{bc} = \frac{u}{bc}$$

$$OV = \frac{lh' - hl'}{ac} = \frac{v}{ac}$$

$$OW = \frac{hk' - kh'}{ab} = \frac{w}{ab},$$

wenn man die Differenzen $kl' - lk'$, $lh' - hl'$, $hk' - kh'$ abgekürzt mit u, v, w bezeichnet. Multiplicirt man diese Grössen mit dem Product abc, wodurch ja die Richtung der Diagonale des Parallelepipeds nicht geändert wird, so verwandeln sie sich in

$$au, \; bv, \; cw,$$

welche Grössen als Seiten des Parallelepipeds dessen Diagonale, d. h. die Durchschnittsrichtung der Flächen (hkl) und $(h'k'l')$, durch die Axenlängen und die Indices derselben bestimmen. Die nur von den Indices abhängigen Grössen u, v, w erhält man mittelst eines sehr leicht dem Gedächtniss einzuprägenden Schemas aus jenen, indem man nämlich die Indices der einen Fläche zweimal und darunter die der andern ebenso oft schreibt und nach Weglassung der ersten und letzten Colonne je zwei Zahlen kreuzweise multiplicirt und die beiden Producte von einander abzieht:

$$\begin{array}{c|ccccccc|c}
h & k & & l & & h & & k & l \\
 & & \times & & \times & & \times & & \\
h' & k' & & l' & & h' & & k' & l' \\
\hline
\end{array}$$

$$kl' - lk', \quad lh' - hl', \quad hk' - kh'$$
$$= u \qquad\quad = v \qquad\quad = w.$$

Da die Indices stets ganz rationale Zahlen sind, so müssen auch die Grössen u, v, w solche sein. Durch diese ist die Richtung der Kante zwischen den Flächen (hkl) und $(h'k'l')$ bestimmt, daher man sie die Indices und $[uvw]$ das Symbol der Kante nennt.

B) Durchschnittsrichtung dreier, einer Richtung paralleler Krystallflächen. Die beiden unter A) betrachteten Flächen sind ihrer soeben bestimmten

Durchschnittsrichtung parallel; dies kann auch eine dritte Fläche sein; dann muss sie die beiden ersteren in Kanten schneiden, welche einander und jener ersten Durchschnittsrichtung parallel sind. Die Gesammtheit von Flächen eines Krystalls, welche einander in parallelen Kanten durchschneiden, nennt man eine Zone, die Flächen derselben tautozonal. Denkt man sich alle Flächen einer Zone durch einen Punkt gehend, so schneiden sie einander sämmtlich in einer Geraden, in der Richtung, welcher sie parallel sind, der sogenannten Zonenaxe.

Soll eine Fläche R tautozonal mit zwei andern P und Q sein, so müssen ihre Indices einer bestimmten Bedingung genügen, welche nunmehr aufzusuchen ist. P, Q, R, deren Symbole resp. sind

$$P(efg),\quad Q(hkl),\quad R(pqr),$$

werden in einer Zone liegen, wenn die Durchschnittslinie von P und Q parallel derjenigen von Q und R ist, d. h. wenn die Diagonalen der beiden Parallelepipeda, welche wir für den ersteren, wie für den zweiten Durchschnitt in derselben Weise construiren, wie unter A) (s. Fig. 162), zusammenfallen; denn jene sind die Durchschnittsrichtungen, die eine von P und Q, die andere von Q und R, und sind deshalb parallel; legen wir sie also durch denselben Punkt, den Axenmittelpunkt, so müssen sie einander decken. Die Diagonalen jener beiden Parallelepipeda können aber nur dann in dieselbe Richtung fallen, wenn das Verhältniss der drei Seiten in beiden Parallelepipeden das gleiche (das eine dem andern ähnlich ist), d. h. wenn die Seiten des ersten sich nur durch einen constanten Factor von denen des zweiten Parallelepipeds unterscheiden.

Die Durchschnittslinie der Flächen P und Q, kurz mit $[P, Q]$ bezeichnet, ist bestimmt durch das Parallelepiped, dessen Seiten:

$$au = a\,(fl - gk),\quad bv = b\,(gh - el),\quad cw = c\,(ek - fh);$$

die Durchschnittsrichtung $[Q, R]$ durch die Parallelepipedseiten:

$$au' = a\,(kr - lq),\quad bv' = b\,(lp - hr),\quad cw' = c\,(hq - kp).$$

Sollen P, Q, R tautozonal sein, so müssen die entsprechenden Seiten jener beiden Parallelepipede sich zu einander verhalten, wie derselbe constante Factor, z. B. C, folglich*)

$$fl - gk = C(kr - lq) \qquad (1)$$
$$gh - el = C(lp - hr) \qquad (2)$$
$$ek - fh = C(hq - kp) \qquad (3)$$

Multiplicirt man (1) mit p, (2) mit q, (3) mit r, und addirt alle drei Gleichungen, so wird die ganze rechte Seite der resultirenden Gleichung Null, also ist:

$$p\,(fl - gk) + q\,(gh - el) + r\,(ek - fh) = 0.$$

*) In diesen Gleichungen heben sich die Axenlängen a, b, c auf, weil stets eine derselben als Factor beider Seiten der Gleichung erscheint.

Bezeichnen wir wieder die in ( ) stehenden Differenzen, welche den auf S. 301 gefundenen entsprechen, abgekürzt mit u, v, w, so ist die Bedingung der Tautozonalität der Fläche (pqr) mit den Flächen (hkl) und (efg) gegeben durch die Gleichung:

$$up + vq + wr = 0.$$

Daraus ersieht man, dass die Bedingung, unter welcher drei Flächen in eine Zone fallen, nur abhängt von den Indices dieser Flächen, dagegen von den Elementen des Krystalls vollkommen unabhängig ist. Dass letztere sich bei den meisten Krystallen mit der Temperatur ändern, kann daher auf die Tautozonalität keinen Einfluss ausüben. Denn da die Indices, von denen allein jene Bedingung abhängt, für jede Temperatur des Krystalls ihre rationalen Werthe constant beibehalten, so behält auch jene Bedingungsgleichung für alle Temperaturen ihre Gültigkeit. Drei Krystallflächen, welche bei irgend einer Temperatur eine Zone bilden, schneiden einander auch bei jeder andern Temperatur in parallelen Kanten. Da nun bei jeder homogenen Deformation parallele Geraden parallel bleiben, so müssen tautozonale Flächen eines Krystalls auch nach einer derartigen Deformation, sei es, dass dieselbe durch gleichmässige Temperaturänderung, durch allseitig gleichen Druck oder durch eine Schiebung nach Gleitflächen bewirkt werde, nach wie vor tautozonal bleiben (Gesetz der Erhaltung der Zonen).

Die rationalen Zahlen u, v, w heissen die Indices der Zone, $[uvw]$ ihr Symbol, welches, als Symbol der Kante irgend zweier Flächen P und Q unter den einander in parallelen Kanten schneidenden Ebenen des Krystalls d. h. als Symbol der »Zonenaxe«, sich aus den Indices von P und Q ergiebt; jede beliebige andere Fläche (pqr) der Zone $[P, Q]$ (welche man auch mit $[hkl, efg]$ oder mit $[uvw]$ bezeichnen kann) muss in Bezug auf ihre Indices der obigen Bedingungsgleichung genügen.

Man kann diese Gleichung folglich dazu benutzen, die Richtigkeit der Indices einer Fläche zu prüfen, welche man auf anderem Wege bestimmt hat, und welche in einer Zone liegt*) mit zwei bekannten Flächen.

Sind diese z. B. (201) und (311), so ist das Symbol der Zone $[\bar{1}\bar{5}2]$, d. h. $u = -1$, $v = -5$, $w = +2$, und es gehört die Fläche $(\bar{3}11)$ in diese Zone, denn deren Indices, in die obige Gleichung eingesetzt, erfüllen dieselbe.

Das Symbol $[uvw]$ einer Zone giebt uns die Gesammtheit aller möglicher Flächen derselben, indem wir für q und r nach und nach alle ein-

---

*) Die Zugehörigkeit einer Fläche zu einer Zone mit Bestimmtheit zu constatiren, bedarf es des Reflexionsgoniometers, auf welchem die beiden bekannten Flächen justirt werden (s. S. 16); ist dies geschehen, so steht die Zonenaxe normal zum Kreise, und alsdann sind auch alle übrigen Flächen der Zone justirt. Auf diesem Wege kann die Zugehörigkeit einer Fläche zu der betreffenden Zone auch dann erkannt werden, wenn dieselbe nicht mit andern Flächen der Zone zum Durchschnitt gelangt, also nicht von zwei der Zonenaxe parallelen Kanten begrenzt ist.

fachen rationalen Zahlen 0, 1, 2, . . . setzen und jedesmal das zugehörige r aus der Bedingungsgleichung (S. 303 oben) berechnen.

C) **Bestimmung einer Fläche durch zwei Zonen.** Da eine Ebene durch zwei derselben parallele Geraden gegeben ist, so ist eine Krystallfläche welche zugleich in zwei Zonen liegt, also sowohl der Zonenaxe der ersten, als derjenigen der zweiten, parallel geht, dadurch vollkommen bestimmt. Sind die Symbole der beiden Zonen

$$[u v w] \text{ und } [u' v' w'],$$

so müssen die Indices pqr der in beiden Zonen liegenden Fläche sowohl in Bezug auf u, v, w, als in Bezug auf u', v', w' jener Bedingungsgleichung genügen, folglich:

$$\begin{aligned} up + vq + wr &= 0 \\ u'p + v'q + w'r &= 0. \end{aligned}$$

Daraus findet man leicht

$$\begin{aligned} p &= r\,\frac{vw' - wv'}{uv' - vu'} \\ q &= r\,\frac{wu' - uw'}{uv' - vu'}. \end{aligned}$$

Da man einen von den drei Indices jeder beliebigen Zahl gleich setzen kann, z. B.

$$r = uv' - vu',$$

so folgt:

$$\begin{aligned} p &= vw' - wv' \\ q &= wu' - uw' \\ r &= uv' - vu' \end{aligned}$$

als die drei Indices derjenigen Fläche, welche in den beiden Zonen $[uvw]$ und $[u' v' w']$ liegt.

Diese drei Werthe folgen nun aus den Indices der beiden Zonen nach genau demselben Schema, wie diese selbst aus den Indices der Flächen, nämlich:

$$\begin{array}{c|cccc|c} u & v & w & u & v & w \\ & \times & \times & \times & & \\ u' & v' & w' & u' & v' & w' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} vw' - wv', & wu' - uw', & uv' - vu' \\ = p & = q & = r. \end{array}$$

Bei der Ableitung der Indices der Zonen, wie bei der Berechnung einer Fläche aus zwei Zonen, in welche sie fällt, ist stets der auf die negative Seite einer Axe bezügliche Index mit dem Vorzeichen —, welches alsdann über den Index gesetzt wird, in Rechnung zu bringen. Z. B. sei diejenige Fläche gesucht, welche einerseits in der Zone der beiden Flächen (123) und (113) liegt, andererseits auch mit (011) und (122) parallele Kanten bildet: das Symbol der ersteren Zone ist [$30\bar{1}$], das der zweiten [$01\bar{1}$]; daraus folgt die gesuchte Fläche (133).

Da die nach dem angegebenen Verfahren berechneten Werthe p, q, r stets rationale Zahlen sein müssen (weil u, v, w und u', v', w' solche sind), so ergiebt sich der Satz:

»Eine Ebene, welche zwei Zonen eines Krystalls angehört, ist stets eine mögliche Fläche desselben.«

Die vier Elementarflächen (Fig. 159 S. 291), resp. die sechs, von je zwei derselben gebildeten Kanten, bestimmen hiernach drei weitere, als Krystallflächen mögliche Ebenen, nämlich die durch AB und parallel OZ, die durch BC und parallel OX und die durch AC und parallel OY gelegte Ebene, denn jede derselben liegt in zweien von den sechs, durch die Elementarflächen gegebenen Zonen. Diese drei neuen Ebenen schneiden einander in drei Kanten, durch welche drei weitere Zonen am Krystall bestimmt sind; in einer dieser Zonen und in einer der ersten sechs liegt je eine weitere mögliche Fläche des Krystalls; die so erhaltenen Flächen bestimmen wieder neue Zonen u. s. w. In dieser Weise kann man aus irgend vier Flächen des Krystalls, von denen nicht drei in einer Zone liegen, alle übrigen möglichen geometrisch ableiten. Da auf diesem Wege ebenso der vollständige »Krystallflächencomplex« der betreffenden Substanz, d. h. die Gesammtheit der möglichen Flächen, erhalten werden kann, wie durch Einsetzung aller möglicher rationaler Zahlen für die Indices (nach S. 294), so kann man die Beziehung zwischen den Flächen eines Krystalls, statt durch das Gesetz der Rationalität der Indices, auch ausdrücken durch das Gesetz der Zonen, welches aussagt, dass alle Ebenen eines vollständigen Krystallflächencomplexes mit einander im Zonenverbande stehen. Beides ist gleichbedeutend, denn, wie letzteres Gesetz aus demjenigen der Rationalität der Indices folgt, so kann man auch umgekehrt das Gesetz der Zonen als Erfahrungsgesetz*) zu Grunde legen und das Gesetz der Rationalität der Indices daraus ableiten.

D) **Gesetz der rationalen Doppelverhältnisse.** Eine dritte Art, das Grundgesetz der geometrischen Krystallographie auszudrücken, ist das sogenannte »Gesetz der rationalen Doppelverhältnisse«, von Gauss zuerst aufgestellt. Seien a, b, c, d vier in einer Zone liegende Krystallflächen, so ist das Doppelverhältniss der Sinus der zwischen denselben liegenden Winkel

$$\frac{\sin(a:c)}{\sin(b:c)} : \frac{\sin(a:d)}{\sin(b:d)}$$

*) Die Beobachtungen, durch welche dasselbe gewonnen wird, bestehen in dem Nachweise der Tautozonalität von Krystallflächen nach der auf S. 303 Anmerk. angegebenen Methode und unterliegen denselben Schwankungen, wie die Messungen der Winkel. Da wir auch bei diesem Verfahren die Bedingungen der Zugehörigkeit einer Fläche zu einer Zone um so näher erfüllt finden, je vollkommener der Krystall beschaffen ist, d. h. je genauer die betreffende Zone auf dem Goniometer justirt werden kann, so gelten auch hier die S. 294 angestellten Betrachtungen. Aus der Thatsache, dass von den möglichen Flächen eines Krystalls meist nur eine geringe Anzahl an demselben auftritt, folgt ferner, dass auch Flächen vorkommen können, welche in keiner der am Krystall ausgebildeten Zonen liegen, dass die Beobachtung also das Zonengesetz nur mehr oder weniger unvollständig zu liefern im Stande ist.

eine rationale Zahl, welche sich durch die Indices der vier Flächen ausdrücken lässt. In Folge dessen können zwar drei Flächen mit beliebigen Winkeln stets in einer krystallographischen Zone existiren, aber nicht mehr: denn eine vierte Fläche derselben Zone mit beliebigen Winkeln zu jenen würde im Allgemeinen einen irrationalen Werth für jenes Verhältniss liefern. Durch drei Flächen einer Zone ist also die Gesammtheit aller in derselben möglicher Krystallflächen bestimmt, denn es können ihr nur solche angehören, deren Doppelverhältniss mit jenen drei rational ist. Die Formel für das Doppelverhältniss von vier Flächen einer Zone gestattet, aus den Indices derselben und den Winkeln dreier die Winkel der vierten zu jenen oder aus den Indices dreier und den Winkeln, welche die vier Flächen mit einander bilden, die Indices der vierten zu berechnen, ohne die Elemente des Krystalls zu kennen (das Nähere hierüber, resp. die hierzu erforderlichen Formeln s. in der III. Abtheil.).

Im Raume können vier Krystallflächen, von denen nicht drei in einer Zone liegen, vollkommen beliebige Stellung zu einander haben; alle übrigen Flächen des Krystalls müssen aus ihnen ableitbar sein. Die zwischen diesen vier Flächen und einer beliebigen fünften, krystallographisch möglichen, bestehenden Relationen lassen sich durch folgenden von Hecht bewiesenen Satz ausdrücken:

»Die Verhältnisse der drei Quotienten der Sinus derjenigen Winkel, welche zwei beliebige krystallographisch mögliche Flächen mit drei beliebigen krystallographisch möglichen Kanten bilden, sind constante rationale Zahlen.«

Von diesem »Gesetze der Rationalität des dreifachen Verhältnisses von fünf Krystallflächen oder -Kanten« ist dasjenige der rationalen Doppelverhältnisse der specielle Fall, welcher sich auf die Flächen einer Zone bezieht. Wie man letzteres zur Berechnung solcher Flächen benutzen kann, ohne die Elemente des Krystalls zu kennen, so kann das erstere Gesetz dazu dienen, ebenso die Stellung jeder beliebigen Krystallfläche zu berechnen, wenn die Indices derselben gegeben sind.

E) **Stereographische Projection der Krystalle.** Zur Orientirung über die Zonenverhältnisse eines Krystalls dient die projectivische Darstellung der Flächen desselben durch Punkte in einer Ebene. Am besten unter allen hierfür vorgeschlagenen Methoden erfüllt diesen Zweck die stereographische Projection (auch »sphärische Projection« genannt), welche zuerst von Neumann hierzu verwendet und dann besonders durch Miller in die Krystallographie eingeführt wurde.

Dieselbe besteht darin, dass man sich um einen Punkt des Krystalls als Centrum eine Kugelfläche von beliebigem Radius und dann von deren Mittelpunkte aus Normalen auf alle Krystallflächen construirt denkt, welche man verlängert, bis sie die Kugelfläche treffen; man erhält so für jede Krystallfläche einen Punkt auf der Kugelfläche, welcher der Wachsthumsrichtung (s. S. 269) der Krystallfläche entspricht und daher die letztere vollkommen

bestimmt. Diesen Punkt nennen wir den Pol der Fläche. Da die Normalen aller Flächen einer Zone in der zur Zonenaxe senkrechten Ebene liegen, eine durch den Mittelpunkt gehende Ebene aber die Kugelfläche in einem grössten Kreise schneidet, so müssen die Pole aller tautozonaler Flächen auf einem grössten Kreise liegen und die zwischen ihnen liegenden Bögen dieses Kreises gleich den gemessenen Winkeln zwischen den zugehörigen Flächen sein.

Von der Kugeloberfläche mit den darauf befindlichen Flächenpolen haben wir nun durch die Projection ein Bild in der Ebene zu entwerfen. Dies geschieht auf folgende Weise: Man wählt zur Projectionsebene eine durch den Mittelpunkt gehende Ebene, welche senkrecht zur Axe einer besonders wichtigen Zone des Krystalls steht. Der grösste Kreis, in welchem diese Ebene die Kugel schneidet, und in dem alsdann die Pole aller Flächen jener Zone liegen, wird der Grundkreis genannt. Die eine der beiden durch den Grundkreis getrennten Hälften der Kugel wird so auf dessen Ebene projicirt, dass man sich das Auge in den am weitesten entfernten Punkt der andern Hälfte, welcher von allen Punkten des Grundkreises um 90° absteht, versetzt denkt. Wenn man sich also von hier aus Gerade nach allen Flächenpolen der ersten Hälfte gezogen denkt, so sind die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Ebene des Grundkreises die Projectionen der Flächenpole. Ebenso kann man die zweite Hälfte der Kugel auf die gleiche Ebene projiciren, indem man von dem Punkte der Kugeloberfläche, welcher dem ersten Augenpunkte entgegengesetzt ist, Gerade nach den Flächenpolen der zweiten Kugelhälfte zieht.

Ein Beispiel wird dies klar machen.

Es seien die Winkel des in Fig. 163 abgebildeten Krystalls gemessen worden. Als Axenebenen desselben mögen gewählt werden die drei Flächen a, b, c, welche dementsprechend die Symbole (100) resp. (010) und (001) erhalten, während zur Grundform die Fläche o genommen werden soll, der, ihrer Stellung am Krystall entsprechend, alsdann das Symbol $(1\bar{1}\bar{1})$ zukommt. Wählen wir nun für die stereographische Projection, welche in Fig. 164 dargestellt ist, zur Ebene des Grundkreises die in Fig. 163 horizontal gedachte Ebene, welche zu der c-Axe, d. h. der Kante $a : b$, senkrecht steht, so liegen in dieser Ebene die Normalen aller der Zone [100, 010] = [001]*) angehöriger Krystallflächen, nämlich die Normalen von $a = (100)$, $m = (110)$, $b = (010)$, $a' = (\bar{1}00)$, $b' = (0\bar{1}0)$, $n = (1\bar{1}0)$, $l = (2\bar{1}0)$. Um die Pole dieser Flächen zu erhalten, braucht man also nur die Flächenwinkel $a : m$, $m : b$ u. s. f. auf dem Grundkreise aufzutragen. Der Pol

*) Dies ist das Symbol der Zone, wie es sich nach S. 301 aus den Indices der beiden die Zone bestimmenden Axenebenen ergiebt. Dass die weiterhin aufgezählten Flächen der betreffenden Zone angehören, findet man leicht, wenn man die angegebenen Indices derselben mit den Indices der Zone einzeln multiplicirt, aus der Summe = 0 dieser drei Producte (vergl. S. 303).

irgend einer Fläche der oberen Hälfte des Krystalls ist nun offenbar durch seine Winkel zu a (100) und b (010) bestimmt, und aus diesen Winkeln kann die Projection desselben nach einer in der III. Abtheilung beschriebenen Constructionsmethode gefunden werden. In dieser Weise ist z. B. in Fig. 164 die Projection des Poles c = (001) mittelst der Flächenwinkel $c : a$ und $c : b$ eingezeichnet worden. Der auf der Kugeloberfläche durch die Pole c und a gehende grösste Kreis, welcher die Pole aller der Kante $a : c$ parallelen, d. h. der Zone [100, 001] = [010]*) angehöriger Krystallflächen enthält, projicirt sich auf die Ebene des Grundkreises in einem Kreisbogen, welcher nach bekanntem Verfahren unmittelbar construirt werden kann, da drei Punkte desselben, nämlich a, c und a' (der Pol der zu a entgegengesetzten Fläche, welche als parallel zu a natürlich derselben Zone angehören muss), bekannt sind. Aus Fig. 163 ersieht man, dass von den Flächen der oberen Hälfte des Krystalls in der Zone $a : c$ die folgenden liegen: d = (101), e' = ($\bar{1}$02) und f' = ($\bar{1}$01); deren Pole sind nun in Fig. 164 auf jenem durch a und c gehenden Kreisbogen, nach Maassgabe

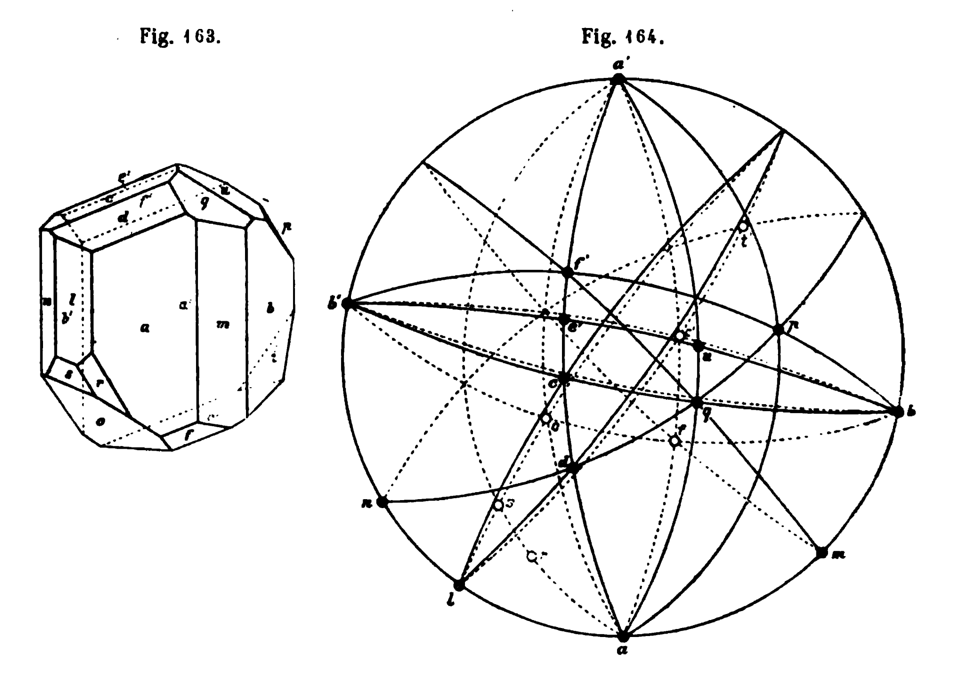


Fig. 163. Fig. 164.

ihrer Winkel zu a resp. c, eingetragen. Jeder Pol dieser Zone bestimmt ferner mit den Polen b und b' je eine neue Zone. Eine solche ist z. B. die durch die Flächen b, c, b' gegebene, denn ihre Zonenaxe ist die Krystallaxe a, ihr Symbol also, wie sich unmittelbar aus den Indices von c und b ergiebt, = [100]; diese Zone enthält in der oberen Hälfte des Krystalls

*) S. Anm. auf S. 307.

noch eine Fläche, nämlich $q = (011)$, aus deren Indices hervorgeht, dass sie auch in der Zone $n : d = [1\bar{1}0 . 101]$ liegt; wenn man also in der Projection durch b', c, b einen Kreisbogen und einen zweiten durch n, d und den n gegenüber auf dem Grundkreise liegenden Punkt, d. h. den Ort des Poles der nicht ausgebildeten, aber möglichen Fläche $n' = (\bar{1}10)$, construirt, so ist der Schnittpunkt beider die Projection des Poles von q. Dieser bestimmt seinerseits wieder mit a und a' eine Zone, in welche die Fläche $u = (\bar{1}22)$ fällt; da letztere aber gleichzeitig der Zone $b'\,e'\,b$ angehört, so ist ihr Pol in der Projection unmittelbar als Schnittpunkt der beiden, diese Zonen repräsentirenden Kreisbögen gegeben. Endlich liegt in der Zone $b'\,f'\,b$ die Fläche $p = (\bar{1}21)$, deren Indices aber auch der Bedingung für die Zugehörigkeit zur Zone $n\,d\,q$ genügen, welche daher in der Projection durch die Schnittpunkte der beiden entsprechenden Zonenkreise dargestellt wird. Damit sind sämmtliche Flächen der oberen Hälfte des Krystalls in die Projection Fig. 164 eingetragen, und durch die sie verbindenden Kreisbögen ihre Zonenverhältnisse leicht zu übersehen.

Um auch für die Flächen der unteren Hälfte des Krystalls die Zugehörigkeit zu den durch die oberen Flächen bestimmten Zonen zur Anschauung zu bringen, ist zu jedem, die obere Hälfte einer Zone darstellenden, ausgezogenen Kreisbogen auch derjenige, welcher die untere Hälfte derselben Zone repräsentirt, in Fig. 164 punktirt eingetragen, und zwar so, wie es oben (S. 307) angegeben wurde, dass der Augenpunkt für die Projection der unteren Hälfte der entgegengesetzte Pol desjenigen ist, welcher als Augenpunkt für die Projection der oberen Hälfte diente. Um diese Projection zu erhalten, hat man zu erwägen, dass jeder Kreisbogen, welcher die Projection eines grössten Kreises der Kugel darstellt, durch zwei gegenüberliegende Punkte des Grundkreises gehen muss (weil entgegengesetzte, d. h. parallele Flächen, derselben Zone angehören), und dass diese beiden Punkte der oberen und unteren Hälfte eines Zonenkreises gemeinsam sind. Ferner müssen die Pole zweier entgegengesetzter Flächen, von welchen die eine der oberen, die andere der unteren Hälfte angehört, so zum Mittelpunkte der Projection liegen, dass dieser in die Mitte der sie verbindenden Geraden fällt. Daraus folgt, dass stets die Projection der unteren Hälfte eines grössten Kreises zu der Projection der oberen umgekehrt liegt in Bezug auf den Durchmesser des Grundkreises, welcher die beiden ihnen gemeinsamen Pole verbindet. So wird z. B. die Fortsetzung der Zone $a\,d\,c\,e'\,f'\,a'$ auf der unteren Hälfte durch den punktirten Kreisbogen dargestellt, auf welchem sich die Projectionen der beiden zu c resp. f' parallelen Flächen $c' = (00\bar{1})$ und $f = (10\bar{1})$ befinden, deren Pole unmittelbar durch Verlängerung der Geraden von c resp. f' nach dem Mittelpunkte der Projection um den gleichen Betrag jenseits des letzteren gefunden werden. Durch den Pol c' und die beiden Pole $b\,b'$ ist der dem oberen Zonenkreisbogen $b\,q\,c\,b'$ entsprechende untere bestimmt, auf welchem weitere Pole nicht liegen. Dagegen enthält die Zone $a\,q\,u\,a'$ auf der Unter-

seite des Krystalls eine Fläche, nämlich $o = (1\bar{1}\bar{1})$, deren Pol demzufolge auf dem punktirten Kreisbogen liegt, welcher die Fortsetzung der Zone $a\,q\,u\,a'$ nach unten darstellt; wie aus den Indices dieser Fläche hervorgeht, gehört sie auch der Zone $b\,p\,f'\,b'$ an, ihr Pol muss also da liegen, wo der entsprechende punktirte Kreisbogen $b\,f\,b'$ den vorher erwähnten schneidet. Durch den Pol o wird ferner die untere Fortsetzung des Zonenkreises $d\,l$ bestimmt, welcher zwischen l und o noch den Pol von $s = (3\bar{2}\bar{1})$ enthält, entsprechend dem Parallelismus der Kanten von d, l, s, o (Fig. 163). Die Fläche s liegt aber ausserdem noch in einer zweiten Zone, nämlich in der durch a und p bestimmten, in welche ausser ihr noch die Fläche $r = (5\bar{2}\bar{1})$ gehört, wie sich leicht aus den Indices beider nachweisen lässt; dementsprechend liegen ihre Projectionen auf dem punktirten Zonenkreise, welcher zu dem ausgezogenen $a\,p\,a'$ umgekehrt liegt in Bezug auf den Durchmesser $a\,a'$, und zwar s auf dem Schnittpunkte desselben mit dem Zonenkreise $l\,o$, während der Pol r nur mit Hülfe des Winkels $a : r$ eingetragen werden konnte, da für diese Fläche nur eine Zone am Krystall nachgewiesen war. Dagegen ist die Projection der letzten noch fehlenden Fläche der unteren Hälfte des Krystalls, $t' = (\bar{2}1\bar{1})$, unmittelbar gegeben als Schnittpunkt der beiden Kreisbögen, welche den Fortsetzungen der Zonenkreise $c\,l$ und $n\,d\,q\,p$ nach unten entsprechen, wie sich ebenfalls durch Einsetzen der Indices von t' in die aus den Indices dieser beiden Zonen nach S. 304 sich ergebenden Bedingungsgleichungen leicht beweisen lässt.

Die soeben beschriebene Projection bildet nun eine in die Ebene übertragene Darstellung eines Netzes von sphärischen Dreiecken, deren Eckpunkte die Pole je dreier möglicher Krystallflächen sind; die Seiten dieser Dreiecke entsprechen den Winkeln zwischen je zwei dieser Flächen, ihre Winkel denjenigen, welche die Ebenen der betreffenden Zonenkreise mit einander einschliessen. Von den sechs Stücken eines sphärischen Dreiecks können bekanntlich aus dreien die übrigen berechnet werden; hat man daher von den in der sphärischen Projection enthaltenen Kreisbögen, d. h. Flächenwinkeln des Krystalls, eine genügende Anzahl gemessen, um alle sphärischen Dreiecke berechnen zu können, so ist es gleichgültig, von welchen Winkelmessungen bei der Berechnung der Elemente des Krystalls ausgegangen wird, denn aus der Projection ist dann sofort zu ersehen, wie man aus irgendwelchen Flächenwinkeln diejenigen Bögen oder Winkel ableiten kann, welche direct die Elemente bestimmen. Dadurch ist es möglich, die letzteren auch dann mit der erforderlichen Genauigkeit festzustellen, wenn die Elementarflächen (100) oder ($\bar{1}$00), (010) oder (0$\bar{1}$0), (001) oder (00$\bar{1}$), (111) oder ($\bar{1}$11) u. s. w. selbst nicht oder nicht gut messbar ausgebildet sind, indem auch in solchen Fällen ihr Ort durch die Zonen anderer Flächen bestimmt und genau berechnet werden kann. Hierdurch erweist sich die stereographische Projection als das wesentlichste Hülfsmittel bei der Berechnung der Krystalle, wie in dem betreffenden Abschnitte der III. Abtheilung ausführlich gezeigt werden wird.

Ausser dieser praktischen Bedeutung und derjenigen, welche in der Erleichterung des Einblickes in die Zonenverhältnisse eines Krystalls begründet ist, eignet sich die beschriebene Projection noch in hohem Grade dazu, das Verständniss der geometrischen Symmetrieverhältnisse der Krystalle, welche den Gegenstand des nächsten Paragraphen bilden, zu erleichtern.

§ 3. Die Symmetrie der Krystalle. Der in Fig. 163 S. 308 abgebildete Krystall stellt den allgemeinsten Fall eines krystallographischen Polyëders dar, nämlich eines solchen, dessen ebene Begrenzungsflächen keine anderen Beziehungen zu einander zeigen, als diejenigen, welche durch das Gesetz der Rationalität der Indices, resp. das Zonengesetz, bestimmt sind. Ein derartiges krystallographisches Polyëder soll ein asymmetrisches (unsymmetrisches) genannt werden.

Existiren dagegen in einem Krystall mehrere Richtungen, in welchen seine Molekularkräfte gleichartig wirken, so muss diesen parallel die Anlagerung der Moleküle des Krystalls gleichartig stattfinden, d. h. die in Folge des Wachsthums nach diesen Richtungen entstehenden Krystallflächen müssen gleichartigen Bedingungen für ihre Bildung unterworfen sein*). Derartige Wachsthumsrichtungen resp. Krystallflächen nennt man gleichwerthige und bezeichnet als Symmetrie einer Krystallform diejenige Regelmässigkeit, welche durch die Existenz gleichwerthiger Flächen an derselben bedingt wird. Da die Ursache der Gleichwerthigkeit jener in der Uebereinstimmung der inneren Kräfte parallel den betreffenden Wachsthumsrichtungen liegt, und von diesen Kräften auch alle anderen physikalischen Eigenschaften des Krystalls abhängen, so müssen diese sämmtlich in den betreffenden Richtungen den gleichen numerischen Werth besitzen. In der That lehrt die Erfahrung, dass ausnahmslos ein homogener Krystall in zwei Richtungen, welche in Bezug auf seine geometrische Form gleichwerthig sind, das gleiche Verhalten hinsichtlich jeder physikalischen Eigenschaft zeigt**). Wir können daher den Satz aufstellen:

»Je zwei geometrisch gleichwerthige Richtungen eines Krystalls sind auch physikalisch gleichwerthig«, und aus diesem Satze die Symmetrie, welche die physikalischen Verhältnisse eines Krystalls zeigen müssen, für jede Art von geometrischer Symmetrie desselben ableiten. Die letztere, welche durch die grössere oder geringere Anzahl gleichwerthiger Krystallflächen bestimmt wird, kann nun verschiedenen

---

*) Derartige Flächen müssen also nicht nur in gleicher durchschnittlicher Entwickelung ihrer Grösse auftreten, sondern auch etwaige Unvollkommenheiten, wie sie S. 284 erwähnt wurden, in gleicher Weise zeigen.

**) In Folge dessen erfahren zwei derartige Richtungen durch eine homogene Deformation die gleichen Aenderungen, bleiben also geometrisch gleichwerthig, woraus hervorgeht, dass die Symmetrieverhältnisse eines Krystalls durch eine homogene Deformation (z. B. eine gleichmässige Temperaturveränderung desselben) nicht geändert werden.

Gesetzmässigkeiten unterliegen, welche aber sämmtlich durch das Grundgesetz der geometrischen Krystallographie bestimmt sind, d. h.: bei krystallographischen Polyëdern sind nur gewisse Arten der Symmetrie möglich.

Um diese zu erhalten, denken wir uns an einem derartig beschaffenen Krystalle die je zweien gleichwerthigen Wachsthumsrichtungen entsprechenden Flächen gleich weit von dem Ursprung jener beiden Richtungen (etwa so, wie wir uns in einer Strahlenfläche die Fronten zweier sich gleich schnell fortpflanzender Lichtstrahlen an den Endpunkten gleich langer Frontnormalen dachten); alsdann werden offenbar, wenn durch irgend eine Operation die eine der beiden Wachsthumsrichtungen mit der andern so zur Deckung gebracht wird, dass ihre Anfangspunkte und ihre Richtungen coincidiren, auch die beiden gleichwerthigen Ebenen zusammenfallen. Die Operationen, durch welche dies geschieht, können nun dreierlei sein:

a) Eine Drehung um eine Axe. Ein Polyëder, in welchem jede Richtung und jede Fläche durch eine bestimmte (von 360° verschiedene) Drehung in eine gleichwerthige Richtung resp. gleichwerthige Fläche übergeführt wird, welches also nach dieser Drehung mit sich selbst wieder zur Deckung gelangt ist, nennt man »symmetrisch nach einer Axe« und die Drehungsrichtung »Symmetrieaxe«.

b) Eine Spiegelung nach einer Ebene. Dies ist der Fall, wenn das in jener Ebene gesehene Spiegelbild jeder Richtung und jeder Fläche eine gleichwerthige Richtung resp. Fläche darstellt. Alsdann wird das Polyëder durch jene Ebene, wenn wir sie durch dessen Mittelpunkt legen, in zwei gleiche und entgegengesetzte Hälften getheilt, so dass eine Gerade, welche von irgend einem Punkte der einen Seite des Polyëders normal zu jener Ebene gezogen und jenseits derselben um die gleiche Strecke verlängert wird, an ihrem Ende stets einen gleichartigen Punkt der andern Seite trifft. Ein derartiges Polyëder heisst »symmetrisch nach einer Ebene« und diese Ebene eine Symmetrieebene desselben.

c) Eine Drehung um eine Axe, verbunden mit einer Spiegelung nach einer dazu senkrechten Ebene. Diese Combination der beiden ersten Operationen heisst »Drehspiegelung«, und von einem Polyëder, welches durch Drehspiegelung mit sich selbst zur Deckung gebracht wird, sagt man, es besitze eine Axe und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie.

Im Gegensatz zu der letzteren könnte man die beiden ersten Fälle auch als »einfache Symmetrie nach einer Axe resp. Ebene« bezeichnen.

a.

Für die Symmetrieaxen gelten folgende Sätze:

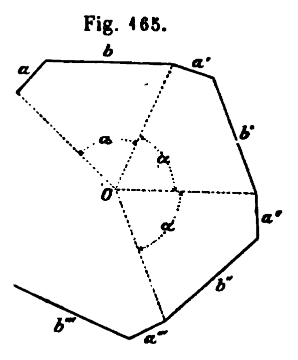
Eine Symmetrieaxe ist stets eine mögliche Kante (Axe einer möglichen Zone) und die Normale einer möglichen Fläche des Krystalls.

Es giebt nur zweizählige (binäre oder digonale), dreizählige ernäre oder trigonale), vierzählige (quaternäre oder tetragonale) und echszählige (senäre oder hexagonale) Symmetrieaxen, d. h. krytallographische Polyëder können nur durch eine Drehung um 180° (zweiıal bei einer ganzen Umdrehung), 120°. (dreimal), 90° (viermal) oder 0° (sechsmal) mit sich selbst zur Deckung gebracht werden.

Dieser Satz, welcher dem S. 259 bei Besprechung der regelmässigen Punktsysteme ngeführten entspricht, kann auf folgendem Wege bewiesen werden.

Durch die Bezeichnung einer Symmetrieaxe als einer »n-zähligen« wird dieselbe harakterisirt mittelst des kleinsten Winkels der Drehung, nach deren Ausführung lle Flächen des Krystalls gleichzeitig in diejenige Stellung gelangt sind, welche seine 'lächen vor der Drehung einnahmen; dieser Winkel werde mit α bezeichnet (wo α naürlich $< 360°$). Es sei nun in Fig. 165 die in O errichtete Normale zur Zeichnungsbene die Symmetrieaxe, deren charakteristischer Drehungswinkel $= \alpha$, und durch a esp. b seien zwei Krystallflächen angedeutet. Durch eine Drehung des Krystalls $= \alpha$ m Sinne des Uhrzeigers nehmen die Flächen a und b die Stellungen ein, welche vorher zwei gleichwerthige Flächen a' und b' hatten, während die letzteren an die Stelle zweier entsprechender Flächen a'' und b'' treten. Dreht man nun den Krystall aus der Anfangsstellung, statt um α, um 2α, so gelangen a und b in die Positionen a'' b'', während a' b' in die Stellungen a''' b''' gelangen; die letzteren stellen aber die Positionen von a und b nach einer Drehung um 3α dar u. s. f. Allgemein: wenn Coincidenz des Polyëders mit sich selbst stattfindet bei einer Drehung um α, so ist das Gleiche auch der Fall bei jeder Drehung $n\alpha$, wenn n eine ganze Zahl ist. Es ist leicht einzusehen, dass dasselbe auch für Drehungen im entgegengesetzten Sinne gelten muss. Hieraus geht hervor, dass ein Polyëder, welches eine Symmetrieaxe besitzt, durch Drehung um sehr verschiedene Winkel mit sich selbst zur Deckung gelangen kann, dass diese aber sämmtlich Multipla des kleinsten Winkels, der zur Coincidenz führt, sein müssen. Dieser Winkel α bestimmt also den Charakter der Symmetrieaxe vollständig. Für denselben gilt aber noch eine weitere Bedingung, die nämlich, dass er ein ganzer Theil von 360° sein muss, wie aus dem Folgenden hervorgeht.

Fig. 165.



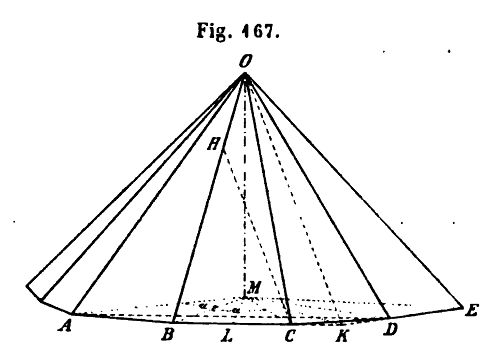
Sei A (Fig. 166) eine n-zählige Drehungsaxe, wo n keine ganze Zahl; sei AB eine zu A normale Richtung im Krystall, welche bei der Drehung um $\alpha = \frac{360°}{n}$ nach und nach die Positionen AB_1, AB_2, $\cdots$ einnimmt, so giebt es immer eine ganze Zahl n (in der Fig. $= 6$), für welche $(n - 1)\alpha$ kleiner als 360° und $n\alpha$ grösser als 360° ist. Die letztere Position erhält man aber auch, wenn man den Krystall aus der Anfangsstellung um den Winkel BAB_n (BAB_6 in der Figur) dreht, d. h. um einen kleineren Winkel als α. Da α aber der kleinste Winkel ist, welcher zur Coincidenz führt, so muss n stets eine ganze Zahl sein.

Fig. 166.

Sei OM (Fig. 167) eine n-zählige Drehungsaxe eines Krystalls und ABO eine beliebige Fläche desselben, auf welcher die Punkte A und B in der zu OM senkrechten Ebene so gewählt sind, dass $AMB = \alpha$, so müssen BCO, CDO, DEO u. s. f. gleichwerthige Flächen des Kry-

stalls sein, deren Positionen ABO durch eine Drehung um α, resp. 2α u. s. f. annimmt. Da n eine ganze Zahl sein muss, so bildet die Gesammtheit aller dieser gleichwerthigen Flächen eine n-seitige regelmässige Pyramide, deren Kanten OA, OB, OC, OD, OE u. s. w. sämmtlich gleiche Flächenwinkel besitzen und gegen die Symmetrieaxe OM gleichgeneigt sind. Die zu OM senkrechte Basis dieser Pyramide ist ein regelmässiges Polygon mit dem Centralwinkel $AMB = BMC = \cdots = \alpha$. Da zu krystallographischen Axen nach S. 290 beliebige Kanten gewählt werden können, so sind auch die Kanten der in Fig. 167 abgebildeten Pyramide mögliche Krystallaxen; ferner ist jede durch irgend zwei Kanten derselben gelegte Ebene eine mögliche Krystallfläche (da sie in zwei Zonen des Krystalls liegt), z. B. die Ebene ADO. Da diese parallel BC ist, so muss eine ihr parallele, durch C gelegte Ebene auch durch B gehen, d. h. in der Richtung OB als Axe den Parameter OB besitzen. Den Parameter, welchen eine andere Fläche DEO auf derselben Axe abschneidet, wenn man sich dieselbe durch C gelegt denkt, erhält man auf folgende Weise: Man verlängert BC und DE bis zum Schnittpunkt K und zieht CH parallel KO, der Richtung, in welcher sich die Ebenen DEO und BCO schneiden. OH ist also der gesuchte Parameter einer möglichen Krystallfläche ($\parallel DEO$) auf der Axe OB. In dem $\triangle BKO$ hat man wegen des Parallelismus von CH und KO

Fig. 167.



$$OB : OH = BK : CK.$$

Verbindet man sowohl K, als die Mitte L der Kante BC mit M und setzt ausserdem $MC = r$, so ergiebt sich aus den Dreiecken LMC und LMK (weil LM und KM den Centralwinkel α halbiren)

$$LC = \tfrac{1}{2}BC = r \sin\frac{\alpha}{2} \quad \text{und} \quad LK = \tfrac{1}{2}BC + CK = r\cos\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

und da $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$, so folgt durch Addition resp. Subtraction daraus

$$BK = LC + LK = r\sin\frac{\alpha}{2}\left(1 + \frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}\right) = \frac{r\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}(1 + 2\cos\alpha),$$

$$CK = LK - LC = r\sin\frac{\alpha}{2}\left(\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} - 1\right) = \frac{r\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}.$$

Folglich
$$\frac{OB}{OH} = \frac{BK}{CK} = 1 + 2\cos\alpha.$$

Die Geraden OA, OB, OC, OD, OE ··· können aber nur dann mögliche krystallographische Axen sein, wenn $OB : OH$ einen rationalen Werth besitzt, denn wenn zwei Flächen eines Krystalls (ADO und DEO) durch einen Punkt (C) auf einer Axe (OC) gelegt werden, so müssen ihre Parameter auf einer andern Axe (OB) in rationalem Verhältniss stehen (vergl. S. 298 Anmerk.). $OB : OH$ ist aber nur rational, wenn $\cos\alpha$ einen rationalen Werth besitzt, und dies ist der Fall für $\cos 0° = 1$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$, $\cos 90° = 0$, $\cos 120° = -\frac{1}{2}$, $\cos 180° = -1$, während alle andern Winkel α, deren cos ein rationales Verhältniss, z. B. $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$, darstellt, nicht mit einer ganzen Zahl in 360° aufgehen, nach dem Vorhergehenden also ausgeschlossen sind. Ebenso sind grössere Winkel, als 180°,

ısgeschlossen, weil dann immer ein kleinerer Winkel existirt, welcher zur Coincidenz ɛs Polyëders mit sich selbst führt.

Daraus folgt: Wenn ein Krystall eine n-zählige Symmetrieaxe besitzt, so nimmt ɡend eine gegen diese Axe geneigte Fläche bei n gleichen Drehungen um den charakte-stischen Winkel α nach und nach die Positionen einer regelmässigen Pyramide mit em Centralwinkel α an, wo α nur die folgenden Werthe haben kann: 60°, dann ist die ›ramide hexagonal; 90°, dann ist sie tetragonal; 120°, dann ist sie trigonal; 180°, die ramide ist »digonal«, d. h. sie besteht nur aus zwei Flächen, welche sich in einer ur Symmetrieaxe senkrechten Kante schneiden (eine derartige Form pflegt man in der .rystallographie ein Sphenoid zu nennen). Folglich kann es nur 2-, 3-, 4- und 6-zählige ymmetrieaxen in krystallographischen Polyëdern geben.

Somit sind folgende vier Klassen von Krystallen, welche eine (und ıur eine) Symmetrieaxe besitzen, möglich:

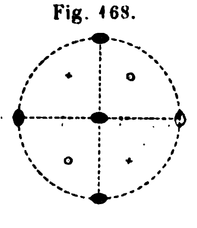
Krystalle mit einer zweizähligen Symmetrieaxe.
Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe.
Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe.
Krystalle mit einer sechszähligen Symmetrieaxe.

In den stereographischen Projectionen, welche zur Veranschaulichung derartiger Symmetrieverhältnisse dienen, sollen stets die Schnittpunkte der zwei-, drei-, vier- und sechszähligen Symmetrieaxen mit der Kugeloberfläche durch die Symbole ⬬ ▲ ■ ⬣ bezeichnet werden.

Krystallographische Polyëder können nun auch gleichzeitig mehrere Axen der Symmetrie besitzen, aber nur in bestimmter Weise combinirt, und dies lässt sich am leichtesten an einer stereographischen Projection zeigen.

Sei z. B. in Fig. 168 die Ebene des Grundkreises diejenige einer Krystallfläche, in welcher zwei, und nur zwei, zweizählige Symmetrieaxen liegen, so ist dies nur möglich, wenn dieselben einen rechten Winkel mit einander bilden, wie die beiden punktirten Durchmesser in der Figur; denn wären diese beiden Symmetrieaxen schief zu einander geneigt, so würde eine halbe Umdrehung um die eine derselben die andere mit einer ihr gleichwerthigen Richtung in derselben Ebene zur Deckung bringen; die letztere Richtung wäre dann ebenfalls eine zweizählige Symmetrieaxe, und die ersteren beiden wären nicht die einzigen Symmetrieaxen in der Ebene des Grundkreises. Sei nun der mit einem × bezeichnete Ort in dem rechten unteren Quadranten des Grundkreises die Projection des Poles einer beliebigen Krystallfläche (hkl) auf der oberen Hälfte der Kugel, so nimmt diese den Ort einer gleichwerthigen Fläche ein, wenn wir den Krystall um 180° um eine der beiden Symmetrieaxen, z. B. um die in der Figur senkrecht gestellte, drehen, und der Pol dieser neuen Fläche liegt auf der Kugel natürlich genau so viel unter der Ebene des Grundkreises, als der erste darüber; seine Projection, in dem links anliegenden Quadranten gelegen, ist desshalb durch ein ○ bezeichnet. Diese beiden gleichwerthigen

Fig. 168.



Pole liefern nun durch eine halbe Umdrehung des Krystalls um die in der Figur horizontale Symmetrieaxe zwei weitere damit gleichwerthige, der obere einen unteren und umgekehrt, welche dementsprechend bezeichnet in die obere Hälfte der Figur eingetragen sind. Die vier durch diese Punkte in der Projection bestimmten Krystallflächen bilden die Gesammtheit der am Krystall in Folge seiner Symmetrie nach den beiden zweizähligen Axen gleichwerthigen Flächen; das aus diesen vier Flächen bestehende Gebilde besitzt aber nun noch eine dritte zweizählige Symmetrieaxe, nämlich die in der Mitte des Grundkreises errichtete Normale; denn bei der Drehung desselben um 180° um diese Axe fällt stets ein Pol mit einem gleichwerthigen zusammen. Daraus folgt, dass es keine krystallographischen Polyëder giebt, welchen nur zwei zweizählige Symmetrieaxen zukommen, sondern die Existenz zweier zugleich diejenige einer dritten nothwendig erfordert, so dass alle drei zu einander senkrecht sind. An die Krystalle mit einer zweizähligen Axe würden sich somit als möglich anschliessen:

Krystalle mit einer zweizähligen Symmetrieaxe, welche in der dazu senkrechten Ebene zwei weitere zweizählige Axen (unter 90° einander schneidend) *besitzen.*

Ebenso schliessen sich an die drei andern, oben angeführten Klassen mit einer (und nur einer) drei-, vier- resp. sechszähligen Axe je eine weitere an, in welcher ausserdem eine zweizählige, nach dem Obigen nothwendigerweise zu der ersteren senkrechte, Symmetrieaxe vorhanden ist; diese letztere Richtung wird aber durch eine Drehung von 120° um die dreizählige, von 90° um die vierzählige und von 60° um die sechszählige Axe jedesmal in eine gleichwerthige Richtung übergeführt; dadurch ergeben sich die folgenden Symmetrieverhältnisse:

Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe, welche in der dazu senkrechten Ebene drei weitere, einander unter gleichen Winkeln schneidende, zweizählige Symmetrieaxen besitzen;

Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe, welche in der dazu senkrechten Ebene vier weitere, einander unter gleichen Winkeln schneidende, zweizählige Symmetrieaxen besitzen;

Krystalle mit einer sechszähligen Symmetrieaxe, welche in der dazu senkrechten Ebene sechs weitere, einander unter gleichen Winkeln schneidende, zweizählige Symmetrieaxen besitzen.

Betreffs der ersten dieser vier Arten von Symmetrie, derjenigen nach drei zu einander senkrechten zweizähligen Axen, kann noch der specielle Fall eintreten, dass diese einander gleichwerthig sind. Da sie alsdann auch physikalisch gleichwerthig sein müssen, so ist dies nur möglich, wenn sie den drei Kanten, d. i. den drei Flächennormalen des Würfels an einem einfachbrechenden Krystall entsprechen; sind diese Richtungen also zwei-

hlige Symmetrieaxen, so müssen die vier Hauptdiagonalen des Würfels, h. die Normalen zu den Oktaëderflächen, dreizählige Symmetrieaxen sein, eil ein regulärer Würfel durch Drehung von 120° um eine seiner Hauptagonalen mit sich selbst zur Deckung gelangt, wobei je eine Würfelkante ı die Stelle einer zweiten tritt. Sind die drei gleichwerthigen Würfelınten aber vierzählige Symmetrieaxen, so ergiebt sich daraus (wie bei der etrachtung der betreffenden Klasse gezeigt werden wird), dass die sechs ichtungen, welche den Winkel je zweier halbiren, d. h. die Normalen der odekaëderflächen, zweizählige Symmetrieaxen sein müssen. Zu den vortehend aufgezählten Symmetrieverhältnissen treten also noch zwei weitere inzu:

Krystalle mit drei, zu einander senkrechten, zweizähligen ınd vier, einander unter gleichen Winkeln schneidenden, dreiähligen Symmetrieaxen;

Krystalle mit drei, zu einander senkrechten, vierzähligen, ier dreizähligen (wie vorher) und sechs zweizähligen Symnetrieaxen.

Im Ganzen sind daher vier Klassen mit je einer und sechs Klassen mit mehreren Symmetrieaxen möglich.

b.

Für die Ebenen der Symmetrie gilt der folgende Satz:

Jede Symmetrieebene eines Krystalls ist eine mögliche Fläche desselben.

Beweis: Irgend zwei gleichwerthige Flächen des nach einer Ebene symmetrischen Krystalls bilden mit der letzteren die gleichen Winkel, aber nach der entgegengesetzten Seite, d. h. sie schneiden einander in einer, der Symmetrieebene parallelen Kante, deren Winkel von jener halbirt wird. In gleicher Weise liegt die Symmetrieebene in der Zone, welche durch irgend ein anderes Paar gleichwerthiger Flächen bestimmt wird, also muss sie (nach S. 305 oben) eine mögliche Fläche des Krystallflächencomplexes sein, welchem die genannten beiden Paare von Flächen angehören.

Damit ist eine weitere Symmetrieklasse als möglich erkannt, nämlich: Krystalle mit einer Symmetrieebene.

Ebenso, wie ein krystallographisches Polyëder mehrere Symmetrieaxen haben kann, sind auch bestimmte Combinationen mehrerer Symmetrieebenen möglich. Existiren deren nur zwei, so müssen sie auf einander senkrecht stehen, was sich aus einer ganz analogen Betrachtung ergiebt, wie sie S. 315 für zwei Axen der Symmetrie angestellt wurde. Fig. 169 möge nun die stereographische Projection eines Krystalls mit nur zwei Symmetrieebenen darstellen, deren Durchschnitte mit der zu beiden senkrechten Ebene des Grundkreises durch ausgezogene Geraden bezeichnet sind, und der Pol irgend einer der oberen Hälfte des Krystalls angehörigen Fläche (hkl) sei durch ein × markirt; alsdann liefert die Spiegelung nach einer der beiden Symmetrie-

Fig. 169.

ebenen in gleichem Abstande auf der anderen Seite des betreffenden Durchmessers den Pol einer gleichwerthigen, ebenfalls oberen Fläche, und die Spiegelung nach der andern Symmetrieebene zwei weitere, zu den beiden ersten in Bezug auf den zweiten Durchmesser symmetrische, also ebenfalls obere Pole, und diese vier Flächen bilden die Gesammtheit aller in Folge der Existenz der beiden Symmetrieebenen gleichwerthigen Flächen des Krystalls. Das aus denselben bestehende Gebilde besitzt aber, wie unmittelbar aus der Projection zu ersehen, noch eine zweizählige Symmetrieaxe, nämlich die Schnittrichtung der beiden Symmetrieebenen, welche nothwendigerweise eine mögliche Krystallkante ist. Hieraus ergiebt sich, dass eine Combination mehrerer Symmetrieebenen das gleichzeitige Vorhandensein von Axen der Symmetrie bedingt.

Einfacher noch, als die eben betrachtete Combination, wäre diejenige einer Symmetrieebene mit einer Symmetrieaxe. Diese ist aber nur dann möglich, wenn beide zu einander senkrecht stehen, denn wenn die Symmetrieaxe der Symmetrieebene parallel wäre, so würde die erstere mehrere gleichwerthige Ebenen der Symmetrie bedingen (z. B. liefert die Annahme der zweizähligen Axe und einer Ebene der Symmetrie in Fig. 169 dasselbe Gebilde, also auch die zweite Symmetrieebene), und wenn die Axe mit der Ebene der Symmetrie einen schiefen Winkel einschlösse, so würde die letztere die Existenz einer zweiten entgegengesetzt zu ihr geneigten und gleichwerthigen Richtung, also einer zweiten Symmetrieaxe, erfordern. Da nun eine Axe der Symmetrie zwei-, drei-, vier- oder sechszählig sein kann, so sind hiermit vier weitere, durch ihre Symmetrie unterschiedene Klassen als möglich erkannt, nämlich:

Krystalle mit einer zweizähligen Symmetrieaxe	und einer dazu senkrechten Symmetrieebene.
Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe	
Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe	
Krystalle mit einer sechszähligen Symmetrieaxe	

Die durch Fig. 169 erläuterte Combination einer zweizähligen Axe mit zwei in derselben einander schneidenden Ebenen der Symmetrie ist nur ein specieller Fall derjenigen einer Symmetrieaxe mit so viel Symmetrieebenen, als der Zähligkeit der Axe entsprechen, so dass hierdurch wieder vier Klassen gegeben sind:

Krystalle mit einer zweizähligen Symmetrieaxe und zwei Symmetrieebenen, welche einander in jener unter 90° schneiden (Fig. 169);

Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe und drei Symmetrieebenen, welche einander in jener unter 60° schneiden;

Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe und vier Symmetrieebenen, welche einander in jener unter 45° schneiden;

Krystalle mit einer sechszähligen Symmetrieaxe und sechs

Symmetrieebenen, welche einander in jener unter 30° schneiden.

Aus den beiden ersten dieser vier Klassen ergeben sich zwei weitere, mögliche Arten der Symmetrie durch Hinzufügung von zwei, resp. drei zweizähligen Axen, welche zu der ersten senkrecht stehen und den Winkel der zwei, resp. drei Symmetrieebenen halbiren.

Andererseits entsprechen den aufgezählten vier Klassen von Krystallen mit je einer Symmetrieaxe und zwei, drei, vier, sechs ihr parallelen Symmetrieebenen fernere vier Klassen, in welchen die zur zwei-, drei-, vier- oder sechszähligen Axe senkrechte Ebene ebenfalls eine solche der Symmetrie ist; jede dieser Klassen stellt also die Combination der Symmetrieverhältnisse einer Klasse aus der oben erwähnten Gruppe mit denjenigen der entsprechenden Klasse aus der vorhergehenden Gruppe dar. Wie sich aus den später mitgetheilten Projectionen zur Erläuterung dieser combinirten Symmetrieverhältnisse ergiebt, sind alsdann alle übrigen Schnittrichtungen je zweier Symmetrieebenen zugleich zweizählige Symmetrieaxen.

In dem speciellen Falle, dass drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen gleichwerthig sind, müssen sie, wie bereits erwähnt, die drei Würfelnormalen eines einfachbrechenden Krystalls sein; alsdann sind Combinationen dieser Axen mit Ebenen der Symmetrie in zweierlei Weise möglich: entweder sind die drei Würfelflächen Symmetrieebenen oder die sechs Dodekaëderebenen; in beiden Fällen sind die vier Oktaëdernormalen dreizählige Symmetrieaxen. Endlich können beide Arten von Ebenen, die des Würfels und die des Dodekaëders, Symmetrieebenen sein; alsdann sind die drei Würfelnormalen vierzählige, die vier Oktaëdernormalen dreizählige und die sechs Normalen des Dodekaëders zweizählige Symmetrieaxen, der höchste mögliche Grad der Symmetrie eines krystallographischen Polyëders.

Im Ganzen ist also die Zahl der krystallographisch möglichen Symmetriearten, in welchen Axen mit Ebenen der Symmetrie combinirt sind, siebenzehn, die Gesammtzahl der Klassen von Krystallen mit einer oder mehreren Symmetrieebenen achtzehn.

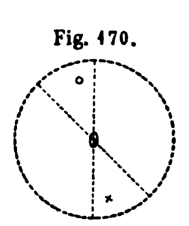
c.

Während vier Arten von Krystallen mit einer Axe der einfachen Symmetrie möglich sind, reducirt sich diese Zahl im Falle einer Axe und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie auf drei, da die erstere, wie sogleich gezeigt werden soll, nur eine zwei-, vier-, oder sechszählige sein kann.

In der ersten hierher gehörigen Klasse kann die Ebene der zusammengesetzten Symmetrie eine beliebige Fläche des Krystalls, die zweizählige Axe derselben also die Normale einer beliebigen Krystallfläche sein. Sei in Fig. 170 die Ebene des Grundkreises parallel derjenigen

Krystallfläche, welche zur Ebene der zusammengesetzten Symmetrie gewählt sei (dies wird durch die stärkere Punktirung des Grundkreises hervorgehoben), so ist der Mittelpunkt des Grundkreises die Projection des Poles der zweizähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie, welcher durch das Zeichen 0 markirt wird. Sei nun × der Pol irgend einer anderen, der oberen Hälfte des Krystalls angehörigen Fläche (hkl), so gelangt dieser mit dem einer gleichwerthigen Fläche zur Deckung durch eine halbe Umdrehung um die bezeichnete Axe und gleichzeitige Spiegelung nach der Ebene des Grundkreises. Der so erhaltene untere Pol ○ kehrt durch Wiederholung der gleichen doppelten Operation in den ersten zurück: beide Pole entsprechen also der Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen am Krystall, und aus ihrer Lage in der Projection geht hervor, dass die betreffenden Flächen parallel und entgegengesetzt sind. Die Folge dieser Art der Symmetrie ist somit die Gleichwerthigkeit je zweier entgegengesetzter Flächen des Krystalls.

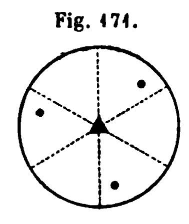
Fig. 170.



Von einem derartigen Krystall sagt man auch, er habe ein Centrum der Symmetrie, und definirt dieses folgendermassen: »Jede durch das Symmetriecentrum gelegte Gerade trifft zu beiden Seiten in gleichem Abstande vom Centrum gleichwerthige Punkte des Krystalls«, oder: »Das Symmetriecentrum bildet den Mittelpunkt jeder durch dasselbe gelegten und von dem krystallographischen Polyëder begrenzten Geraden«. Ein solches Symmetriecentrum ist aber nicht nothwendig mit der zusammengesetzten Symmetrie verbunden, wie aus dem zunächst zu betrachtenden Falle einer vierzähligen Axe dieser Symmetrie hervorgeht, in welchem ein solches sich nicht ergiebt. Andererseits ist dasselbe bei vielen der im Vorhergehenden abgeleiteten Symmetriearten vorhanden. Das »Symmetriecentrum« ist also kein besonderes Symmetrieelement der Krystalle, sondern ein specieller Fall der einfachen oder zusammengesetzten Symmetrie nach einer Ebene, was Fedorow zuerst klar hervorgehoben hat.

Dass eine dreizählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie an und für sich nicht existiren kann, ist leicht aus der Projection Fig. 171 zu ersehen. Geht man von irgend einem beliebigen Pol × einer oberen Fläche (hkl) aus, so würde in Folge einer derartigen Symmetrie, wenn die Normale im Mittelpunkte der Projection die dreizählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie wäre, jener Pol nach einer Drehung von 120° um dieselbe und durch Spiegelung nach der Ebene des Grundkreises einen untern Pol ○ erzeugen, dieser nach abermaliger Drehung von 120° und Spiegelung einen oberen ×, letzterer aber bei Wiederholung derselben Operation, in gleichem Sinne einen unteren ○, dessen Projection offenbar mit der des ersten zusammenfällt, was durch die Verbindung der beiden Zeichen × und ○ ausgedrückt wird; dreht man jetzt abermals um 120° in demselben Sinne und spiegelt, so entsteht ein oberer Pol, welcher mit dem zweiten zusammenfällt, und endlich liefert die nochmalige gleiche Operation einen sechsten Pol, dessen Projection an derselben Stelle liegt, wie die des dritten. Eine

Fig. 171.

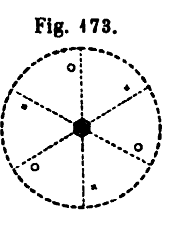


weitere Fortsetzung dieses Verfahrens liefert keine neuen Flächen mehr, o dass die Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen durch jene sechs Pole egeben ist. Das aus diesen Krystallflächen bestehende geometrische Ge-ilde hat aber nun, wie aus der Figur hervorgeht, eine dreizählige Axe der infachen Symmetrie und eine dazu senkrechte Ebene der einfachen Sym-netrie, stellt also einen der bereits S. 318 aufgezählten Fälle dar. Eine lreizählige Axe, welche nur eine solche der zusammengesetzten Symmetrie wäre, ist also nicht möglich.

Dagegen kann ein krystallographisches Polyëder eine vierzählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie besitzen. Deren Pol sei die Mitte der Projection Fig. 172, die Ebene des Grundkreises also die Spiegelungsebene; alsdann wird der Pol × einer beliebigen oberen Fläche $(h\,k\,l)$ nach einer Drehung von 90° um die Axe und durch Spiegelung nach der Grundkreisebene einen unteren O gleichwerthigen erzeugen, die Wiederholung dieser doppelten Operation einen dem ersten gegenüberliegenden oberen ×, die Fortsetzung derselben einen dem zweiten gegenüberliegenden unteren O, während die vierte Wiederholung zu dem ersten Pole zurückführt. Das aus den sämmtlichen gleichwerthigen Flächen bestehende Gebilde geht nun offenbar schon durch einfache Drehung um die Axe in sich selbst über, aber erst wenn diese Drehung 180° beträgt. Daraus folgt, dass die vierzählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie zugleich eine zweizählige der einfachen Symmetrie ist, was durch die Verbindung der beiden Symbole für derartige Axen in der Projection ausgedrückt wird. Das hier abgeleitete geometrische Gebilde ist aber ein anderes, als das S. 315 angeführte mit einer zweizähligen Symmetrieaxe, denn letzteres besitzt nur je zwei gleichwerthige Richtungen, während, wenn die zweizählige Axe der einfachen Symmetrie zugleich eine vierzählige der zusammengesetzten Symmetrie ist, je vier, paarweise in zwei auf einander senkrechten Ebenen gelegene, Richtungen gleichwerthig sind.

Fig. 172.

Eine weitere Klasse von Krystallen ergiebt sich durch das Vorhandensein einer sechszähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie, wie aus der, der vorigen analogen Projection Fig. 173 zu ersehen; durch wiederholte Drehung von 60° um jene Axe und Spiegelung nach der dazu senkrechten Ebene des Grundkreises ergeben sich sechs gleichwerthige Pole, abwechselnd der oberen und unteren Hälfte des Krystalls angehörend. Hiernach ist die sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie zugleich eine dreizählige der einfachen Symmetrie, bedingt aber einen höheren Grad von Regelmässigkeit, als die Existenz einer einfachen dreizähligen Axe, nämlich die Gleichwerthigkeit von je sechs Richtungen, statt nur dreier.


Fig. 173.

Dagegen führen die Combinationen von mehreren Axen und Ebenen

der zusammengesetzten Symmetrie, soweit sie sich überhaupt als möglich erweisen, auf bereits früher hergeleitete Arten der einfachen Symmetrie.

Nach dem Vorhergehenden beträgt die Gesammtzahl der möglichen Symmetriearten krystallographischer Polyëder 31, und demgemäss, mit Hinzurechnung der asymmetrischen Krystalle (S. 311), die Anzahl der Klassen von Krystallen, welche sich durch ihre Symmetrie unterscheiden, zwei und dreissig.

Die erste Ableitung sämmtlicher an krystallographischen Polyëdern möglicher Arten der Symmetrie gab Hessel 1830 in dem Artikel »Krystall« in Gehler's physikal. Wörterbuche (1831 apart erschienen u. d. T. »Krystallometrie«; vergl. auch Sohncke. Zeitschr. f. Kryst. **18**, 486). Die 1849 von Bravais gegebene, nicht ganz vollständige Herleitung derselben wurde später von Curie ergänzt. Ebenfalls unabhängig davon ist die Behandlung des Gegenstandes durch Gadolin in seinem: Mémoire sur la déduction d'un seul principe de tous les systèmes cristallographiques 1867 (Acta Soc. scient. Fennicae, **9**, Helsingf. 1871 *)), welchem die meisten der oben mitgetheilten Beweise, wie z. B. derjenige, dass nur 2-, 3-, 4- und 6-zählige Symmetrieaxen möglich sind, entnommen wurden. Abgewichen wurde von derselben wesentlich nur in der Annahme des von Fedorow eingeführten Begriffs der »zusammengesetzten Symmetrie«.

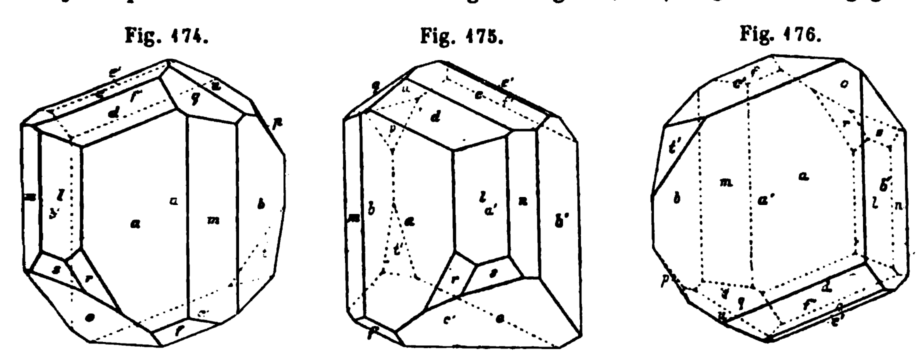
Von den aufgezählten 32 möglichen Klassen der Krystalle haben elf, nämlich die der asymmetrischen Krystalle und diejenigen zehn, welchen nur Symmetrieaxen zukommen (S. 312 (a) — 317), das gemeinsam, dass die betreffenden Krystalle keine Ebene, weder der einfachen, noch der zusammengesetzten Symmetrie besitzen. Aus einem derartigen Polyëder entsteht durch Spiegelung nach einer Ebene ein mit ihm symmetrisch gleiches Polyëder, welches dieselben Winkel besitzt, aber in keiner Stellung mit dem ersten zur Deckung gebracht werden kann (sich also zu ihm verhält, wie die rechte zur linken Hand). Zwei solche »symmetrisch gleiche«, aber nicht »deckbar gleiche« Polyëder nennt man enantiomorph.

Die Beziehungen zweier enantiomorpher Krystallformen lassen sich ganz allgemein an einem der asymmetrischen Klasse angehörigen Beispiele, wie an dem bereits S. 308 betrachteten Krystall, dessen Abbildung in Fig. 174 wiederholt ist, feststellen. Denken wir uns dessen Spiegelbild in Bezug auf irgend eine Ebene (in der Figur ist hierzu die Fläche $b = (010)$ gewählt worden), so erhalten wir die in Fig. 175 in genau der gleichen perspectivischen Ansicht abgebildete Krystallform, an welcher alle Krystallflächen genau ebenso bezeichnet sind, wie ihre Spiegelbilder in Fig. 174. Die Elemente dieses zweiten Krystalls sind offenbar nicht vollkommen identisch mit denen des ersten, denn z. B. ist der Axenwinkel α (der Winkel zwischen den Axen b und c rechts oben) ein stumpfer, während α in Fig. 174 das spitze Supplement jenes ist u. s. f. Wir können aber den zweiten Krystall auf genau dieselben Elemente, wie den ersten, beziehen,

---

*) Eine deutsche Ausgabe dieser Arbeit in »Ostwald's Klassikern der exacten Wissenschaften« ist in Vorbereitung.

wenn wir ihn um 180° gedreht denken um die Normale der Fläche *b*, welche vorher als Spiegelungsebene diente; derselbe bietet alsdann den Anblick dar, welcher in Fig. 176 zur Darstellung gebracht ist. Die Fläche *a* ist jetzt parallel der Fläche *a* von Fig. 174 geworden, liegt aber entgegen-



gesetzt (hinten), hat also nun die Indices ($\bar{1}00$), ebenso ist *b* parallel, aber entgegengesetzt *b* von Fig. 174, ist also ($0\bar{1}0$) geworden, endlich *c* parallel und entgegengesetzt *c* in Fig. 174, d. h. ($00\bar{1}$); es sind also die Axenwinkel α, β, γ beider Krystalle die gleichen. Ebenso sind aber auch die Axenlängen *a*, *b*, *c* dieselben, denn die Fläche *o*, welche deren Verhältniss bestimmt, ist der Fläche *o* in Fig. 174 parallel und hat, da sie entgegengesetzt liegt, die Indices ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$). Die zweite Krystallform unterscheidet sich von der ersten nur dadurch, dass an Stelle einer jeden Fläche der ersten die parallele und entgegengesetzte getreten ist, deren Indices man erhält, wenn man die Indices jener mit —1 multiplicirt. Da das gewählte Beispiel den allgemeinsten Fall eines krystallographischen Polyëders ohne Symmetrieebene darstellt, so folgt hieraus der Satz:

Zwei Krystallformen, welche keine Ebene (der einfachen oder zusammengesetzten) Symmetrie besitzen, sind enantiomorph, wenn ihre Elemente die gleichen sind, und die eine von denjenigen Flächen gebildet wird, welche zu sämmtlichen Flächen der andern parallel, aber entgegengesetzt sind.

Es giebt nun eine Reihe von Substanzen, deren chemisches Molekül so beschaffen ist, dass zwei spiegelbildlich gleiche, aber entgegengesetzte Arten der Anordnung der Atome in demselben möglich sind, und welche daher in zwei »physikalisch isomeren« Modificationen auftreten können, die sich chemisch und in vielen Beziehungen auch physikalisch gleich verhalten, deren Lösung aber die Polarisationsebene des Lichtes in entgegengesetztem Sinne dreht (optisch active Substanzen). Die Erfahrung lehrt nun, dass die Krystallformen solcher Körper, wie z. B. der Rechts- und Linksweinsäure mit allen ihren Salzen u. a., stets einer jener elf Klassen angehören, welche einer Ebene der Symmetrie entbehren, und dass die eine Modification Formen zeigt, welche das Spiegelbild jener der unter gleichen Verhältnissen krystallisirten andern Modification darstellen. Es

besteht also das Gesetz: Die Krystallformen zweier entgegengesetzter optisch activer Substanzen sind enantiomorph.

In solchen Fällen ist somit schon eine Enantiomorphie der chemischen Moleküle vorhanden, und es leuchtet ein, dass diese auch eine solche im Aufbau des Krystalls hervorzubringen im Stande ist. In der That haben wir S. 261 f. gesehen, dass die Theorie der regelmässigen Punktsysteme die Möglichkeit von Molekularstructuren ergiebt, in welchen die Anordnung eine schraubenartige, entweder rechte oder linke, ist, und dass dadurch die entgegengesetzte Drehung der Polarisationsebene des Lichtes auch für feste krystallisirte Körper begreiflich wird. Eine solche Molekularstructur kann nun entweder durch die Aneinanderlagerung von Molekülen entstehen, welche selbst schon enantiomorph sind, und in diesem Falle (welcher z. B. für das schwefelsaure Strychnin gilt) sind sowohl die Lösungen, als auch die Krystalle des Körpers optisch activ, — oder die Enantiomorphie kommt nur dem Aufbau der festen Substanz zu (wie es z. B. beim Natriumchlorat, s. S. 257, der Fall ist); dann ist die Lösung inactiv, aber die Krystalle drehen die Polarisationsebene des Lichtes rechts oder links. Endlich giebt es aber auch regelmässige Punktsysteme, welche die Symmetrieverhältnisse einer der elf in Rede stehenden Klassen, aber keine so beschaffenen Schraubungsaxen besitzen, dass bei Ausführung einer Rechts- resp. Linksschraubung als Deckbewegung zweierlei, spiegelbildlich entgegengesetzte Anordnungen der Krystallmoleküle resultiren; alsdann fehlt eine Ursache für die Existenz zweier entgegengesetzt drehender Modificationen, und in der That giebt es Substanzen (z. B. Baryumnitrat), deren Krystalle einer der erwähnten elf Klassen angehören und die Polarisationsebene des Lichtes nicht drehen, obgleich sie einfachbrechend sind und daher die Beobachtung der Circularpolarisation gestatten würden. Hieraus geht hervor, dass das oben angegebene Gesetz nicht umgekehrt gilt, d. h. nicht alle enantiomorphen Krystalle optisch activen Substanzen angehören.

Nach dem Vorhergehenden zerfallen die sämmtlichen Symmetrieklassen der Krystalle in zwei Gruppen, deren eine die Klasse der symmetrielosen Krystalle und diejenigen zehn Klassen umfasst, welche nur Symmetrieaxen besitzen, d. h. alle der Enantiomorphie fähigen Krystalle — während die zweite Gruppe aus den achtzehn Klassen mit Ebenen der einfachen Symmetrie und den drei Klassen mit einer Axe und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie besteht und somit alle Krystallformen enthält, deren Spiegelbilder mit ihnen zur Deckung gebracht werden können. Ausserdem können aber diese 32 Klassen noch in anderer Weise in Gruppen zusammengefasst werden, wie aus dem Folgenden hervorgeht.

Die Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen eines Krystalls (deren Anzahl natürlich von dem Grade seiner Symmetrie abhängt und mit letzterem steigt) soll als eine »einfache Form« bezeichnet

werden. Alsdann ist klar, dass an einem Krystall auch die Flächen mehrerer einfacher Formen auftreten können, sobald denselben nur rationale Indices zukommen. Eine derartige, von ungleichwerthigen, aber krystallographisch möglichen Flächen begrenzte Krystallform nennt man eine **Combination** (wenn, wie in Fig. 174, alle Flächen ungleichwerthig sind, ist der Krystall eine Combination von ebenso viel »Formen«, als er Flächen besitzt). Die Kante zweier ungleichwerthiger Flächen bezeichnet man als »Combinationskante« der beiden Formen, denen jene Flächen angehören.

Für die Kanten einer einfachen Form gilt der Satz, dass deren »gerade Abstumpfung« eine mögliche Fläche des Krystalls ist, d. h. dass in der Zone zweier gleichwerthiger Flächen immer eine dritte Krystallfläche möglich ist, welche mit beiden derart gleiche Winkel bildet, dass sie auf den Normalen jener gleiche Längen abschneidet. Sind diese Normalen zugleich mögliche Kanten des Krystalls, so können dieselben als »Axen« (im Sinne von S. 290) desselben betrachtet werden, und der Krystall hat dann zwei gleichwerthige Axen. Für diesen Fall sagt der eben angeführte Satz aus, dass an einem Krystall mit zwei gleichwerthigen krystallographischen Axen stets Flächen möglich sind, welche auf diesen beiden Axen gleich lange Parameter abschneiden; da die Parameter aller anderer Flächen des Krystalls zu jenen in rationalem Verhältniss stehen müssen, so folgt hieraus, dass jede Fläche eines Krystalls mit zwei gleichwerthigen Axen auf diesen zwei Parameter abschneidet, welche zu einander in rationalem Verhältniss ihrer Länge stehen.

Für jede »einfache Form« gilt ferner, wie bei jeder der einzelnen Klassen im speciellen Theile sich ergeben wird, dass **die Axen eines Krystalls stets so gewählt werden können, dass alle gleichwerthigen Flächen gleiche Indiceszahlen erhalten.** Hierdurch ist man nun in den Stand gesetzt, durch die Indices **einer** Fläche die vollständige einfache Form zu bezeichnen, indem durch eine besondere Gestalt der die drei Indiceszahlen umgebenden Klammer angedeutet wird, dass nicht die einzelne Fläche (hkl), sondern die Gesammtheit aller damit gleichwerthiger, die gleichen Indiceszahlen besitzender Flächen gemeint sein soll. Dies geschieht durch das Symbol $\{hkl\}$.

In gewissen Klassen der Krystalle mit höherer Symmetrie umfasst die Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen zugleich die Gesammtheit aller Krystallflächen mit den gleichen Zahlenwerthen der Indices; bei geringerem Grade der Symmetrie ist die Anzahl der gleichwerthigen Flächen eine geringere, nämlich nur die Hälfte oder der vierte oder endlich nur der achte Theil der letzteren. Unter allen Klassen, denen überhaupt eine Symmetrie zukommt, besitzt den niedrigsten Grad offenbar diejenige mit einer zweizähligen Axe und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie (Fig. 170), denn hier sind nur parallele Flächen gleichwerthig; in dieser Klasse besteht also die vollständige einfache Form $\{hkl\}$ aus den beiden Flächen (hkl) und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$, während noch sechs andere Flächen mit denselben Indiceszahlen,

$(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}k\bar{l})$ u. s. f. existiren, welche jedoch drei andern einfachen Formen angehören. In der Klasse der asymmetrischen Krystalle endlich ist die einzelne Fläche (hkl) zugleich die vollständige einfache Form $\{hkl\}$, es existiren also acht verschiedene einfache Formen mit den gleichen Zahlenwerthen der Indices, nämlich $\{hkl\}$, $\{h\bar{k}l\}$, $\{\bar{h}\bar{k}\bar{l}\}$ u. s. f.

Trifft man nun in allen 32 Klassen der Krystalle die Wahl der Axen so, dass jedesmal gleichwerthige Flächen gleiche Indiceszahlen erhalten, so zeigt sich, dass diese Wahl für eine Anzahl jener Klassen in gleicher Weise getroffen werden muss, um die genannte Bedingung zu erfüllen. Die geometrischen Formen solcher Klassen stehen demnach unter einander insofern in einer näheren Beziehung, als sie auf ein gleichartiges Axensystem zu beziehen sind, und können demnach naturgemäss zu einer Gruppe zusammengefasst werden. Eine derartige Gruppe nennt man ein **Krystallsystem**. Die Gesammtheit der 32 Symmetrieklassen der Krystalle zerfällt in sieben Krystallsysteme, wie folgt:

I. Das **trikline Krystallsystem**: drei schiefwinkelige ungleichwerthige Axen (umfasst 2 Klassen).

II. Das **monokline Krystallsystem**: drei ungleichwerthige Axen, deren zwei einen schiefen Winkel einschliessen, während die dritte zu beiden senkrecht steht (3 Klassen).

III. Das **rhombische Krystallsystem**: drei zu einander senkrechte ungleichwerthige Axen (3 Klassen).

IV. Das **trigonale Krystallsystem**, mit drei zu einander gleich geneigten, gleichwerthigen Axen, umfasst alle Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe (7 Klassen).

V. Das **tetragonale Krystallsystem**, mit drei zu einander senkrechten Axen, von denen zwei gleichwerthig sind, umfasst alle Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe (7 Klassen).

VI. Das **hexagonale Krystallsystem**: drei in einer Ebene liegende, einander unter 60° schneidende gleichwerthige Axen (von denen nur zwei als Krystallaxen in Betracht kommen) und zu diesen senkrecht eine mit ihnen nicht gleichwerthige; alsdann ist die letztere eine sechszählige Symmetrieaxe (5 Klassen).

VII. Das **kubische Krystallsystem**, mit drei zu einander senkrechten, gleichwerthigen Axen, welche den Kanten des regulären Würfels (Kubus) entsprechen, umfasst die 5 Klassen von Krystallen mit drei zu einander senkrechten zwei- oder vierzähligen und vier dreizähligen Symmetrieaxen.

Da die Symmetrie der geometrischen Form der Krystalle nach Früherem nur eine Manifestation der Symmetrie ihrer physikalischen Natur sein kann, so müssen die zu einem Krystallsystem gehörigen Klassen offenbar auch in Bezug auf ihre physikalischen Eigenschaften durch gewisse Gesetzmässigkeiten, welche ihnen gemeinsam sind und sie von denen anderer Krystallsysteme unterscheiden, verbunden sein. Während die Beziehungen der

hysikalischen Eigenschaften zu der Symmetrie der Krystallform, wie sie ich aus der letzteren ergeben, für jede der 32 Klassen bei deren Berachtung im Einzelnen später dargelegt werden soll, möge an dieser Stelle ur eine Uebersicht über jene allgemeineren Gesetzmässigkeiten, welche ür die Krystallsysteme in physikalischer Hinsicht gelten, Platz finden.

I. Das trikline System umfasst die asymmetrischen Krystalle und liejenigen, in welchen parallele und entgegengesetzte Flächen gleichwerthig ind (S. 320, Fig. 170), d. h. alle Krystalle, in welchen nur gleiche oder ntgegengesetzte Richtungen gleichwerthig sind. Dies entspricht nun dem hysikalischen Verhalten der S. 243 als der ersten Klasse angehörig beeichneten, optisch zweiaxigen Krystalle, welche in je zwei Richtungen, die inen von 0 und 180° verschiedenen Winkel mit einander bilden, stets verschiedenes physikalisches Verhalten zeigen (vgl. auch S. 233 c).

II. Die monoklinen Krystalle besitzen eine Axe oder eine Ebene der einfachen Symmetrie oder beides; zu einer beliebigen Richtung gehört daher immer eine zweite, in welcher alle physikalischen Eigenschaften die gleichen sein müssen. Dies ist nur möglich, wenn sie die 2. Klasse der optisch zweiaxigen Krystalle nach S. 243 bilden, welche für alle Farben einen gemeinsamen optischen Hauptschnitt haben, sowie die Klasse derjenigen Krystalle, in welchen sich Elasticität und Cohäsion nach einer Ebene symmetrisch mit der Richtung ändern (vergl. S. 208 und 232).

III. Das rhombische System, zu welchem die Krystalle gehören, deren Symmetrieverhältnisse in den Figuren 168 und 169 dargestellt sind, umfasst alle optisch zweiaxigen Krystalle, deren optische Eigenschaften, Elasticität, Cohäsion u. s. w. symmetrisch sind zu drei auf einander senkrechten Ebenen (vergl. S. 207, 232 a, 243).

Das trikline, das monokline und das rhombische Krystallsystem umfassen also die Gesammtheit der optisch zweiaxigen Krystalle und sie entsprechen genau den drei Klassen, in welche die letzteren in physikalischer Beziehung zerfallen.

IV. Die trigonalen Krystalle besitzen drei, zur singulären dreizähligen Axe gleich geneigte, gleichwerthige Richtungen; diese können optisch nur dann gleichwerthig sein, wenn die Indexfläche ein Rotationsellipsoid und die dreizählige Symmetrieaxe die optische Axe ist. Aus S. 231 geht ferner hervor, dass die Krystalle dieses Systems nach einem Rhomboëder oder einem hexagonalen Prisma oder nach der zur dreizähligen Axe senkrechten Ebene spalten, sowie dass die Dreizähligkeit dieser Richtung auch in den Elasticitätsverhältnissen hervortritt.

V. Die tetragonalen Krystalle besitzen vier, zur singulären vierzähligen Axe gleich geneigte, gleichwerthige Richtungen, müssen daher ebenfalls optisch einaxig sein, und ihre optische Axe muss der vierzähligen Axe parallel sein; ihre Elasticitäts- und Cohäsionsverhältnisse (S. 206 f. Abth. d und e; S. 231) entsprechen ebenfalls der Symmetrie nach einer vierzähligen Axe.

VI. Die hexagonalen Krystalle zeigen das gleiche Verhältniss in je sechs zur singulären sechszähligen Symmetrieaxe gleich geneigten Richtungen, daher jene Axe ebenfalls einzige optische Axe sein muss, während die Spaltbarkeit (s. S. 231) nur nach einer hexagonalen Pyramide, ebensolchem Prisma oder Basis gehen kann, und die Dehnungsfläche die Gestalt einer Rotationsfläche (s. S. 205 a) mit der sechszähligen Axe als Rotationsaxe besitzt.

Das trigonale, das tetragonale und das hexagonale Krystallsystem umfassen demnach die Gesammtheit der optisch einaxigen Krystalle.

VII. Die kubischen Krystalle sind nach drei zu einander senkrechten Richtungen gleichwerthig, repräsentiren also den Fall, in welchem die drei Axen des optischen Indexellipsoids gleich gross sind, d. h.:

Das kubische Krystallsystem umfasst die einfachbrechenden Krystalle.

Die Gesetzmässigkeiten in Bezug auf die Gleichwerthigkeit gewisser Richtungen, welche ein Krystallsystem charakterisiren, müssen ihren Ausdruck auch finden in der Gleichheit der Anordnung der Krystallmoleküle in den betreffenden Richtungen. Die einfachste Anschauung über die Molekularstructur der Krystalle, die sogenannte Raumgitter-Theorie, führt, wie S. 252 f. auseinandergesetzt wurde, zu dem Schlusse, dass es nur sieben Klassen von Krystallen geben könne. Vergleicht man nun die ihnen entsprechenden Structurarten, d. h. die a. a. O. beschriebenen und abgebildeten sieben Arten von Raumgittern mit den sieben Krystallsystemen, und zwar in der gleichen Reihenfolge, so zeigt sich, dass diese in Bezug auf die Gleichwerthigkeit verschiedener Richtungen genau dieselben Gesetzmässigkeiten zeigen. Es ergeben sich also aus den Annahmen, welche jener Theorie der Molekularstructur zu Grunde liegen, dieselben Krystallsysteme als die einzigen möglichen, welche aus dem Gesetze der rationalen Indices als die einzigen möglichen folgen. Drittens führt aber auch die Erfahrung zu dem gleichen Resultate, denn bisher sind noch nie Krystalle beobachtet worden, welche nicht einer dieser sieben Gruppen angehörten. Die Verschiedenheiten der Symmetrie, welche innerhalb derselben die einzelnen Klassen der Krystalle zeigen, können dagegen, wie S. 256 f. gezeigt wurde, aus deren Aufbau allein nur durch Annahme allgemeinerer Theorien von mehr hypothetischem Charakter (s. S. 267 und 268) erklärt werden, während sie sich nach dem Vorhergehenden vollständig und zweifellos aus dem geometrischen Grundgesetze der Krystallographie ergeben. Auch diese Schlüsse finden ihre vollständige Bestätigung durch die Erfahrung, da noch niemals ein Krystall beobachtet worden ist, welcher andere Symmetrieverhältnisse, als die im Vorhergehenden als möglich erkannten, gezeigt hätte.

Im Folgenden soll nun eine Uebersicht der sämmtlichen 32 Symmetrieklassen, nach den Krystallsystemen so geordnet, wie sie weiterhin im Einzelnen beschrieben werden, gegeben werden. Der Name, mit welchem

jede Klasse bezeichnet ist, bezieht sich auf denjenigen der allgemeinsten, in der betreffenden Klasse möglichen, einfachen Form und wird in der speciellen Behandlung derselben seine Erläuterung finden. Will man nun die Zugehörigkeit eines Krystalls zu irgend einer der hier aufgezählten Klassen angeben, so kann man dies durch Verbindung des Namens derselben mit dem Namen des Systems, z. B. ist ein »rhombisch pyramidaler« Krystall ein solcher der 7., ein »tetragonal pyramidaler« ein solcher der 10. Klasse u. s. f. Endlich muss noch bemerkt werden, dass für die drei Systeme der optisch einaxigen Krystalle eine andere Reihenfolge gewählt ist, als im Vorhergehenden, weil die erste Klasse der tetragonalen Krystalle sich durch das Vorhandensein einer zweizähligen Symmetrieaxe näher an diejenigen der drei ersten Systeme anschliesst, andererseits aber die trigonalen Krystalle den hexagonalen so nahe verwandt sind, dass sie (wenn auch weniger naturgemäss) auf das gleiche Axensystem bezogen werden können und daher vielfach mit ihnen zu einem einzigen Krystallsystem zusammengefasst werden; die Trennung dieses in ein trigonales und ein hexagonales ist sogar mit einer gewissen Willkür verbunden, weil die Krystalle mit einer sechszähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie, welche nach S. 321 zugleich eine dreizählige der einfachen Symmetrie ist, deshalb mit gleichem Rechte zum hexagonalen, wie zum trigonalen System gerechnet werden können. Aus diesen Gründen empfiehlt es sich, das tetragonale Krystallsystem voranzuschicken und das trigonale und hexagonale unmittelbar auf einander folgen zu lassen.

I. Triklines Krystallsystem.

1. Asymmetrische Klasse. Keine Symmetrie.
2. Pinakoidale Klasse. Eine zweizählige Axe und dazu senkrechte Ebene der zusammengesetzten Symmetrie.

II. Monoklines Krystallsystem.

3. Sphenoidische Klasse. Eine zweizählige Symmetrieaxe.
4. Domatische Klasse. Eine Symmetrieebene.
5. Prismatische Klasse. Eine Symmetrieebene und eine dazu senkrechte zweizählige Symmetrieaxe.

III. Rhombisches Krystallsystem.

6. Bisphenoidische Klasse. Drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen.
7. Pyramidale Klasse. Eine zweizählige Axe und zwei ihr parallele, einander unter 90° schneidende Ebenen der Symmetrie.
8. Bipyramidale Klasse. Drei zu einander senkrechte Symmetrieebenen und drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen.

VI. Die hexagonalen Krystalle zeigen das gleiche Verhältniss in je sechs zur singulären sechszähligen Symmetrieaxe gleich geneigten Richtungen, daher jene Axe ebenfalls einzige optische Axe sein muss, während die Spaltbarkeit (s. S. 231) nur nach einer hexagonalen Pyramide, ebensolchen Prisma oder Basis gehen kann, und die Dehnungsfläche die Gestalt einer Rotationsfläche (s. S. 205 a) mit der sechszähligen Axe als Rotationsaxe besitzt.

Das trigonale, das tetragonale und das hexagonale Krystallsystem umfassen demnach die Gesammtheit der optisch einaxigen Krystalle.

VII. Die kubischen Krystalle sind nach drei zu einander senkrechten Richtungen gleichwerthig, repräsentiren also den Fall, in welchem die drei Axen des optischen Indexellipsoids gleich gross sind, d. h.:

Das kubische Krystallsystem umfasst die einfachbrechenden Krystalle.

Die Gesetzmässigkeiten in Bezug auf die Gleichwerthigkeit gewisser Richtungen, welche ein Krystallsystem charakterisiren, müssen ihren Ausdruck auch finden in der Gleichheit der Anordnung der Krystallmoleküle in den betreffenden Richtungen. Die einfachste Anschauung über die Molekularstructur der Krystalle, die sogenannte Raumgitter-Theorie, führt, wie S. 252 f. auseinandergesetzt wurde, zu dem Schlusse, dass es nur sieben Klassen von Krystallen geben könne. Vergleicht man nun die ihnen entsprechenden Structurarten, d. h. die a. a. O. beschriebenen und abgebildeten sieben Arten von Raumgittern mit den sieben Krystallsystemen, und zwar in der gleichen Reihenfolge, so zeigt sich, dass diese in Bezug auf die Gleichwerthigkeit verschiedener Richtungen genau dieselben Gesetzmässigkeiten zeigen. Es ergeben sich also aus den Annahmen, welche jener Theorie der Molekularstructur zu Grunde liegen, dieselben Krystallsysteme als die einzigen möglichen, welche aus dem Gesetze der rationalen Indices als die einzigen möglichen folgen. Drittens führt aber auch die Erfahrung zu dem gleichen Resultate, denn bisher sind noch nie Krystalle beobachtet worden, welche nicht einer dieser sieben Gruppen angehörten. Die Verschiedenheiten der Symmetrie, welche innerhalb derselben die einzelnen Klassen der Krystalle zeigen, können dagegen, wie S. 256 f. gezeigt wurde, aus deren Aufbau allein nur durch Annahme allgemeinerer Theorien von mehr hypothetischem Charakter (s. S. 267 und 268) erklärt werden, während sie sich nach dem Vorhergehenden vollständig und zweifellos aus dem geometrischen Grundgesetze der Krystallographie ergeben. Auch diese Schlüsse finden ihre vollständige Bestätigung durch die Erfahrung, da noch niemals ein Krystall beobachtet worden ist, welcher andere Symmetrieverhältnisse, als die im Vorhergehenden als möglich erkannten, gezeigt hätte.

Im Folgenden soll nun eine Uebersicht der sämmtlichen 32 Symmetrieklassen, nach den Krystallsystemen so geordnet, wie sie weiterhin im Einzelnen beschrieben werden, gegeben werden. Der Name, mit welchem

jede Klasse bezeichnet ist, bezieht sich auf denjenigen der allgemeinsten, in der betreffenden Klasse möglichen, einfachen Form und wird in der speciellen Behandlung derselben seine Erläuterung finden. Will man nun die Zugehörigkeit eines Krystalls zu irgend einer der hier aufgezählten Klassen angeben, so kann man dies durch Verbindung des Namens derselben mit dem Namen des Systems, z. B. ist ein »rhombisch pyramidaler« Krystall ein solcher der 7., ein »tetragonal pyramidaler« ein solcher der 10. Klasse u. s. f. Endlich muss noch bemerkt werden, dass für die drei Systeme der optisch einaxigen Krystalle eine andere Reihenfolge gewählt ist, als im Vorhergehenden, weil die erste Klasse der tetragonalen Krystalle sich durch das Vorhandensein einer zweizähligen Symmetrieaxe näher an diejenigen der drei ersten Systeme anschliesst, andererseits aber die trigonalen Krystalle den hexagonalen so nahe verwandt sind, dass sie (wenn auch weniger naturgemäss) auf das gleiche Axensystem bezogen werden können und daher vielfach mit ihnen zu einem einzigen Krystallsystem zusammengefasst werden; die Trennung dieses in ein trigonales und ein hexagonales ist sogar mit einer gewissen Willkür verbunden, weil die Krystalle mit einer sechszähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie, welche nach S. 321 zugleich eine dreizählige der einfachen Symmetrie ist, deshalb mit gleichem Rechte zum hexagonalen, wie zum trigonalen System gerechnet werden können. Aus diesen Gründen empfiehlt es sich, das tetragonale Krystallsystem voranzuschicken und das trigonale und hexagonale unmittelbar auf einander folgen zu lassen.

I. Triklines Krystallsystem.

1. Asymmetrische Klasse. Keine Symmetrie.
2. Pinakoidale Klasse. Eine zweizählige Axe und dazu senkrechte Ebene der zusammengesetzten Symmetrie.

II. Monoklines Krystallsystem.

3. Sphenoidische Klasse. Eine zweizählige Symmetrieaxe.
4. Domatische Klasse. Eine Symmetrieebene.
5. Prismatische Klasse. Eine Symmetrieebene und eine dazu senkrechte zweizählige Symmetrieaxe.

III. Rhombisches Krystallsystem.

6. Bisphenoidische Klasse. Drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen.
7. Pyramidale Klasse. Eine zweizählige Axe und zwei ihr parallele, einander unter 90° schneidende Ebenen der Symmetrie.
8. Bipyramidale Klasse. Drei zu einander senkrechte Symmetrieebenen und drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen.

IV. Tetragonales Krystallsystem.

9. Bisphenoidische Klasse. Eine vierzählige Axe und dazu senkrechte Ebene der zusammengesetzten Symmetrie.
10. Pyramidale Klasse. Eine vierzählige Axe der einfachen Symmetrie.
11. Skalenoëdrische Klasse. Eine vierzählige Axe und dazu senkrechte Ebene der zusammengesetzten Symmetrie; zwei in der letzteren gelegene, zu einander senkrechte, zweizählige Symmetrieaxen; zwei Symmetrieebenen, welche einander in der vierzähligen Axe schneiden und die Winkel der zweizähligen halbiren.
12. Trapezoëdrische Klasse. Eine vierzählige Symmetrieaxe und vier zweizählige in der zu jener senkrechten Ebene.
13. Bipyramidale Klasse. Eine vierzählige Axe und eine dazu senkrechte Ebene der einfachen Symmetrie.
14. Ditetragonal-pyramidale Klasse. Eine vierzählige Symmetrieaxe und vier in derselben einander schneidende Symmetrieebenen.
15. Ditetragonal-bipyramidale Klasse. Ausser den vorigen eine Symmetrieebene und vier zweizählige Symmetrieaxen, sämmtlich senkrecht zur vierzähligen Axe.

V. Trigonales Krystallsystem.

16. Pyramidale Klasse. Eine dreizählige Symmetrieaxe.
17. Rhomboëdrische Klasse. Eine dreizählige Axe der einfachen, welche zugleich sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie.
18. Trapezoëdrische Klasse. Eine dreizählige Symmetrieaxe und drei zweizählige in der zu jener senkrechten Ebene.
19. Bipyramidale Klasse. Eine dreizählige Axe und eine dazu senkrechte Ebene der einfachen Symmetrie.
20. Ditrigonal-pyramidale Klasse. Eine dreizählige Symmetrieaxe und drei in derselben einander schneidende Symmetrieebenen.
21. Ditrigonal-skalenoëdrische Klasse. Ausser den vorigen drei zweizählige Symmetrieaxen in der zur dreizähligen senkrechten Ebene.
22. Ditrigonal-bipyramidale Klasse. Ausser den Symmetrieelementen der 20. Klasse noch eine Symmetrieebene und sechs zweizählige Symmetrieaxen, sämmtlich senkrecht zur dreizähligen Axe.

VI. Hexagonales Krystallsystem.

23. Pyramidale Klasse. Eine sechszählige Symmetrieaxe.
24. Trapezoëdrische Klasse. Eine sechszählige Symmetrieaxe und sechs zweizählige in der zu jener senkrechten Ebene.
25. Bipyramidale Klasse. Eine sechszählige Axe und eine dazu senkrechte Ebene der einfachen Symmetrie.

26. Dihexagonal-pyramidale Klasse. Eine sechszählige Symmetrieaxe und sechs in derselben einander schneidende Symmetrieebenen.

27. Dihexagonal-bipyramidale Klasse. Ausser den vorigen eine Symmetrieebene und sechs zweizählige Symmetrieaxen, sämmtlich senkrecht zur sechszähligen Axe.

VII. Kubisches Krystallsystem.

28. Tetraëdrisch-pentagondodekaëdrische Klasse. Drei gleichwerthige, zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen, und vier, ebenfalls gleichwerthige, dreizählige, gegen jene gleich geneigt.

29. Pentagon-ikositetraëdrische Klasse. Drei gleichwerthige, zu einander senkrechte vierzählige Symmetrieaxen, vier dreizählige wie vorher, endlich sechs zweizählige, welche den Winkel zweier vierzähliger halbiren.

30. Dyakisdodekaëdrische Klasse. Ausser den Symmetrieelementen der Klasse 28 noch drei Symmetrieebenen, senkrecht zu den zweizähligen Axen.

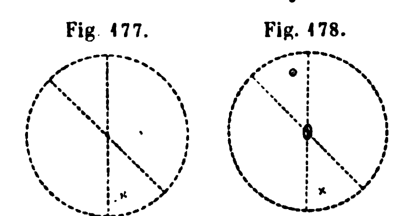
31. Hexakistetraëdrische Klasse. Ausser den Symmetrieelementen der Klasse 28 noch sechs Symmetrieebenen, welche die Winkel der Symmetrieebenen der vorigen Klasse halbiren.

32. Hexakisoktaëdrische Klasse. Drei zu einander senkrechte vierzählige, gleichwerthige Symmetrieaxen, vier dreizählige und sechs zweizählige, wie vorher; ausserdem sämmtliche Symmetrieebenen der Klassen 30 und 31.

Anmerkung. Dass die letzte Klasse den höchsten, an einem krystallographischen Polyëder möglichen, Grad der Symmetrie repräsentirt, folgt daraus, dass durch Hinzufügung irgend einer weiteren Axe oder Ebene der Symmetrie die vorhandenen Symmetrieaxen sich in mehr als sechszählige verwandeln würden, wie leicht an der Hand der entsprechenden Projection einzusehen ist.

I. Triklines Krystallsystem.

Das trikline Krystallsystem umfasst die asymmetrischen Krystalle und diejenigen mit einer zweizähligen Axe und dazu senkrechter Ebene der zusammengesetzten Symmetrie. Projicirt man einen Krystall der ersten Klasse auf eine beliebige seiner Flächen als Ebene des Grundkreises und bezeichnet zwei beliebige Kanten in dieser Ebene durch punktirte Gerade, so erhält man die Projection Fig. 177. Wählt man die beiden eben bezeichneten Kanten als krystallographische Axen a und b (die Ebene des Grundkreises also zur Axenebene (001)), ferner zwei beliebige Krystallflächen aus der Zone der ersten und der zweiten Kante als Axenebenen (100) und (010), so wird die zur Projectionsebene schiefe Durchschnittsrichtung der beiden letzteren zur Axe c und das Zeichen × deutet den Pol einer beliebigen Krystallfläche (hkl) an. Nach S. 326 ist diese zugleich die vollständige Form $\{hkl\}$. Gehört der Krystall jedoch der zweiten Klasse an, so entspricht nach S. 325 der Fläche (hkl) noch eine zweite gleichwerthige ($\bar{h}\bar{k}\bar{l}$), welche mit ihr die einfache Form $\{hkl\}$ bildet. Im ersteren Falle existirt zu der durch einen Pol auf der Kugel bestimmten Richtung keine mit ihr gleichwerthige im Krystall, im zweiten Falle ist nur die ihr entgegengesetzte mit ihr gleichwerthig, keine andere. Hiernach können die Krystalle dieser beiden Klassen sich nur durch solche physikalische Eigenschaften unterscheiden, in Bezug auf welche eine Differenz des Verhaltens zweier entgegengesetzter Richtungen möglich ist, nämlich durch die Härte, Pyroëlektricität, Auflösung (Aetzfiguren auf zwei entgegengesetzten parallelen Flächen) u. s. w., während sie in allen übrigen (nicht polaren) physikalischen Eigenschaften übereinstimmen müssen. Ihr Verhalten in Bezug auf die letzteren folgt unmittelbar aus der Thatsache, dass in einem Krystall dieses Systems zwei Richtungen, welche einen andern Winkel mit einander bilden, als 0° oder 180°, niemals gleichwerthig sind.


Fig. 177. Fig. 178.

Das letztere gilt nun in optischer Beziehung nur für diejenigen zweiaxigen Krystalle, in welchen sämmtliche drei Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes für die verschiedenen Farben eine ungleiche Orientirung besitzen; denn schon bei der Coincidenz nur einer derselben für alle Farben

würden, wie aus S. 110—115 hervorgeht, je zwei Richtungen, deren Winkel von der gemeinschaftlichen Hauptschwingungsrichtung halbirt wird, optisch gleichwerthig sein; der Krystall würde dann unendlich viele, paarweise gleichwerthige Richtungen besitzen, welche alle möglichen Winkel mit einander einschliessen. Somit müssen die triklinen Krystalle den S. 115—116 betrachteten Fall darstellen, in welchem die Dispersion der optischen Axen eine vollständig unsymmetrische ist, und durch diese Eigenschaft allein kann daher ein Krystall als unzweifelhaft zu diesem System gehörig erkannt werden. Wie die Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben eine von einander unabhängige Orientirung besitzen, so besteht auch keine allgemeine gesetzmässige Abhängigkeit derselben von der Stellung der Krystallflächen (mit Ausnahme der S. 233 erwähnten, häufig erkennbaren Beziehung zu den Spaltungsflächen), und ihre Orientirung ist für jeden einzelnen Fall besonders zu bestimmen. Dies kann entweder geschehen durch Beobachtung der Interferenzerscheinungen im convergenten polarisirten Lichte nach S. 116—117 oder durch die Messung der Schwingungsrichtungen des aus verschiedenen Flächen des Krystalls austretenden parallelen Lichtes, aus welchen man, wenn dieselben für eine genügende Zahl verschieden orientirter Platten des Krystalls bestimmt sind, die Winkel berechnen kann, welche die drei Hauptschwingungsrichtungen mit den Krystallflächen, denen die Platten parallel sind, bilden. Diese Bestimmung ist natürlich für jede Farbe besonders auszuführen, da, wie aus § 16 (S. 96 f.) hervorgeht, eine von zwei parallelen Krystallflächen gebildete Platte im vorliegenden Falle je nach ihrer Orientirung nicht nur verschiedene Schiefe der Schwingungsrichtungen in Bezug auf die die Platte begrenzenden Kanten, sondern auch verschiedene Dispersion der Schwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben zeigen muss. Die letztere Erscheinung im parallelen Lichte kann daher ebenso, wie die unsymmetrische Dispersion der Axenbilder im convergenten Lichte, dazu dienen, einen triklinen Krystall als solchen zu erkennen. Das Nähere über diese verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen in einem triklinen Krystall siehe in der III. Abtheilung.

Die thermischen Verhältnisse der triklinen Krystalle entsprechen, wie schon aus den betreffenden Paragraphen der I. Abtheilung hervorgeht, vollkommen den optischen. Was zunächst die Wärmeleitungsfähigkeit betrifft, so folgt die unsymmetrische Lage der Axen des Wärmeleitungsellipsoides aus dem Umstande, dass die grosse und kleine Axe der isothermen Fläche, welche durch den Sénarmont'schen Versuch auf irgend einer Krystallfläche erhalten wird, auf jeder derselben eine andere Schiefe gegen die sie begrenzenden Kanten besitzt, wobei es natürlich nicht ausgeschlossen ist, dass der Winkel dieser Schiefe auch einen sehr kleinen Werth annehmen kann (s. weiterhin unter »Kupfervitriol«). Da ebenso die Richtungen der grössten, mittleren und kleinsten Ausdehnung durch die Wärme in keiner allgemeinen gesetzmässigen Beziehung zur Krystallform stehen, so

ist deren Orientirung für jeden triklinen Krystall und, wie aus S. 179 hervorgeht, für jedes Temperaturintervall besonders zu bestimmen. Da nun die Elemente eines triklinen Krystalls aus den Winkeln zwischen je vier beliebigen Flächen berechnet werden, deren Stellung in Bezug auf die thermischen Axen desselben, je nach der Wahl der vier Elementarflächen, eine mehr oder weniger verschiedene ist, so müssen die Aenderungen, welche die Elemente: $a : b$, $b : c$, α, β, γ durch eine Aenderung der Temperatur erfahren, für jede dieser fünf Grössen andere sein, und da gesetzmässig keine Fläche eines triklinen Krystalls einer thermischen Axe oder einem thermischen Hauptschnitt parallel ist, so müssen überhaupt alle Winkel eines triklinen Krystalls mit der Temperatur variiren und zwar jeder in anderer Weise, je nach der Stellung der ihn einschliessenden Krystallflächen zu den thermischen Axen des Krystalls*), während natürlich, wie bei jeder homogenen Deformation, die Indices und alle von diesen abhängigen Verhältnisse erhalten bleiben (s. S. 297). Wählt man daher zu Axen des Krystalls zwei seiner Kanten, welche sehr nahe 90° mit einander bilden, so wird es immer eine Temperatur geben, bei welcher (falls der Krystall bei derselben existenzfähig ist) jener Winkel genau 90° beträgt, ohne dass diesem speciellen Werthe eine besondere geometrische oder physikalische Bedeutung zukäme. Hieraus geht hervor, dass die S. 326 gegebene Definition des triklinen Krystallsystems so zu verstehen ist, dass zu ihm alle Krystalle mit drei »im Allgemeinen schiefwinkeligen und ungleichen Axen« gehören. Aus den thermischen Ausdehnungsverhältnissen der triklinen Krystalle folgt ferner, dass auch die Lage aller drei Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes mit der Temperatur variirt (vergl. S. 187). Betreffs ihrer elektrischen Eigenschaften s. S. 191.

In Bezug auf das Verhalten gegenüber mechanischen Kräften stellen die triklinen Krystalle ebenso, wie in Bezug auf die bisher betrachteten physikalischen Eigenschaften, den allgemeinsten möglichen Fall dar, welcher betreffs der Elasticitätsverhältnisse S. 208, betreffs der Cohäsion S. 233 behandelt wurde, wonach diese Krystalle nur singuläre Minima der Cohäsion besitzen und daher niemals nach mehreren Flächen gleich vollkommen spalten. Die Eigenschaft der Spaltbarkeit ist nun von besonderer Wichtigkeit deshalb, weil die Molekularstructur der triklinen Krystalle auch nach der Theorie der regelmässigen Punktsysteme (s. S. 259) nur als diejenige einfacher Raumgitter (und zwar solcher, welche den allgemeinen S. 249 entwickelten Fall repräsentiren) aufgefasst werden kann, und weil bei diesen jene einfache Beziehung zur Spaltbarkeit besteht, welche S. 251 auseinandergesetzt wurde. Aus der letzteren würde daher folgen, dass in einem triklinen Krystall die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit parallel

*) Dass Richtung und Grösse der thermischen Axen aus der Messung der Aenderung einer grösseren Anzahl von Winkeln berechnet werden können, wurde bereits S. 182 erwähnt.

den am dichtesten mit Krystallmolekülen besetzten Netzebenen des Elementarparallelepipeds (s. S. 252) ist, und wenn mehrere Minima der Cohäsion zu beobachten sind, dass die Ebene der zweiten, weniger vollkommenen Spaltbarkeit denjenigen Netzebenen des Elementarparallelepipeds entspricht, in welchen die Flächendichtigkeit geringer als in der vorigen, aber grösser als in jeder andern ist, u. s. f. Es liegt hier also derjenige Fall vor, in welchem die Molekularstructur die denkbar einfachste ist und daher der Schluss aus den Eigenschaften des Krystalls nach den S. 295—296 angegebenen Principien auf die Structur am leichtesten gezogen werden kann. Da nach S. 273 die günstigsten Bedingungen für die Ausbildung denjenigen Krystallflächen zukommt, welche am dichtesten mit Molekülen besetzt sind, so müssten ferner an einem triklinen Krystall stets diejenigen Flächen, denen die vollkommenste Spaltbarkeit parallel geht, am grössten ausgebildet erscheinen, die der zweitbesten Spaltbarkeit parallelen etwas weniger gross u. s. f. Nun wird aber, wie S. 274—275 gezeigt wurde, das Wachsthum der Krystallflächen ausser von der Molekularstructur in zweiter Linie auch beeinflusst von den Umständen während der Bildung des Krystalls. Hiernach ist zu erwarten, dass zwar die Ebenen der Spaltbarkeit an einem triklinen Krystall im Allgemeinen als Krystallflächen auftreten, dass dieselben auch oft um so grösser ausgebildet erscheinen werden, je vollkommener die ihnen parallele Spaltbarkeit ist, dass aber ebenso auch andere Grössenverhältnisse derselben vorkommen werden. Diese Schlüsse werden denn nun durch die Beobachtung vollständig bestätigt, wie aus der weiterhin folgenden Beschreibung triklin krystallisirender Substanzen, welche besonders ausgezeichnete Minima der Cohäsion besitzen, hervorgehen wird, — und diese Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung macht es in hohem Grade wahrscheinlich, dass in der That die Molekularstructur der triklinen Krystalle im Allgemeinen einem Raumgitter entspricht.

Der Unterschied, welchen die beiden Klassen der triklinen Krystalle insofern darbieten, als die der einen in zwei entgegengesetzten Richtungen sich verschieden, die der andern dagegen gleich verhalten, müsste nach der zuletzt entwickelten Ansicht auf der Beschaffenheit der Krystallmoleküle selbst beruhen. Will man diesen Unterschied jedoch durch den Aufbau des betreffenden Krystalls erklären, so muss man diejenigen der ersten Klasse als aus zweierlei Molekülen bestehend betrachten. Eine solche Annahme ist möglich für die Krystallwasser-Verbindungen (s. S. 267), von denen mehrere zu der Klasse der asymmetrischen Krystalle gehören, während hier nicht anwendbar erscheint die S. 268 erwähnte Theorie, nach welcher die Krystalle im Allgemeinen aus zweierlei, chemisch gleichen, aber enantiomorphen Molekülen aufgebaut sind, und nur diejenigen, welche in enantiomorphen Formen auftreten, aus einer Art von Molekülen bestehen. Die Erfahrung lehrt nämlich, dass die triklin krystallisirenden weinsauren Salze, welche unzweifelhaft nur aus einer Art von Molekülen bestehen, der asymmetrischen (nach S. 322 f. enantiomorphen) Klasse angehören, deren

Erklärung aus jener Theorie nur durch Annahme von zweierlei Molekülen möglich ist, während die aus den enantiomorphen Molekülen der Rechts- und Links-Weinsäure zusammengesetzte Traubensäure im krystallisirten Zustande die Symmetrie der zweiten Klasse zeigt, deren Structur durch Aufbau aus congruenten Molekülen erklärt werden kann. Darnach muss man wohl schliessen, dass auch hier in beiden Fällen eine einfache Raumgitterstructur vorliegt, in welcher alle Krystallmoleküle parallel orientirt sind, und dass die Asymmetrie der zuerst erwähnten Salze auf der Asymmetrie resp. Enantiomorphie der Krystallmoleküle beruhe. Durch diese Annahme wird es auch vollkommen begreiflich, dass die beiden entgegengesetzten Flächen eines asymmetrischen Krystalls ungleiche Wachsthumsverhältnisse zeigen, da ihnen entgegengesetzte Seiten der Moleküle entsprechen, nach welchen daher die letzteren auch ungleiche Wirkungen ausüben müssen.

Existiren ausser der parallelen Orientirung der Moleküle eines triklinen Krystalls noch andere stabile Gleichgewichtslagen derselben, und findet die Anlagerung von Theilchen in einer derartigen gegenseitigen Orientirung statt. so entsteht ein Zwilling, und betreffs der Zwillingsbildung repräsentirt das trikline Krystallsystem den allgemeinsten, S. 282 bereits betrachteten Fall, auf welchen nunmehr genauer eingegangen werden soll. Besitzt ein trikliner Krystall nach einer Ebene eine besonders vollkommene Spaltbarkeit, so sind unzweifelhaft in derselben die Richtungen seiner grössten Cohäsion gelegen, daher stabiles Gleichgewicht der Molekularkräfte nur dann zu erwarten ist, wenn diese Richtungen, also auch die Spaltungsebene der in Zwillingsstellung befindlichen beiden Krystalle parallel sind. Alsdann ist das einfachste Zwillingsgesetz dasjenige, bei welchem man die Stellung des zweiten Krystalls zum ersten erhält, wenn man sich den letzteren nach jener Ebene (der Zwillingsebene, welche dadurch Symmetrieebene des Gebildes wird) gespiegelt oder den zweiten Krystall aus der mit dem ersten parallelen Stellung 180° um die Normale zur Zwillingsebene gedreht denkt. Im Falle eines asymmetrischen Krystalls führen diese beiden Operationen zu verschiedenen Zwillingsgesetzen, die eine zu einer Verwachsung zweier enantiomorpher, die andere zu einer solchen zweier congruenter Krystalle. Handelt es sich aber um einen Krystall der zweiten Klasse, an welchem die entgegengesetzten Flächen gleichwerthig sind, so führen beide Operationen zu dem gleichen Resultate. In den vorstehend betrachteten Gesetzen regelmässiger Verwachsung ist demnach die Zwillingsebene eine mögliche Krystallfläche oder die Zwillingsaxe die Normale einer möglichen Krystallfläche (im triklinen Systeme also im Allgemeinen keine mögliche Kante des Krystalls) oder beides zugleich. Ausser diesen sind aber bei triklinen*) Krystallen noch zwei andere Arten von

*) In den übrigen Krystallsystemen, in welchen vermöge der höheren Symmetrie mögliche Flächen und Kanten des Krystalls auf einander senkrecht stehen können, führt der letztere Umstand zur Identität der oben unterschiedenen Arten von Zwillingsgesetzen.

Zwillingsgesetzen denkbar, welche ebenfalls der Bedingung genügen, dass die Ebene grösster Cohäsion in den beiden zum Zwilling verbundenen Krystallen parallel ist, nach denen aber nur eine in dieser Ebene liegende Richtung — jedenfalls kann dies keine andere sein, als diejenige des absoluten Maximums der Cohäsion — in beiden Krystallen zusammenfällt. Man erhält nämlich zwei, verschiedenen regelmässigen Verwachsungen entsprechende Stellungen des zweiten Krystalls, wenn man ihn aus der mit dem ersten parallelen Stellung um 180° dreht a) um die eben erwähnte Richtung — alsdann ist die Zwillingsaxe eine mögliche Kante des Krystalls, oder: b) um die in der Ebene der grössten Cohäsion gelegene Normale zu jener ausgezeichneten Richtung — alsdann ist die Zwillingsaxe die in einer möglichen Krystallfläche liegende Normale einer möglichen Kante des Krystalls.

Die hier angestellten Betrachtungen werden in vollständigster Weise durch die Erfahrung bestätigt bei dem Mineral Disthen (s. weiter unten), an welchem alle drei Arten der soeben beschriebenen Zwillingsgesetze beobachtet werden.

1. Asymmetrische Klasse.

(Triklin-hemiëdrische, hemipinakoidale oder pediale Klasse.)

Jede einzelne Fläche des Krystalls stellt eine vollständige »einfache Form« dar, welche daher, wenn man sie in analoger Weise, wie diejenigen der übrigen Klassen, mit einem dem Griechischen entnommenen Namen belegen will, als »Pedion« (*το πεδίον*, die Ebene) bezeichnet werden muss.

Demnach könnte man diese Klasse auch die »pediale« nennen (die beiden anderen oben in ( ) angegebenen Bezeichnungen beziehen sich darauf, dass man die Formen derselben aus denen der nächsten Klasse durch Halbflächigkeit, »Hemiëdrie«, ableiten kann).

Wenn für einen Krystall dieser Klasse die Wahl der Axen und Grundform, wobei die S. 295 angegebenen Principien zu berücksichtigen sind, getroffen ist, so können nunmehr alle an demselben beobachteten Formen nicht nur durch ihre Indices bezeichnet, sondern auch benannt werden, was in der einfachsten und consequentesten Weise nach einem im Wesentlichen von E. von Fedorow vorgeschlagenen Principe so geschieht, dass die den drei Axenebenen parallelen Formen als 1., 2., 3. Form der entsprechenden Klasse, die einer Axe parallelen als solche 1., 2., 3. Art und die keiner Axe parallelen als Formen 4. Art bezeichnet werden. Für die Formen der asymmetrischen Krystalle ergeben sich dann folgende Benennungen:

$\{100\}$ ist das erste positive, $\{\bar{1}00\}$ das erste negative Pedion
$\{010\}$ ist das zweite positive, $\{0\bar{1}0\}$ das zweite negative Pedion
$\{001\}$ ist das dritte positive, $\{00\bar{1}\}$ das dritte negative Pedion
$\{0kl\}$ ist ein Pedion erster Art
$\{h0l\}$ ist ein Pedion zweiter Art

$\{hk0\}$ ist ein Pedion dritter Art,
$\{hkl\}$ ist ein Pedion vierter Art*).

Ebenso wie $\{\bar{1}00\}$, $\{0\bar{1}0\}$ und $\{00\bar{1}\}$ von den entsprechenden positiven Formen völlig unabhängig sind, welche freilich gewöhnlich mit ihnen zusammen an den Krystallen auftreten, weil sie ebenso einfache Werthe der Indices besitzen, so ist auch die zu irgend einem Pedion 1., 2., 3. oder 4. Art parallele und entgegengesetzte Fläche eine von ihr unabhängige Form, nur dass die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Auftretens beider um so geringer wird, je weniger einfach die Werthe der Indices derselben sind. Dieses Verhältniss der entgegengesetzten Flächen bestätigt sich an den im Folgenden angeführten Beispielen und tritt besonders hervor an dem in Fig. 163 abgebildeten Krystalle, welcher die Gesammtheit aller an dem betreffenden Salze beobachteter Formen darstellt. Die Folge desselben ist, dass trikline Krystalle, welche fast nur aus den einfachen Combinationen der den Flächen des Elementarparallelepipeds parallelen Formen bestehen, gewöhnlich die entgegengesetzten Flächen in ungefähr gleicher Entwickelung zeigen und daher, so lange nicht Differenzen derselben in der Oberflächenbeschaffenheit, Art des Wachsthums und der Auflösung (Aetzfiguren und andern Eigenschaften sicher nachgewiesen sind, für solche der zweiten Klasse, in welcher die entgegengesetzten Flächen gleichwerthig sind, gehalten werden. Es dürften daher manche Substanzen, welche man bisher der 2. Klasse der Krystalle zugezählt hat, zu den hier betrachteten gehören.

Beispiele. Thioschwefelsaures (unterschwefligsaures) Calcium $S^2O^3Ca.6H^2O$. $a:b:c = 0,7828:1:1,5170$; $\alpha = 72°30'$, $\beta = 98°34'$, $\gamma = 92°46'$**), V. von Zepharovich. Die Krystalle der einfachen Combination Fig. 179, aus mit Alkohol versetzter Lösung erhalten, mit den Formen $m = \{1\bar{1}0\}$, $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $q = \{011\}$, $c = \{001\}$, ferner $\{00\bar{1}\}$, $\{0\bar{1}\bar{1}\}$ und $\{0\bar{1}0\}$, sind gewöhnlich an der Rückseite nicht ausgebildet; aus reiner wässeriger Lösung flächenreichere Krystalle der Combination Fig. 180: $b' = \{0\bar{1}0\}$, $c' = \{00\bar{1}\}$, $r = \{101\}$,

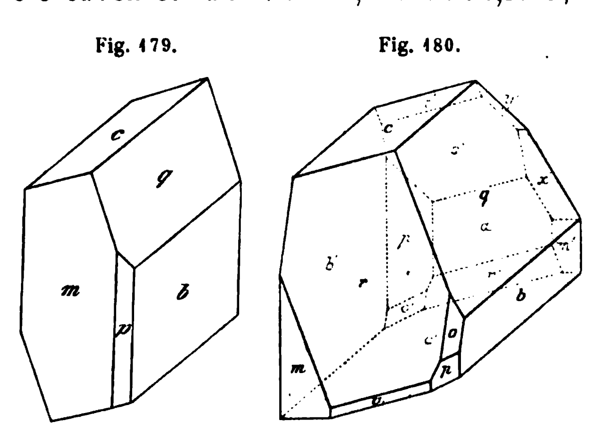


Fig. 179. Fig. 180.

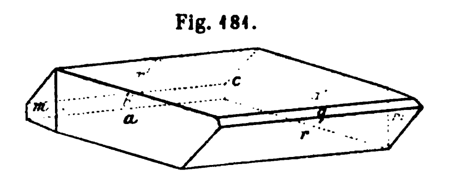
*) Besitzt eine derartige Form die Indices $\{111\}$ oder $\{\bar{1}11\}$ u. s. f., so kann man sie als ein primäres Pedion 4. Art bezeichnen, ebenso $\{011\}$ als ein primäres Pedion 1. Art u. s. f.

**) Die Axenwinkel beziehen sich stets auf den rechten oberen vorderen Oktanten.

$l = \{011\}$, $c = \{001\}$, $t' = \{\bar{1}02\}$, $s' = \{\bar{1}01\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $r' = \{\bar{1}0\bar{1}\}$, $n = \{1\bar{1}0\}$, $p' = \{\bar{1}\bar{1}0\}$, $m' = \{\bar{1}10\}$, $p = \{110\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$, $x' = \{\bar{1}11\}$, $y' = \{\bar{1}12\}$, $a = \{100\}$. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ vollkommen. Optisch ist nur bekannt, dass die Schwingungsrichtungen der wichtigsten Flächen schief zu deren Kanten liegen.

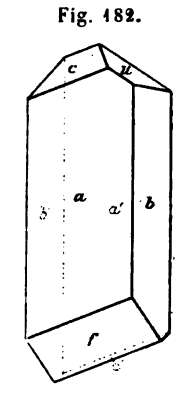
Essig-salpetersaures Strontium $[C^2H^3O^2]^2Sr.(NO^3]^2Sr.3H^2O$. $a : b : c = 0{,}5200 : 1 : 1{,}1697$; $\alpha = 96^\circ 39'$, $\beta = 76^\circ 43'$, $\gamma = 91^\circ 41'$, V. von Zepharovich. Combination (Fig. 181): $c = \{001\}$, c' (in der Figur nicht bezeichnet) $= \{00\bar{1}\}$, $a = \{100\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $r = \{01\bar{1}\}$, $r' = \{0\bar{1}1\}$, $b' = \{0\bar{1}0\}$, $q = \{011\}$, $m = \{1\bar{1}0\}$, $m' = \{\bar{1}10\}$. Vollkommen spaltbar nach $\{001\}$, weniger vollkommen nach $\{010\}$.

Fig. 181.



Saures rechtsweinsaures Strontium $[C^4H^4O^6H]^2Sr.5H^2O$. $a : b : c = 1{,}2136 : 1 : 0{,}9630$; $\alpha = 66^\circ 53'$, $\beta = 102^\circ 48'$, $\gamma = 105^\circ 40'$, A. Scacchi. Combination (Fig. 182): $a = \{100\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $b = \{010\}$ mit gerundeten Erhöhungen, $b' = \{0\bar{1}0\}$ fein gestreift nach der Kante $b:f$, $f = \{10\bar{1}\}$, $c = \{001\}$, $u = \{\bar{1}22\}$, $c' = \{00\bar{1}\}$. Verschiedene andere Combinationen beobachtete Scacchi, welcher fand, dass die immer vorherrschenden Flächen a und a' bei recht regelmässigen Krystallen zwar keinen Unterschied ihrer Beschaffenheit zeigen, auf $a\{100\}$ jedoch leicht beim Fortwachsen divergentschalige Auflagerungen entstehen, welche sich niemals auf $a'\{\bar{1}00\}$ bilden, auch wenn diese Fläche genau in die gleiche Situation gebracht wird. Sämmtliche von Scacchi an verschiedenen Krystallisationen dieses Salzes beobachteten Formen sind in Fig. 163 S. 308 vereinigt und diese Combination als Beispiel des allgemeinsten Falles eines krystallographischen Polyëders ausführlich behandelt (vergl. auch S. 322—323). Spaltbarkeit nach $\{100\}$ vollkommen. Durch dieselbe Fläche beide Axen im Konoskop am Rande des Gesichtsfeldes sichtbar; ihre Mittellinie wenig geneigt gegen die Normale zu $\{100\}$; die der Ebene der Axen entsprechende Schwingungsrichtung auf a geht nahe der Kante ac parallel und bildet mit Kante ab ca. 67° (Groth).

Fig. 182.



Das vorstehend beschriebene Salz und die wasserärmere Verbindung $[C^4H^4O^6H]^2Sr.2H^2O$ sind die ersten Beispiele, an welchen durch die äusserst sorgfältigen Beobachtungen Scacchi's die Ungleichwerthigkeit entgegengesetzter Flächen trikliner Krystalle nachgewiesen wurden. Wie erwähnt, gehört jedenfalls noch eine nicht unerhebliche Anzahl, namentlich organischer Körper in diese Klasse, bei deren krystallographischer Untersuchung auf jenen Unterschied nicht geachtet und welche daher schlechtweg als »triklin« beschrieben wurden.

2. Pinakoidale Klasse.

(Triklin-holoëdrische Klasse.)

Wie aus Fig. 178 (S. 332) hervorgeht, bedingt die Existenz einer zweizähligen Axe und dazu senkrechten Ebene der zusammengesetzten Symmetrie, in welchem Falle die letztere irgend eine beliebige Krystallfläche sein kann, die Gleichwerthigkeit je zweier entgegengesetzter Flächen. Die »einfache Form« dieser Klasse ist also ein Paar paralleler Flächen, ein sogenanntes »Pinakoid«, daher die Klasse als »pinakoidale« zu bezeichnen ist. Die Benennung der einzelnen Formen nach getroffener Wahl der Axen erfolgt nun nach demselben Principe, wie in der 1. Klasse, nur dass hier der Gegensatz positiver und negativer Flächen fortfällt. Es ergeben sich daher folgende Benennungen:

$\{100\}$ erstes Pinakoid
$\{010\}$ zweites Pinakoid
$\{001\}$ drittes Pinakoid
$\{0kl\}$ Pinakoid erster Art
$\{h0l\}$ Pinakoid zweiter Art
$\{hk0\}$ Pinakoid dritter Art
$\{hkl\}$ Pinakoid vierter Art

Beispiele. Borsäure $B[OH]^3$. $a:b:c = 1{,}7329 : 1 : 0{,}9228$; $\alpha = 92^\circ 30'$, $\beta = 104^\circ 25'$, $\gamma = 89^\circ 49'$, Haushofer. Tafeln von hexagonalem Habitus (Fig. 183) mit folgenden Formen: $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $p = \{110\}$, $q = \{1\bar{1}0\}$, $r = \{111\}$, $\varepsilon = \{1\bar{1}1\}$, $r = \{101\}$, $o = \{1\bar{1}\bar{1}\}$, $s = \{10\bar{1}\}$, $n = \{11\bar{1}\}$. Spaltbarkeit sehr vollkommen nach $\{001\}$. Erste Mittellinie und Ebene der optischen Axen fast genau senkrecht zur Spaltungsebene und zur Kante c/r. $2E = 10^\circ$—12° circa, Dispersion unmerklich. Doppelbrechung negativ.

Fig. 183.

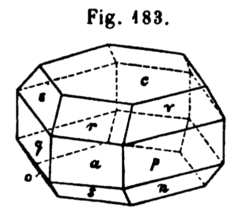
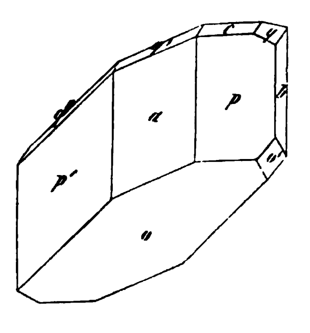


Fig. 184.



Schwefelsaures Kupfer (Kupfervitriol $= SO^4Cu.5H^2O$. $a:b:c = 0{,}5656 : 1 : 0{,}5499$ $\alpha = 97^\circ 39'$, $\beta = 106^\circ 49'$, $\gamma = 77^\circ 37'$ nach Kupffer's Mess. ber.). Combination (Fig. 184): $p = \{110\}$, $p' = \{1\bar{1}0\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $q' = \{0\bar{1}1\}$, $q'' = \{0\bar{2}1\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $o' = \{13\bar{1}\}$. Spaltbar sehr unvollkommen nach o und p. Durch Bestimmung des Winkels der optischen Axen mit mehreren Krystallflächen ergiebt sich, dass die erste Mittellinie im rechten hinteren Oktanten oben liegt und die zu derselben (für mittlere Farben) normale Ebene mit $\{111\}$ $72^\circ 53'$, mit $\{100\}$ $81^\circ 31'$, mit $\{120\}$ (Abstumpfung

ler Kante $p : b$) 43° 41′ einschliesst: $2V = 56° 2'$; Dispersion $\varrho < v$, deutich; Doppelbrechung —. Hauptbrechungsindices für die D-Linie:

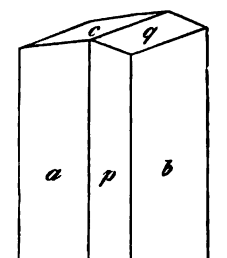
$$\alpha = 1,5156, \quad \beta = 1,5394, \quad \gamma = 1,5464 \text{ (Pape)}.$$

Nach den Beobachtungen desselben Autors ist das Verhältniss der Axen les Wärmeleitungsellipsoides = 0,939 : 0,860 : 1, und da die letzte nahe parallel der Krystallaxe c, so sind auf den verticalen Flächen die Sénarmont'schen Figuren am meisten gestreckte Ellipsen; aus den von Pape beobachteten elliptischen Verwitterungsfiguren lässt sich ein »Verwitterungsellipsoid« berechnen, dessen Axen eine sehr ähnliche Orientirung besitzen, wie das der Wärmeleitungsfähigkeit.

Isomorph mit Kupfervitriol, mit ganz ähnlichen Winkeln und übereinstimmendem Habitus, ist der Manganvitriol $SO^4Mn.5H^2O$.

Dichromsaures Kalium $= Cr^2O^7K^2$. $a : b : c = 0,5575 : 1 : 0,5511$; $\alpha = 82° 0'$, $\beta = 90° 51'$, $\gamma = 83° 47'$, Schabus. Combination (Fig. 185): $b = \{010\}$, $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $p \{110\}$. Spaltbarkeit $\{010\}$ sehr vollkommen, $\{100\}$ und $\{001\}$ deutlich. Die Ebene der optischen Axen ist fast senkrecht zu (001) und fällt zwischen die Ebenen (100) und (0$\bar{1}$0); nach den Messungen von Dufet bildet der Pol der 1. Mittellinie mit dem von (100) 77° 5′, (0$\bar{1}$0) 23° 5′, (00$\bar{1}$) 76° 21′, der Pol der 2. Mittellinie resp. (100) 86° 27′, (0$\bar{1}$0) 68° 6′, (001) 13° 43′; $\alpha = 1,7202$, $\beta = 1,7380$, $\gamma = 1,8197$, $2E = 98° 58'$ (alles für die Linie D); Dispersion des Winkels der Axen $\varrho > v$, für beide etwa gleich, aber die Axenebenen stark dispergirt. Durch die Spaltungsflächen $\{010\}$ ist eine Axe fast in der Mitte des Gesichtsfeldes sichtbar, daher Spaltungsplatten dieses Salzes besonders geeignet sind zur Beobachtung des Lichtringes der konischen Refraction (s. S. 99). Doppelbrechung +.

Fig. 185.



Disthen (Cyanit) $= SiO^5Al^2$. $a : b : c = 0,8994 : 1 : 0,7090$; $\alpha = 90° 5\frac{1}{2}'$, $\beta = 101° 2'$, $\gamma = 105° 44\frac{1}{2}'$, G. vom Rath. Prismatische Krystalle der Combination: $\{100\}$, $\{010\}$, $\{110\}$, $\{210\}$, $\{1\bar{1}0\}$, am Ende gewöhnlich nur $\{001\}$ matt. Interessant durch seine mannigfaltigen Zwillingsbildungen: am häufigsten symmetrische Verwachsungen nach (100), Zwillingsaxe die Normale zu (100) — ferner nach derselben Fläche verwachsene Zwillinge, deren Zwillingsaxe entweder die Krystallaxe c oder die in (100) liegende Normale zu derselben (im ersteren Falle ist die Zone [001] beider Krystalle parallel, im zweiten nur angenähert). Hier sind also sämmtliche Arten von Zwillinggesetzen zu beobachten, welche S. 336 f. als an triklinen Krystallen möglich erkannt wurden, und zwar sind die Cohäsionsverhältnisse der Disthenkrystalle genau diejenigen, welche für das Zustandekommen solcher nach S. 336 massgebend sein müssen, denn die vollkommenste Spaltbarkeit ist die in allen Zwillingsverwachsungen parallele Fläche (100), eine

weniger vollkommene ∥ (010), während nach den Endflächen nur Spuren von Spaltbarkeit wahrzunehmen sind (das 3. Pinakoid (001) scheint Gleitfläche zu sein); hiernach ist das Maximum der Cohäsion parallel der Krystallaxe c. Sehr grosse Verschiedenheit der Härte beim Ritzen auf (100) Optische Axenebene ca. 30° zur Verticalaxe geneigt; 1. Mittellinie nahe senkrecht zu {100}; Axenwinkel sehr gross (in Oel ca. 100°); Doppelbrechung —.

Mikroklin (trikliner Kalifeldspath) = Si^3O^8AlK. $a:b:c = 0,65:1:0,55$: $\alpha = 90\frac{1}{3}°$, $\beta = 116°$, $\gamma = 90°$ circa, Des Cloizeaux. Form gleich der des Orthoklas (s. monoklines Krystallsystem), zu welchem das Mineral im Verhältniss der Dimorphie steht, nur mit dem Unterschiede, dass die Winkel der rechten und linken Seite um kleine Grössen verschieden sind. Grösser sind diese Differenzen von der monoklinen Form bei dem mit dem Mikroklin isomorphen folgenden Körper.

Albit (Natronfeldspath) = Si^3O^8AlNa. $a:b:c = 0,6333:1:0,5575$. $\alpha = 85°56'$, $\beta = 116°28'$, $\gamma = 88°8'$, Des Cloizeaux. Combination (Fig. 186): $P = \{001\}$, $M = \{010\}$, $T = \{110\}$, $T' = \{1\bar{1}0\}$, $z = \{130\}$, $z' = \{1\bar{3}0\}$,

Fig. 186.

Fig. 187.

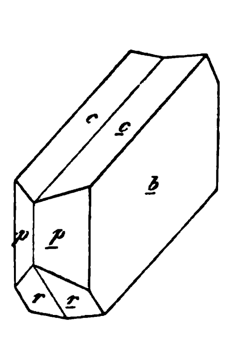
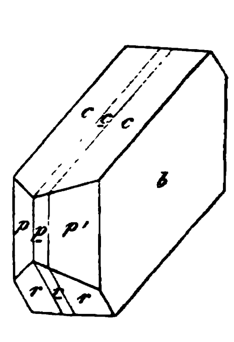


Fig. 188.



$x = \{\bar{1}01\}$, $y = \{\bar{2}01\}$, $n = \{0\bar{2}1\}$, $o = \{11\bar{1}\}$. Gewöhnlich Zwillinge nach {010}, s. Fig. 187, worin $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $p' = \{110\}$ (in der Figur auf der Rückseite), $p = \{1\bar{1}0\}$, $r = \{10\bar{1}\}$; da der Winkel bc ungefähr = 86°, so bilden die Flächen $c\underline{c}$ oben einen ein-, unten einen ausspringenden Winkel von 8°; ebenso ist der Winkel $r\underline{r}$ oben an der Rückseite einspringend, unten vorn ausspringend. Häufig kommt an solchen Krystallen eine Wiederholung der Zwillingsbildung vor, indem sich, wie in Fig. 188, an den zweiten Krystall ein dritter in Zwillingsstellung anlegt, oder, da dieser dem ersten parallel sein muss, indem eine Zwillingslamelle eingelagert erscheint. Folgt auf den dritten ein vierter, parallel dem zweiten, auf diesen ein fünfter Krystall, parallel dem ersten und dritten u. s. f., so entsteht eine polysynthetische Verwachsung (Viellingskrystall), welche man aber auch betrachten kann als einen Krystall, in welchen eine grosse Zahl unter einander paralleler, also demselben Krystall angehöriger Lamellen in Zwil-

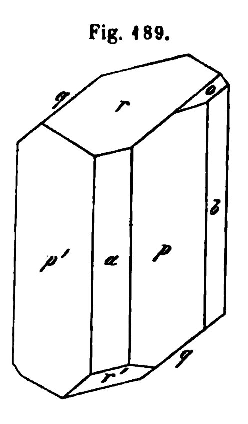
lingsstellung eingewachsen sind. Eine Spaltungsfläche von Natronfeldspath nach $c = \{001\}$ zeigt alsdann eine Streifung, parallel der Kante $c : b$, hervorgebracht durch das Alterniren der nach der einen und der anderen Seite geneigten Flächen c und $\underline{c}$. Ebenfalls sehr häufig sind bei den triklinen Feldspäthen Zwillinge nach einem zweiten Gesetze: die Ebene der vollkommensten Spaltbarkeit (001) beider Krystalle ist parallel, Zwillingsaxe die krystallographische Axe b; die Zone [010] der Flächen $P x$ (Fig. 186), welche an derartigen Zwillingen gewöhnlich vorherrschen, fällt dann in beiden Krystallen zusammen. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ vollkommen, $\{010\}$ deutlich. Die Ebene der optischen Axe schneidet $\{010\}$ in einer Geraden, welche 20° mit der Krystallaxe a, $96\frac{1}{2}°$ mit der Verticalen macht; eine Fläche, normal zur ersten Mittellinie, ist auf die schärfere Kante (001) : (010) aufgesetzt und bildet mit $\{001\}$ $78\frac{1}{2}°$, mit $\{010\}$ 15°, mit $\{110\}$ 55°. Axenwinkel in Oel:

$$2H = 80° 39' \text{ roth},$$
$$81\ 35 \text{ grün},$$
$$81\ 59 \text{ blau}.$$

Starke geneigte Dispersion, eine andere nicht deutlich erkennbar (Des Cloizeaux).

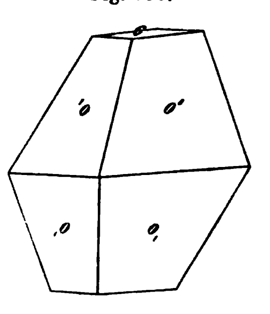
Traubensäure $= C^4H^6O^6 . 2H^2O$. $a : b : c = 0,8017 : 1 : 0,4911$; $\alpha = 75°16'$, $\beta = 97°59'$, $\gamma = 120°22'$ (De la Provostaye). Combination (Fig. 189): $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $p = \{110\}$, $p' = \{1\bar{1}0\}$, $r = \{101\}$, $o = \{111\}$, $r' = \{10\bar{1}\}$, $q = \{0\bar{1}1\}$. Optische Axenebene fast genau parallel p; die erste Mittellinie also nahe in dieser Ebene, bildet (für mittlere Farben) mit der Verticalen 47° im unteren linken Oktanten vorn. Für mittlere Farben ist: $2V = 67°10'$, $2E = 115°10'$, $\beta = 1,526$; geringe Dispersion der Axen $\varrho > v$; von derjenigen der Mittellinien die geneigte zu erkennen (Groth).

Fig. 189.



Bibromparanitrophenol $= C^6H^2.OH.NO^2.Br^2$. $a : b : c = 0,6114 : 1 : 1,8241$; $\alpha = 82°36'$, $\beta = 90°45'$, $\gamma = 89°21'$ (Arzruni). Die Combination (Fig. 190): $c = \{001\}$, $'o = \{1\bar{1}1\}$, $o' = \{111\}$, $,o = \{\bar{1}11\}$, $o, = \{11\bar{1}\}$, ähnelt geometrisch ausserordentlich einer monoklinen, in welcher die Ebene der Axen b und c Symmetrieebene wäre, und auch in optischer Beziehung ist dieselbe Aehnlichkeit vorhanden; die Ebene der optischen Axen steht nämlich fast genau senkrecht zu $\{100\}$ und die erste Mittellinie fällt nahe in dieselbe Ebene; letztere ist fast normal auf dem Pinakoid $\{0\bar{2}1\}$, nach welchem die Krystalle sehr vollkommen spalten.

Fig. 190.



$2E = 46^\circ\ 40'$ *Li*-Linie
50 57 *Na*- -
55 0 *Tl*- -

Ausser dieser starken Dispersion der Axen ist noch eine gekreuzte Dispersion der Mittellinien deutlich wahrzunehmen (Arzruni).

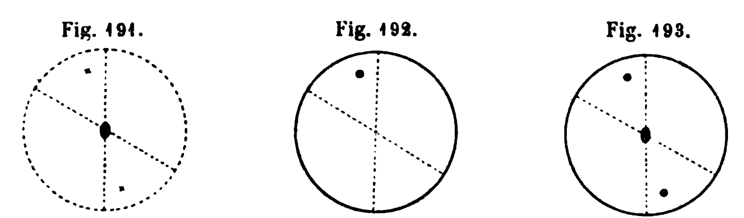
Bijodparanitrophenol $= C^8H^2.OH.NO^2.J^2$. $a:b:c = 0{,}6155:1:1{,}6825$; $\alpha = 86^\circ\ 43'$, $\beta = 90^\circ\ 29'$, $\gamma = 92^\circ\ 47'$ (Arzruni). Combination = dem vorigen, nur statt ,*o* und *o'* häufiger flachere Pinakoide 4. Art, z. B {112}, {113}. Spaltbarkeit {010} vollkommen. Die erste Mittellinie, für die verschiedenen Farben bis $1\frac{1}{2}^\circ$ verschieden, steht nahe senkrecht zu jener Spaltungsfläche; dagegen divergiren die zweiten Mittellinien für die verschiedenen Wellenlängen ausserordentlich; die Axenebene bildet nämlich mit der Krystallaxe *a*

$45\frac{1}{2}^\circ$ für die *Li*-Linie ($2E = 59\frac{1}{2}^\circ$)
37 - - *Na*- - (- $= 55\frac{1}{2}$)
23 - - *Tl*- - (- $= 52$).

Darnach würden die Axenebenen für das äusserste Roth und das äusserste Violett des Spectrums um etwa 70° gegen einander gedreht sein, die stärkste bisher beobachtete Dispersion der Axenebenen. Dieselbe bewirkt folgende Erscheinung: Bringt man eine Spaltungsplatte, welche also nahe senkrecht zur ersten Mittellinie ist, in paralleles polarisirtes Licht, so erscheint sie bei keiner Drehung dunkel; denn wenn ihre Hauptschwingungsrichtungen für Roth den gekreuzten Nicols parallel sind, so bilden diejenigen der andern Farben so grosse Winkel mit jenen, dass sie zum Theil im Maximum ihrer Intensität sind; es erscheint also stets eine Interferenzfarbe, welche gerade so wechselt, wie die Farbe einer Quarzplatte beim Drehen des Analysators (vergl. S. 101).

II. Monoklines Krystallsystem.

Das monokline System umfasst drei Klassen von Krystallen, nämlich diejenigen mit einer zweizähligen Symmetrieaxe, die mit einer Symmetrieebene und die Krystalle, welchen beide genannten Symmetrieelemente gleichzeitig zukommen. Im ersten Falle kann, da die Symmetrieaxe stets normal zu einer möglichen Krystallfläche ist, letztere für die Projection Fig. 191 als Ebene des Grundkreises und als Axenebene, zwei ihr parallele Kanten (die beiden punktirten Durchmesser) als Axen, z. B. die verticale als c-Axe, die andere als a-Axe, endlich die Symmetrieaxe, welche ja stets eine mögliche Kante des Krystalls ist, als dritte krystallographische Axe (b) genommen werden; alsdann bezeichnet $\times$ den Pol einer beliebigen oberen Fläche (hkl), welche durch eine Drehung von 180° um die zweizählige Axe b in den Pol einer gleichwerthigen, ebenfalls oberen Fläche übergeht. Die


Fig. 191. Fig. 192. Fig. 193.

Krystalle der zweiten hierher gehörigen Klasse besitzen eine Ebene der Symmetrie, welche stets eine mögliche Krystallfläche ist; nehmen wir diese wieder als Projections- und Axenebene (Fig. 192), zwei in derselben liegende Kanten als c- und a-Axe, so ist auch die zu beiden senkrechte Normale der Symmetrieebene eine mögliche Kante des Krystalls, kann also zur b-Axe genommen werden; eine beliebige obere Fläche liefert dann durch Spiegelung nach der Symmetrieebene eine gleichwerthige, aber nun untere Fläche; die beiden Pole derselben fallen in der Projection zusammen, daher die Zeichen $\times$ und $\bigcirc$ zu vereinigen sind. Im dritten Falle, dem der Coëxistenz einer zweizähligen Symmetrieaxe und einer, nothwendig dazu senkrechten, Symmetrieebene, möge wieder die letztere als Axenebene ac und die Symmetrieaxe als b-Axe genommen werden; eine beliebige obere Fläche (hkl), deren Pol in Fig. 193 mit $\times$ bezeichnet ist, liefert dann wie im ersten Falle eine gleichwerthige obere durch Drehung um die Symmetrieaxe, und jede dieser beiden Flächen wie im zweiten Falle durch Spiegelung nach

der Symmetrieebene eine gleichwerthige untere, so dass die Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen in dieser Klasse die Zahl vier erreicht. Aus den Projectionen a. vor. S. ist unmittelbar zu ersehen, dass stets den gleichwerthigen Flächen, auf jene Axen bezogen, gleiche Indices zukommen, dass aber parallele entgegengesetzte Flächen nur in der letzten Klasse zu derselben einfachen Form (welche hier aus zwei Paaren paralleler Flächen besteht) gehören. Bei der im Vorhergehenden getroffenen Wahl der Axen steht also in allen drei Fällen die Axe b senkrecht auf a und c, folglich sind die beiden Axenwinkel α und $\gamma = 90^{\circ}$, und nur ein Axenwinkel, β, ist schief, auf welches Verhältniss sich der Name dieses Krystallsystems bezieht. Die Elemente eines monoklinen Krystalls enthalten demnach nur drei zu bestimmende Grössen, die Verhältnisse $a : b$, $b : c$ und den Axenwinkel β. Betrachtet man die in den drei Projectionen eingetragenen Pole als solche beliebiger Richtungen im Krystall, so geht aus der Vergleichung jener unmittelbar hervor, dass in den beiden ersten Arten von Krystallen die zu einer Richtung entgegengesetzte nicht mit ihr gleichwerthig ist, während in der letzten Klasse jeder Richtung stets eine gleichwerthige entgegengesetzte entspricht. Daraus folgt, dass die Krystalle der beiden ersten Klassen sich von denen der dritten in denjenigen physikalischen Eigenschaften unterscheiden müssen, in Bezug auf welche die entgegengesetzten Richtungen eines Krystalls verschieden sein können, z. B. Pyroëlektricität. Wachsthum und Auflösung entgegengesetzter paralleler Flächen u. s. f.

Was dagegen die übrigen physikalischen Eigenschaften betrifft, für welche ein Unterschied der beiden entgegengesetzten Richtungen einer Geraden nicht existirt, so lässt sich leicht zeigen, dass dieselben in allen drei Klassen des monoklinen Systems den gleichen Gesetzmässigkeiten unterliegen müssen. Denkt man sich durch die beiden gleichwerthigen Pole in Fig. 191 zwei gegen die Symmetrieaxe gleich geneigte Gerade bestimmt, so muss ein Krystall der betreffenden Klasse parallel beiden gleiche Lichtgeschwindigkeit, gleiche Wärmeleitungsfähigkeit, gleiche Cohäsion u. s. w. zeigen. Diese beiden Geraden liegen aber offenbar symmetrisch zu einander in Bezug auf die zur Symmetrieaxe senkrechte Ebene des Grundkreises. d. h. man erhält die eine aus der andern auch durch Spiegelung nach der letzteren Ebene. Da dies nun für alle Paare einander entsprechender Geraden gilt, so muss für alle hierher gehörigen physikalischen Eigenschaften die zur Symmetrieaxe senkrechte Ebene Symmetrieebene sein. In den beiden andern Klassen ist die Ebene des Grundkreises auch in Bezug auf die geometrische Form Symmetrieebene, d. h. zwei zu ihr symmetrisch liegende Gerade sind in allen Beziehungen gleichwerthig. Daraus geht hervor, dass sämmtliche monokline Krystalle in Bezug auf die in Betracht kommenden Eigenschaften vollkommene Symmetrie nach der Ebene zeigen müssen, welche a. vor. S. zur Projectionsebene gewählt wurde.

Für die optischen Eigenschaften folgt aus dem Vorhergehenden unmittelbar, dass jene Ebene ein gemeinsamer optischer Hauptschnitt für alle

Farben ist, in Folge dessen die oben zur b-Axe gewählte Kante eines monoklinen Krystalls stets eine der drei Axen der optischen Indexfläche ist, die beiden andern daher in die Axenebene ac, d. h. in die Krystallfläche (010), fallen müssen. Die optische Orientirung eines monoklinen Krystalls erfordert demnach nur die Bestimmung des Winkels, welchen eine der beiden letzteren Hauptschwingungsrichtungen mit einer in (010) liegenden Kante bildet, da hierdurch die zweite, dazu senkrechte, ebenfalls gegeben ist. Uebereinstimmend damit, dass die Symmetrie des Krystalls für die Orientirung dieser beiden Richtungen innerhalb der Ebene (010) keine Gesetzmässigkeit erfordert*), ist dieselbe für die verschiedenen Farben verschieden, es liegt also hier der S. 110—115 behandelte Fall der Dispersion zweier Hauptschwingungsrichtungen vor. Ist die Normale zu (010) die Schwingungsrichtung derjenigen Strahlen, welche die mittlere Lichtgeschwindigkeit besitzen, so ist (010) die Ebene der optischen Axen für alle Farben, und der Krystall zeigt im convergenten polarisirten Lichte die geneigte Dispersion (s. Fig. 81, in welcher die Gerade SS der Ebene (010) parallel ist); entspricht dagegen die Normale zu (010) als Schwingungsrichtung der grössten oder kleinsten Lichtgeschwindigkeit, so liegen die Ebenen der optischen Axen senkrecht zu (010) und sind für die verschiedenen Farben dispergirt; je nachdem die erste Mittellinie parallel oder normal zu (010), beobachtet man in einer zu ihr senkrechten Platte horizontale oder geneigte Dispersion (Fig. 82, in welcher SS die Trace der Ebene (010), resp. Fig. 83, in welcher C der Normale zu (010) entspricht). — Die Schwingungsrichtungen, welche im parallelen polarisirten Lichte ein monokliner Krystall auf den Flächen {010} zeigt, sind offenbar identisch mit den beiden in diese Ebene fallenden Hauptschwingungsrichtungen und dementsprechend dispergirt; diejenigen einer Krystallplatte, deren Ebene senkrecht zu (010), müssen parallel und senkrecht zu der letzteren Ebene stehen, und da diese gemeinsamer Hauptschnitt für alle Farben ist, können sie auch keine Dispersion zeigen. Geht man von einer Krystallfläche der zuletzt erwähnten Art aus, in welcher eine Schwingungsrichtung der Combinationskante mit (010) parallel ist, und betrachtet die entsprechende Schwingungsrichtung in allen Flächen der durch jene Kante gegebenen Zone, so zeigt diese eine wachsende Schiefe zur Zonenaxe mit steigendem Winkel der betreffenden Fläche zu der Ausgangsebene; diese Schiefe kann aber für einen bestimmten Winkel ein Maximum erreichen und dann wieder abnehmen bis zu dem Werthe auf (010), welcher durch eine Drehung von 90° um die Zonenaxe erreicht wird. Die den einzelnen Flächen eines monoklinen Krystalls zukommenden Winkel der Auslöschungsschiefe sind, wenn der Winkel der optischen Axen desselben bekannt ist, leicht graphisch zu erhalten mittelst

*) Abgesehen von der S. 233 erwähnten, häufig zu beobachtenden Abhängigkeit von der Cohäsion, für welche in diesem System namentlich der Glimmer ein ausgezeichnetes Beispiel liefert.

des S. 97 beschriebenen Verfahrens. Für eine Anzahl Mineralien, welche als Bestandtheile von Gesteinen häufig Gegenstand mikroskopisch-optischer Beobachtung sind, hat Michel-Lévy die Auslöschungsschiefe der wichtigsten Zonen berechnet und durch Curven dargestellt. Dass je zwei, gleich und entgegengesetzt zu (010) geneigte, Flächen einer jeden derartigen Zone genau gleiche Schiefe der Schwingungsrichtungen und gleiche Dispersion derselben für die verschiedenen Farben besitzen müssen, geht direct aus den optischen Symmetrieverhältnissen der monoklinen Krystalle hervor. Es kann daher aus der symmetrisch gleichen Orientirung der Schwingungsrichtungen zweier Krystallflächen in Bezug auf die Ebene, welche den Flächenwinkel derselben halbirt, auf den Charakter der letzteren als Ebene der optischen Symmetrie und auf die Zugehörigkeit des Krystalls zum monoklinen System ebenso sicher geschlossen werden, wie aus den vorher erwähnten Interferenzerscheinungen im convergenten Lichte.

Die thermischen Verhältnisse sind in ganz entsprechender Weise nach derselben Ebene symmetrisch, welche Ebene der Symmetrie für das optische Verhalten ist. Die Normale der letzteren ist also eine der drei Axen des Wärmeleitungsellipsoids, während die Lage der beiden andern in jener Ebene durch Hervorrufung der Sénarmont'schen Schmelzfigur auf einer Platte || (010) zu bestimmen ist; auf Krystallflächen ⊥ (010) muss offenbar die isothermische Curve so orientirt sein, dass eine ihrer beiden Axen parallel der Combinationskante der betreffenden Fläche mit (010), auf andern Flächen der durch diese Kante bestimmten Zone so, dass die Axen schief stehen und zwar gleich viel auf zwei gleich zu (010) geneigten Flächen. Ebenso wie die Schwingungsrichtungen in einem durchsichtigen Krystall, kann daher die Orientirung der Schmelzfigur auf den Flächen eines undurchsichtigen Krystalls über die Symmetrieverhältnisse desselben Aufschluss geben. — Für das Verhalten der monoklinen Krystalle in Bezug auf die Ausdehnung durch die Wärme ist massgebend, dass die Ebene (010) stets ein thermischer Hauptschnitt ist, in derselben also zwei thermische Axen gelegen sind; da aber für deren Orientirung innerhalb dieser Ebene ebenso wenig eine allgemeine Gesetzmässigkeit existirt, wie für die Lage der Hauptschwingungsrichtungen des Lichtes in (010), so ist dieselbe für jede monoklin krystallisirende Substanz und für ein gegebenes Temperaturintervall besonders zu bestimmen, z. B. durch die Aenderungen der Winkel während einer gleichmässigen Temperaturerhöhung. Da die Krystallaxen a und c zwei beliebige, in der Ebene (010) liegende Kanten sind, so erfahren diese, ebenso wie der zwischen ihnen liegende Winkel β, hierbei eine Aenderung, welche für jene beiden Richtungen eine ungleiche ist, und eine noch andere die zu beiden senkrechte Axe b, die dritte thermische Axe. Es sind also auch in diesem System die Elemente des Krystalls, nämlich $a:b$, $b:c$ und β, Functionen der Temperatur*), nicht

*) Wählt man zwei Kanten, welche sehr nahe einen rechten Winkel einschliessen, als Axen a und c, so wird es eine Temperatur geben, bei welcher derselbe = 90°, ohne

aber die beiden Axenwinkel α und γ, welche für alle Temperaturen den Werth 90° behalten müssen. Es folgt dies unmittelbar aus der Symmetrie der thermischen Erscheinungen nach der Ebene (010), ebenso wie sich aus derselben ergiebt, dass je zwei Flächen, die bei einer Temperatur den gleichen Winkel mit (010) bilden, auch bei einer andern Temperatur den gleichen Winkel, dessen Werth aber ein anderer geworden ist, mit ihr einschliessen. Die Symmetrie eines monoklinen Krystalls kann demnach durch eine gleichmässige Temperaturänderung, wie überhaupt durch eine homogene Deformation, nicht alterirt werden, und ebenso spielen sich die Aenderungen, welche die optischen Eigenschaften durch jene erfahren, stets innerhalb des Rahmens der Symmetrie nach der Ebene (010) ab (vergl. S. 187).

In Bezug auf die Cohäsion geht aus S. 232—233 hervor, dass die Spaltbarkeit eines monoklinen Krystalls entweder stattfindet parallel (010) oder nach einer oder mehreren dazu senkrechten Ebenen, welche aber nicht gleichwerthig sein können, oder endlich nach zwei schief geneigten Ebenen, deren Flächenwinkel von (010) halbirt wird, im letzteren Falle aber nach beiden gleich vollkommen. Diesen Symmetrieverhältnissen entsprechen auch die Härtecurven der monoklinen Krystalle, wie sie von Exner z. B. für Gyps, rothes Blutlaugensalz, Rohrzucker etc. bestimmt worden sind; dieselben sind nämlich auf (010) unsymmetrisch, während sie auf einer dazu senkrechten Fläche nach der Trace von (010) symmetrisch sind.

Kommt einem monoklinen Krystall eine Molekularstructur zu, welche einem einfachen Raumgitter entspricht, so kann es nur eine der beiden in Fig. 139 (S. 253) abgebildeten Arten sein; je nach dem Verhältnisse, in welchem die Abstände a und c, resp. a und b im einzelnen Falle stehen, ergeben sich dann die Ebenen grösster Flächendichtigkeit als parallel, senkrecht oder schief zur Symmetrieebene des Raumgitters, und aus den Cohäsionsverhältnissen, sowie namentlich aus dem Studium der Abhängigkeit des Auftretens der Krystallflächen von den Umständen bei der Krystallisation, kann nach S. 295 f. mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf die Beschaffenheit des in Betracht kommenden Raumgitters geschlossen werden. Bei den Krystallen dieses Systems liegt aber auch die Möglichkeit einer complicirteren Molekularstructur vor, bei welcher eine solche Schlussfolgerung keine so einfache mehr ist, nämlich diejenige von regelmässigen Punktsystemen, welche aus je zwei Raumgittern zusammengesetzt sind (S. 260), und endlich die einer Zusammensetzung aus nicht congruenten Molekülen (S. 266, 267). Nur vermittelst der letzteren Theorie ist es, wie a. a. O. gezeigt wurde, möglich, die Unterschiede der drei Klassen monokliner Krystalle aus der Structur allein zu erklären. In einzelnen Fällen krystallwasserhaltiger Verbindungen, wie z. B. bei dem unter den Beispielen

dass diesem Werthe eine besondere Bedeutung zukäme. Monokline Krystalle sind daher solche, von deren Axenwinkeln einer »im Allgemeinen« schief ist.

der ersten Klasse angeführten Lithiumsulfat, ist nun in der That die Annahme eine recht wahrscheinliche, dass die Krystalle aus einem von den Salzmolekülen und einem von den Wassermolekülen gebildeten Raumgitter zusammengesetzt sind, deren Symmetrieebenen nicht zusammenfallen: alsdann würde nämlich den Krystallen keine Symmetrie nach (010) zukommen wie dies für die erste Klasse dieses Systems charakteristisch ist. In die gleiche Klasse, die einzige enantiomorphe des monoklinen Krystallsystems, gehören nach dem S. 324 angeführten Gesetze auch sämmtliche monoklin krystallisirende, optisch active Substanzen, für welche, wenn sie wasserfrei krystallisiren, die Annahme von zweierlei Molekülen nicht möglich ist (vergl. S. 268 und 335 f.), sondern nur diejenige einer Enantiomorphie der Krystallmoleküle selbst. Diese Verhältnisse und die Thatsache, dass, wie im triklinen Krystallsysteme, so auch vielfach im monoklinen, die Ebenen der Spaltbarkeit zugleich die häufigsten Krystallflächen sind, macht es wahrscheinlich, dass auch den meisten monoklinen Krystallen die einfache Structur von Raumgittern zukommt, und dass die Ungleichwerthigkeit entgegengesetzter Richtungen in denjenigen, welche zu den beiden ersten Klassen dieses Systems gehören, ihre Ursache in einer entsprechend geringeren Symmetrie der Krystallmoleküle hat.

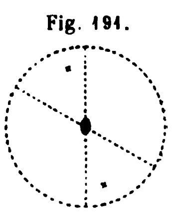
Betreffs der Zwillingsbildung ist zu bemerken, dass die bei den triklinen Krystallen zu unterscheidenden drei Arten von Zwillingsgesetzen hier unter Umständen zu dem gleichen Resultate führen, weil vermöge der Symmetrie des monoklinen Krystallsystems in gewissen Fällen die in einer möglichen Krystallfläche liegende Normale einer möglichen Kante selbst eine mögliche Kante des Krystalls sein kann. Dies gilt z. B. für die beiden zur b- resp. c-Axe gewählten Kanten in der Ebene (100), so dass die beiden letzten S. 337 angeführten Zwillingsgesetze in diesem Falle gleichbedeutend sind; ausgenommen, der Krystall gehöre der ersten (enantiomorphen) Klasse an, sind beide Gesetze dann sogar identisch mit dem ersten (S. 336), denn die nach jenen erfolgte Drehung um eine in (010) liegende Kante führt zu der gleichen Zwillingsstellung, wie eine Spiegelung nach der durch dieselbe Kante, senkrecht zu (010), gelegten Ebene. Zwillingsebene in dem letzteren Sinne kann in der ersten Klasse des monoklinen Systems jede Krystallfläche sein, in der zweiten und dritten jede Fläche mit Ausnahme von (010), weil diese hier Symmetrieebene ist, die Spiegelung nach ihr also lediglich einen parallelen Krystall liefern würde. Demnach kann Zwillingsaxe die Normale zu jeder beliebigen Fläche eines monoklinen Krystalls sein, mit Ausnahme der Normale zu (010) in der ersten und zweiten Klasse, weil diese Richtung hier zweizählige Symmetrieaxe ist, also eine Drehung von 180° um dieselbe den Krystall in sich selbst zurückführt.

3. Sphenoidische Klasse.

(Monoklin-hemimorphe Klasse.)

In der nebenstehend wiederholten Projection Fig. 191 sei nach S. 345 der verticale Durchmesser die c-Axe, der andere die a-Axe des Krystalls, die Ebene des Grundkreises somit (010); alsdann sind die Symbole der beiden, durch ihre Pole markirten, gleichwerthigen Flächen, da dieselben auf der gleichen Seite der b-Axe liegen, (hkl) und $(\bar{h}k\bar{l})$. Die aus beiden zusammengesetzte, vollständige »einfache Form« $\{hkl\}$ dieser Klasse besteht somit im allgemeinsten Falle aus zwei schief gegeneinander geneigten Krystallflächen, welche einander in einer der Ebene (010) parallel verlaufenden Kante schneiden und zu der auf dieser Kante senkrechten b-Axe gleich geneigt sind. Diese »keilartige« Form soll nach dem griechischen σφήν (Keil) als »Sphenoid« und darnach die ganze Klasse als »sphenoidische« oder »sphenoidale« bezeichnet werden.

Fig. 191.



Liegen die beiden gleichwerthigen Flächen eines Sphenoids so, dass ihre Kante der a- oder c-Axe parallel ist, so wird der erste resp. dritte Index Null, und das nach dem früheren Principe der Benennung (s. S. 337) als 4. Art zu bezeichnende Sphenoid wird ein solches 1. resp. 3. Art. Weitere specielle Fälle ergeben sich dadurch, dass die Flächen desselben der Axe b parallel sind, ihre Pole also in den Grundkreis fallen; dann entsprechen dieselben, wie ein Blick auf die Projection lehrt, zwei parallelen Flächen, bilden also ein Pinakoid. Unter den verschiedenen möglichen Pinakoiden befinden sich zwei, welche ausser der b-Axe auch noch einer der beiden andern parallel sind, deren Pole also in einem Abstande von je 90° von dem entsprechenden Durchmesser auf dem Grundkreise liegen. Irgend ein Pinakoid ist gewissermassen die Grenzform einer Zone von Sphenoiden, welche sich jenem um so mehr nähern, je weiter die den beiden gleichwerthigen Flächen entsprechenden Pole auseinander rücken, denn der grösste mögliche Abstand derselben, 180°, führt zu den beiden entgegengesetzten Flächen jener Grenzform. Das andere Grenzglied einer derartigen Reihe ist offenbar diejenige Form, welcher sich die Sphenoide um so mehr nähern, je kleiner der Abstand der beiden gleichwerthigen Pole in der Projection wird; der kleinstmögliche Abstand derselben, Null, entspricht dem Zusammenfallen beider Pole mit demjenigen der Symmetrieaxe, die entstehende Grenzform ist also eine einzige Fläche, welche, je nachdem man von einem Sphenoid der oberen oder der unteren Hälfte der Projection ausgeht, das Symbol $\{010\}$ oder $\{0\bar{1}0\}$ erhält. Dieses Pedion ist zugleich die gemeinsame Grenzform aller eben erwähnter Zonen von Sphenoiden, deren Zonenkreise sich sämmtlich in der Mitte der Projection schneiden. Hiernach ergeben sich die Benennungen der verschiedenen möglichen Formen dieser Klasse folgendermassen:

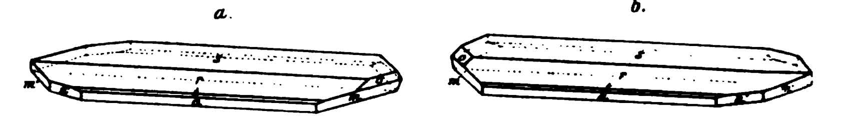
{100} erstes Pinakoid,
{010} erstes rechtes Pedion; {0$\bar{1}$0} erstes linkes Pedion*,
{001} drittes Pinakoid,
{0*kl*} Sphenoid erster Art,
{*h*0*l*} Pinakoid zweiter Art,
{*hk*0} Sphenoid dritter Art,
{*hkl*} Sphenoid vierter Art.

Im Speciellen pflegt man auch hier die Formen {111}, {1$\bar{1}$1}, {$\bar{1}$11} und {$\bar{1}\bar{1}$1} als die primären Sphenoide 4. Art, {011} und {0$\bar{1}$1} als die primären Sphenoide 1. Art, {110} und {1$\bar{1}$0} als die primären Sphenoide 3. Art, endlich {101} und {$\bar{1}$01} als primäre Pinakoide 2. Art zu bezeichnen.

Die Polarität der Symmetrieaxe tritt in physikalischer Beziehung besonders dadurch hervor, dass alle darauf hin untersuchten Krystalle dieser Klasse in Folge einer Temperaturänderung an den beiden Enden derselben eine starke entgegengesetzt elektrische Spannung annehmen, d. h. polar pyroëlektrisch sind mit einer zu (010) normalen elektrischen Axe. Durch diese Eigenschaft, welche mit einer Symmetrie nach der Ebene (010) unvereinbar ist, kann natürlich ein Krystall als zu dieser Klasse gehörig ebenso erkannt werden, wie durch ungleiches Wachsthum oder verschiedene Auflösung (Aetzfiguren) auf den, entgegengesetzten Seiten der *b*-Axe angehörigen Flächen, oder durch den Mangel einer Symmetrie nach (010), welchen die Aetzfiguren auf einem Pinakoid 2. Art zeigen.

Beispiele. Lithiumsulfat, $SO^4Li^2.H^2O$. $a : b : c = 1{,}6102 : 1 : 0{,}5613$; $\beta = 92^\circ 31'$ (Scacchi). Aus einer (optisch inactiven) wässerigen Lösung dieses Salzes setzen sich in gleicher Menge Krystalle der beiden in Fig. 194 a und b abgebildeten, enantiomorphen Combinationen ab. a) $r = \{101\}$,

Fig. 194.



$s = \{\bar{1}01\}$, $a = \{100\}$, $t = \{301\}$, $m = \{110\}$, $o = \{121\}$, $m' = \{1\bar{1}0\}$, $n' = \{2\bar{1}0\}$; b) $r = \{101\}$, $s = \{\bar{1}01\}$, $a = \{100\}$, $t = \{301\}$, $m = \{1\bar{1}0\}$, $o = \{1\bar{2}1\}$, $m' = \{110\}$, $n' = \{210\}$. Spaltbarkeit deutlich nach {100}, weniger deutlich nach (110). Zwillinge nach *r* (daher diese Fläche wohl besser als (001) zu nehmen wäre, statt der hier adoptirten Wahl Scacchi's, welcher übrigens *c* dreimal so gross annahm, und daher noch complicirtere Symbole

*) Diese Unterscheidung bezieht sich auf die übliche Aufstellung der monoklinen Krystalle, bei welcher das positive Ende der *b*-Axe rechts, das negative links vom Beobachter liegt; ebenso gut könnte man die beiden Formen als »positive« und »negative« unterscheiden.

erhielt). Der analoge Pol der elektrischen Axe liegt stets an demjenigen Ende der b-Axe, an welchem die Flächen n auftreten.

Rechtsweinsäure $= C^4H^6O^6$. $a : b : c = 1,2747 : 1 : 1,0266$; $\beta = 100^\circ 17'$ (De la Provostaye). Combination (Fig. 195): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{101\}$, $\varrho = \{10\bar{1}\}$, $p' = \{1\bar{1}0\}$, $p = \{110\}$, $q = \{011\}$. Spaltbarkeit nach $\{100\}$ deutlich. Ebene der optischen Axen senkrecht zu (010), Doppelbrechung +; die erste Mittellinie für Roth liegt im spitzen Winkel der Krystallaxen a und c und bildet mit letzterer $71^\circ 18'$, für Blau ebenda $72^\circ 10'$; $2V = 78^\circ 20'$ für Gelb (Des Cloizeaux). Brechungsindices für Natriumlicht (D): $\alpha = 1,4948$, $\beta = 1,5345$, $\gamma = 1,6051$ (W. Kohlrausch). Der letztgenannte Beobachter bestimmte zur Prüfung der Fresnel'schen Theorie (wozu sich die Weinsäure wegen ihrer sehr starken Doppelbrechung besonders eignet) mit dem Totalrefractometer, ausser den drei angeführten Hauptbrechungsindices, noch die Geschwindigkeit des Na-Lichtes in zahlreichen andern Richtungen, besonders innerhalb der drei optischen Hauptschnitte, und fand die Werthe derselben in vollkommener Uebereinstimmung mit jener Theorie (vergl. S. 95). Um gegenüber den stark übertriebenen Figuren 62 (S. 84) u. f. eine Vorstellung von der wirklichen Gestalt der Wellenfläche eines derartigen zweiaxigen Krystalls mit schon recht starker Doppelbrechung zu erhalten, ist in Fig. 196 der Durchschnitt derselben mit der Ebene der optischen Axen nach den Beobachtungen von W. Kohlrausch wiedergegeben. Der analoge Pol der elektrischen Axe liegt an demjenigen (linken) Ende der b-Axe, an welchem die Flächen p', (1$\bar{1}$0) und ($\bar{1}\bar{1}$0), auftreten;

Fig. 195.

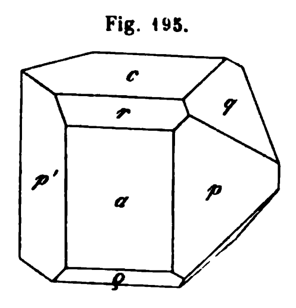


Fig. 196.

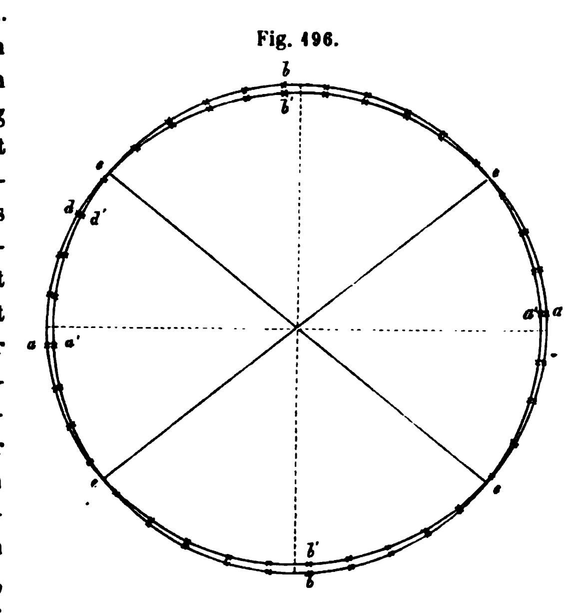


Fig. 1 auf Taf. III zeigt die Vertheilung des Schwefel- und Mennigepulvers auf einem sich abkühlenden Krystall, nach der Methode von Kundt (s. S. 196) erhalten.

Linksweinsäure: enantiomorph mit voriger (s. Taf. III, Fig. 2, welche zugleich die entgegengesetzte Orientirung der elektrischen Pole erkennen lässt). Combination: $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{101\}$, $\varrho = \{10\bar{1}\}$, $p' =$

$\{110\}$, $p = \{1\bar{1}0\}$, $q = \{0\bar{1}1\}$. In den übrigen physikalischen Eigenschaften identisch mit Rechtsweinsäure.

Rechtsweinsaures Kalium $= C^4H^4O^6K^2$. $a : b : c = 1,0280 : 1 : 1,3114$; $\beta = 90^\circ 49'$ (v. Kraatz). Combination (Fig. 197): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $\varrho = \{101\}$, $o = \{131\}$, b' (in der Figur nicht bezeichnet) $= \{0\bar{1}0\}$. Spaltbar nach a und c. Aetzfiguren auf (100), durch Wasser erhalten, Fig. 198.

Fig. 197.

Fig. 198.

Ebene der optischen Axen $\perp$ (010), 1. Mittellinie 21° gegen die Normale zu r geneigt; $2E = 102^\circ 16'$ Roth, $104^\circ 24'$ Grün; deutliche horizontale Dispersion (Des Cloizeaux). Der analoge Pol ist das linke Ende der Axe b.

Rechtsweinsaures Ammonium $= C^4H^4O^6(NH^4)^2$. $a : b : c = 1,1435 : 1 : 1,4299$; $\beta = 92^\circ 15'$ (v. Kraatz). Beob. Formen (Fig. 199): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $\varrho = \{101\}$, $q = \{011\}$, $o = \{1\bar{1}1\}$, $\omega = \{1\bar{1}\bar{1}\}$;

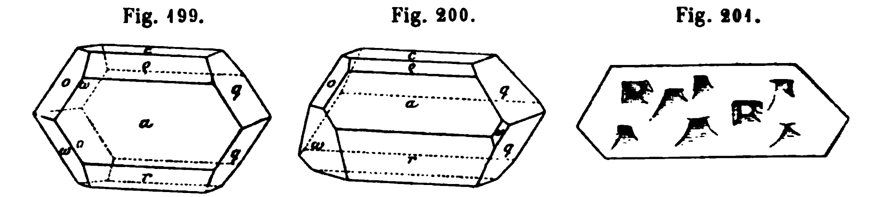


Fig. 199. Fig. 200. Fig. 201.

doch treten auch die rechten primären Sphenoide $\{111\}$ und $\{11\bar{1}\}$, sowie das linke $\{0\bar{1}1\}$ auf (überhaupt wechselt die Ausbildung leicht mit den Verhältnissen der Krystallisation; einen derartigen Habitus zeigt Fig. 200). Aetzfiguren auf (100) Fig. 201. Ebene der optischen Axen (010), 1. Mittellinie 16° gegen die Normale zu (001) geneigt im stumpfen Winkel β; $2E = 64^\circ 33'$ Roth, $64^\circ 46'$ Gelb; Brechungsindex $\beta = 1,581$ Gelb (Des Cloizeaux). Pyroëlektricität gleich dem vorigen. Das entsprechende linksweinsaure Salz ist nach Pasteur enantiomorph krystallisirt und entgegengesetzt polarelektrisch, in den übrigen physikalischen Eigenschaften aber identisch mit dem rechtsweinsauren.

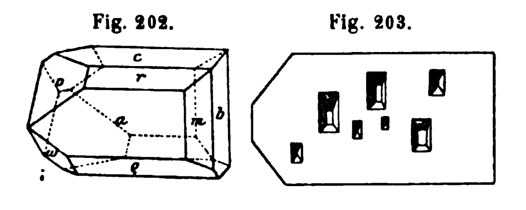
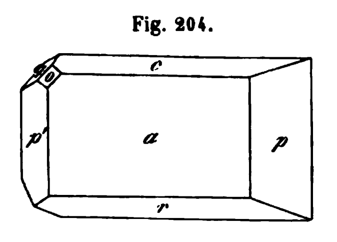


Fig. 202. Fig. 203.

Rechtsweinsaures Strontium $= C^4H^4O^6Sr.3H^2O$. $a : b : c = 0,7428 : 1 : 0,6393$; $\beta = 102^\circ 0'$ (Marignac). Beobachtete Formen (Fig. 202): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{101\}$, $\varrho = \{10\bar{1}\}$, $b = \{010\}$, $m = \{110\}$, $o = \{1\bar{1}1\}$, $\omega = \{1\bar{1}\bar{1}\}$. Spaltbar nach $\{100\}$ vollkommen. Aetzfiguren auf $\{100\}$ nach v. Kraatz rechts und links von verschiedenen Sphenoiden 3. Art gebildet (Fig. 203). Der analoge Pol der elektrischen Axe links.

Rohrzucker $= C^{12}H^{22}O^{11}$. $a:b:c = 1,2595 : 1 : 0,8782$; $\beta = 103°30'$ Wolff). Combination (Fig. 204): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $p = \{110\}$, $p' = \{1\bar{1}0\}$, $o = \{1\bar{1}1\}$, $q = \{0\bar{1}1\}$. Zwillinge nach (100), Spaltbarkeit nach derselben Ebene deutlich. Aetzfiguren auf p und p' verschieden. Ebene der optischen Axen (010) erste Mittellinie (für verschiedene Farben sehr wenig dispergirt) im stumpfen Winkel der Krystallaxen a und c mit letzterer $67\frac{3}{4}°$ bildend. Brechungsindices und Axenwinkel nach Calderon:

Fig. 204.

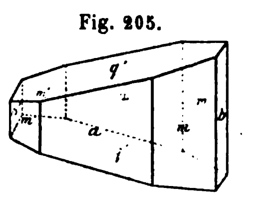


	α	β	γ	$2V$
Li:	1,5379	1,5638	1,5693	47°56'
Na:	1,5397	1,5667	1,5716	48 0
Tl:	1,5422	1,5685	1,5734	48 8

Merkliche Aenderung des Axenwinkels und der Orientirung der Mittellinien durch die Wärme (Des Cloizeaux). Der analoge Pol der elektrischen Axe entspricht dem rechten Ende der b-Axe, d. h. der Kante $(110):(\bar{1}10)$ (Hankel).

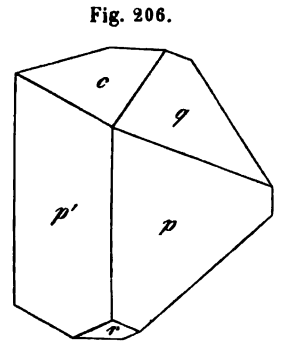
Milchzucker $= C^{12}H^{24}O^{12}$. $a:b:c = 0,3677 : 1 : 0,2143$; $\beta = 109°47'$ (Traube). Combination (Fig. 205): $a = \{100\}$, $q' = \{0\bar{1}1\}$, $m = \{110\}$, $b = \{010\}$, $m' = \{1\bar{1}0\}$, $b' = \{0\bar{1}0\}$. Spaltbarkeit nach $\{010\}$, $\{100\}$ und einer zu beiden nahe senkrechten Ebene. Durch Spaltungsplatten nach letzterer beide optische Axen in einer zu (010) senkrechten Ebene sichtbar, welche mit der Krystallaxe c 10°—11° im stumpfen Winkel β bildet; $2E = 33°35'$ *Na*, $\varrho < v$. Doppelbrechung —. Deutliche Pyroëlektricität; der analoge Pol liegt in $(0\bar{1}0)$, der antiloge in (010).

Fig. 205.



Quercit $C^6H^{12}O^5$. $a:b:c = 0,7935 : 1 : 0,7533$; $\beta = 110°10'$ (Bodewig). Combination (Fig. 206): $p = \{110\}$, $p' = \{1\bar{1}0\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $r = \{10\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{10\bar{1}\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen (010), Doppelbrechung +; erste Mittellinie bildet mit c im spitzen Winkel β für *Li*: 11°49', für *Na*: 11°46', für *Tl*: 11°22'. Der scheinbare Axenwinkel beträgt:

Fig. 206.



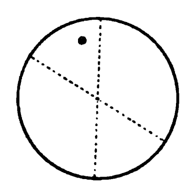
für die *Li*-Linie 57°35'
- - *Na* - 58 1
- - *Tl* - 58 34

Bodewig).

4. Domatische Klasse.

(Monoklin-hemiëdrische Klasse.)

Diese Klasse umfasst die Krystalle mit einer Ebene der Symmetrie, in der nebenstehend wiederholten Projection Fig. 192 diejenige des Grundkreises, welcher deshalb nicht punktirt, sondern ausgezogen ist. Seien nach S. 345 diese Ebene (010) und die beiden punktirten Durchmesser wieder die Krystallaxen a und c, so sind die Symbole der beiden durch ihre Pole markirten gleichwerthigen Flächen, da sie auf verschiedenen Seiten der b-Axe liegen, (hkl) und $(h\bar{k}l)$. Die den allgemeinsten Fall repräsentirende einfache Form $\{hkl\}$ besteht also, wie in der vorigen Klasse, aus zwei Ebenen, welche einander unter schiefem Winkel in einer der Ebene (010) parallelen Kante schneiden, ist also in rein geometrischer Beziehung mit dem Sphenoid übereinstimmend. Während aber das letztere eine Symmetrieaxe besitzt, wird hier der Winkel zwischen den beiden gleichwerthigen Flächen von einer Symmetrieebene des Krystalls halbirt, und dieser verschiedenen krystallographischen Bedeutung wegen empfiehlt es sich, die hier in Betracht kommende Form mit dem besonderen Namen »Doma« zu belegen, welcher für »dachartige« Formen in der Krystallographie gebraucht wird. Darnach ist die vorliegende Klasse als die »domatische« zu bezeichnen.



Die allgemeine Form $\{hkl\}$, welche nach dem bisherigen Principe der Benennung ein Doma 4. Art wäre, verwandelt sich in ein solches 1. oder 3. Art, wenn seine Flächen der a- oder der c-Axe parallel sind. Alle Domen, deren erster und dritter Index in dem gleichen Verhältnisse stehen, bilden eine Zone, welcher in der Projection ein Durchmesser entspricht; jeder derartigen Zone gehört eine Fläche an, deren Pol auf dem Grundkreise gelegen ist. Da letzteres für beide gleichwerthige Flächen gilt, so muss sich in diesem speciellen Falle das Doma in ein Pedion verwandeln, welches je nach dem Verhältniss des ersten und dritten Index die jedesmalige Grenzform einer Reihe entsprechender Domen darstellt. Die andere Grenzform, welcher sich die Domen um so mehr nähern, je grösser der Abstand der beiden gleichwerthigen Pole vom Grundkreis wird, ist für alle Reihen die gleiche, denn dieser grösste Abstand entspricht der Lage der Pole in der Mitte des Grundkreises; alsdann wird die Orientirung der beiden gleichwerthigen Flächen die denkbar verschiedenste, das Doma verwandelt sich in ein Pinakoid, dessen Flächen der Symmetrieebene (010) parallel gehen. Wir erhalten also folgende Uebersicht:

$\{100\}$ erstes positives (vorderes) Pedion; $\{\bar{1}00\}$ erstes negatives (hint.) Pedion
$\{010\}$ zweites Pinakoid
$\{001\}$ drittes positives (ob.) Pedion; $\{00\bar{1}\}$ drittes negatives (unt.) Pedion
$\{0kl\}$ Doma erster Art
$\{h0l\}$ Pedion zweiter Art

$\{hk0\}$ Doma dritter Art
$\{hkl\}$ Doma vierter Art.

In dieser Klasse giebt es somit zwei primäre Domen 1. Art $\{011\}$ und $\{01\bar{1}\}$, zwei primäre Domen 3. Art $\{110\}$ und $\{\bar{1}10\}$ und vier primäre Domen 4. Art, nämlich $\{111\}$, $\{\bar{1}11\}$, $\{11\bar{1}\}$, $\{\bar{1}1\bar{1}\}$; ein primäres Pedion 2. Art endlich kann, je nach seiner Stellung, eine der vier Formen $\{101\}$, $\{\bar{1}01\}$, $\{10\bar{1}\}$ und $\{\bar{1}0\bar{1}\}$ sein. Die Zugehörigkeit eines monoklinen Krystalls, welcher z. B. die (natürlich sehr häufige) Combination der beiden primären Domen 3. Art $\{110\}$ und $\{\bar{1}10\}$ als ein scheinbares Prisma von rhombischem Querschnitte zeigt oder nach einem solchen spaltbar ist, zu dieser Klasse kann erwiesen werden durch Verschiedenheit der Aetzfiguren auf den beiden vorderen Flächen (110) und $(1\bar{1}0)$, auf denen sie natürlich symmetrisch gleich sein müssen, von denen der beiden hinteren Flächen $(\bar{1}10)$ und $(\bar{1}\bar{1}0)$, oder durch ungleiches pyroëlektrisches Verhalten der vorderen und hinteren Prismenkante. Nach beiden Methoden hat Rinne neuerdings nachgewiesen, dass das Mineral Skolezit, dessen Krystalle dies wegen ihrer unvollständigen Ausbildung und Zwillingsverwachsung (nach $\{100\}$) früher nicht erkennen liessen, domatisch monoklin ist. Die Zahl der hierher gehörigen Körper, namentlich unter den organischen Substanzen, ist wahrscheinlich sehr gross, weil bei älteren krystallographischen Bestimmungen auf eine eventuelle Ungleichwerthigkeit der beiden, scheinbar ein Prisma bildenden Domen nicht geachtet und die Substanzen daher der folgenden, der prismatischen Klasse, zugerechnet wurden.

Fig. 207.

Beispiele. Tetrathionsaures Kalium $= S^4O^6K^2$. $a : b : c = 0,9302 : 1 : 1,2666$; $\beta = 104^\circ 16'$ (Fock). Combination (Fig. 207): $a = \{100\}$, $m = \{110\}$, a' u. m' (in der Fig. nicht bezeichnet) $= \{\bar{1}00\}$ resp. $\{\bar{1}10\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $v = \{13\bar{3}\}$, $p = \{\bar{1}1\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $a\{100\}$ ziemlich vollkommen. Ebene der optischen Axen (010); durch (100) das Interferenzbild einer Axe sichtbar.

Paratoluidoisobuttersäureester $= CH^3.C^6H^4NH.C^3H^6.CO^2.C^2H^5$. $a : b : c = 0,8106 : 1 : 0,6796$; $\beta = 100^\circ 30'$ (Doss). Combinationen: $c' = \{00\bar{1}\}$, $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $r = \{\bar{1}01\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $e' = \{10\bar{1}\}$, $b = \{010\}$, $f = \{011\}$, $p = \{130\}$, $q = \{210\}$ (Fig. 208, in welcher jedoch links die beiden Buchstaben p und q verwechselt sind); $e = \{\bar{1}01\}$, $a = \{100\}$, $e' = \{10\bar{1}\}$,

Fig. 208.

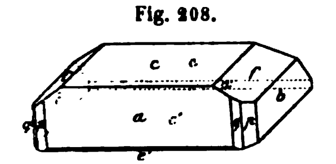


Fig. 209.

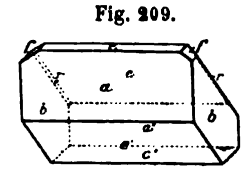
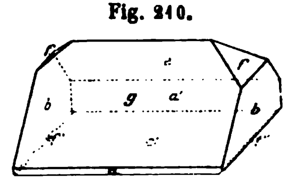


Fig. 210.



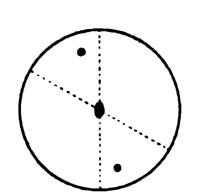
$c' = \{00\bar{1}\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $c = \{001\}$, $b = \{010\}$, $r = \{\bar{1}21\}$, $f = \{011\}$ (Fig. 209); $g = \{405\}$, $c' = \{00\bar{1}\}$, $e = \{\bar{1}01\}$, $a' = \{\bar{1}00\}$, $a = \{100\}$,

$b = \{010\}$, $f = \{011\}$, $f' = \{01\bar{1}\}$ (Fig. 210); von diesen Combinationen ist die erste die häufigste. — Spaltbarkeit unvollkommen nach $c(001)$ und $b(010)$. Ebene der optischen Axen (010); durch (001) das Interferenzbild einer Axe im Gesichtsfelde; eine Schwingungsrichtung von (010) bildet 31° mit der c-Axe.

5. Prismatische Klasse.

(Monoklin-holoëdrische Klasse.)

Die Symmetrie nach einer Ebene und einer dazu senkrechten zweizähligen Axe, welche die letzte Klasse des monoklinen Krystallsystems charakterisirt, bedingt im allgemeinsten Falle die Gleichwerthigkeit von je vier Flächen (s. S. 345). Analog den beiden vorhergehenden Klassen wird wieder die Symmetrieebene als (010), resp. die Symmetrieaxe als b-Axe angenommen; in der nebenstehend wiederholten Fig. 193 sind, wenn die punktirten Durchmesser die beiden andern Krystallaxen darstellen, die Pole der vier gleichwerthigen Flächen der allgemeinen Form $\{hkl\}$, nämlich die von (hkl), $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ und $(\bar{h}k\bar{l})$, eingetragen. Wie die Symmetrie dieser Klasse gleichsam die Combination der Symmetrieverhältnisse der beiden vorhergehenden darstellt, so treten hier die beiden Sphenoide $\{hkl\}$ und $\{h\bar{k}l\}$, resp. die beiden Domen $\{hkl\}$ und $\{\bar{h}k\bar{l}\}$ zu derselben, aus vier gleichwerthigen Flächen gebildeten Form zusammen. Diese ist, wie aus der Projection sofort zu ersehen, ein aus zwei Paaren paralleler Flächen bestehendes Prisma, welches im Allgemeinen einen rhombischen Querschnitt hat, dessen längere oder kürzere Diagonale in der Symmetrieebene gelegen ist, je nachdem letztere den stumpfen oder den spitzen Flächenwinkel des Prismas halbirt. Nach dieser Form ist die Klasse benannt.



Gehen die vier Kanten des Prismas der Axe a oder c parallel, so ist es nach dem bisherigen Principe der Benennung ein solches 1. resp. 3. Art andernfalls 4. Art. Alle Prismen, in welchen der erste und dritte Index in dem gleichen Verhältnisse stehen, bilden eine Zone, welche in der Projection einem Durchmesser des Grundkreises entspricht; je näher ihre Pole dem letzteren liegen, desto kleiner ist der von der Symmetrieebene halbirte Flächenwinkel des Prismas; wenn derselbe seinen kleinsten Werth Null erreicht, fallen die Pole in den Grundkreis, und das Prisma verwandelt sich in ein Pinakoid, welches als erstes, drittes oder als solches 2. Art zu bezeichnen ist, je nachdem es die Grenzform eine Reihe von Prismen 1., 3 oder 4. Art bildet. Andererseits haben alle diese Reihen von Prismen eine gemeinsame Grenzform für den speciellen Fall, dass die Pole den grösstmöglichen Abstand 90° vom Grundkreise besitzen; dann fallen nämlich die Pole der beiden an der gleichen Seite der Symmetrieebene gelegenen Flächen paarweise zusammen, und es entsteht das der letzteren Ebene parallele Pinakoid. Hieraus ergeben sich folgende Formen dieser Klasse:

{100} erstes Pinakoid
{010} zweites Pinakoid
{001} drittes Pinakoid
$\{0kl\}$ Prisma erster Art
$\{h0l\}$ Pinakoid zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hkl\}$ Prisma vierter Art.

Die Formen {011} und {110} können als »primäres Prisma« 1. resp. 3. Art bezeichnet werden, deren nur je eines existirt, während es je zwei »primäre« Pinakoide 2. Art {101} und $\{\bar{1}01\}$, und »primäre Prismen 4. Art«, {111} und $\{\bar{1}11\}$, giebt.

Dass in einem Krystall dieser Klasse alle diejenigen Flächen gleichwerthig sind, welche in einem monoklinen Raumgitter (Fig. 139, S. 253) mit Massenpunkten gleichartig besetzten Ebenen entsprechen (ohne eine Verschiedenheit entgegengesetzter Richtungen), geht bereits aus S. 349 hervor; in der That können aus Fig. 139*a* oder *b* alle oben angeführten Formen ohne Weiteres hergeleitet werden.

Beispiele. β-Schwefel = $(S)^n$ (aus dem geschmolzenen Zustande erstarrt)*). $a:b:c$ = 0,9958:1:0,9998; $\beta = 95°46'$ (Mitscherlich). Combination (Fig. 211): $m = \{110\}$, $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $o = \{111\}$, $q = \{011\}$. Aus Schwefelammonium erhielt Muthmann die Combination (Fig. 212): $a = \{100\}$, $m = \{110\}$, $n = \{210\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $q = \{011\}$.

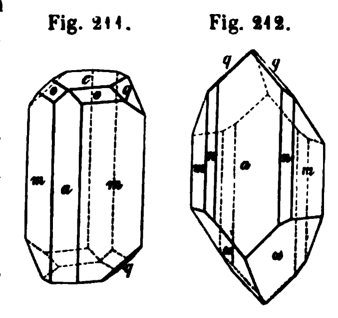


Fig. 211. Fig. 212.

γ-Schwefel = $(S)^o$ (labile Modification, aus heissem Alkohol, Benzol etc. krystallisirend). $a:b:c$ = 1,0609 : 1 : 0,7094; $\beta = 91°47'$ (Muthmann). Combinationen (Fig. 213, 214) der Formen: $b = \{010\}$, $m = \{210\}$, $q = \{012\}$, $o = \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $a = \{100\}$. Eine vierte, noch mehr labile Modification des Schwefels, deren Form in Fig. 215 abgebildet ist, gehört nach Muthmann wahrscheinlich ebenfalls hierher und wäre dann als Combination von $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$ aufzufassen.

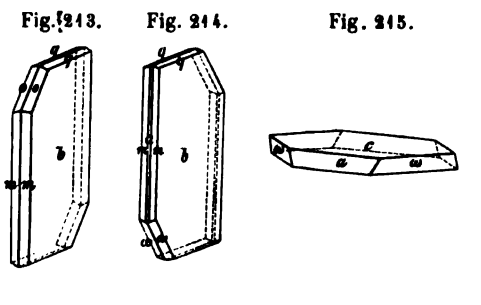


Fig. 213. Fig. 214. Fig. 215.

*) Der α-Schwefel = $(S)^m$, die gewöhnliche, aus Lösungen sich abscheidende und bei gewöhnlicher Temperatur stabile Modification, krystallisirt rhombisch-bipyramidal (8. Klasse).

Fig. 216.

γ-Selenschwefel $(S,Se)^o$. $a:b:c = 1{,}0614:1:0{,}7046$: $\beta = 91^\circ 18'$ (Muthmann). Isomorph mit γ-Schwefel. Combination (Fig. 216): $b = \{010\}$, $m = \{210\}$, $q = \{012\}$, $o = \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$. Ebene der optischen Axen senkrecht zu (010) und nahe parallel (100). Lebhafter Pleochroismus, durch (010) rothgelb und tief orange.

α-Selen $= (Se)^x$ (gewöhnliche nicht-metallische Modification). $a:b:c = 1{,}6349:1:1{,}6095$; $\beta = 104^\circ 2'$ (Muthmann). Combination (Fig. 217): $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $o = \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $n = \{210\}$. Orangeroth. Diese Modification entspricht wahrscheinlich der a. vor. S. erwähnten vierten Form des Schwefels (Fig. 215), welche alsdann in isomorpher Mischung in der folgenden Substanz enthalten wäre.

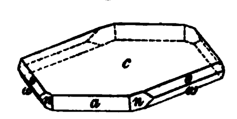


Fig. 217.

Fig. 218.

α-Selenschwefel $(Se,S)^x$. $a:b:c = 1{,}5925:1:1{,}5567$; $\beta = 105^\circ 29'$. Combination (Fig. 218): $c = \{001\}$, $n = \{210\}$, $a = \{100\}$, $o = \{111\}$. Ebene der optischen Axen $\perp$ (010), ca. 15°—20° gegen (100) geneigt. Orangegelb mit deutlichem Pleochroismus.

β-Selen $= (Se)^y$ (aus Schwefelkohlenstoff neben α-Selen krystallisirend). $a:b:c = 1{,}5916:1:1{,}1352$; $\beta = 93^\circ 4'$ (Muthmann). Beobachtete Formen: $m = \{110\}$, $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $q = \{011\}$. Combinationen von sehr wechselndem Habitus (Fig. 219, 220, 221). Auslöschungsschiefe auf $(110) = 15^\circ$—17°. Dunkelroth, halbmetallisch.

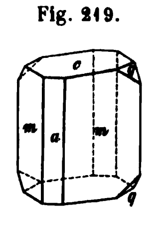
Fig. 219.


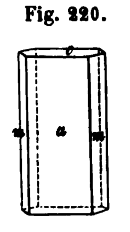
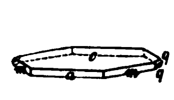
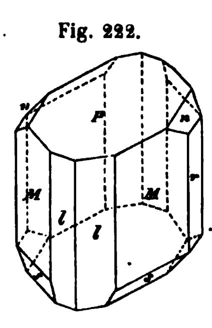
Fig. 220.


Fig. 221.


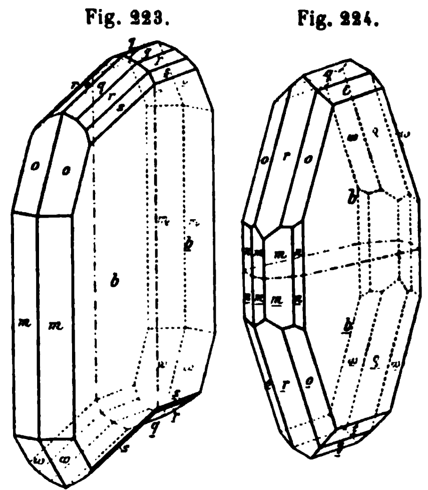
Die dritte Modification, das metallische Selen, krystallisirt trigonal (s. 21. Klasse).

Arsensulfür (nat. Realgar) $= AsS$. $a:b:c = 1{,}4403:1:0{,}9729$; $\beta = 113^\circ 55'$ (Marignac). Combination (Fig. 222): $M = \{110\}$, $l = \{210\}$, $P = \{001\}$, $n = \{011\}$, $r = \{010\}$, $s = \{11\bar{1}\}$. Spaltbar nach $\{010\}$. Ebene der optischen Axen (010); die erste Mittellinie liegt im stumpfen Winkel der Krystallaxen a und c und bildet mit ersterer 103°, mit letzterer 11°; Doppelbrechung —, stark; $2H = 96^\circ 20'$ roth, $92^\circ 58'$ gelb, also starke Dispersion; die der Mittellinien (geneigte) ebenfalls stark (Des Cloizeaux).

Fig. 222.


Arsentrioxyd (arsenige Säure, Claudetit) $= As^2O^3$ (dimorph, die gewöhnliche Modification krystallisirt kubisch). $a:b:c = 0{,}4040:1:0{,}3445$, $\beta = 93^\circ 57'$ (A. Schmidt). Beobachtete Formen: $b = \{010\}$, $m = \{110\}$,

$= \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $q = \{011\}$, $r = \{021\}$, $s = \{041\}$. Meist Zwillinge ıach a (100) Fig. 223. Spaltbar nach (010) höchst vollkommen. Ebene ler optischen Axen (010), Axenwinkel ›ehr gross; eine Schwingungsrichtung ıuf (010) 5° zur Verticalaxe c geneigt.

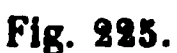


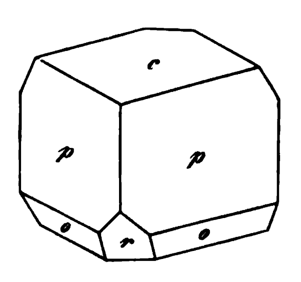
Chlorbaryum $= BaCl^2.2H^2O$. ı : b : c = 0,6177 : 1 : 0,6549; β = 91° 5′ Wyrouboff). Beob. Formen: $b = \{010\}$, $= \{101\}$, $\varrho = \{\bar{1}01\}$, $o = \{111\}$, $\omega =$ $\{\bar{1}11\}$, $q = \{011\}$, $t = \{021\}$, $m = \{110\}$, $n = \{130\}$. Gewöhnlich Zwillinge nach (001) Fig. 224, häufig auch nach (100). Gleitflächen parallel a {100} und c {001}; nach jeder dieser beiden Ebenen entstehen Zwillingslamellen durch Druck noch leichter als beim Kalkspath (S. 223 f.); findet die Schiebung nach (100) statt, so ist 001) zweite Kreisschnittebene des Deformationsellipsoides und umgekehrt (Mügge). Ebene der optischen Axen (010), 1. Mittellinie 7°—8° im stumpfen Winkel β zur c-Axe geneigt. Brechungsindices für Roth: $\alpha = 1{,}628$, $\beta = 1{,}641$, $\gamma = 1{,}657$; für Gelb: $\alpha = 1{,}635$, $\beta = 1{,}646$, $\gamma = 1{,}660$. $2V$ ber. 84° 50′ roth, 83° 46′ gelb (Des Cloizeaux).

Ferrocyankalium (gelbes Blutlaugensalz) $= Fe(CN)^6K^4.3H^2O$. $a : b : c$ = 0,3962 : 1 : 0,4008; β = 90° 33′ (Wyrouboff). Dicke Tafeln nach {010}, begrenzt von {110} und {011}; da die Kanten dieser beiden Formen einander fast rechtwinkelig schneiden, und ihre Neigung zu {010} fast gleich ist, so erscheint die Combination wie die einer spitzen tetragonalen Bipyramide mit vorherrschender Basis. Spaltbar {010} vollkommen. Die gewöhnlichen Krystalle bestehen aus zahlreichen Lamellen nach {010} mit gekreuzten Axenebenen, zeigen daher die in Fig. 101 S. 135 abgebildete Erscheinung oder das Interferenzbild einaxiger Krystalle. Aus warmer Lösung von chromsaurem Kalium erhält man homogene Krystalle (Wyrouboff).

Ferricyankalium (rothes Blutlaugensalz) $= Fe(CN)^6K^3$. $a : b : c$ = 1,2876 : 1 : 0,8011; β = 90° 6′ (Marignac). Combination: {110} vorherrschend, am Ende {111} oder {111}, {$\bar{1}$11}. Meist Zwillinge nach {100}. Ebene der optischen Axen {010}, 1. Mittellinie 4° gegen die c-Axe geneigt.

$2E$ = 71° 20′ Roth
75 52 Gelb (Des Cloizeaux).


Fig. 225.



Kaliumchlorat (chlorsaures Kalium) $= ClO^3K$. $a : b : c$ = 0,8256 : 1 : 1,2236; β = 109° 56′ Rammelsberg). Combination (Fig. 225): $c =$ {001}, $p = \{110\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $r = \{10\bar{1}\}$. Häufig Zwillinge nach {001} und mit derselben Fläche

verwachsen. Spaltbarkeit nach {110}. Ebene der optischen Axen ⊥ {010}: $2E = 28°$ ungefähr.

Kohlensaures Natrium (Soda) $= CO^3Na^2 . 10H^2O$. $a : b : c = 1,4186 : 1 : 1,4828$; $\beta = 122°20'$ (Mohs). Combination (Fig. 226): $b = \{010\}$, $p = \{110\}$, $o = \{11\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach {100}. Die Ebene der optischen Axen, senkrecht zur Symmetrieebene, liegt im stumpfen Winkel β und bildet mit a 22°, mit c 100°. Axe b ist erste Mittellinie, Doppelbrechung —; $2E = 69°$ ungefähr; schwache gekreuzte Dispersion.

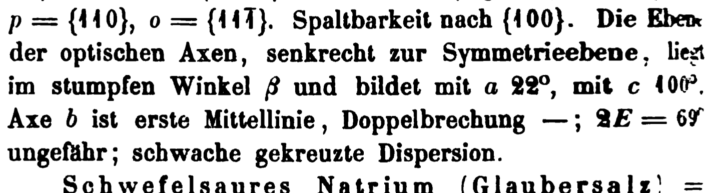


Fig. 226.

Schwefelsaures Natrium (Glaubersalz) $= SO^4Na^2.10H^2O$. $a : b : c = 1,1161 : 1 : 1,2382$; $\beta = 107°45'$ (Haidinger). Combination: {100}, {001}, {$\bar{1}$01}, {011}, {111}, {$\bar{1}$11} u. a. Oft sehr flächenreiche Krystalle. Spaltbar {100} vollkommen. Ebene der optischen Axen senkrecht zu {010}, Axe b 1. Mittellinie; 2. Mittellinie bildet mit Axe c 31° f. Roth, 26½° f. Blau; $2E = 122°48'$ roth, $122°42'$ blau (Des Cloizeaux).

Schwefelsaures Calcium (Gyps) $= SO^4Ca . 2H^2O$. $a : b : c = 0,6895 : 1 : 0,4132$; $\beta = 98°58'$ (Beckenkamp). Combination (Fig. 227): $b = \{010\}$, $p = \{110\}$, $o = \{111\}$. Nicht selten Zwillinge nach {100}, s. Fig. 228. Spaltbarkeit {010} sehr vollkommen, {11$\bar{1}$} deutlich {100} unvollkommen. Sehr grosse Verschiedenheit der Elasticität innerhalb der

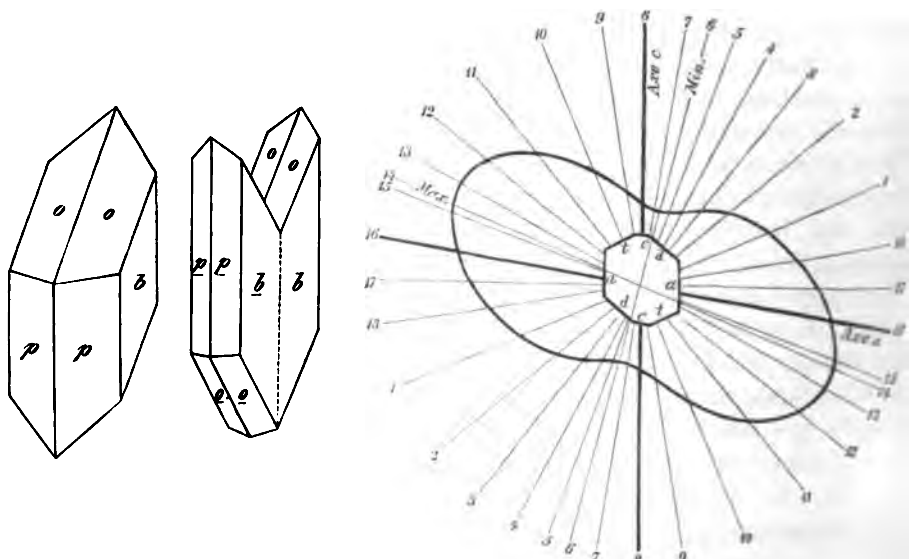


Fig. 227. Fig. 228. Fig. 229.

Symmetrieebene, wie aus Fig. 229 hervorgeht, in welcher nach Coromilas die Curve dargestellt ist, deren Radien proportional der Biegung eines entsprechenden Stabes; es bedeutet: $1 \parallel t$ die Richtung {$\bar{1}$01}, d. h.

die des sogen. Faserbruches, gebildet von den beiden Spaltungsflächen ($\bar{1}11$) und ($\bar{1}\bar{1}1$); 2 die Richtung der ersten Mittellinie der optischen Axen, 3 die Normale zu $d\{101\}$, 7 die Normale zu $c\{001\}$, 10 die Normale zu $t\{\bar{1}01\}$, 11 die Richtung der zweiten optischen Mittellinie, 17 die Normale zu $a\{100\}$, 18 die Richtung der bei der Körnerprobe (S. 223) entstehenden Gleitfläche β $\{\bar{5}09\}$.

Brechungsindices bei 16,8° C. nach V. von Lang:

	α	β	γ
Linie C	1,5183	1,5204	1,5281
- D	1,5207	1,5228	1,5305
- E	1,5237	1,5258	1,5335
- F	1,5263	1,5284	1,5361

Der Winkel der optischen Axen hat für D ein Maximum und auch die Dispersion der Hauptschwingungsrichtungen ist anormal. Die Ebene der optischen Axen ist bei gewöhnlicher Temperatur parallel der Symmetrieebene, mit starker geneigter Dispersion (s. Fig. 6 und 7 Taf. II); bei 9° C. liegt die erste Mittellinie im stumpfen Winkel der Axen und bildet mit a 23° 43′, dabei ist $2V = 61°24'$. Beim Erwärmen nähert sich diejenige Axe, welche weitere Ringe und an der Hyperbel aussen Violett, innen Blau hat, weit schneller der Mitte des Gesichtsfeldes, als die andere, deren Hyperbelsäume aussen roth, innen blaugrün sind. Des Cloizeaux fand für rothes Licht

$2E = 75°58'$	bei 47°	Cels.
59 19	- 71,5	-
39 1	- 95,5	-
0	116	-

Bei letzterer Temperatur sind die Axen für Blau schon merklich getrennt in der zu $\{010\}$ normalen Ebene; bei etwas höherer Erwärmung liegen alle Axen in Ebenen, senkrecht zur Symmetrieebene, ihre horizontale Dispersion ist jedoch gering. Zwischen 20° und 95° dreht sich eine Axe (für Roth) nach der Mitte zu um 33° 55′, die andere um 22° 38′, folglich ändert die Mittellinie ihre Lage um 5° 38′. Doppelbrechung —. Die thermische Ausdehnung des Gypses ist mit der Richtung beträchtlich verschieden, daher die Winkeländerungen beim Erwärmen nicht unbedeutend; nach Beckenkamp's Messungen sind die Elemente:

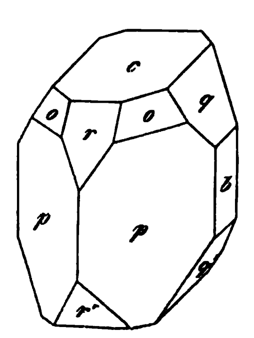
	$a : b : c$	β
bei 0° C.	0,689724 : 1 : 0,413411,	$\beta = 98°56'18''$
50 - - - -	0,689301 : 1 : 0,413072,	98 59 59
100 - - - -	0,688596 : 1 : 0,412661,	99 3 26

Darnach ist die Symmetrieaxe Richtung der grössten thermischen Ausdehnung; die der kleinsten liegt im stumpfen Axenwinkel β und bildet mit der Verticalaxe 45°—46°.

Schwefelsaures Eisen (Eisenvitriol) = $SO^4Fe.7H^2O$. $a : b : c = 1,1828 : 1 : 1,5427$; $\beta = 104°15\frac{1}{2}$ (von Zepharovich). Combination

(Fig. 230): $p = \{110\}$, $c = \{001\}$ (manchmal nur diese beiden, eine rhomboëderähnliche Form bildend), $r = \{101\}$, $r' = \{10\bar{1}\}$, $o = \{111\}$, $q = \{011\}$, $b = \{010\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$ vollkommen, $\{110\}$ unvollkommen. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Doppelbrechung $+$; erste Mittellinie im spitzen Axenwinkel bildet mit c 62° 28 und divergirt für verschiedene Farben nur einige Minuten. Hauptbrechungsindices:

Fig. 230.



	α	β	γ
für *Li*-Linie:	1,4681	1,4748	1,4821
- *Na* - :	1,4713	1,4782	1,4856
Blaues Glas:	1,4794	1,4861	1,4928

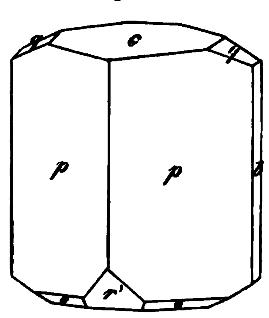
Direct bestimmt durch Messung des spitzen und stumpfen Winkels der optischen Axen in Oel:

Roth:	$2V = 85°31'$
Gelb:	85 27
Grün:	85 23

(Erofejeff, sehr ähnliche Werthe fand Des Cloizeaux).

Schwefelsaures Kalium-Magnesium $= (SO^4)^2MgK^2 . 6H^2O$. $a : b : c = 0,7413 : 1 : 0,4993$; $\beta = 104° 48'$ (Tutton). Combination (Fig. 231): $p = \{110\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $r' = \{20\bar{1}\}$, $b = \{010\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Doppelbrechung $+$, schwach; die erste Mittellinie im stumpfen Axenwinkel von a nur ca. 1° abweichend (für Roth weniger als für Blau). Mittlerer Brechungsexponent:

Fig. 231.



$\beta = 1,468$ roth
1,470 gelb
1,476 blau.

$2V = 48° 21'$, Dispersion $\varrho > v$ (Murmann und Rotter).

Schwefelsaures Ammonium-Magnesium $= (SO^4)^2Mg(NH^4)^2 . 6H^2O$. $a : b : c = 0,7376 : 1 : 0,4891$; $\beta = 107° 6'$ (Murmann). Combination gleich der vorigen. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Doppelbrechung $+$, schwach; erste Mittellinie im stumpfen Axenwinkel, bildet mit a 5°.

β	$2V$	
$\beta = 1,4677$	$2V = 50° 27'$	roth
1,4737	50 14	gelb
1,4787	49 47	grün
1,4846	48 54	violett

(Heusser, Murmann und Rotter). Die analog zusammengesetzten Salze:

$(SO^4)^2Mn(NH^4)^2 . 6H^2O$
$(SO^4)^2FeK^2 . 6H^2O$

$(SO^4)^2Fe(NH^4)^2.6H^2O$
$(SO^4)^2NiK^2.6H^2O$
$(SO^4)^2Ni(NH^4)^2.6H^2O$
$(SO^4)^2CoK^2.6H^2O$
$(SO^4)^2Co(NH^4)^2.6H^2O$
$(SO^4)^2ZnK^2.6H^2O$
$(SO^4)^2Zn(NH^4)^2.6K^2O$
$(SO^4)^2CuK^2.6H^2O$
$(SO^4)^2Cu(NH^4)^2.6H^2O$

besitzen sämmtlich die gleiche Krystallform und sehr ähnliche optische Eigenschaften.

Phosphorsaures Ammonium-Natrium (Phosphorsalz) = $PO^4(NH^4)NaH.4H^2O$. $a:b:c = 2,8828:1:1,8616$; $\beta = 99^\circ 18'$ (Mitscherlich). Combination (Fig. 232): $p = \{110\}$, $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $-r = \{101\}$, $-r' = \{201\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $r' = \{20\bar{1}\}$.

Fig. 232.

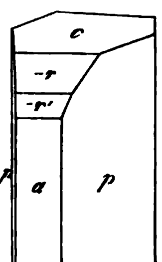
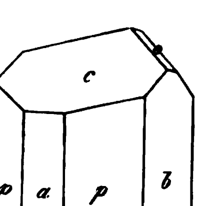


Fig. 233.

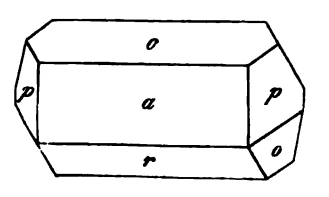


Borax = $B^4O^7Na^2.10H^2O$. $a:b:c = 1,0997:1:0,5394$; $\beta = 106^\circ 35'$ Rammelsberg). Combination (Fig. 233): $p = \{110\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $o' = \{22\bar{1}\}$. Ebenen der optischen Axen normal zu $\{010\}$, Doppelbrechung —; Symmetrieaxe ist erste Mittellinie, die zweite liegt im spitzen Winkel der Axen und bildet mit c 55° 33' für Roth, 54° 45' für Grün, daher die sehr deutliche gekreuzte Dispersion, welche in Fig. 10 und 11 der Taf. II dargestellt ist; die zweite Mittellinie und somit die Axenebene für jede Farbe dreht sich beim Erwärmen von 21° auf 86° C. um 3½°. Optische Constanten nach Tschermak:

	α	β	γ	$2V$ ber.	$2E$ beob.
Für *Li*-Linie:	1,4442	1,4657	1,4686	39° 52′	59° 53′
- *Na*- - :	1,4468	1,4686	1,4715	39 36	59 23
- blaues Glas:	1,4535	1,4756	1,4785	39 22	—

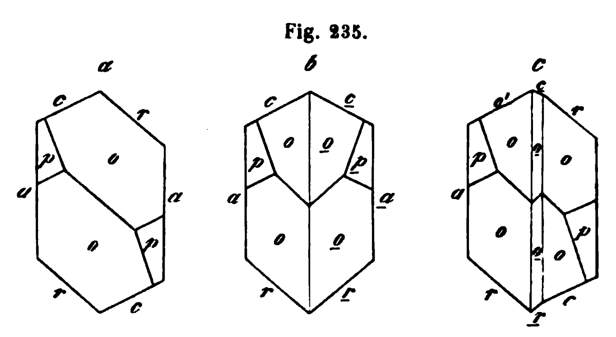
Epidot = $Si^6O^{26}Al^6Ca^4H^2$. $a:b:c = 1,5807:1:1,8057$; $\beta = 64^\circ 36'$ (von Kokscharow). Combination (Fig. 234): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $p = \{110\}$, $o = \{11\bar{1}\}$; stets nach der Symmetrieaxe prismatisch verlängert und gewöhnlich nur an einem Ende ausgebildet. Häufig Zwillinge nach a $\{100\}$, s. Fig. 235 a—c (gerade Projectionen auf die


Fig. 234.



Symmetrieebene); Fig. 235*a* stellt einen einfachen Krystall dar, an dessen Ende $o\{\bar{1}11\}$ vorherrscht; in dem symmetrischen Zwilling Fig. 235*b* bilden die beiden oberen Flächen $o\underline{o}$ einen einspringenden, die unteren $o\underline{o}$ einen ausspringenden Winkel; sind die letzteren so gross, dass sie allein die Endigung des nach der Symmetrieaxe prismatischen Zwillings bilden, so erscheint derselbe wie ein einfacher monokliner Krystall, dessen Symmetrieebene *a* ist; sehr häufig ist der in Zwillingsstellung befindliche zweite Krystall dem ersten nur als dünne Lamelle eingelagert, wie Fig. 235*c* zeigt.

Fig. 235.



Spaltbarkeit {001} vollkommen, {100} deutlich. Ebene der optischen Axen {010}, Doppelbrechung —; erste Mittellinie, bei der gewählten Stellung fast vertical, liegt im spitzen Winkel und bildet mit *c* 2° 56′ für Roth, 2° 26′ für Grün, daher deutliche geneigte Dispersion;

$$
\begin{array}{llll}
2V = 73^\circ 36' & \beta = 1{,}7541 & \text{Roth} \\
73\ 26 & 1{,}7570 & \text{Gelb} \\
73\ 13 & 1{,}7621 & \text{Grün} \\
\alpha = 1{,}7305, & \gamma = 1{,}7677 & \text{Roth.}
\end{array}
$$

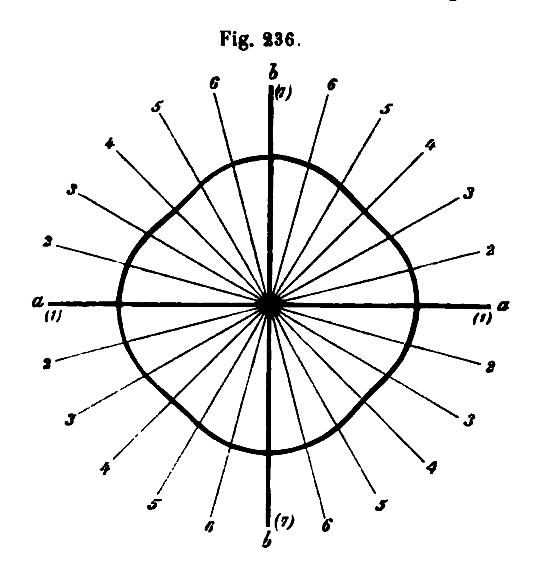
(Klein). Der Axenwinkel ändert sich wenig mit der Temperatur.

Glimmer = $(SiO^4)^3Al^3KH^2$. $a : b : c = 0{,}578 : 1 : 3{,}276$; $\beta = 90^\circ 0'$. (G. vom Rath). Sechsseitige Tafeln nach {001}, selten mit gut ausgebildeten Randflächen. Zwillinge nach {110}, deren Verwachsungsfläche aber stets {001} ist (Tschermak). Höchst vollkommene Spaltbarkeit nach {001} (über die Verwendung dünner Glimmerplatten zu optischen Zwecken s. S. 125 f.); durch Eintreiben einer scharfen Spitze in eine Spaltungslamelle erhält man als Schlagfigur einen sechsstrahligen Stern, bestehend aus Sprüngen nach {010} und $\{\bar{1}11\}$, durch Druck mit einer stumpfen Spitze Knickungen nach drei Richtungen, welche die Winkel der Schlagfigur halbiren (Reusch, Bauer, Tschermak). Die Elasticität für Richtungen innerhalb der Spaltungsfläche wird nach den Messungen von Coromilas dargestellt durch die Curve Fig. 236, deren Radien vect. proportional sind der elastischen Biegung; 1 ist die Richtung der Symmetrieaxe (Maximum der Biegung, daher Minimum der Elasticität); 3, 3, 7 sind den Radien der Schlagfigur, 1, 5, 5 denen der Druckfigur parallel. Ebene der optischen Axen senkrecht zur Symmetrieebene, 1. Mittellinie $\frac{1}{2}^\circ$—2° gegen Axe *c* nach

inten geneigt (da in Folge dieser Orientirung eine Spaltungsplatte die ptischen Axen fast genau symmetrisch zur Normale der Platte zeigt, so vurde der Glimmer lange Zeit ür rhombisch gehalten, bis lintze und Tschermak die rwähnte Abweichung nachviesen). $2E = 60^\circ - 70^\circ$, $\varrho > v$. Doppelbrechung —. Hauptbrechungsindices nach Bauer:

$\alpha = 1{,}537$ für rothes Glas
$\beta = 1{,}541$ - - -
$\gamma = 1{,}574$ - - -

Fig. 236.



Die angegebenen Werthe gelten für den Kaliglimmer oder Muscovit, während die anderen Glimmerarten (isomorphe Mischungen) grosse Verschiedenheiten in der Lage der optischen Axen zeigen.

Augit = Mischung von $(SiO^3)^2Ca(Mg,Fe)$ und SiO^6Al^2Mg. $a:b:c = 1{,}058 : 1 : 0{,}594$; $\beta = 90^\circ 22'$ (von Kokscharow). Combination (Fig. 237): $a = \{100\}$, $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $o = \{122\}$. Optische Axen in der Symmetrieebene, Doppelbrechung +, stark. Bei den verschiedenen Mischungen, welche die Varietäten dieses Minerals bilden, macht die erste Mittellinie (im stumpfen Axenwinkel) mit c Winkel von 39° bis 54°; der wahre Axenwinkel $2V = 61^\circ - 68^\circ$; $\beta = 1{,}70$ ungefähr. Meist dunkelbraun durchsichtig mit mässigem Pleochroismus.

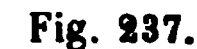
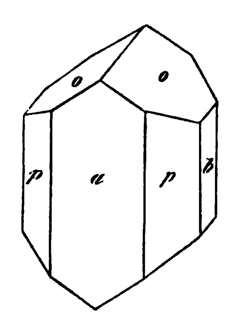


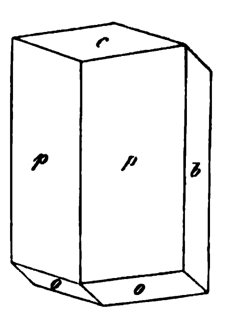
Fig. 237.



Der mit Augit vollkommen isomorphe Diopsid $= (SiO^3)^2Ca(Mg,Fe)$ besitzt eine ausgezeichnete Gleitfläche, welche, man man dem Prisma o das Symbol $\{\bar{1}11\}$ giebt, das einfache Zeichen $\{001\}$ erhält; die zweite Kreisschnittebene des Deformationsellipsoides bei der Schiebung ist a (100).

Hornblende (chemische Zusammensetzung gleich Augit). $a:b:c = 0{,}5318 : 1 : 0{,}2936$; $\beta = 104^\circ 58'$ (Des Cloizeaux). Combination (Fig. 238): $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $o = \{11\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{110\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Doppelbrechung —; erste Mittellinie im spitzen Axenwinkel β macht mit c $1^\circ - 18^\circ$; $2V = 80^\circ - 85^\circ$; $\beta = 1{,}64$ ungefähr. Starker Pleochroismus; meist ist die Körperfarbe für die Schwingungsrichtung grösster

Fig. 238.



Lichtgeschwindigkeit grün, die parallel der kleinsten braun; doch giebt es Varietäten, deren drei Axenfarben den grössten überhaupt vorkommenden Unterschied zeigen, sie sind nämlich: dunkelblau, violett und gelbgrün.

Orthoklas (Kalifeldspath) = Si^3O^8AlK. $a : b : c = 0,6585 : 1 : 0,5554$ $\beta = 116° 3'$ (G. vom Rath). Combination (Fig. 239): $T = \{110\}$, $M = \{010\}$, $P = \{001\}$, $n = \{021\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $x = \{10\bar{1}\}$, $y = \{20\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ vollkommen, $\{010\}$ ziemlich vollkommen. Die Krystalle dieses Minerals sind nur z. Th. homogen; vielfach zeigen dieselben stellenweise lamellare Zwillingsbildung nach M $\{010\}$, und so entstehen Uebergänge in den sogenannten Mikroklin (s. S. 342). Hiernach ist es sehr wahrscheinlich, dass auch der homogene Orthoklas trikliner Feldspath ist, welcher in Folge der Fig. 188, S. 342 abgebildeten Zwillingsbildung aus so dünnen Lamellen besteht, dass diese sich der mikroskopischen Sichtbarkeit entziehen, und daher auch das optische Verhalten ein einheitliches ist (vergl. S. 136). In Folge wechselnder lamellarer Zusammensetzung, z. Th. aber auch in Folge chemischer Differenzen (Vertretung von Kalium durch Natrium), variiren die optischen Eigenschaften des Minerals in hohem Grade. Doppelbrechung —; erste Mittellinie im stumpfen Axenwinkel β, schliesst mit c 111°—112° ein. Ebene der optischen Axen meist normal zu $\{010\}$, alsdann stets deutliche horizontale Dispersion (in Fig. 8 und 9 der Taf. II dargestellt); Axenwinkel sehr verschieden, zuweilen so klein, dass für eine Farbe die Axen zusammenfallen und für einen Theil der Farben in $\{010\}$ auseinander gehen; für einzelne Varietäten liegen die Axen aller Farben in der Symmetriebene.

Fig. 239.

Im Folgenden sind als Beispiele die optischen Constanten einiger Vorkommen zusammengestellt:

Feldspath vom St. Gotthard, dessen Axenebene senkrecht zu $\{010\}$, mit grossem Axenwinkel, für Gelb:

$$\alpha = 1,5190,\ \beta = 1,5237,\ \gamma = 1,5260.\quad 2V = 69°43',\ 2E = 121°6'.$$

Feldspath (natronreich) von Wehr in der Eifel, dessen Axenebene für Roth normal zu $\{010\}$, für Blau diesem parallel; für Roth:

$$\alpha = 1,5170,\ \beta = 1,5239,\ \gamma = 1,5240.\quad 2V = 13°34,\ 2E = 20°45',$$

für Blau:

$$\alpha = 1,5265,\ \gamma = 1,5356,\ \beta = 1,5355.\quad 2V = 11°51',\ 2E = 18°14'.$$

Durch Erhöhung der Temperatur findet eine Abnahme des Winkels der optischen Axen, wenn ihre Ebene normal zu $\{010\}$, und eine Zunahme statt, wenn sie in $\{010\}$ liegen; wird die Platte über 500° erhitzt, so kehren die Axen nach dem Erkalten nicht ganz in ihre frühere Lage zurück (Des Cloizeaux).

Essigsaures Natrium $= C^2H^3O^2Na . 3H^2O$. $a : b : c = 1,1852 : : 0,9964$; $\beta = 111^\circ 44'$ (Brooke). Combination (Fig. 240): $p = \{110\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $r' = \{20\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{110\}$ und $\{001\}$. Ebene der optischen Axen senkrecht zu $\{010\}$, erste Mittellinie im spitzen Axenwinkel β bildet mit c 55°; $2E = 99^\circ 11'$ roth, $101^\circ 50'$ violett; horizontale Dispersion kaum bemerkbar (Des Cloizeaux).

Fig. 240.

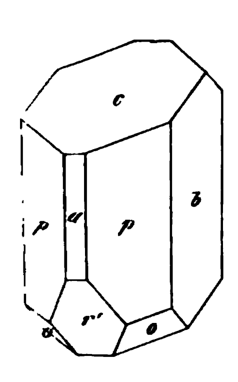


Fig. 241.

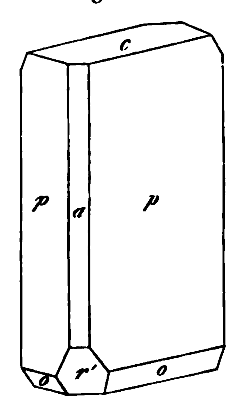
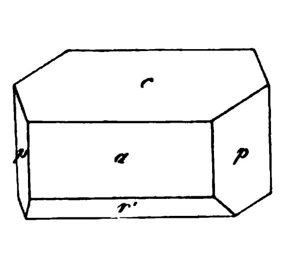


Fig. 242.



Essigsaures Kupfer (Grünspan) $= (C^2H^3O^2)^2Cu . H^2O$. $a : b : c = 1,5320 : 1 : 0,8108$; $\beta = 116^\circ 26'$ (Schabus). Combination (Fig. 241): $p = \{110\}$, $c = \{001\}$, $a = \{100\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $r' = \{20\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ und $\{110\}$. Starker Pleochroismus (spangrün bis dunkelblau).

Essigsaures Blei (Bleizucker) $= (C^2H^3O^2)^2Pb . 3H^2O$. $a : b : c = 2,1791 : 1 : 2,4790$; $\beta = 109^\circ 48'$ (Rammelsberg). Combination (Fig. 242): $a = \{100\}$, $c = \{001\}$, $r' = \{10\bar{1}\}$, $p = \{110\}$; häufig dünn tafelförmig nach $\{001\}$. Spaltbarkeit nach $\{100\}$ und $\{001\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Doppelbrechung $+$; erste Mittellinie (für die verschiedenen Farben nur wenige Min. abweichend) im stumpfen Winkel β, bildet mit c $55^\circ 18'$.

$2V$	β	
$= 83^\circ 27'$	$= 1,570$	roth
83 55	1,576	gelb
87 24	1,584	blau

(Des Cloizeaux).

Oxalsäure $= C^2O^4H^2 . 2H^2O$. $a : b : c = 1,6949 : 1 : 3,3360$; $\beta = 106^\circ 12'$ (De la Provostaye). Combination (Fig. 243): $c = \{001\}$, $p = \{110\}$, $r = \{101\}$, $r' = \{10\bar{1}\}$, $q = \{011\}$. Spaltbarkeit nach $\{110\}$. Ebene der optischen Axen normal zu $\{010\}$ und fast genau senkrecht zu $\{001\}$; erste Mittellinie b, zweite Mittellinie im stumpfen Winkel gegen c $14^\circ 43'$ (roth), $14^\circ 56'$ (blau) geneigt;

Fig. 243.

$2E = 117^\circ 16'$ roth, $118^\circ 33'$ blau (Des Cloizeaux).

Saures oxalsaures Kalium (Kleesalz) = $C^2O^4KH.H^2O$. $a:b:c = 0,3360:1:0,8011$; $\beta = 133^\circ 29'$ (Marignac). Combination (Fig. 244): $p = \{110\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $q' = \{021\}$, $r' = \{10\bar{2}\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $o' = \{12\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{100\}$ vollkommen, $\{010\}$ deutlich.

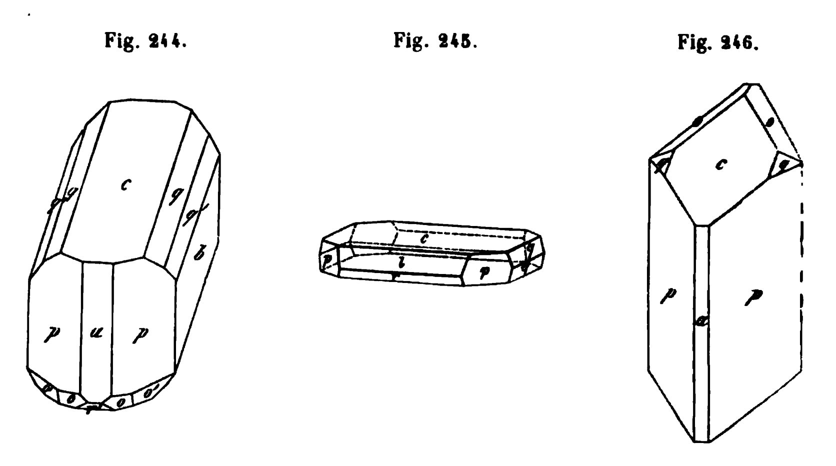


Fig. 244. Fig. 245. Fig. 246.

Benzoësäure = $C^6H^5.COOH$. $a:b:c = 1,0508:1:4,2084$; $\beta = 97^\circ 5'$ (Bodewig). Combination (Fig. 245): $c = \{001\}$, $l = \{101\}$, $r = \{10\bar{1}\}$, $p = \{110\}$, $q = \{011\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$; eine optische Axe steht ungefähr senkrecht zu c $\{001\}$.

Salicylsäure = $C^7H^6O^3$. $a:b:c = 1,0298:1:0,4344$; $\beta = 91^\circ 22'$ (Marignac). Combination (Fig. 246): $p = \{110\}$, $a = \{100\}$, $c = \{201\}$, $q = \{211\}$, $o = \{111\}$.

Chinon = $C^6H^4O^2$. $a:b:c = 1,0325:1:1,7100$; $\beta = 101^\circ 0'$ (Hintze). Combination (Fig. 247): $c = \{001\}$, $m = \{110\}$, $r = \{10\bar{1}\}$; zuweilen noch $o = \{11\bar{2}\}$ (Fig. 248) und Zwillinge nach r (Fig. 249). Spaltbar nach $r\{10\bar{1}\}$ sehr vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, die erste Mittellinie nahe senkrecht zu $r\{10\bar{1}\}$. Axenwinkel in Öel, beob. durch eine Spaltungsplatte:

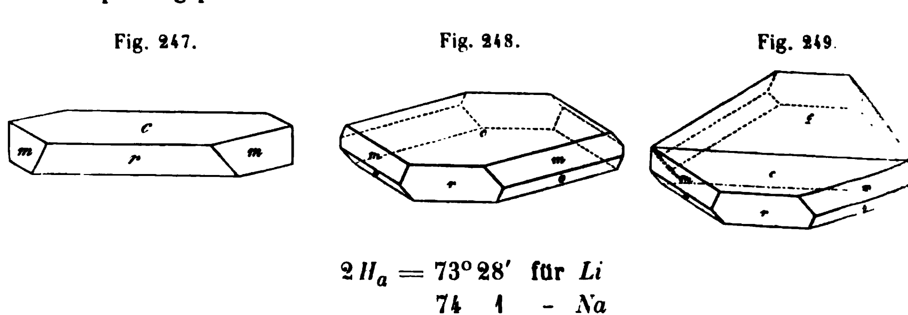


Fig. 247. Fig. 248. Fig. 249.

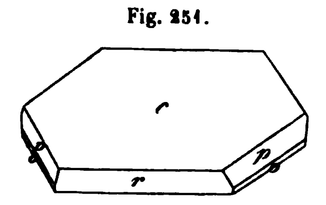
$$2H_a = 73^\circ 28' \text{ für } Li$$
$$74\ \ 1 \quad - \ Na$$
$$74\ \ 38 \quad - \ Tl.$$

Doppelbrechung stark, negativ (Henniges).

Naphtalin = $C^{10}H^{8}$. $a:b:c = 1{,}3951:1:1{,}4278$; $\beta = 123^\circ 29'$ (Groth). Combination (Fig. 250): $c = \{001\}$, $p = \{110\}$, $r = \{20\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen $\parallel \{010\}$; durch die Spaltungsblättchen eine Axe sichtbar (Groth).

Fig. 250.

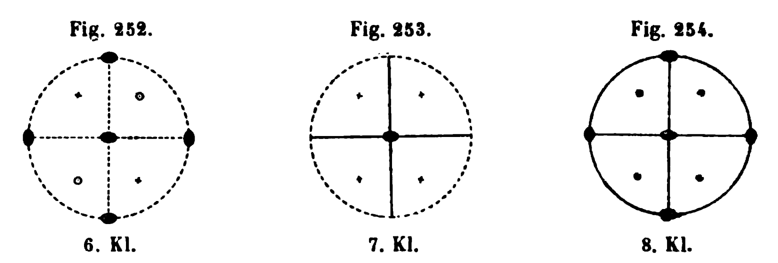
Fig. 251.



Anthracen = $C^{14}H^{10}$. $a:b:c = 1{,}422:1:1{,}878$; $\beta = 124^\circ 24'$ (Groth). Combination (Fig. 251): $c = \{001\}$, $p = \{110\}$, $o = \{11\bar{1}\}$, $r = \{20\bar{1}\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$. Ebene der optischen Axen $\parallel \{010\}$, durch $\{001\}$ eine Axe sichtbar (Groth).

III. Rhombisches Krystallsystem.

Wie S. 315 gezeigt wurde, bedingt das Vorhandensein zweier (nothwendig auf einander senkrechter) zweizähliger Symmetrieaxen die Existenz einer dritten, zu beiden senkrechten. Werden diese drei Richtungen, denen als Symmetrieaxen mögliche Kanten des Krystalls entsprechen müssen, als krystallographische Axen angenommen, seien z. B. die in der Projectionsebene


Fig. 252. 6. Kl. Fig. 253. 7. Kl. Fig. 254. 8. Kl.

der Fig. 252 liegenden, an ihren Enden durch das Zeichen 0 als zweizählige Symmetrieaxen charakterisirte Richtungen die Krystallaxen a und b und die Normale des Grundkreises in der Mitte die c-Axe, so erhalten die vier, in Folge der Existenz der drei Symmetrieaxen gleichwerthigen (vergl. S. 315), in der Projection eingetragenen Flächen gleiche Indices, da deren Pole von denen der a- resp. b- und c-Axe je den gleichen Abstand besitzen. Andererseits nimmt nach S. 317 in Folge der Existenz zweier (nothwendig auf einander senkrechter) Symmetrieebenen deren Durchschnittsrichtung den Charakter einer zweizähligen Symmetrieaxe an; die zu letzterer senkrechte Ebene, welche natürlich eine mögliche Fläche des Krystalls ist, wurde in Fig. 253 als Projectionsebene genommen; wählt man nun die beiden ausgezogenen Durchmesser des Grundkreises, in welchen dessen Ebene durch die beiden Symmetrieebenen geschnitten wird, als krystallographische Axen, z. B. wie in Fig. 252 als a- und b-Axe, und die Symmetrieaxe als c-Axe, so ist ersichtlich, dass die vier, nach S. 317 f. gleichwerthigen Flächen, deren Pole in der Figur markirt sind, ebenso wie im vorigen Falle, gleiche Indices erhalten. Werden endlich die Symmetrieverhältnisse der beiden eben betrachteten Fälle vereinigt, sei z. B. eine der beiden in die Grundkreisebene fallenden Axen der Fig. 253 zugleich eine zweizählige Symmetrieaxe, so führt die Drehung von 180° um dieselbe die vier oberen Flächenpole in vier untere gleichwerthige über, deren Projectionen, wie Fig. 254 zeigt, sich mit denen jener decken: dadurch ist aber auch die andere dem Grund-

kreis parallele Axe eine zweizählige Symmetrieaxe und die Ebene des Grundkreises eine Symmetrieebene geworden, so dass nun drei zu einander senkrechte Ebenen und ebenso viele Axen der Symmetrie vorhanden sind; es ist klar, dass jene vier unteren Flächen, bei derselben Wahl der Krystallaxen wie in den beiden vorhergehenden Fällen, mit den vier oberen gleiche Indiceszahlen (mit negativem dritten Index) erhalten.

Den in Fig. 252—254 dargestellten Symmetrieverhältnissen entsprechen nun drei Klassen von Krystallen, denen gemeinsam ist, dass die gleichwerthigen Flächen nur dann gleiche Indiceszahlen erhalten, wenn die Krystalle auf drei zu einander senkrechte Axen bezogen werden, deren jede entweder eine zweizählige Symmetrieaxe oder die Normale zu einer Symmetrieebene ist. Diese drei Klassen bilden daher ein Krystallsystem, welches nach der Gestalt der Durchschnitte der ihm angehörigen Formen mit den Axenebenen das »rhombische« heisst. Da die drei Axenwinkel α, β, $\gamma = 90°$, so enthalten die Elemente eines rhombischen Krystalls nur noch zwei Unbekannte, die Verhältnisse $a : b$ und $b : c$, so dass es also nur zweier Winkelmessungen bedarf, um dieselben zu bestimmen.

Betrachten wir nun die in den Fig. 252—254 eingetragenen Pole als solche beliebiger Richtungen im Krystall, so lehrt die Vergleichung der drei Projectionen, dass in den beiden ersten Klassen des rhombischen Systems entgegengesetzte Richtungen nicht gleichwerthig sind, während in den Krystallen der dritten stets den beiden, zwei entgegengesetzten Richtungen entsprechenden Polen die gleiche Bedeutung zukommt. In Folge dessen müssen sich die Krystalle der beiden ersten Klassen durch polare physikalische Erscheinungen, wie Pyroëlektricität, ungleiches Wachsthum und verschiedene Auflösung (Aetzfiguren) entgegengesetzter Flächen u. s. w., von denen der dritten Klasse unterscheiden. Was dagegen das Verhalten der rhombischen Krystalle in Bezug auf diejenigen physikalischen Eigenschaften betrifft, welche für entgegengesetzte Richtungen einer Geraden übereinstimmen, so muss dasselbe für die Krystalle aller drei Klassen identisch sein; denn wenn man sich in Fig. 252 und 253 zu den vier markirten Polen die alsdann gleichwerthigen entgegengesetzten hinzudenkt, so erhält man die in Fig. 254 eingetragenen Pole, d. h. acht in Bezug auf jene Eigenschaften gleichwerthige Richtungen. Damit ist nachgewiesen, dass für die hierher gehörigen Eigenschaften die rhombischen Krystalle ein nach drei zu einander senkrechten Ebenen symmetrisches Verhalten zeigen müssen, d. h. dass sie die dritte der fünf S. 243 aufgezählten Klassen bilden.

Für die optischen Eigenschaften sämmtlicher rhombischer Krystalle gilt sonach, dass die Hauptaxen des Indexellipsoides für alle Farben mit den drei Krystallaxen coincidiren, die beiden optischen Axen daher stets in einer der drei krystallographischen Axenebenen gelegen sind. Die optische Orientirung eines rhombischen Krystalls für eine bestimmte Farbe erfordert daher nur die Angabe derjenigen Hauptschwingungsrichtung, welche mit je einer der Krystallaxen a, b, c zusammenfällt, oder die Angabe der Ebene

der krystallographischen Axen, in welcher die optischen liegen, des Winkels der letzteren und des Zeichens der Doppelbrechung. Die hierzu erforderliche Aufsuchung der Richtung der optischen Axen erfolgt durch die in § 17 der I. Abth. beschriebenen Interferenzerscheinungen im convergenten polarisirten Lichte, und zwar müssen dieselben in der S. 106 f. angegebenen symmetrischen Weise beobachtet werden durch eines der drei Paare von (Krystall-Spaltungs- oder Schliff-) Flächen, welche den drei krystallographischen Axenebenen parallel sind, da stets eine der drei Krystallaxen die erste Mittellinie der optischen Axen sein muss. Was das Verhalten der rhombischen Krystalle im parallelen polarisirten Lichte betrifft, so ergiebt sich aus § 16, dass die Schwingungsrichtungen einer Krystallplatte, welche einer der Axenebenen (100), (010) oder (001) parallel ist, die beiden in derselben liegenden Krystallaxen, d. h. Hauptschwingungsrichtungen sind; eine Krystallplatte, welche nur einer dieser Axen parallel ist, zeigt zwei Schwingungsrichtungen, deren eine parallel, die andere senkrecht zu der betreffenden Krystallaxe ist. In beiden Fällen kann eine Dispersion der Schwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben nicht eintreten. Eine solche, sowie eine Schiefe der Auslöschung, ist nur möglich in Platten, welche zu allen drei Krystallaxen schief geneigt sind. Dass die drei Absorptionsaxen eines rhombischen Krystalls (vergl. S. 156) ebenfalls mit den Krystallaxen zusammenfallen, versteht sich hiernach von selbst.

Für das thermische Verhalten ergiebt sich aus den Symmetrieverhältnissen der rhombischen Krystalle das Folgende: Die drei Axen des Wärmeleitungsellipsoides sind die drei Krystallaxen; die Orientirung der durch den Sénarmont'schen Versuch erhaltenen isothermischen Ellipse auf einer der Krystallflächen (100), ($\bar{1}00$), (010), ($0\bar{1}0$), (001), ($00\bar{1}$) ist derart, dass ihre Axen den beiden in der betreffenden Fläche liegenden Krystallaxen parallel sind; auf einer Fläche, welche nur einer krystallographischen Axe parallel ist, liegt von den Axen der Ellipse eine parallel, die andere senkrecht zu jener; auf einer zu allen drei Axen geneigten Krystallfläche ist die Orientirung der Wärmeleitungsfigur eine schiefe. Die Ausdehnung der rhombischen Krystalle durch die Wärme findet so statt, dass eine der Krystallaxen die Richtung der grössten, eine zweite die der kleinsten, die dritte die der mittleren Ausdehnung ist; in Folge dessen ändern sich die Winkel einer Fläche (hkl) gegen die drei Axen ungleich, während alle Flächen, deren einer Index $= 0$, stets der betreffenden Axe parallel bleiben und nur ihre Neigung gegen die beiden andern ändern (vergl. S. 176—179). Da die drei Krystallaxen die thermischen Axen d. h. diejenigen Richtungen sind, welche bei jeder Temperatur ihre Rechtwinkeligkeit bewahren, so kann eine Aenderung der Temperatur, wie überhaupt eine homogene Deformation, an dem Werthe der Axenwinkel α, β, γ (90° keine Aenderung hervorbringen, und von den Elementen eines rhombischen Krystalls sind somit nur die Verhältnisse $a:b$ und $b:c$ Functionen der Temperatur, während, wie in den andern Systemen, die Symmetrie der

Krystalle davon vollständig unabhängig ist. Dementsprechend finden auch die Aenderungen der optischen Eigenschaften durch gleichmässige Temperaturveränderung stets innerhalb des Rahmens rhombischer Symmetrie statt, so dass, wenn auch die Ebene der optischen Axen hierbei eine andere wird, es immer eine der drei krystallographischen Axenebenen bleibt, und die beiden optischen Axen immer den gleichen Winkel mit jeder Krystallaxe einschliessen (vergl. S. 185—187).

Für die magnetischen und elektrischen Eigenschaften folgt aus den Symmetrieverhältnissen des rhombischen Systems, dass die drei Krystallaxen zugleich die drei Hauptaxen des Ellipsoides der magnetischen Induction (S. 190), der elektrischen Leitungsfähigkeit, der thermoëlektrischen Kraft (S. 191 f.) und desjenigen sind, welches die Abhängigkeit der Diëlektricitätsconstante von der Richtung bestimmt (S. 194).

In Bezug auf die Elasticität prägt sich die Symmetrie nach den drei zu einander senkrechten Axenebenen der rhombischen Krystalle aus in der Abhängigkeit der Dehnung von der Richtung, wie sie für das Beispiel des Baryts auf S. 207 zur Darstellung gelangt ist. Die Cohäsion der rhombischen Krystalle endlich muss den S. 232 auseinandergesetzten Gesetzmässigkeiten unterliegen, nach welchen die Spaltbarkeit entweder nach einer der krystallographischen Axenebenen (eventuell auch nach zweien oder allen dreien, aber mit verschiedener Vollkommenheit) oder nach einem rhombischen Prisma oder endlich nach einer rhombischen Doppelpyramide stattfindet. Dass die Härtecurven auf den Flächen rhombischer Krystalle ebenfalls denselben Symmetrieverhältnissen unterworfen sind, haben die S. 234 erwähnten Versuche nachgewiesen.

Wenn einem rhombischen Krystall die einfache Molekularstructur eines Raumgitters zukommt, so kann es nur eine der vier in Fig. 140 (S. 253) abgebildeten Arten sein. Da diese nach drei zu einander senkrechten Ebenen symmetrisch sind, so entsprechen sie den Symmetrieverhältnissen der letzten Klasse dieses Systems; die Krystalle der beiden andern Klassen müssten daher entweder aus weniger symmetrischen Molekülen aufgebaut sein oder, wenn der geringere Grad der Symmetrie, den sie zeigen, in ihrer Structur begründet sein soll, eine complicirtere, als die eines Raumgitters, besitzen. In der That existiren regelmässige Punktsysteme (s. S. 261), welche die Symmetrieverhältnisse einer dieser beiden Klassen, und zwar der ersten, zeigen, endlich bei Annahme eines Aufbaues aus zweierlei Molekülen auch solche mit der Symmetrie der zweiten Klasse. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass nur wenigen rhombischen Krystallen eine derartige complicirte Molekularstructur zukommt, da in den meisten Fällen die Beziehungen zwischen der Häufigkeit der beobachteten Krystallflächen und ihrer physikalischen Bedeutung als Spaltungs-, Zwillingsflächen u. s. w. für relativ einfache Structurverhältnisse sprechen.

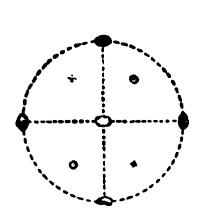
Was die im rhombischen System möglichen Zwillingsgesetze betrifft, so vereinfachen sich diese dadurch, dass in den wichtigsten Fällen die Normale

einer Krystallfläche zugleich eine mögliche Kante des Krystalls ist, und mit ihr auch die in einer möglichen Fläche liegende Normale einer möglichen Kante zusammenfällt. Alles dies ist z. B. der Fall bei der Zwillingsbildung nach einer der drei krystallographischen Axenebenen, welche nach jeder derselben möglich ist in der ersten Klasse, nur nach einer (derjenigen deren Normale die Symmetrieaxe) in der zweiten, während eine solche ausgeschlossen ist in der dritten Klasse, weil hier sowohl (100), als (010) und (001) Symmetrieebenen sind. Ist die Zwillingsebene die Fläche eines rhombischen Prismas, d. h. eine zu zwei Krystallaxen geneigte, der dritten parallele Ebene, so kann als Zwillingsaxe ebenso gut deren Normale, wie die in der Zwillingsebene gelegene Senkrechte zur Prismenkante betrachtet werden, da eine Drehung von 180° um jede dieser Geraden den gleichen, nach der Prismenfläche symmetrischen Zwilling erzeugt. Diese Zwillingsbildung, bei welcher ausserdem eine der drei Axen beider Krystalle coincidirt, ist in allen drei Klassen des Systems möglich und weitaus die häufigste, besonders bei den sogen. pseudosymmetrischen Krystallen (s. S. 278—280), deren Structur einer solchen von höherer Symmetrie, nämlich einer tetragonalen oder hexagonalen, so nahe steht, dass die Bedingungen für die Entstehung »mimetischer« Verwachsungen besonders günstige sind. Endlich kann auch eine zu allen drei Axen geneigte Krystallfläche Zwillingsebene sein; wie nach den S. 282 angestellten Betrachtungen zu erwarten, ist aber eine solche, d. h. eine Zwillingsbildung nach einer mit Theilchen relativ weniger dicht besetzten Ebene des Krystalls, nur selten zu beobachten.

6. Bisphenoidische Klasse.

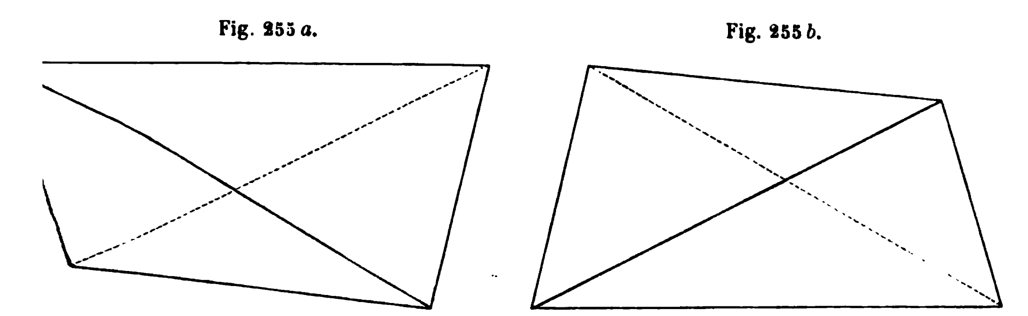
(Rhombisch-hemiëdrische Klasse.)

Die erste Klasse des rhombischen Systems umfasst die Krystalle mit drei zu einander senkrechten zweizähligen Symmetriaxen. Von diesen möge nach S. 372 die in nebenstehend wiederholter Figur 252 zum Grundkreis normale als die in den Krystallen vertical gestellte c-Axe, die beiden andern, den punktirten Durchmessern des Grundkreises parallelen, als die horizontalen Axen a und b angenommen werden. Alsdann entsprechen der im vordern oberen rechten Oktanten markirten Fläche (hkl) noch weitere drei gleichwerthige, nämlich $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}k\bar{l})$ und $(\bar{h}\bar{k}l)$, und die von diesen vier Flächen gebildete »einfache Form« $\{hkl\}$ ist die erste unter den bisher betrachteten, welche für sich allein den Raum umschliesst, da von ihren vier Flächen nicht drei in einer Zone liegen, und die also auch ohne mit andern Formen combinirt zu sein als Krystallform auftreten kann. Dieselbe, in Fig. 255 a abgebildet, besteht gewissermassen aus zwei Sphenoiden, d. h. Flächenpaaren, zu deren Schnittkante eine zweizählige Symmetrieaxe senkrecht steht (vergl. S. 351); sie wird daher »Bisphenoid« und nach ihr werden die in diese Klasse gehörigen Krystalle die »rhombisch bisphenoi-



dischen« genannt. Da das rhombische Bisphenoid nur Axen der einfachen Symmetrie besitzt, ist sein Spiegelbild eine enantiomorphe Gestalt, welche mit jenem durch keine Drehung zur Deckung gebracht werden kann; dieselbe besteht aus den vier entgegengesetzten Flächen $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}kl)$, $(hk\bar{l})$, $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ und wird durch das Symbol $\{h\bar{k}l\}$ bezeichnet. In Fig. 255 *a* und *b* sind diese beiden Sphenoide $\{hkl\}$ und $\{h\bar{k}l\}$, welche man als rechtes und linkes

Fig. 255 *a*. Fig. 255 *b*.



zu unterscheiden pflegt, so neben einander gestellt, wie das eine aus dem andern durch Spiegelung nach der Fläche (010) hervorgeht. Diese Formen besitzen dreierlei Kanten: zwei stumpfe Mittelkanten, welche bei beiden denselben Flächenwinkel besitzen, aber bei dem ersten von links oben nach rechts unten, beim linken umgekehrt laufen; ferner zwei schärfere Mittelkanten, welche ebenfalls an beiden gleiche Winkel, aber entgegengesetzte Neigung haben; endlich zwei horizontale, sogenannte »Polkanten«, für die das Gleiche gilt.

In dem speciellen Falle, dass die vier gleichwerthigen Pole der Fig. 252 in einem der beiden zu Axen gewählten Durchmesser oder auf dem Grundkreise liegen, d. h. wenn die Flächen eines rhombischen Bisphenoids in eine der drei Zonen fallen, deren Axen die Krystallaxen sind, wenn also einer der drei Indices $= 0$, so verwandelt sich das Bisphenoid in ein rhombisches Prisma, welchem sich die erstere Form um so mehr nähert, je kleiner der Werth des einen Index im Verhältniss zu den beiden andern ist. Denkt man sich z. B. folgende Zone von Bisphenoiden: $\{111\}$, $\{122\}$, $\{133\}$, $\{144\}$ ..., so wird in dieser der Parameter der a-Axe um so grösser, je weiter man in der Reihe fortschreitet; das Endglied derselben ist schliesslich ein Bisphenoid, dessen erster Index verschwindend klein gegen die beiden andern ist; dasselbe besteht aus den vier, der Axe a parallelen Flächen (011), $(0\bar{1}1)$, $(01\bar{1})$, $(0\bar{1}\bar{1})$ und bildet zugleich die Grenzform der entsprechenden Reihe linker Sphenoide: $\{1\bar{1}1\}$, $\{1\bar{2}2\}$, $\{1\bar{3}3\}$, $\{1\bar{4}4\}$ u. s. w. Dieses Prisma $\{011\}$ ist, da es für sich allein den Raum nicht abschliesst, in Fig. 256 in Combination mit den beiden Flächen (100) und $(\bar{1}00)$ abgebildet. Ebenso führt je eine Reihe von Bisphenoiden, welche man sich von $\{111\}$ oder $\{1\bar{1}1\}$ durch Vervielfältigung des Parameters auf der b-Axe abgeleitet denken kann, zu einer gemeinschaftlichen Grenzform, bestehend aus

den Flächen (101), $(10\bar{1})$, $(\bar{1}01)$, $(\bar{1}0\bar{1})$, d. h. zu dem in Fig. 257 in Combination mit (010) und $(0\bar{1}0)$ dargestellten, der b-Axe parallelen, rhombischen Prisma $\{101\}$. Endlich entsteht ein drittes rhombisches Prisma $\{110\}$, aus den Flächen (110), $(1\bar{1}0)$, $(\bar{1}10)$, $(\bar{1}\bar{1}0)$ zusammengesetzt, durch Fortführung der beiden Reihen $\{111\}$, $\{221\}$, $\{331\}$, $\{441\}$ ... und $\{1\bar{1}1\}$ $\{2\bar{2}1\}$, $\{3\bar{3}1\}$ $\{4\bar{4}1\}$ ... bis zum Verschwinden des letzten Index, d. h. bis zum Parallelismus der betreffenden Flächen mit der c-Axe (s. Fig. 258, Comb. m. (001) und $(00\bar{1})$). Ebenso wie man sich jedes beliebige rhombische Prisma $\{0kl\}$, $\{h0l\}$, $\{hk0\}$ als Grenzglied einer Reihe von Bisphenoiden denken kann, so bilden auch die sämmtlichen Prismen, welche derselben Krystallaxe parallel sind, eine Reihe, deren Grenzglieder zwei Pinakoide sind, denn deren Pole

Fig. 256.

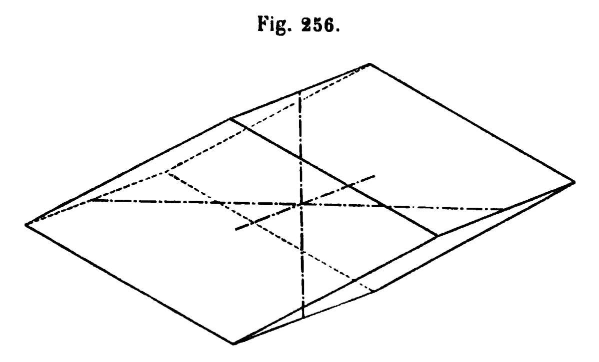
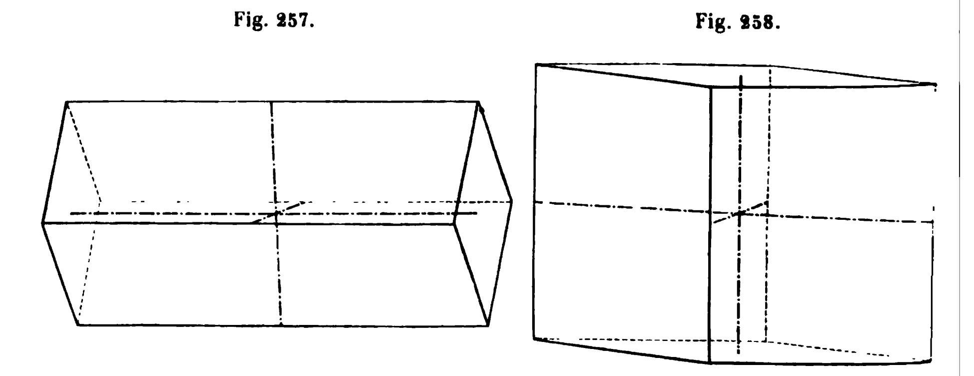


Fig. 257. Fig. 258.



liegen auf einem der drei Zonenkreise, deren Axen die Krystallaxen sind, und müssen daher paarweise zusammenfallen, wenn auch ein zweiter Index $= 0$ wird. Sämmtliche so entstehende specielle Fälle der allgemeinen Form $\{hkl\}$ kann man am besten an der Projection S. 376 herleiten, wenn man sich jeden der vier Pole, anstatt innerhalb des je einem Oktanten entsprechenden sphärischen Dreiecks, entweder in eine der drei Seiten oder in eine der drei Ecken desselben denkt. So ergeben sich im Ganzen sieben Arten von Formen, deren Benennung ganz dem früher benutzten Principe entspricht:

$\{100\}$ erstes Pinakoid
$\{010\}$ zweites Pinakoid
$\{001\}$ drittes Pinakoid

$\{0kl\}$ Prisma erster Art
$\{h0l\}$ Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hkl\}$ Bisphenoid.

111} und $\{1\bar{1}1\}$ pflegt man die beiden »primären« Bisphenoide, $\{011\}$, 101} und $\{110\}$ das primäre Prisma erster, resp. zweiter oder dritter Art u nennen.

Da die vorliegende Klasse die einzige des rhombischen Krystallsystems nit enantiomorphen Formen ist, so gehören ihr sämmtliche rhombisch rystallisirende Substanzen an, deren Lösungen die Polarisationsebene des ichtes drehen, wie verschiedene weinsaure Salze, Asparagin u. a. unter len nun folgenden Beispielen.

Beispiele. Schwefelsaures Magnesium (Bittersalz) $= SO^4Mg.7H^2O$. $a : b : c = 0,9901 : 1 : 0,5709$ (Brooke). Combination (Fig. 259) : $p = \{110\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{1\bar{1}1\}$, $r = \{101\}$, $q = \{011\}$, $s = \{201\}$, $t = \{021\}$, $v = \{211\}$, $x = \{121\}$; eine derartige, in Fig. 260 von oben gesehen in gerader

Fig. 259.

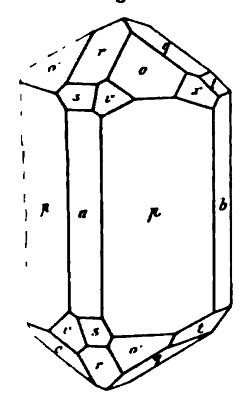


Fig. 260.

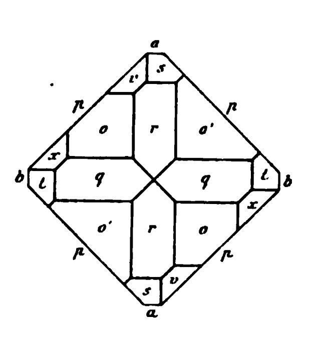
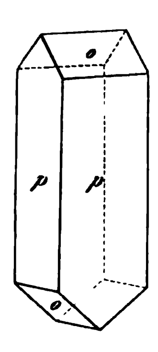


Fig. 261.



Projection dargestellte Combination ähnelt wegen der ungefähren Rechtwinkeligkeit des Prismas $\{110\}$ einer tetragonalen Combination quadratischer Prismen und Pyramiden; aus einer, borsaure Salze enthaltenden Lösung setzen sich Krystalle der einfachen Combination Fig. 261 ab. Die letzteren bilden oft Durchwachsungszwillinge mit der enantiomorphen Combination $\{110\}$ $\{1\bar{1}1\}$, in denen die Axen beider Krystalle parallel sind; ein derartiger Zwilling ist daher symmetrisch nach jeder der drei Axenebenen. Spaltbarkeit $\{010\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, b erste Mittellinie, Doppelbrechung —; $2E = 77^\circ 59'$ roth, $77^\circ 43'$ violett (Des Cloizeaux). Hauptbrechungsindices (Topsøe):

	α	β	γ
Linie C	1,4305	1,4530	1,4583
- D	1,4325	1,4554	1,4608
- F	1,4374	1,4607	1,4657

Schwefelsaures Zink (Zinkvitriol) $= SO^4Zn.7H^2O$. Isomorph mit dem vorigen. $a : b : c = 0,9804 : 1 : 0,5631$ (Brooke). Combinationen, Spaltbarkeit und optische Orientirung, wie beim Bittersalz; $2E = 70^\circ 23'$ roth $70^\circ 6'$ violett (Des Cloizeaux). Hauptbrechungsindices (Topsøe):

		α	β	γ
Linie	C	1,4544	1,4776	1,4812
-	D	1,4568	1,4801	1,4836
-	F	1,4620	1,4860	1,4897

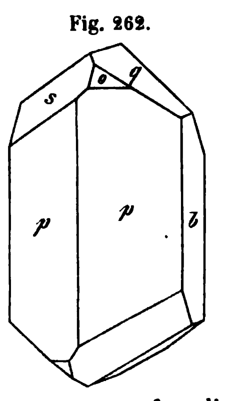


Fig. 262.

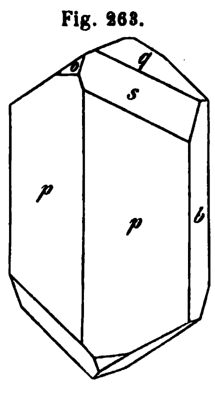


Fig. 263.

Ameisensaures Strontium $= (CHO^2)^2Sr.2H^2O$. $a : b : c = 0,6076 : 1 : 0,5949$ (Heusser). Combination (Fig. 262): $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $q = \{011\}$, $s = \{2\bar{1}1\}$, $o = \{111\}$ oder Fig. 263, in welcher $s = \{211\}$ und $o = \{1\bar{1}1\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, 1. Mittellinie Axe c, Doppelbrechung —, Hauptbrechungsindices nach Schrauf

für die Linie	B	D	E
α =	1,4806	1,4838	1,4869
β =	1,5174	1,5201	1,5244
γ =	1,5342	1,5382	1,5420
2V =	66°36′	67° 0′	67°24′
2E =	112 51	114 10	115 31

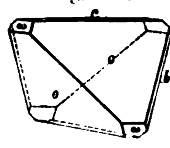


Fig. 264.

Glutaminsäure $= C^5H^7(NH^2)O^4$. $a : b : c = 0,6868 : 1 : 0,8657$ (Oebbeke). Combination (Fig. 264): $o = \{111\}$, $\omega = \{1\bar{1}1\}$, $c = \{001\}$, $b = \{010\}$. Spaltbarkeit nach $\{001\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Axe a 1. Mittelinie; $2E = 65^\circ 39'$ Li, $66^\circ 35'$ Na, $66^\circ 57'$ Tl.

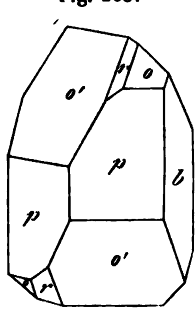


Fig. 265.

Saures rechtsweinsaures Kalium (Weinstein) $= C^4H^4O^6HK$. $a : b : c = 0,7148 : 1 : 0,7314$ (v. Kraatz). Combination (Fig. 265): $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $o' = \{1\bar{1}1\}$, $o = \{111\}$, $r = \{101\}$; auch flächenreichere Krystalle, wie das folgende Salz. Spaltbarkeit $\{001\}$. Optische Axen in derselben Ebene, b erste Mittellinie. Doppelbrechung negativ. $2H_a = 84^\circ$, $2E = 162^\circ$, $\varrho > v$ (V. von Lang).

Saures rechtsweinsaures Ammonium $= C^4H^4O^6H(NH^4)$. Isomorph mit dem vor. $a : b : c = 0,6931 : 1 : 0,7100$ (v. Kraatz). Combination (Fig. 266): $b = \{010\}$, $q = \{011\}$, $u = \{021\}$, $o = \{111\}$; aus Lösungen mit Ueberschuss von Weinsäure Krystalle mit $o' = \{1\bar{1}1\}$, in gleicher Grösse wie o, und

$= \{031\}$ (Fig. 267); endlich aus einer Ammoniumcarbonat enthaltenden Lösung Combinationen mit $m = \{110\}$ und $n = \{120\}$ ohne Bisphenoide

Fig. 266.

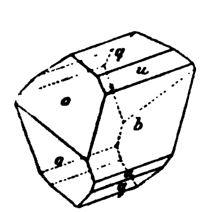


Fig. 267.

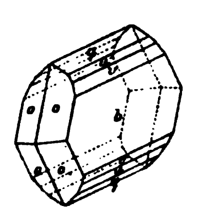


Fig. 268.

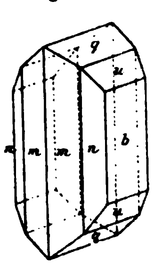
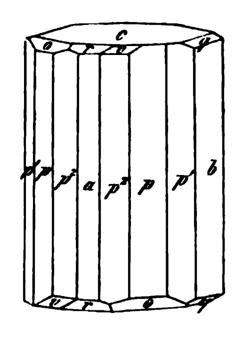


Fig. 268). Spaltbarkeit $\{001\}$ vollkommen. Optische Orientirung gleich dem vorigen, $2H_a = 85°$, $2E = 173°$, $\varrho > v$ (v. Lang).

Rechtsweinsaures Natriumkalium (Seignettesalz) $= C^4H^4O^6NaK.4H^2O$. $a : b : c = 0,8317 : 1 : 0,4296$ (Rammelsberg). Combination (Fig. 269): $c = \{001\}$, $p = \{110\}$, $p' = \{120\}$, $p^2 = \{210\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, dazu weniger häufig $o = \{1\bar{1}1\}$, $v = \{211\}$, $q = \{011\}$, $r = \{101\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, $\mathfrak{a}$ Mittellinie, Doppelbrechung +.

Fig. 269.



	α	β	γ	$2V$	$2E$
Roth:	1,490	1,491	1,493	71° 6'	120° 11'
Gelb:	1,492	1,493	1,496	69 40	117 2

(Des Cloizeaux). Aenderung der optischen Constanten durch die Temperatur sehr beträchtlich; Müttrich fand:

	α	β	γ	$2V$	$2E$
Für Roth bei 16° C.	1,4912	1,4930	1,4964	72° 29'	123° 38'
- - - 45° -	1,4869	1,4889	1,4920	76 46	135 11 *).

Rechtsweinsaures Natriumammonium (Ammoniumseignettesalz) $= C^4H^4O^6Na(NH^4).4H^2O$. $a : b : c = 0,8233 : 1 : 0,4200$ (Rammelsberg). Dieselbe Combination, wie die des vorigen Salzes. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, $\mathfrak{c}$ Mittellinie. Doppelbrechung —; $\beta = 1,495$.

$2V = 62°$ (roth), $2E = 100°$ (roth),
46° (violett), 70° (violett).

Rechtsweinsaures Antimonylkalium (Brechweinstein) $= C^4H^4O^6(SbO)K$. $a : b : c = 0,9556 : 1 : 1,1054$ (Brooke). Combination

*) Dieses und das folgende Salz haben so starke Dispersion, dass die hyperbolischen Büschel des Axenbildes nirgends dunkel, sondern lebhaft gefärbt und von grosser Breite sind.

(Fig. 270): $o = \{111\}$, $o' = \{1\bar{1}1\}$, $p = \{110\}$, $c = \{001\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$, $\{010\}$ und $\{100\}$. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, b Mittellinie. Doppelbrechung —: $2E = 85°20'$ roth, $83°10'$ blau (Des Cloizeaux).

Fig. 270.

Linksweinsaures Antimonoxydkalium hat mit dem vor. die gleiche Zusammensetzung und die enantiomorphe Combination, an welcher $\{1\bar{1}1\}$ vorherrschend, $\{111\}$ klein erscheint.

Glycerin $= C^3H^8O^3$. $a : b : c = 0{,}70 : 1 : 0{,}66$ (nur approximativ zu bestimmen) (von Lang). Combination (Fig. 271): $q = \{011\}$, $o = \{111\}$. Spaltbarkeit $\{100\}$ unvollkommen. Axenebene $\{001\}$, erste Mittellinie wahrscheinlich a, zugleich Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit; Dispersion $\varrho < \upsilon$ (v. Lang).

Fig. 271.

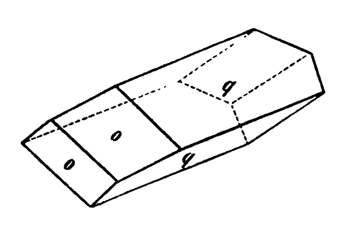
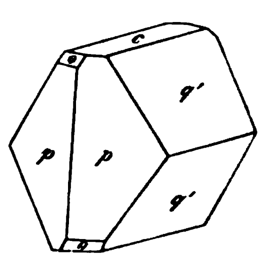


Fig. 272.



Asparagin $= C^4H^8N^2O^3.H^2O$. $a : b : c = 0{,}4737 : 1 : 0{,}8327$ (Miller). Combination (Fig. 272): $p = \{110\}$, $q' = \{021\}$, $c = \{001\}$, $o = \{1\bar{1}1\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, c Mittellinie, Doppelbrechung $+$;

	α	β	γ	$2V$
Roth:	1,5458	1,5778	1,6185	85° 5'
Gelb:	1,5489	1,5829	1,6246	86 15
Blau:	1,5542	1,5943	1,6378	89 51

Demnach ist für eine bestimmte Wellenlänge des äussersten Blau der wahre Axenwinkel genau $= 90°$. (Groth).

Die Lösung dieses, des gewöhnlichen, Asparagins ist linksdrehend; das synthetisch dargestellte Rechts-Asparagin hat die gleiche, aber enantiomorphe Krystallform, an welcher $\{111\}$ statt $\{1\bar{1}1\}$ auftritt, und genau dieselben optischen Eigenschaften, wie das Links-Asparagin.

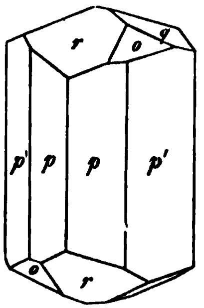
Mycose (= Trehalose) $= C^{12}H^{22}O^{11}.2H^2O$. $a : b : c = 0{,}6814 : 1 : 0{,}4171$ (Bodewig). Combination (Fig. 273): $p = \{110\}$, $p' = \{120\}$, $r = \{101\}$.

$q = \{011\}$, $o = \{111\}$. Spaltbarkeit $\{110\}$ deutlich. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, c Mittellinie, Doppelbrechung $+$. Durch Messung des spitzen und stumpfen Axenwinkels in Oel wurde gefunden:

	$2V$	$2E$	β
Für die *Li*-Linie:	48° 2′		
- - *Na* -	50 16	78°56′	1,478
- - *Tl* -	51 26	83 24	1,533

Bodewig und Lehmann). Des Cloizeaux fand: $2E = 73°8'$ roth, $82°39'$ blau.

Fig. 273.



7. Pyramidale Klasse.

(Rhombisch-hemimorphe Klasse.)

Die zweite Klasse des rhombischen Krystallsystems ist charakterisirt durch die Existenz zweier auf einander senkrechter Symmetrieebenen und einer zweizähligen Symmetrieaxe, in welcher die beiden ersten einander schneiden. Die letztere pflegt man vertical zu stellen und als c-Axe zu nehmen; da sich aus der nebenstehend wiederholten Fig. 253 ergiebt, dass alle gleichwerthigen Flächen einem Pole derselben angehören, ist diese Richtung eine polare Symmetrieaxe, und diese Eigenschaft prägt sich bei den hierher gehörigen Krystallen aus durch entgegengesetzte Pyroëlektricität an den beiden Polen jener Axe. Die aus den vier in der Figur bezeichneten Flächen (hkl), $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}kl)$, $(\bar{h}\bar{k}l)$ bestehende einfache Form $\{hkl\}$ ist eine rhombische Pyramide, wie sie in Fig. 274 in Combination (da sie für sich allein den Raum nicht abschliesst) mit der Fläche $(00\bar{1})$, welche die beiden Krystallaxen a und b enthält, abgebildet ist. Nach dieser Form, welche den allgemeinsten Fall repräsentirt, ist die Klasse benannt. Eine derartige, aus vier oberen Flächen bestehende Form kann als »obere« Pyramide unterschieden werden von der Form $\{hk\bar{l}\}$, welche aus vier, am unteren Pole der c-Axe zusammenstossenden Flächen besteht und dann als »untere« zu bezeichnen wäre. Jede derselben besitzt vier Kanten, sogen. »Polkanten«, von denen zwei einen stumpferen, zwei einen schärferen Flächenwinkel bilden.

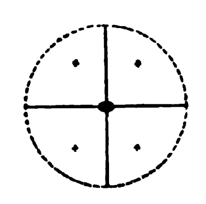
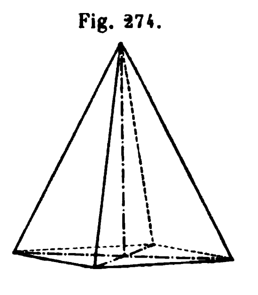


Fig. 274.



Die Form, welche die rhombische Pyramide in dem speciellen Falle annimmt, dass ihre Flächen einer Krystallaxe parallel sind, ist eine verschiedene, je nachdem dies die Symmetrieaxe oder eine der beiden hori-

zontalen Axen ist. Im ersteren Falle nehmen die vier Pyramidenflächen eine verticale Stellung an und bilden ein rhombisches Prisma (s. Fig. 258 S. 378), welcher Form sich die Pyramiden um so mehr nähern, je kleiner der dritte Index, d. h. je grösser der Parameter der c-Axe wird; in dem Grenzfalle $l = 0$ liegt gleichsam die Spitze der rhombischen Pyramide in dem Abstande ∞ auf der c-Axe, und hierbei ist es gleichgültig, ob wir von einer oberen oder einer unteren Pyramide ausgehen, denn das Prisma $\{hk0\}$ ist offenbar die gemeinschaftliche Grenzform beider Reihen. Anders ist es in den speciellen Fällen des Parallelismus mit den beiden horizontalen Axen a und b, wie sich am besten aus der Projection a. vor. S. ersehen lässt. Denkt man sich in derselben den Pol (hkl) in den horizontalen Durchmesser verlegt, so fällt der Pol $(\bar{h}kl)$ mit ihm zusammen, ebenso $(\bar{h}\bar{k}l)$ mit $(h\bar{k}l)$, und es entsteht ein, aus zwei der Axe a parallelen Flächen bestehendes, oberes Doma $\{0kl\}$, dessen horizontale Kante in der Symmetrieebene (010) liegt, welche den Flächenwinkel derselben halbirt. Die rhombische Pyramide $\{hk\bar{l}\}$ liefert als entsprechende Grenzform ein unteres Doma $\{0k\bar{l}\}$. Diesen Domen nähern sich die beiden Reihen von Pyramiden um so mehr, je kleiner der erste Index im Verhältniss zu den beiden andern wird. Denkt man sich umgekehrt eine Reihe rhombischer Pyramiden mit immer grösserem Parameter der b-Axe, d. h. in der Projection die beiden Pole (hkl) und $(h\bar{k}l)$ immer näher an einander, so gelangt man schliesslich zu einer Grenzform, wenn die Pole (hkl) und $(h\bar{k}l)$ einerseits, $(\bar{h}kl)$ und $(\bar{h}\bar{k}l)$ andererseits zusammenfallen, und diese ist wieder ein Doma $\{h0l\}$ mit horizontaler Kante, welche aber nun der b-Axe parallel ist. Die entsprechende Grenzform der unteren Pyramiden ist ein unteres Doma $\{h0\bar{l}\}$. Die beiden eben beschriebenen Arten von Domen bilden nun je eine Reihe, deren Glieder um so steilere Stellung der Flächen besitzen, je kleiner der Index der c-Axe ist; für den Werth 0 desselben gehen sie in ein senkrechtes Pinakoid über, welches offenbar gemeinsames Grenzglied der oberen und der unteren Domen ist. Während aber die beiden Reihen von Domen zu zwei verschiedenen senkrechten Pinakoiden, welche den Axen a und b, also den beiden Symmetrieebenen, parallel sind, führen, besitzen sie eine gemeinsame Grenzform für den umgekehrten Fall, dass der Index der c-Axe seinen grösstmöglichen Werth annimmt, d. h. die beiden ersten Indices verschwinden; alsdann fallen nämlich die vier gleichwerthigen Pole der Projection in deren Mitte zusammen und es entspricht ihnen ein oberes Pedion $\{001\}$, während die analoge Grenzform der unteren Pyramiden resp. Domen das Pedion $\{00\bar{1}\}$ ist. Je nachdem also die gleichwerthigen Pole auf eine der drei Seiten oder in eine der drei Ecken des von den Axenebenen gebildeten sphärischen Dreiecks fallen, ergeben sich sechs verschiedene specielle Fälle, welche mit dem allgemeinen im Folgenden zusammengestellt sind:

$\{100\}$ erstes Pinakoid
$\{010\}$ zweites Pinakoid

$\{001\}$ oberes (drittes) Pedion; $\{00\bar{1}\}$ unteres (drittes) Pedion
$\{0kl\}$ Doma erster Art
$\{h0l\}$ Doma zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hkl\}$ Pyramide (vierter Art).

$\{111\}$ wird die primäre obere, $\{11\bar{1}\}$ die primäre untere Pyramide, $\{110\}$ das primäre Prisma, $\{011\}$, $\{101\}$, $\{01\bar{1}\}$ und $\{10\bar{1}\}$ die primären Domen genannt.

Beispiele. Phosphorsaures Ammonium-Magnesium (Struvit) = $PO^4MgNH^4.6H^2O$. $a : b : c = 0,5667 : 1 : 0,9121$ (Sadebeck). Combination Fig. 275): $r = \{101\}$, $b = \{010\}$, $c = \{00\bar{1}\}$, $q = \{011\}$, $q' = \{041\}$, $r' = \{103\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$ und $\{010\}$ ziemlich vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{001\}$; a erste Mittellinie, Doppelbrechung $+$.

Fig. 275.

$2E = 46^\circ 32'$ roth, $47^\circ 30'$ gelb, $48^\circ 46'$ violett,
$\beta = 1,497$ roth, $1,502$ gelb.

Starke Aenderung durch die Wärme;

für Roth: $2E =$	$41^\circ 49'$	bei	7° C.
	46 4	-	47 -
	51 50	-	95 -

(Des Cloizeaux.)

Der obere Pol der c-Axe ist der antiloge elektrische Pol, der untere der analoge. Fig. 4*a* Taf. III zeigt einen während der Abkühlung mit Schwefel und Mennige bestäubten Krystall, Fig. 4*b* die in ersterer nicht sichtbare Fläche $(00\bar{1})$, deren Mitte eine Stelle mit positiver freier Elektricität erkennen lässt, welche jedenfalls der Influenz durch die starke negative Elektricität der Unterseite des Krystalls ihre Entstehung verdankt (Kalkowsky).

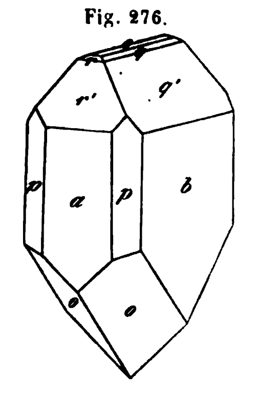


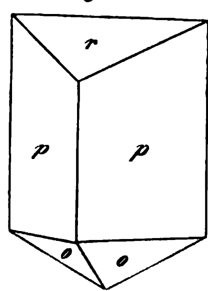
Fig. 276.

Kieselzinkerz = $SiO^3Zn^2(OH)^2$. $a : b : c = 0.7835 : 1 : 0,4778$ (Schrauf). Combination (Fig. 276): $b = \{010\}$, $a = \{100\}$, $p = \{110\}$; am oberen (analogen) Pol der c-Axe $r' = \{301\}$, $r = \{101\}$, $q' = \{031\}$, $q = \{011\}$, $c = \{001\}$; am unteren (antilogen) Pol nur $o = \{12\bar{1}\}$. Mit letzterem Ende sind zuweilen zwei Krystalle symmetrisch nach $\{001\}$ verwachsen. Aetzfiguren auf $b\,(010)$ zeigen die Polarität der c-Axe sehr deutlich, da sie oben durch untere Pyramidenflächen, unten durch obere Domenflächen begrenzt werden (vergl. S. 238 und Taf. III Fig. 3). Spaltbarkeit $\{110\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, c erste Mittellinie, Doppelbrechung $+$; optische Constanten (nach v. Lang):

	α	β	γ	$2V$	$2E$
für Roth:	1,6107	1,6142	1,6324	47° 30'	81° 7'
für Gelb:	1,6136	1,6170	1,6360	46 9	78 39
für Grün:	1,6176	1,6202	1,6392	44 42	76 3

Fig. 3 Taf. III stellt das Resultat der Anwendung der Kundt'schen Methode auf einen Krystall des Kieselzinkerzes nach Bauer und Brauns dar.

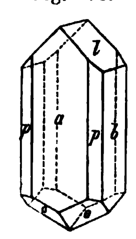
Fig. 277.



Resorcin $= C^6H^6O^2$. $a : b : c = 0{,}9123 : 1 : 0{,}5876$ (Calderon). Combination (Fig. 277): $p = \{110\}$, $r = \{101\}$, $o = \{11\bar{1}\}$; statt des letzteren kommt auch $\{10\bar{1}\}$ vor. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, a erste Mittellinie, Doppelbrechung —; für die Na-Linie ist $2V = 46°14'$, $\beta = 1{,}555$;

$2E = 76°40'$ roth
76 6 gelb
74 35 blau (Groth).

Fig. 278.



Triphenylmethan $= CH(C^6H^5)^3$. $a : b : c = 0{,}5716 : 1 : 0{,}5867$ (Hintze). Combination (Fig. 278): $a = \{100\}$, $b = \{010\}$, $p = \{110\}$, $l = \{021\}$, $o = \{12\bar{2}\}$. Spaltbar nach $\{011\}$ unvollkommen. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, b erste Mittellinie, $2H_0 = 139\frac{1}{2}°$ Na.

8. Bipyramidale Klasse.

(Rhombisch-holoëdrische Klasse.)

Der höchste Grad von Symmetrie im rhombischen Krystallsystem wird bedingt durch das gleichzeitige Vorhandensein dreier zu einander senkrechter Symmetrieebenen und dreier, zu diesen normaler, zweizähliger Symmetrieaxen (s. Fig. 254 obenstehend wiederholt). Werden nach S. 372 die letzteren als Krystallaxen, a und b in der Ebene des Grundkreises, die verticale c senkrecht zu demselben, genommen, so giebt es acht gleichwerthige Flächen mit den Indiceszahlen h, k und l, von denen

Fig. 254.

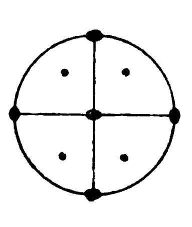
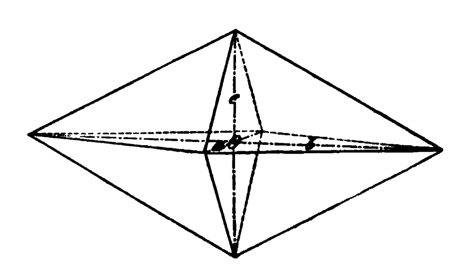


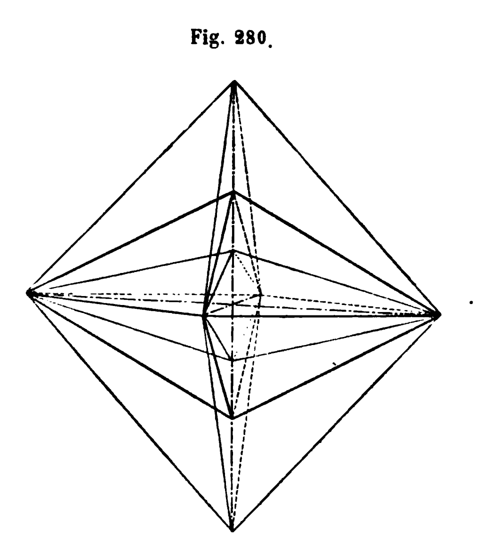
Fig. 279.



vier einer oberen, die andern vier einer unteren Pyramide der vorigen Klasse entsprechen; die vollständige einfache Form $\{hkl\}$ dieser Klasse ist also eine rhombische Doppelpyramide oder **Bipyramide**, und nach dieser werden die hierher gehörigen Krystalle als »rhombisch-bipyramidale« bezeichnet. Eine derartige in Fig. 279 (mit Hinzufügung der drei Krystallaxen) abgebildete Form besitzt dreierlei Kanten, vier einander gleiche in der Axenebene ab gelegene, sogenannte »Basiskanten«, vier stumpfere und vier schärfere »Polkanten«, von denen die einen in der Ebene (010), die andern in (100) liegen. Die sechs Ecken sind daher sämmtlich 2 + 2-kantig (didigonal), da sie von zweierlei Kanten gebildet werden.

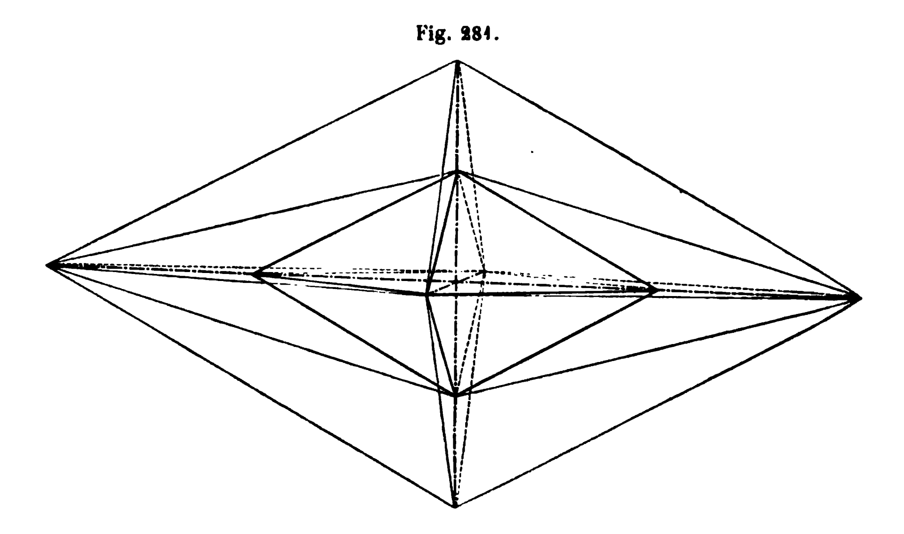
Dadurch, dass die Pole der Flächen in der Projection nicht, wie die der allgemeinen Form $\{hkl\}$, innerhalb des von den drei Axenebenen gebildeten sphärischen Dreiecks liegen, sondern auf einer der drei Seiten desselben, entstehen drei specielle Fälle, in welchen, wie aus der Projection unmittelbar zu ersehen, je zwei Pole zusammenfallen, so dass die Bipyramide sich in ein Prisma verwandelt, endlich drei weitere Fälle, wenn die Pole in den Ecken jenes Dreiecks liegen, wobei je vier Pole zusammenfallen und ein Pinakoid entsteht. Alle diese Formen lassen sich auch als Grenzformen je einer Reihe von rhombischen Bipyramiden auffassen. In Fig. 280 sind z. B. drei solcher Formen mit dem gleichen Verhältniss $a:b$ die mittlere ist mit Fig. 279 identisch) dargestellt, deren Parameter auf der c-Axe sich wie 1 : 2 : 4 verhalten; je grösser dieser letzte wird, desto mehr nähern sich die Formen demjenigen verticalen rhombischen Prisma, dessen beide horizontale Axen in demselben Verhältnisse stehen; sei die mittlere Bipyramide $\{111\}$, die beiden andern also $\{112\}$ und $\{221\}$, so ist die Grenzform $\{110\}$. Von jeder derartigen Bipyramide leitet sich nun eine Reihe anderer ab durch Vervielfachung der Axe b bei gleichbleibendem Verhältniss $a:c$, wie dies z. B. in Fig. 281 sowohl für die vorige $\{111\}$, als $\{221\}$ geschehen ist unter Verdoppelung der b-Axe; das Endglied jeder solchen Reihe ist ein horizontales Prisma, das der ersten $\{101\}$, der zweiten $\{201\}$. In derselben Weise sind endlich in Fig. 282 mit der oben als $\{111\}$ gewählten Bipyramide zwei weitere combinirt, welche dasselbe Verhältniss $b:c$ wie $\{111\}$ und $\{221\}$, aber doppelte a-Axe besitzen, also $\{122\}$ und $\{121\}$; setzt man die erste Reihe bis zum Ende fort,

Fig. 280.



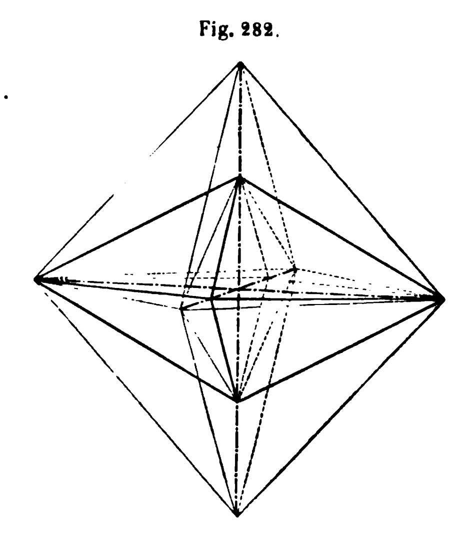
so gelangt man schliesslich zu dem horizontalen Prisma {011}, in der zweiten zu {021} u. s. f. Die so resultirenden drei Arten von rhombischen Prismen

Fig. 281.



sind dieselben, wie in der ersten Klasse dieses Systems (s. Fig. 256—258. S. 378), und das Gleiche gilt daher auch von den Grenzformen dieser, den drei Pinakoiden. Daraus folgt, dass die letzte Klasse des rhombischen Systems sich in Betreff der möglichen Arten einfacher Formen von der ersten nur durch die Ersetzung der Bisphenoide durch Bipyramiden unterscheidet, wie folgende Uebersicht zeigt:

Fig. 282.



{100} erstes Pinakoid
{010} zweites Pinakoid
{001} drittes Pinakoid
$\{0kl\}$ Prisma erster Art
$\{h0l\}$ Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hkl\}$ Bipyramide.

Die als {011}, {101}, {110}, {111} gewählten Formen werden, wie in den anderen Klassen, als »primäre« bezeichnet.

Beispiele. α-Schwefel $= (S)^m$. $a:b:c = 0{,}8130:1:1{,}9030$ (Schrauf). Entweder nur die spitze Bipyramide {111} oder die Combination Fig. 283: $o = \{111\}$, $o' = \{113\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$; von diesen Formen liegt o' in der Zone oc, kann sich also nur durch die Verticalaxe von o unter-

scheiden (ähnlich wie die verschiedenen Bipyramiden der Fig. 280 S. 387); q ist eine sogen. gerade Abstumpfung der längeren Polkanten von $\{111\}$, also primäres Prisma 1. Art. — Spaltbarkeit $\{001\}$ und $\{110\}$ unvollkommen. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, Axe c erste Mittellinie, Doppelbrechung positiv. Optische Constanten nach **Schrauf**:

Fig. 283.

für	*Li*	*Na*	*Tl*
$\alpha =$	1,9416	1,9598	1,9781
$\beta =$	2,0194	2,0401	2,0611
$\gamma =$	2,2185	2,2483	2,2788

$2V = 69°5'$ *Na*, $68°54'$ *Tl*;

Winkel des Kegels der äusseren und inneren konischen Refraction:

$$\varphi_\varepsilon = 7°20' \; Na, \quad \varphi_i = 6°56' \; Na.$$

Diese Werthe (für 8° C.) zeigen eine ausserordentlich starke Abnahme mit steigender Temperatur, entsprechend der bedeutenden Grösse der Ausdehnungscoëfficienten des rhombischen Schwefels; die letzteren sind nach **Schrauf**:

$$\alpha = 0{,}00007138 \qquad \beta = 0{,}00008604 \qquad \gamma = 0{,}00002144;$$

Diëlektricitätsconstanten s. S. 194.

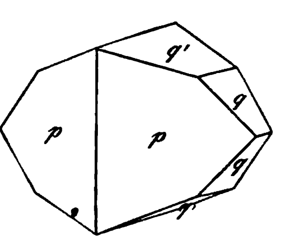
Jod $= (J)^m$. $a : b : c = 0{,}6644 : 1 : 1{,}3653$ (**Marignac**). Combination (Fig. 284): $o = \{111\}$, $o' = \{313\}$ (die kürzeren Polkanten von o zuschärfend, also dasselbe $a : c$, ähnlich wie die Bipyramiden in Fig. 281), ferner $c = \{001\}$, $o'' = \{316\}$ in der Zone $o'c$, also mit demselben $a : b$, wie ersteres), $p = \{110\}$ (gerade Abstumpfung der Basiskanten von o'), $b = \{010\}$.

Fig. 284.

Arsensulfid (natürl. Auripigment) $= As^2S^3$. $a : b : c = 0{,}9044 : 1 : 1{,}0113$ (**Mohs**). Natürl. selten deutliche Krystalle: $\{110\}$, $\{120\}$, $\{101\}$, $\{010\}$. Spaltb. (010) vollkommen.

Antimonsulfid (natürl. Antimonglanz) $= Sb^2S^3$. $a : b : c = 0{,}9844 : 1 : 1{,}0110$ (**Krenner**). Einfachste Combination $\{110\}$ (fast rechtwinkelig), am Ende $\{111\}$ (dem regulären Oktaëder sehr ähnlich). Spaltbarkeit $\{010\}$ vollkommen. Die aus Beobachtungen der metallischen Reflexion von der Spaltungsfläche berechneten (s. S. 162) Hauptbrechungsindices sind 5,17 und 4,49 (**Drude**).

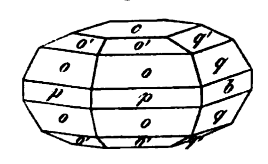
Fig. 285.



Eisenbisulfid (natürl. Markasit) $= FeS^2$. $a : b : c = 0{,}7519 : 1 : 1{,}1845$ (**Miller**). Combination (Fig. 285): $p = \{110\}$, $q' = \{013\}$, $q = \{011\}$.

Kupfersulfür nat. Kupferglanz) = Cu^2S. $a : b : c = 0,5797 : 1$ $0,9743$ (Miller). Combination (Fig. 286): $c = \{001\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{11$ $q = \{021\}$, $q' = \{023\}$, $p = \{110\}$, $b = \{010\}$. Diese Combination stellt einen ausgezeichneten Fall hexagonaler Pseudosymmetrie dar, da das Prisma p wenig von 60 verschieden ist, also p und b einander fast unter gleichen Winkeln schneiden; wie diese einem hexagonalen Prisma, so gleichen o und q einer spitzeren o' und q' einer stumpferen hexagonalen Bipyramide. Zwillinge und Drillinge nach $\{110\}$.

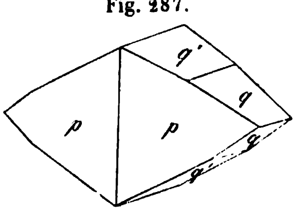
Fig. 286.



Bleioxyd = PbO. $a : b : c = 0,666 : 1 : 0,971$ (Nordenskiöld). Dünne Tafeln nach $\{100\}$ ausgedehnt, von schmalen Flächen von $\{012\}$, $\{111\}$ und mehrerer abgeleiteter Bipyramiden begrenzt. Spaltbarkeit $\{100\}$. Ebene der optischen Axen $\{100\}$.

Antimontrioxyd (Antimonige Säure, nat. Weissspiessglanzerz) = Sb^2O $a : b : c = 0,3914 : 1 : 0,3367$ (Laspeyres). Combination (Fig. 287): $p = \{110\}$, $q = \{021\}$ $q' = \{032\}$; oder tafelförmig nach $\{010\}$. Spaltbarkeit $\{010\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen für Roth $\{001\}$, für den brechbareren Theil des Spectrums $\{010\}$; Axenwinkel sehr klein.

Fig. 287.



Titandioxyd (nat. Brookit) = TiO^2. $a : b : c$ $= 0,9444 : 1 : 0,8416$ (von Kokscharow) Combination (Fig. 288): $a = \{100\}$, $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $o = \{111\}$, $e = \{122\}$ (Zone $oeeo$; da e häufiger und meist grösser als o, so wird es von manchen Autoren zur primären Bipyramide genommen), $x = \{102\}$, $y = \{104\}$, $z = \{112\}$ (bestimmt durch die beiden Zonen poz und $ezxz$), $t = \{021\}$. Spaltbarkeit $\{010\}$. Ebene der optischen Axen für Roth und Gelb $\{001\}$, $2E = 55$ roth, 30° gelb; für Grün $\{010\}$, $2E = 33°$ (von Zepharovich); erste Mittellinie ist für alle Farben die Axe a; man erblickt daher im convergenten weissen Licht die in Fig. 5 der Tafel II abgebildete Interferenzerscheinung (vergl. S. 109). Doppelbrechung +.

Fig. 288.

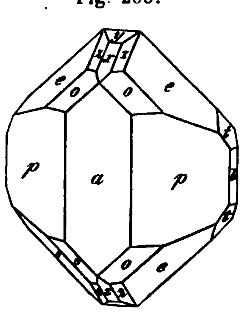


Fig. 289.

Bleichlorid = $PbCl^2$. $a : b : c = 0,5943 : 1 : 1,1898$ (Schabus). Combination (Fig. 289), tafelartig nach $c = \{001\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{112\}$, $q = \{012\}$, $q' = \{021\}$, $b = \{010\}$. Oft auch nur c, o' und b.

Quecksilberchlorid $= HgCl^2$. $a : b : c = 0,7254 : 1 : 1,0688$ (**Mitscherlich**). Kurzprismatische Combination (Fig. 290): $p = \{110\}$, $o = \{111\}$, $q = \{011\}$. Spaltbarkeit q vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, c erste Mittellinie. Doppelbrechung negativ.

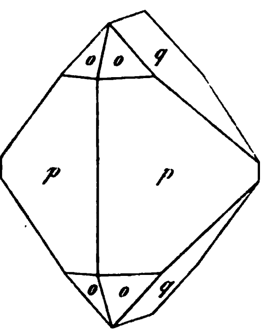


Fig. 290.

Quecksilberjodid $= HgJ^2$. $a : b : c = 0,6494 : 1 : ?$ (**Mitscherlich**). Die Krystalle sind nur gebildet von $\{110\}$ und $\{001\}$, daher die Verticalaxe unbekannt.

Quecksilberbromid $= HgBr^2$. $a : b : c \doteq 0,6796 : 1 : ?$ (**Handl**). Combination wie bei dem vorigen. Spaltbarkeit $\{001\}$. Ebene der optischen Axen $\{001\}$.

Jodbromquecksilber $= HgJBr$. $a : b : c = 0,6443 : 1 : 0,9194$ (**Groth**). Kurze Prismen (Fig. 291): $p = \{110\}$, $c = \{001\}$; in der Zone beider $o = \{111\}$, $o' = \{221\}$, $o'' = \{441\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, b erste Mittellinie.

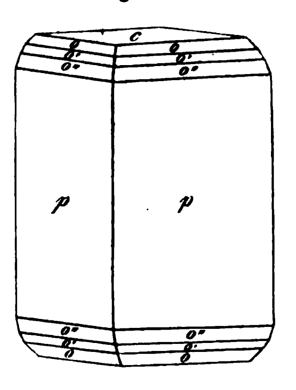


Fig. 291.

Salpetersaures Kalium (Kalisalpeter) $= NO^3K$. $a : b : c = 0,5910 : 1 : 7011$ (**Miller**). Combination (Fig. 292): $b = \{010\}$, $p = \{110\}$, $q = \{011\}$, $o = \{111\}$ (oft ohne die letzte Form, zuweilen auch nach q langprismatisch). Spaltbarkeit nach p und b unvollkommen. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, c erste Mittellinie. Doppelbrechung —; die Hauptbrechungsindices für die Fraunhofer'schen Linien nach **Schrauf**:

	α	β	γ
für B:	1,3328	1,4988	1,4994
für D:	1,3346	1,5056	1,5064
für E:	1,3365	1,5124	1,5135
für H:	1,3436	1,5385	1,5404

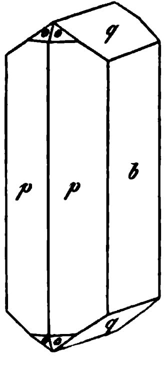


Fig. 292.

Daraus berechnen sich die wahren Axenwinkel:

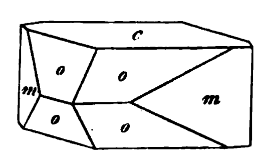
für B:	$2V = 6° 11'$
für D:	7 12
für E:	8 5
für H:	10 22

Den scheinbaren Winkel in Luft fand **Des Cloizeaux**:

für Roth $2E =$	$7° 55'$	bei	$17°$ C.
	6 42	bei	71,5 C.
	6 6	bei	121 C.

so dass also derselbe durch die Temperatur eine nicht unbeträchtliche Aenderung erleidet.

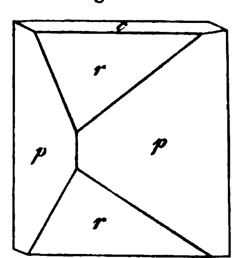
Fig. 293.



Salpetersaures Silber $= NO^3Ag$. $a:b:c = 0,5302:1:0,7263$ (Brooke). Combination (Fig. 293): $c = \{001\}$, $o = \{122\}$, $m = \{110\}$ (die Bipyramide o ist nicht zur primären gewählt worden um die Aehnlichkeit des Axenverhältnisses mit dem des Salpeters zu zeigen). Ebene der optischen Axen $\{100\}$, c erste Mittellinie. Scheinbare Winkel der Axen:

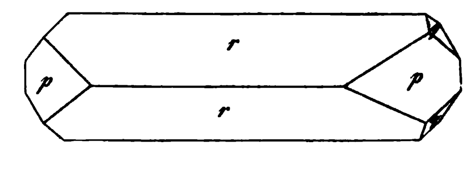
$2E = 126°37'$ roth
$133\ 50$ blau.

Fig. 294.



Ueberchlorsaures Kalium $= ClO^4K$. $a:b:c = 0,7819:1:0,6396$ (Groth). Combination (Fig. 294): $c = \{001\}$, $p = \{110\}$, $r = \{101\}$. Spaltbarkeit nach c und p vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, b erste Mittellinie. Doppelbrechung $+$.

Fig. 295.



Uebermangansaures Kalium $= MnO^4K$. $a:b:c = 0,7974:1:0,6492$ (Groth). Combination (Fig. 295), prismatisch durch Vorherrschen von $r = \{101\}$, ferner $p = \{110\}$, $q = \{021\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$ und $\{110\}$ vollkommen.

Fig. 296.

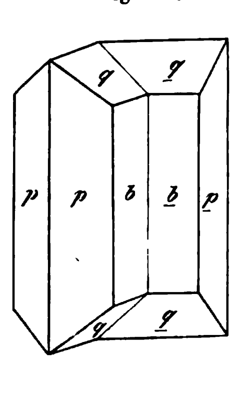
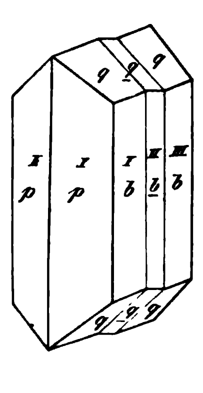


Fig. 297.



Kohlensaurer Kalk (Aragonit) $= CO^3Ca$. $a:b:c = 0,6224:1:0,7206$ (von Kokscharow). Combination $=$ Fig. 292 (vor. S.). $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $q = \{011\}$. Häufig Zwillinge nach einer Fläche von $\{110\}$ und mit derselben Fläche verwachsen (Fig. 296); sehr oft ist der einspringende Winkel der Flächen b durch Vorherrschen von p verdeckt, und es erscheint nur derjenige von q. Nicht selten ist an den zweiten Krystall noch ein dritter nach demselben Gesetze angewachsen; hierbei sind aber zwei Fälle möglich: entweder ist die Zwillingsebene des zweiten und dritten Krystalls parallel derjenigen des ersten und zweiten, oder sie ist dem andern Prismenflächenpaar parallel.

Betrachten wir zunächst den ersten, in Fig. 297 wiedergegebenen Fall,

o ist klar, dass Krystall *I* und *III* parallel sind, die Verwachsung also rscheint als ein Krystall, in welchem eine in Zwillingsstellung befindliche amelle eingewachsen ist. Nicht selten finden sich Krystalle mit einer Anzahl solcher Zwillingslamellen, welche eine Streifung der Flächen *q* und verursachen. Ein Aragonitkrystall mit einer derartigen Lamelle bietet n optischer Beziehung besonderes Interesse dar. Schleift man nämlich an lenselben oben und unten das Pinakoid {001} an und blickt etwas schräg lurch diese Flächen nach einem hellen Licht (oder einer hellen Oeffnung n einem dunkeln Schirm), so sieht man die Interferenzcurven des einen ler beiden Axenbilder ohne Polarisationsapparat. Die Ursache dieser Erscheinung ist die eingelagerte Zwillingslamelle. Da nämlich (s. folg. S.) die rste Mittellinie parallel der Verticalaxe, und der Axenwinkel des Aragonit klein ist, so bilden die einer optischen Axe der Zwillingslamelle entsprechenden Strahlen einen sehr spitzen Winkel mit deren, einer verticalen Prismenfläche parallelen, Begrenzungsfläche: fällt nun in einer geeigneten Richtung Licht auf die eine Pinakoidfläche des Krystalls auf, so wird dies doppelt gebrochen; die beiden Strahlenbündel treffen unter verschiedenen, aber bei beiden sehr spitzen Winkeln auf die eingelagerte Lamelle, werden also hier sehr verschieden abgelenkt, resp. der eine total reflectirt. In der Richtung der optischen Axe des Krystalls *II* tritt also nur ein linear polarisirtes Strahlenbündel in denselben ein; der Krystall *I* wirkt gerade so, wie der polarisirende Nicol des Polarisationsinstrumentes. Die in jener Richtung durch *II* hindurchgegangenen Strahlen werden in *III* wieder doppelt gebrochen, weil in diesem ihre Richtung wegen der Zwillingsstellung nicht die einer optischen Axe ist, sie verlassen die andere Pinakoidfläche also in verschiedenen Richtungen; bringt man nun das Auge in diejenige, welche den Strahlen entspricht, deren Vibrationsrichtung senkrecht zu derjenigen der aus *I* in *II* eintretenden ist, so erhält man die auf eine Schwingungsebene zurückgeführten Componenten der in *III* eintretenden Strahlen, d. h. *III* wirkt ebenso wie der mit dem Polarisator gekreuzte Analysator eines Polarisationsinstrumentes, und man erblickt, in dieser Richtung nach einer hellen Oeffnung hinsehend, indem man den Krystall dem Auge nähert, auf jener die dunkle Hyperbel mit den innersten Farbenringen des optischen Axenbildes. Solche Krystalle, welche ohne Polarisationsapparat die Interferenzringe zeigen, hat man idiocyclophanische genannt.

Fig. 298.

Es wurde a. vor. S. erwähnt, dass noch eine zweite Art von Drillingsverwachsungen eines derartigen rhombischen Krystalls nach demselben Gesetz möglich wäre. Diese ist in Fig. 298 dargestellt; hier ist die Zwillingsfläche von *II* und *III* nicht parallel der von *I* und *II*, sondern es ist die zweite

Prismenfläche des Krystalls *II*; in Folge dessen hat *III* eine andere Stellung als *I*. Würde sich an *III* in derselben Weise ein vierter Krystall anlegen u. s. f., so könnten, da der Prismenwinkel nahe 60°, deren sechs einen Ring schliessen. Sehr häufig sind Krystalle von der relativen Stellung *I*, *II*, *III* auch ganz durcheinander gewachsen; sind sie nach *b* tafelförmig, so erscheint der Drilling, von oben gesehen, wie ein sechsstrahliger Stern, dessen Strahlen nahe 60° mit einander bilden. Die Krystallgruppe zeigt sodann eine mimetisch-hexagonale Form, eine bei zahlreichen Substanzen, deren Prismenwechsel nahe gleich 60°, wiederkehrende Erscheinung (s. S. 278).

Spaltbarkeit {010} unvollkommen. Ebene der optischen Axen {100}, *c* erste Mittellinie. Doppelbrechung —; Brechungsindices:

	α	β	γ
für die Linie *C*:	1,5282	1,6778	1,6820
D:	1,5301	1,6816	1,6859
E:	1,5326	1,6863	1,6908

Daraus folgen die Axenwinkel:

für *C*:	$2V = 17°48'$	$2E = 30°\ 5'$
D:	17 50	30 14
E:	18 3	30 41

(Rudberg). Durch directe Messung fand Kirchhoff:

für *C*:	$2V = 18°\ 7'$	$2E = 30°40'$
D:	18 11	30 52
E:	18 17	31 7

Der scheinbare Axenwinkel ändert sich nur wenig mit der Temperatur bei einer Erhöhung der letzteren um 160° verringert er sich um ca. 40').

Kohlensaures Baryum (nat. Witherit) $= CO^3Ba$. $a : b : c = 0,5949 : 1 : 0,7413$ (Miller). Combination (Fig. 299): $o = \{111\}$, $q' = \{021\}$, $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, die ersteren sehr nahe eine hexagonale Bipyramide, die beiden letzteren ein dergl. Prisma bildend. Spaltbarkeit {110} unvollkommen. Die Mehrzahl der Krystalle sind Durchwachsungsdrillinge nach {110}. Ebene der optischen Axen {010}, *c* erste Mittellinie. Doppelbrechung —. Axenwinkel $2E = 26°30'$ für Roth und Blau, d. h. die Dispersion der optischen Axen ist so gering, dass sie durch die Messung nicht zu bestimmen; die Farbensäume der Hyperbeln deuten an, dass $\varrho > v$. $\alpha = 1,740$ (Des Cloizeaux).

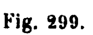
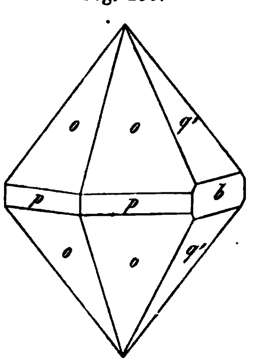


Fig. 299.



Kohlensaures Blei (natürl. Cerussit) $= CO^3Pb$. $a : b : c = 0,6102 : 1 : 0,7232$ (von Kokscharow). Combination = Fig. 299, doch $b = \{010\}$ gewöhnlich grösser ausgebildet, die Krystalle darnach oft tafelartig. Meist Zwillinge oder Drillinge nach dem Gesetze des Aragonit. Spaltbarkeit {110} unvollkommen. Ebene der optischen Axen {010}, *c* erste Mittellinie.

oppelbrechung —. Brechungsindices und daraus berechnete Axen-inkel:

inie B:	$\alpha = 1{,}7915$	$\beta = 2{,}0595$	$\gamma = 2{,}0613$	$2V = 8°22'$	$2E = 17\ 17°$
- D:	1,8037	2,0763	2,0780	8 14	17 8'
- E:	1,8164	2,0919	2,0934	7 35	15 55

Schrauf). Durch die Wärme nicht unbeträchtliche Aenderung:

$$2E = 18°22' \text{ bei } 12° \text{ C.}$$
$$22\ 2\ \text{ - } 95{,}5° \text{ C.}$$

Des Cloizeaux).

Schwefelsaures Kalium = SO^4K^2. $a : b : c = 0{,}5727 : 1 : 0{,}7464$ Mitscherlich). Combination entweder genau = Fig. 299, oder nach der rachydiagonale prismatisch (Fig. 300): $o = \{111\}$, $= \{110\}$, $b = \{010\}$, $q = \{011\}$, $q' = \{021\}$.

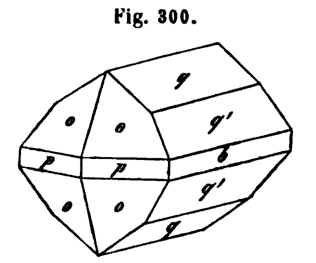
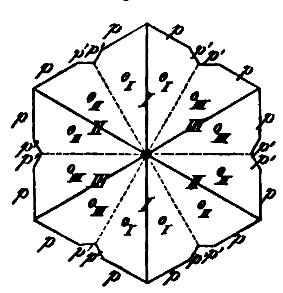


Fig. 300.


Fig. 301.

Häufig Drillingskrystalle, welche das aus-gezeichnetste Beispiel mimetischer Formen (vergl. S. 278) darbieten und wie einfache hexagonale Bipyramiden aussehen. In Fig. 301 ist ein solcher, vertical von oben gesehen, abgebildet. Denkt man sich den Krystall I allein vorhanden und zu beiden Seiten vervollständigt, so bildet er eine rhombische Bipyramide $o_I\ o_I\ o_I\ o_I$, deren Basiskanten durch die vier, in der Figur nur als Linien erscheinenden Flächen p des Prismas $\{110\}$ gerade abgestumpft sind; endlich erscheinen noch die vier Flächen des ebenfalls verticalen Prismas $p' = \{130\}$. Da der Winkel $(110):(1\bar{1}0)$ sehr nahe 60°, so ist derjenige von $\{130\}$ an derselben Seite nicht viel verschieden von 120°, und die Fläche (130) des letzteren nahezu normal zu (110) (wäre der Winkel von $\{110\}$ genau = 60°, so wäre der von $\{130\}$ genau = 120°, und die erwähnten beiden Flächen würden sich unter 90° schneiden). Nach der Fläche $(1\bar{3}0)$ symmetrisch zu I ist nun der Krystall II, und nach dem andern Flächenpaar desselben Prismas der Krystall III mit I verbunden. Da nach Obigem die Zwillings-ebene nahe senkrecht zu einer p-Fläche eines jeden Krystalls steht, so fallen je zwei derartig gelegene Flächen nahezu in eine Ebene (sie bilden einen einspringenden Winkel von 1° 16'), und da die Neigung von o zu p natürlich in allen drei Krystallen dieselbe ist, so müssen auch die an-einanderstossenden pyramidalen Flächentheile von I und II und von I und III fast zusammenfallen. Verschwinden nun die einspringenden Winkel der p'-Flächen durch vorherrschende Ausbildung der Bipyramide o, so ent-steht eine Form, welche nur bei genauer Betrachtung von einer hexa-gonalen Bipyramide mit abgestumpften Basiskanten unterschieden werden

kann, nämlich dadurch, dass jede ihrer Flächen nicht aus einer Ebene besteht, sondern nach vertical herablaufenden Grenzen geknickt erscheint. Um dies zu erkennen, braucht man nur das Licht einer einigermassen entfernten Flamme von den Pyramiden- oder Prismenflächen reflectiren zu lassen, wobei immer die Hälfte derselben beleuchtet erscheint.

Spaltbarkeit {010} und {001} unvollkommen. Ebene der optischen Axen {100}, *c* Mittellinie. Doppelbrechung +; $\varrho < v$. Brechungsindices (Topsøe):

	α	β	γ
C	1,4911	1,4928	1,4959
D	1,4932	1,4946	1,4980
E	1,4976	1,4992	1,5029

Direct beobachtet:

$2E = 110°15'$ roth
110 24 grün
110 26 blau.

Durch Temperaturerhöhung um 140° C. wird $2E$ etwa 10° grösser (Des Cloizeaux). Durch noch weiteres Erhitzen wird die *b*-Axe erste Mittellinie; bei 380° vereinigen sich die Axen in derselben und der Krystall wird negativ einaxig; alsdann gehen die Axen in {001} auseinander, und wenn dies so weit erfolgt ist, dass *a* erste Mittellinie geworden ist, so wird der Krystall wieder positiv doppeltbrechend, bis er bei 490° in einen einaxigen übergeht, dessen optische Axe parallel *a*; jenseits dieser Temperatur wird er wieder zweiaxig mit {010} als Axenebene. Zwischen 600° und 650° C. findet eine plötzliche Umwandlung des pseudohexagonalen Krystalls n einen wirklich hexagonalen statt, d. h. in die Form einer zweiten dimorphen Modification (Mallard).

Schwefelsaures Ammonium = $SO^4(NH^4)^2$. $a:b:c = 0{,}5643 : 1 : 0{,}7310$ (Mitscherlich). Combination = vorigem (Fig. 300). Spaltbarkeit *a* {100} vollkommen. Ebene der optischen Axen {010}, *a* erste Mittellinie. Doppelbrechung +; $2E = 87°44'$ roth, $88°47'$ blau. Der Winkel steigt merklich mit der Temperatur (Des Cloizeaux).

Chromsaures Kalium = CrO^4K^2. $a:b:c = 0{,}5695 : 1 : 0{,}7297$ (Mitscherlich). Combinationen und Zwillingsbildung, wie bei dem isomorphen Kaliumsulfat (Fig. 300, 301). Ebene der optischen Axen {100}, *b* erste Mittellinie. Doppelbrechung —. Der mittlere Brechungsindex $\beta = 1{,}713$ für die Linie *C*, 1,725 für *D*, 1,770 für *F*.

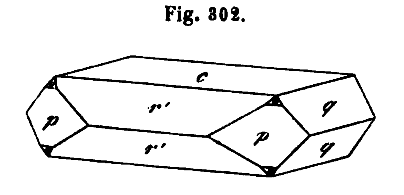
$2E = 100°32'$ roth
95 40 grün
93 10 blau.

Calciumsulfat (Anhydrit) = SO^4Ca. $a:b:c = 0{,}8932 : 1 : 1{,}0008$. Gewöhnliche Combination: {100}, {010}, {001}, einem regulären Würfel gleichend. Spaltbarkeit {010} sehr vollkommen, {001} vollkommen, {100},

deutlich. Gleitflächen parallel den beiden Ebenen (110) und (1$\bar{1}$0), daher die Hauptaxen des Deformationsellipsoides den drei Krystallaxen parallel sind und die einfache Schiebung nach den Gleitflächen die Symmetrie des Krystalls nicht ändert. Ebene der optischen Axen {001}, erste Mittellinie Axe a. $2E = 70°18'$ roth, $72°42'$ violett (Grailich u. Lang).

Schwefelsaures Baryum (nat. Schwerspath, Baryt) = SO^4Ba. $a:b:c$ = 0,7622 : 1 : 1,2416 (Helmhacker). Combination (Fig. 302): c = {001}, p = {110}, r' = {102}, q = {011}, o = {111}. Spaltbarkeit {001} vollkommen, {110} ziemlich vollkommen, {010} und {111} deutlich. Ebene der optischen Axen {010}, a erste Mittellinie. Doppelbrechung +. Optische Constanten nach Heusser:

Fig. 302.



	α	β	γ	$2E$
C	1,6336	1,6348	1,6452	62°34'
D	1,6363	1,6375	1,6480	63 12
E	1,6397	1,6409	1,6517	64 10

Ueber die Aenderung der Brechungsindices durch die Wärme liegen ausführliche Untersuchungen von Arzruni vor, welcher fand:

	Temp. Cels.	α	β	γ
C	20°	1,63351	1,63457	1,64531
	50	1,63326	1,63407	1,64462
	75	1,63281	1,63378	1,64426
	100	1,63246	1,63338	1,64360
	150	1,63177	1,63280	1,64264
	200	1,63082	1,63209	1,64157
D	20°	1,63609	1,63712	1,64795
	50	1,63575	1,63678	1,64726
	75	1,63546	1,63640	1,64683
	100	1,63512	1,63612	1,64643
	150	1,63431	1,63545	1,64533
	200	1,63344	1,63474	1,64426
F	20°	1,64254	1,64357	1,65469
	50	1,64215	1,64312	1,65388
	75	1,64174	1,64288	1,65356
	100	1,64148	1,64252	1,65295
	150	1,64071	1,64188	1,65200
	200	1,63994	1,64124	1,65096

Für den wahren Axenwinkel ergab sich bei denselben Temperaturen für die D-Linie (Na-Licht):

20° C.	2V = 37° 28′
50 -	38 43
75 -	39 28
100 -	40 15
150 -	42 6
200 -	44 18

Des Cloizeaux fand für die Aenderung des scheinbaren Axenwinkels:

2E = 63° 5′	roth,	bei 12° C.
70 10	-	- 121 -
74 42	-	- 196 -

Schwefelsaures Strontium (nat. Cölestin) = SO^4Sr. $a : b : c$ = 0,7696 : 1 : 1,2551 (Arzruni). Combination und Spaltbarkeit gleich vorigem. Axenebene {010}, a erste Mittellinie. Doppelbrechung +.

Brechungsindices bei 20° C.:

	α	β	γ
C	1,61954	1,62120	1,62843
D	1,62198	1,62367	1,63092
F	1,62790	1,62960	1,63697

bei 200° C.:

	α	β	γ
C	1,61719	1,61925	1,62547
D	1,61958	1,62168	1,62790
F	1,62542	1,62768	1,63399

Bei 16° C. ist der scheinbare Axenwinkel:

für *Li*-Licht:	2E = 87° 2′
- *Na* -	88 38
- *Tl* -	89 55½

Derselbe zeigt in höherer Temperatur eine beträchtliche Zunahme (Arzruni).

Schwefelsaures Blei (natürl. Anglesit) = SO^4Pb. $a : b : c$ = 0,7852 : 1 : 1,2894 (von Lang). Combination wie SO^4Ba. Spaltbarkeit ebenso, aber weniger vollkommen. Ebene der optischen Axen {010}, a erste Mittellinie.

Brechungsindices bei 20° C. nach Arzruni:

	α	β	γ
C	1,86981	1,87502	1,88630
D	1,87709	1,88226	1,89365
F	1,89549	1,90097	1,91263

bei 200° C.:

	α	β	γ
C	1,86527	1,87088	1,88008
D	1,87260	1,87833	1,88754
F	1,89124	1,89716	1,90658

Der wahre Axenwinkel 2V ist bei gewöhnlicher Temperatur 75° 24′ (*D*-Linie), bei 200° = 89° 17′; der scheinbare 2E kann nicht direct gemessen werden

a wegen des hohen Brechungsindex die Axen aus einer zur ersten Mittellinie senkrechten Platte nicht mehr austreten.

Nitroprussidnatrium $= Na^{12}Fe^6N^5O^6Cy^{30}.6H^2O$. $:b:c = 0,7650 : 1 : 0,4415$ (Rammelsberg). Combination Fig. 303): $p = \{110\}$, $r = \{101\}$, $q = \{011\}$. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, c erste Mittellinie. Doppelbrechung $+$. $2E = 61°$ roth.

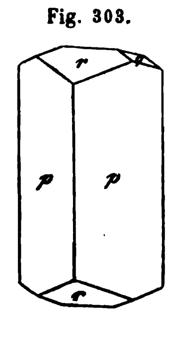


Fig. 303.

Staurolith $= Si^2O^{13}Al^5FeH$. $a:b:c = 0,4803 : 1 : .6761$. Combination (Fig. 304): $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $c = \{001\}$. Die sonst seltene Zwillingsbildung nach einer Bipyramidenfläche (vergl. S. 376) ist an diesem Mineral verhältnissmässig häufig; die Zwillingsebene ist eine Fläche von $\{232\}$, welche in Fig. 304 senkrecht gestellt ist.

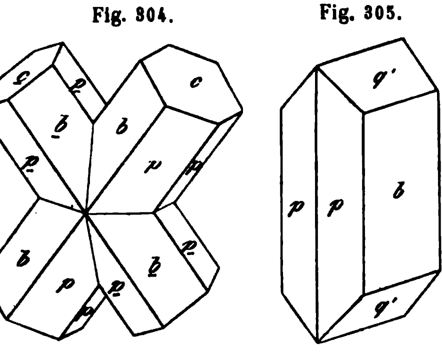


Fig. 304. Fig. 305.

Olivin $= SiO^4(Mg,Fe)^2$. $a:b:c = 0,4660 : 1 : 0,5867$ (von Kokcharow). Combination (Fig. 305): $p = \{110\}$, $b = \{010\}$, $q' = \{021\}$. Spaltbarkeit $\{010\}$ deutlich. Ebene der optischen Axen $\{001\}$, a erste Mittellinie. Doppelbrechung $+$. Dispersion der Axen gering, $\varrho < v$.

Gelb: $\alpha = 1,661$, $\beta = 1,678$, $\gamma = 1,697$, $2V = 87°46'$ (Des Cloizeaux).

Normales Eisensilicat (Frischschlacke) $= SiO^4Fe^2$. $a:b:c = 0,4623 : 1 : 0,5813$ (Mitscherlich). Combination gleich vorigem.

Topas $= SiO^4Al.Al(F,OH)^2$. $a:b:c = 0,5285 : 1 : 0,9539$ (von Kokscharow). Combination (Fig. 306): $p = \{110\}$, $p' = \{120\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{112\}$, $o'' = \{113\}$, $c = \{001\}$, $q = \{011\}$, $x = \{123\}$ (in den Zonen qo', $o''o''$ und $p'c$). Spaltbarkeit $\{001\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, c erste Mittellinie (daher durch eine Spaltungsplatte beide Axenbilder sichtbar); Doppelbrechung $+$. Brechungsindices:

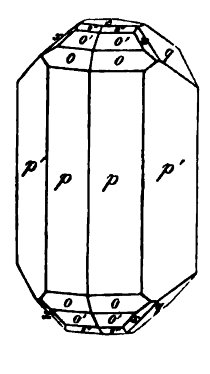


Fig. 306.

	α	β	γ	$2V$	$2E$
C	1,6094	1,6114	1,6188	56°19'	99° 0'
D	1,6116	1,6138	1,6211	56 39	100 40
E	1,6145	1,6167	1,6241	56 58	100 54

Je nach dem Verhältniss von $F : OH$ ist der scheinbare Axenwinkel grösser (bis 125°) oder kleiner. Mit der Temperatur ändert er sich merklich (z. B. $2E = 119°$ bei 20° C., $= 123°$ bei 250° C.). Ausdehnung durch die Wärme nach Fizeau:

parallel der Axe $a = 0{,}00000484$
- - $b = 0{,}00000414$
- - $c = 0{,}00000592$.

Chlorkohlenstoff $= C^2Cl^6$. $a : b : c = 0{,}5543 : 1 : 1{,}7556$ Brooke. Combination tafelförmig nach $\{001\}$, ferner $p = \{110\}$, $q = \{011\}$, $a = \{100\}$, $b = \{010\}$.

Fig. 307.

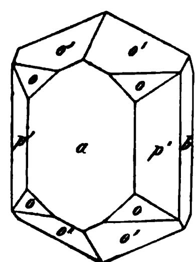
Ameisensaures Baryum $= C^2H^2O^4Ba$. $a : b : c = 0{,}7650 : 1 : 0{,}8638$ (Heusser). Combination (Fig. 307): $p = \{110\}$, $r = \{101\}$, $q = \{011\}$, $q' = \{021\}$. Spaltbarkeit $\{011\}$ deutlich. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, a erste Mittellinie. Doppelbrechung $+$. Brechungsindices:

	α	β	γ	$2V$
B	1,5679	1,5918	1,6310	77° 40'
D	1,5729	1,5970	1,6361	77 53
E	1,5777	1,6024	1,6412	78 53

(Schrauf). Des Cloizeaux berechnete den scheinbaren Winkel in Luft aus demjenigen in Oel und dem Brechungsindex des letzteren (vergl. S. 121 Anmerk.) und fand:

$2E = 161°18'$ roth
164 0 gelb
176 34 blau.

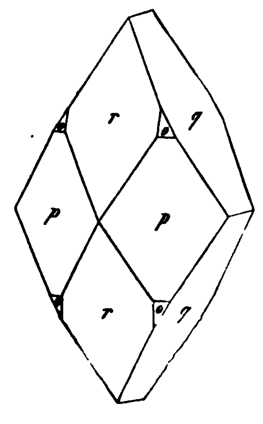
Fig. 308.



Ameisensaures Calcium $= C^2H^2O^4Ca$. $a : b : c = 0{,}7599 : 1 : 0{,}9342$ (Heusser). Combination (Fig. 308): $a = \{100\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{112\}$, $p' = \{120\}$, $b = \{010\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$, a Mittellinie. Doppelbrechung $+$.

	α	β	γ	$2V$	$2E$
B	1,5067	1,5100	1,5731	26° 29'	40° 28
D	1,5101	1,5135	2,5775	26 49	41 5
E	1,5132	1,5167	1,5819	26 59	41 27

Fig. 309.



(Schrauf). Starke Aenderung des Axenwinkels mit der Temperatur:

$2E = 37°44'$ bei 15° C.
$= 41\ 36$ - 47 -
$= 42\ 40$ - 56 -

(Des Cloizeaux).

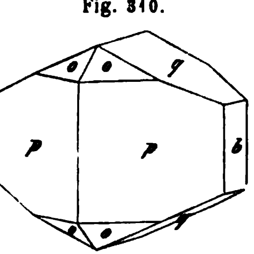
Citronensäure $= C^6H^8O^7.H^2O$. $a : b : c = 0{,}6740 : 1 : 1{,}6621$ (Heusser). Combination (Fig. 309): $p = \{110\}$, $r = \{101\}$, $q = \{011\}$, $o = \{111\}$. Spaltbarkeit $\{001\}$ vollkommen. Ebene der optischen Axen $\{100\}$, b Mittellinie. Doppelbrechung $+$.

	α	β	γ	$2V$	$2E$	
B	1,4896	1,4943	1,5054	66° 31′	110° 3′	
D	1,4932	1,4977	1,5089	66 9	107 28	
E	1,4967	1,5011	1,5122	64 47	107 4	(Schrauf).

Der scheinbare Axenwinkel in verschiedenen Platten oft ziemlich variirend.

Terpin (Terpentinölhydrat) = $C^{10}H^{20}O^2.2H^2O$. $a:b:c = 0,8072:1:0,4764$ (Arzruni). Combination (Fig. 310): $p = \{110\}$, $o = \{111\}$, $q = \{011\}$, $b = \{010\}$. Axenebene $\{010\}$, a Mittellinie. Doppelbrechung +. Brechungsindices:

Fig. 310.



	α	β	γ
Li-Linie	1,5024	1,5093	1,5211
Na -	1,5049	1,5124	1,5243
Tl -	1,5073	1,5148	1,5272

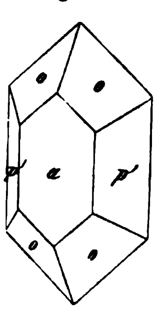
Der wahre Axenwinkel direct bestimmt (durch Messung des scheinbaren spitzen und stumpfen in Oel. s. S. 123) nach Arzruni:

Li-Linie $2V =$	77° 37′
Na -	77 27
Tl -	77 18

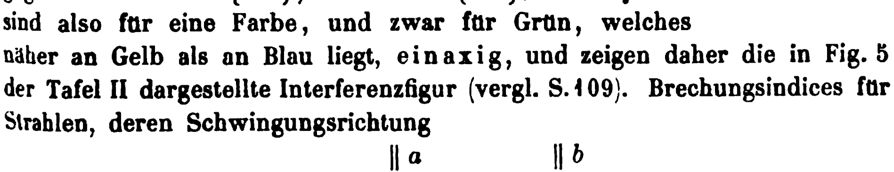
Benzol = C^6H^6. $a:b:c = 0,891:1:0,799$ (Groth). Nur die primäre Bipyramide $\{111\}$.

Trinitrophenol (Pikrinsäure) = $C^6H^3N^3O^7$. $a:b:c = 0,9741:1:0,9374$ (Mitscherlich). Combination (Fig. 311): $o = \{111\}$, $p' = \{120\}$, $a = \{100\}$. Ebene der optischen Axen $\{010\}$.

Fig. 311.



Mellithsaures Ammon = $C^6(NH^4CO^2)^6.9H^2O$. $a:b:c = 0,6461:1:0,3561$ (G. Rose). Gewöhnlich sind die Krystalle nur sechsseitige Prismen, gebildet von $\{110\}$ und $\{010\}$, am Ende mit $\{001\}$; dazu treten zuweilen kleine Flächen von $\{101\}$ und $\{011\}$. Optisch interessant durch seine grosse Dispersion der Axen; die Verticalaxe ist erste Mittellinie und Schwingungsrichtung der grössten Lichtgeschwindigkeit für alle Farben, die Ebene der optischen Axen dagegen ist für Roth $\{010\}$, für Violett $\{100\}$; die Krystalle sind also für eine Farbe, und zwar für Grün, welches



näher an Gelb als an Blau liegt, einaxig, und zeigen daher die in Fig. 5 der Tafel II dargestellte Interferenzfigur (vergl. S. 109). Brechungsindices für Strahlen, deren Schwingungsrichtung

	$\parallel a$	$\parallel b$
roth	1,550 (β)	1,552 (γ)
grün	1,564 (γ)	1,563 (β)
blau	1,572 (γ)	1,570 (β)

$2V = 11°\ 0'$ $2E = 17°$ roth
12 40 20 blau.

Demnach ist die Dispersion der wahren Axen 23° 40′, die der scheinbaren 37° (Grailich und v. Lang).

Triphenylbenzol = $C^6H^3(C^6H^5)^3$. $a : b : c = 0,5662 : 1 : 0,7666$ (Arzruni). Combinationen (Fig. 312, 313) $a = \{100\}$, $l = \{310\}$, $m = \{110\}$, $b = \{010\}$, $d = \{011\}$, $p = \{112\}$, $k = \{012\}$. Axenebene $\{010\}$, c Mittellinie. Ausserordentlich starke negative Doppelbrechung:

Fig. 312. Fig. 313.

	α	β	γ
Na:	1,5241	1,8670	1,8725
Tl:	1,5291	1,8848	1,8897

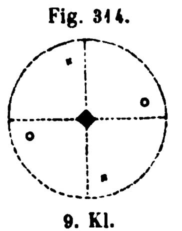
$2E$ für *Li*:	17° 48′
Na:	18 25
Tl:	19 27

(A. Arzruni).

IV. Tetragonales Krystallsystem.

Dieses System umfasst alle Krystalle mit einer (und nur einer) vierzähligen Symmetrieaxe. Wenn ausser dieser kein weiteres Symmetrieelement vorhanden ist, so sind zwei Fälle möglich, je nachdem jene singuläre Axe eine solche der einfachen oder der zusammengesetzten Symmetrie ist. Der letztere wurde bereits S. 321 erörtert und gezeigt, dass die vierzählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie zugleich eine zweizählige der einfachen Symmetrie ist, dass aber die resultirende Form (s. Fig. 314 = 172) verschieden ist von derjenigen, welche eine einfache zweizählige Symmetrieaxe liefert, d. i. von dem Sphenoid der monoklinen Krystalle (Klasse 3, S. 351). Aus der Thatsache, dass in dem in Fig. 314 dargestellten Falle je vier Richtungen, welche paarweise in zwei zu einander senkrechten Ebenen liegen und mit der Axe gleiche Winkel einschliessen, gleichwerthig sind, geht ferner hervor, dass die hierher gehörigen Krystalle optisch einaxig (mit der optischen Axe parallel der Symmetrieaxe) sein müssen, denn niemals können in einem optisch zweiaxigen Krystalle verschiedene Paare auf einander senkrechter Ebenen eine solche Gesetzmässigkeit zeigen, sondern nur dann, wenn die Indexfläche des Lichtes für alle Farben ein Rotationsellipsoid ist, in welchem alle jener Symmetrieaxe parallelen Schnitte gleichwerthige Ebenen darstellen. Dasselbe Verhältniss muss offenbar für alle Krystalle mit einer vierzähligen Symmetrieaxe gelten, daher sämmtliche tetragonalen Krystalle optisch einaxig sind und die vierzählige Symmetrieaxe die optische Axe ist.

Fig. 314.



9. Kl.

Die beiden dem Grundkreis parallelen Kanten, in welchen die zwei oberen resp. die zwei unteren in Fig. 314 markirten Flächen einander schneiden, kreuzen einander unter 90°, wie aus der Construction der Figur (vergl. S. 321) hervorgeht, und da die Rechtwinkeligkeit dieser Kanten eine Folge der Vierzähligkeit der Symmetrieaxe ist, so gilt für alle tetragonalen Krystalle der Satz, dass zu jeder in der Ebene des Grundkreises liegenden möglichen Kante des Krystalls eine gleichwerthige existirt, welche ebenfalls dem Grundkreise parallel ist und die erstere unter 90° schneidet. Zwei derartige Kanten, in Fig. 314 und den folgenden durch punktirte Gerade dargestellt, wählt man nun als Krystallaxen, welche man, da sie gleich-

werthig sind, beide mit a (statt mit a und b) bezeichnet, während man zur c-Axe die vierzählige Symmetrieaxe nimmt (die letztere wird gewöhnlich Hauptaxe, die beiden ersteren Nebenaxen und ihre Ebene, d. i. (001), die Basis genannt). Man erhält dadurch für die tetragonalen Krystalle ein Axensystem, welches sich von dem rhombischen nur durch die Gleichwerthigkeit zweier von den drei auf einander senkrechten Axen unterscheidet.

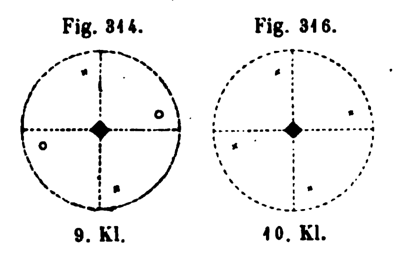
Denkt man sich die vier, nach Fig. 314 gleichwerthigen Pole in die eingezeichneten Durchmesser verlegt, so erhalten die beiden oberen Flächen die Symbole $(h0l)$ und $(\bar{h}0l)$, die beiden unteren, weil sie dieselbe Neigung zur Hauptaxe, also die gleichen Parameter haben, und in Folge dessen $k = h$ ist, die Symbole $(0h\bar{l})$ und $(0\bar{h}\bar{l})$; zu den möglichen Flächen eines tetragonalen Krystalls gehören nun offenbar auch die jenen vier entgegengesetzten, nämlich $(\bar{h}0\bar{l})$, $(h0\bar{l})$, $(0\bar{h}l)$ und $(0hl)$, deren Pole sich in der Projection mit den ersteren in der in Fig. 315 dargestellten Weise decken. Hierdurch sind vier Zonen des Krystalls: $[h0l, 0hl]$, $[h0l, 0\bar{h}l]$ u. s. f. gegeben, welche durch ausgezogene Kreisbögen in die Projection eingetragen sind; je zwei derselben schneiden einander in einem Punkte des Grundkreises, dessen Abstand von den Polen der beiden horizontalen Axen gleich 45° ist, d. h. in dem Pole einer von vier gleichwerthigen Flächen, welche der Symmetrieaxe und den Halbirenden des Winkels der beiden horizontalen Axen parallel sind. Aus den Indices jener Zonen ergeben sich die Symbole dieser vier, ein quadratisches Prisma bildender Krystallflächen als (110), $(1\bar{1}0)$, $(\bar{1}10)$, $(\bar{1}\bar{1}0)$. Durch je zwei gegenüberliegende derselben und durch die Ebene des Grundkreises ist je eine mögliche Zone des Krystalls bestimmt, deren Pole sämmtlich auf dem (punktirt bezeichneten) Durchmesser liegen, welcher den Winkel der beiden horizontalen Axen halbirt. Es existirt also an einem tetragonalen Krystall eine Reihe möglicher Flächen, welche mit der Hauptaxe verschiedene Winkel einschliessen, aber sämmtlich auf den beiden Nebenaxen gleiche Parameter abschneiden. Wählt man eine solche Fläche zur Grundform (111), so sind, da die Axenwinkel $= 90°$ und $a = b$, die Elemente des betreffenden Krystalls gegeben durch das Verhältniss $a : c$, d. h. die Bestimmung derselben erfordert nur eine einzige Messung, diejenige des Winkels der Grundform zur Hauptaxe oder zu einer der beiden senkrechten Axenebenen, aus welchem jenes Verhältniss berechnet werden kann. Aus der Existenz von Flächen mit gleichen Parametern auf den Nebenaxen folgt ferner, dass alle Flächen eines tetragonalen Krystalls auf den beiden gleichwerthigen Nebenaxen Parameter besitzen, welche in rationalem Verhältnisse zu einander stehen*).

Fig. 315.

*) Damit ist für diesen speciellen Fall der Satz bewiesen, welcher S. 325 allgemein für zwei gleichwerthige krystallographische Axen aufgestellt wurde.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, dass für diejenigen einfachen Formen des tetragonalen Systems, deren Flächen zur Hauptaxe geneigt sind, dreierlei Stellungen in Bezug auf die beiden zu Nebenaxen gewählten Kanten möglich sind: 1) diagonal, d. h. mit gleichen Parametern auf letzteren, 2 parallel den Nebenaxen, so dass einer der beiden ersten Indices = 0, 3 mit zwei ungleichen, aber in rationalem Verhältnisse (dem reciproken der beiden ersten Indices) stehenden, Parametern der Nebenaxen. Da eine Benennung der Formen dieses Krystallsystems (und der folgenden) nach dem S. 337 angegebenen Principe wegen der Gleichwerthigkeit zweier Axen, denen je die Hälfte der Flächen einer Form, wie $\{h0l\}$, parallel gehen, nicht möglich ist, unterscheidet man die Formen je nach der angegebenen Stellung zu den Nebenaxen als solche erster, zweiter und dritter Art. Dieselbe Benennung lässt sich dann auch auf diejenigen Formen übertragen, welche der singulären c-Axe parallel sind, und denen allein die Gestalt von Prismen zukommt. Dass man die den beiden Nebenaxen parallele Ebene die Basis zu nennen pflegt, wurde bereits erwähnt.

Wie schon oben angeführt, umfasst das tetragonale Krystallsystem ausser der Klasse mit einer vierzähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie (Fig. 314, nebenstehend zum Vergleich wiederholt) noch eine weitere mit einer vierzähligen Axe der einfachen Symmetrie. Dieses Verhältniss ist in der Fig. 316 zur Darstellung gelangt, in welcher ebenfalls, wie auch in allen folgenden, die Ebene des Grundkreises diejenige der beiden horizontalen Nebenaxen, die in der Mitte errichtete Normale die Hauptaxe, d. h. die vierzählige Symmetrieaxe ist; der Pol × einer beliebigen oberen Fläche (hkl) erzeugt durch viermalige Drehung um die Hauptaxe den je einer weiteren oberen Fläche, so dass in diesem Falle die sämmtlichen gleichwerthigen Flächen auf der gleichen Seite der Grundkreisebene liegen, die Hauptaxe also polar ist.


Fig. 314. 9. Kl. Fig. 316. 10. Kl.

Zu der singulären vierzähligen Axe können aber nun noch weitere Symmetrieelemente (Axen geringerer Zähligkeit oder Ebenen) hinzutreten, und dadurch resultiren noch fünf mögliche Arten von Symmetrieverhältnissen, entsprechend fünf weiteren Klassen tetragonaler Krystalle, denen in der fortlaufenden Reihenfolge der Symmetrieklassen die Nummern 11—15 zukommen würden. Zunächst leiten sich aus den beiden ersten Klassen (9 und 10) je eine weitere dadurch ab, dass zu der vierzähligen Axe der zusammengesetzten resp. einfachen Symmetrie noch eine in der Ebene des Grundkreises liegende zweizählige Symmetrieaxe hinzutritt, und da diese eine mögliche Kante ist, müssen deren zwei auf einander senkrechte existiren; nimmt man diese zugleich als Nebenaxen des Krystalls an, so erhält man die in die Projectionen Fig. 317 und 318 eingezeichneten Symmetrieverhältnisse. Die Anordnung der in Folge dreier auf einander

senkrechter Symmetrieaxen gleichwerthigen Pole in der ersteren (Fig. 317) zeigt, dass die entsprechende Form zugleich symmetrisch ist nach zwei Ebenen, welche einander in der vierzähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie schneiden und den Winkel der Nebenaxen halbiren. Im zweiten Falle dagegen (Fig. 318) liefert die Symmetrie nach den beiden Nebenaxen zu den vier oberen Flächen der Fig. 316 vier untere, welche so liegen, dass das ganze Gebilde noch zwei weitere zweizählige Symmetrieaxen besitzt, welche den Winkel der beiden Nebenaxen halbiren (man nennt diese Richtungen auch die »Zwischenaxen« der tetragonalen Krystalle).

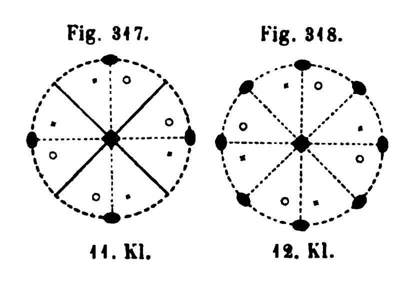


Fig. 317. 11. Kl. Fig. 318. 12. Kl.

Während die letzte Klasse sich aus der zehnten durch Hinzufügung einer zur vierzähligen Axe senkrechten weiteren Symmetrieaxe ergiebt, lassen sich aus derselben zehnten Klasse durch Hinzufügung von Ebenen der Symmetrie noch drei neue Klassen ableiten: 13. Der einfachste Fall ist der einer Symmetrieebene senkrecht zur vierzähligen Axe (Fig. 319); zu den vier Flächen der Fig. 316 treten dann als gleichwerthig hinzu vier untere, deren Projectionen mit denen der ersten zusammenfallen. 14. Die Hinzufügung einer der vierzähligen Axe

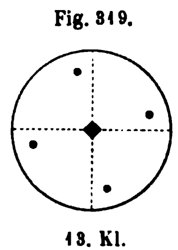


Fig. 319. 13. Kl.

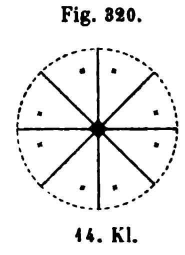


Fig. 320. 14. Kl.

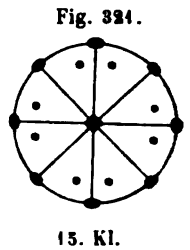


Fig. 321. 15. Kl.

parallelen Ebene der Symmetrie bedingt ausser den in Fig. 316 dargestellten Polen vier damit gleichwerthige, welche ebenfalls oberen Flächen entsprechen und so angeordnet sind, wie es Fig. 320 zeigt; die vollständige einfache Form besitzt aber dann vier in der Hauptaxe einander schneidende Symmetrieebenen, von denen zwei den Neben-, zwei den Zwischenaxen parallel sind. 15. Endlich können die Symmetrieebenen beider Klassen 13 und 14 vereinigt vorhanden sein; dann bedingt ein beliebiger Pol einer Fläche (hkl) die sämmtlichen in Fig. 321 dargestellten als gleichwerthige, und das aus diesen bestehende Gebilde hat nicht nur jene Ebenen, sondern auch noch vier zweizählige Axen der Symmetrie, welche den sogen. Neben- und Zwischenaxen parallel sind.

Aus den Symmetrieverhältnissen dieser sieben verschiedenen Klassen geht hervor, dass die tetragonale Hauptaxe polar ist in der 10. und 14., und dass überhaupt entgegengesetzte Richtungen gleichwerthig sind nur in der 13. und 15. Klasse, so dass die Krystalle aller übrigen in Bezug auf soge-

nannte polare physikalische Eigenschaften, wie Pyroëlektricität, Löslichkeit u. s. w. eine Verschiedenheit entgegengesetzter paralleler Flächen zeigen können, da diese geometrisch ungleichwerthig sind. Für alle andern physikalischen Eigenschaften bedingt aber die Vierzähligkeit der Hauptaxe vollkommene Uebereinstimmung aller tetragonaler Krystalle (mit Ausnahme der Elasticität, s. folg. S.).

Was zunächst die optischen Verhältnisse betrifft, so folgt aus S. 403 unmittelbar, dass eine der Ebene (001) parallele Platte im convergenten Lichte die Fig. 57 und 58 (S. 71, 74) abgebildete Interferenzerscheinung und im parallelen Lichte das S. 67 angegebene Verhalten zeigen muss. Da in einem einaxigen Krystall jeder polarisirte Lichtstrahl in einen ordinären, senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden, und einen extraordinären, parallel demselben schwingenden zerlegt wird, so finden die Dunkelstellungen eines tetragonalen Krystalls, welcher von der Hauptaxe parallelen Flächen begrenzt wird, zwischen gekreuzten Nicols jedesmal dann statt, wenn die Hauptaxe mit einem Nicolhauptschnitt parallel ist; fällt das parallele polarisirte Licht dagegen normal durch ein zur Hauptaxe geneigtes Flächenpaar (hkl) und ($\bar{h}\bar{k}\bar{l}$), so sind die beiden Schwingungsrichtungen einer solchen Platte parallel und senkrecht zur Trace des optischen Hauptschnittes, d. h. im Allgemeinen schief zu den Kanten der Platte, ausser wenn dieselbe von einer zur Hauptaxe senkrechten Kante begrenzt ist, welcher als der Normale zum Hauptschnitt natürlich dann die eine der Schwingungsrichtungen parallel ist. — Da das tetragonale System das erste bisher betrachtete ist, dessen Krystalle optisch einaxig sind, so können auch hier zum ersten Male die S. 142 f. behandelten Erscheinungen der Circularpolarisation in Betracht kommen. Die Beziehung, in welcher diese Eigenschaft gewisser tetragonaler Krystalle zu ihrer Form steht, wird weiterhin bei Besprechung der Molekularstructur derselben erörtert werden.

Von den thermischen Eigenschaften ist die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Richtung gegeben durch ein Sphäroid, dessen Rotationsaxe die tetragonale Hauptaxe ist; in Folge dessen ergiebt der Sénarmont'sche Versuch auf (001) einen Kreis als Schmelzfigur, auf allen andern Krystallflächen eine Ellipse, deren beide Axen dieselbe Orientirung besitzen, wie die Schwingungsrichtungen des polarisirten Lichtes. Die Ausdehnung durch die Wärme ist am grössten oder am kleinsten in der Hauptaxe der Krystalle, am kleinsten resp. grössten in der Ebene (001) und hier in allen ihr parallelen Richtungen gleich gross, weil diese Ebene dem Kreisschnitte des Deformationsellipsoides entspricht; da letzteres in diesem Falle ein Rotationsellipsoid ist, so erfahren überhaupt alle den gleichen Winkel mit der tetragonalen Axe einschliessende Richtungen die gleiche Aenderung durch eine homogene Deformation, und daraus folgt unmittelbar, dass durch eine solche nur das Verhältniss $a : c$, nicht aber die Symmetrie eines tetragonalen Krystalls und sämmtliche davon abhängigen Verhältnisse, wie z. B. die Rationalität der Parameter der Nebenaxen, alterirt werden. Ebenso

wenig kann dadurch die Einaxigkeit und die Orientirung der optischen Axe eine Aenderung erfahren.

In Bezug auf die Elasticität liegen für dieses Krystallsystem bisher keine experimentellen Untersuchungen vor, jedoch lässt sich aus der Theorie auf Grund der Symmetrieverhältnisse desselben nachweisen, dass die tetragonalen Krystalle betreffs ihres Verhaltens bei der elastischen Dehnung in zwei Gruppen zerfallen müssen, welche die beiden S. 206 f. mit d und e bezeichneten Unterabtheilungen der optisch einaxigen Krystalle bilden, und zwar umfasst die erstere die Klassen 11, 12, 14, 15, die letztere die Klassen 9, 10, 13. Der Unterschied, welchen diese beiden Gruppen in ihren Symmetrieverhältnissen zeigen, tritt sofort hervor, wenn man sich in den entsprechenden Projectionen derselben (S. 405 u. 406) zu den vorhandenen Polen die der entgegengesetzten Richtungen, welche in Bezug auf die Elasticität (da diese keine polare Eigenschaft ist) mit ihnen gleichwerthig sind, hinzudenkt; die Projectionen der ersten Gruppe erhalten dann acht Doppelpole, welche zu den Neben- und Zwischenaxen symmetrisch liegen, die Projectionen der zweiten Gruppe nur vier, deren Vertheilung in Bezug auf die genannten Krystallaxen eine unsymmetrische ist. Wie bereits S. 231 erwähnt, existirt in Bezug auf die Cohäsion ein derartiger Unterschied innerhalb des tetragonalen Systems nicht, sondern die Krystalle aller Klassen können die gleichen Arten der Spaltbarkeit besitzen, nämlich nach der Basis (001), einem tetragonalen Prisma oder einer tetragonalen Pyramide d. h. nach vier zur Hauptaxe gleich geneigten Flächen.

Den soeben angegebenen Verhältnissen der Spaltbarkeit tetragonaler Krystalle entspricht vollständig schon die einfachste Theorie der Molekularstructur, nach welcher den Krystallen dieses Systems nur eines der beiden in Fig. 142 S. 254 abgebildeten Raumgitter zukommen kann. Diese sind symmetrisch zu vier, in der Axe des quadratischen Prismas einander schneidenden Ebenen und nach dessen Basis, Symmetrieverhältnisse, welche von den sieben Klassen der tetragonalen Krystalle nur die letzte, 15., besitzt. Molekularanordnungen mit dem niedrigeren, den andern Klassen entsprechenden, Grade der Symmetrie liefern nur die complicirteren Theorien der Krystallstructur, und zwar vermögen, wie S. 267 und 268 angeführt, diejenigen, welche einen Aufbau des Krystalls aus verschiedenartigen Molekülen annehmen, alle überhaupt möglichen Symmetriearten des tetragonalen Systems aus der Structur allein zu erklären, während die relativ einfachere Sohncke'sche Theorie der regelmässigen Punktsysteme (S. 258 f.) nur von zwei Klassen, der 9. und 14., keine Rechenschaft zu geben im Stande ist. Betreffs dieser letzteren Theorie ist es von besonderem Interesse, dass dieselbe Molekularanordnungen liefert, welche die gleichen Symmetrieverhältnisse darbieten, wie die 10. und 13. Klasse, d. h. wie diejenigen Krystalle, welche nur Axen der Symmetrie besitzen und daher die einzigen enantiomorphen Klassen des tetragonalen Systems bilden, und dass die hierher gehörigen regelmässigen Punktsysteme sämmtlich Schraubensysteme sind, deren

Schraubungsaxe die vierzählige Symmetrieaxe ist, welche also aus den S. 138 f. angegebenen Ursachen die Möglichkeit einer Circularpolarisation in jener Richtung, d. h. der Existenz rechts und links drehender und zugleich enantiomorpher Krystalle als gegeben erscheinen lassen. In der That existiren nicht nur verschiedene tetragonal krystallisirende Substanzen, welche in der Richtung der optischen Axe die Polarisationsebene des Lichtes drehen, sondern diese zeigen auch Krystallformen, welche einer der beiden erwähnten Klassen angehören, und zwar sind die Mehrzahl derselben Körper, deren Lösung optisch inactiv ist, bei welchen also die Circularpolarisation nur eine Folge der enantiomorphen Krystallstructur sein kann.

Andererseits ist nach dem S. 324 angeführten, zuerst durch Pasteur an der Weinsäure (s. S. 353) und deren Salzen (s. besonders S. 380 f.) erkannten Gesetze zu erwarten, dass diejenigen in Lösung optisch activen Körper, welche tetragonal krystallisiren, ebenfalls einer der beiden vorher genannten Klassen angehören, und dass ihre beiden Modificationen, unter gleichen Verhältnissen krystallisirend, enantiomorphe Krystallformen annehmen. Die Erfahrung bestätigt dies in der That, lehrt aber zugleich, dass die optische Activität der Moleküle solcher Körper sich nicht einfach auf die Krystalle derselben überträgt, denn die letzteren bewirken trotz ihrer enantiomorphen Krystallform entweder keine bemerkbare Drehung der Polarisationsebene, oder wenn dies der Fall ist, wie beim schwefelsauren Strychnin, so sind die Grössen des specifischen Drehungsvermögens in beiden Zuständen nicht vergleichbar (nach Mallard drehen die Krystalle dieses Salzes die Polarisationsebene 24 mal so stark, als nach der Drehung der Lösung unter gewissen Voraussetzungen zu erwarten wäre). Hieraus geht hervor, dass das molekulare Drehungsvermögen der optisch activen Körper durch den Aufbau derselben zu Krystallen geändert oder auch vollständig compensirt werden kann, und dass daher deren Drehungsvermögen in Lösung und die Circularpolarisation enantiomorpher Krystalle als zwei von einander unabhängige Erscheinungen zu betrachten sind. Es giebt sogar Substanzen, welche nach den vorhandenen Beobachtungen einer enantiomorphen Klasse des tetragonalen Systems angehören und weder als Krystalle noch in Lösung die Polarisationsebene drehen.

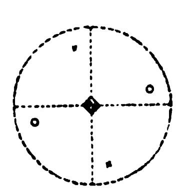
Zwillinge, in welchen die beiden Krystalle zu einander symmetrisch sind in Bezug auf eine Ebene, sind im tetragonalen System nach (001) möglich in den Klassen 9, 10, 11, 12, 14, weil diese Fläche hier keine Ebene der einfachen Symmetrie ist, ferner nach jeder der Hauptaxe parallelen Krystallfläche, welche nicht, wie in den Klassen 11, 14 und 15 gewisse Flächen, Symmetrieebenen sind, endlich nach irgend einer, zur vierzähligen Axe schief geneigten Fläche in allen sieben Klassen. Zwillingsaxe ist im letzten Falle die Normale zur Zwillingsebene, in den vorhergehenden nur dann, wenn dieselbe nicht zugleich eine zwei- oder vierzählige Symmetrieaxe ist, in welchem Falle die Stellung des zweiten Krystalls nicht durch

Drehung von 180° um die Zwillingsaxe, sondern nur durch Spiegelung nach der Zwillingsebene erhalten wird.

9. Bisphenoidische Klasse.

(Sphenoidisch-tetartoëdrische Klasse.

Die durch eine vierzählige Axe und dazu senkrechte Ebene der zusammengesetzten Symmetrie charakterisirten Krystalle zeigen als allgemeinste einfache Form, wie aus der nebenstehend wiederholten Projection Fig. 314 nach S. 403 hervorgeht, ein »Bisphenoid«, welches sich von demjenigen des rhombischen Systems (S. 376) dadurch unterscheidet, dass die Kanten der beiden es zusammensetzenden Sphenoide, die sogen. Polkanten der vollständigen Form, einander nicht schiefwinkelig, sondern unter rechtem Winkel kreuzen. In Folge dessen sind die vier Mittelkanten dieses tetragonalen Bisphenoids, welches in Fig. 322 abgebildet ist, nicht paarweise verschieden, sondern besitzen sämmtlich die gleichen Winkel; seine Flächen sind daher gleichschenkelige Dreiecke; die Symbole derselben sind, wie aus der Projection zu ersehen, wenn $h > k$: (hkl), $(\bar{h}\bar{k}l)$, $(k\bar{h}\bar{l})$ und $(\bar{k}h\bar{l})$. Ausser dieser Form $\{hkl\}$ giebt es aber noch drei andere einfache Formen mit denselben Zahlenwerthen der Indices, nämlich $\{h\bar{k}l\}$, bestehend aus den vier Flächen $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}kl)$, $(\bar{k}\bar{h}\bar{l})$ und $(kh\bar{l})$, ferner $\{khl\}$, zusammengesetzt aus den gleichwerthigen Flächen (khl), $(\bar{k}\bar{h}l)$, $(h\bar{k}\bar{l})$ und $(\bar{h}k\bar{l})$, endlich $\{k\bar{h}l\}$, bestehend aus $(k\bar{h}l)$, $(\bar{k}hl)$, $(hk\bar{l})$ und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$.



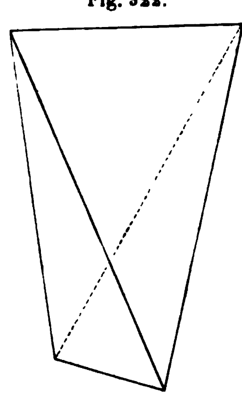


Fig. 322.

In dem speciellen Falle, dass $h = k$, werden diese Formen, nach dem S. 405 auseinandergesetzten Principe der Benennung, Bisphenoide erster Art, wenn dagegen die beiden Parameter auf den Nebenaxen die grösste mögliche Verschiedenheit darbieten, d. h. wenn einer der beiden ersten Indices $= 0$, so sind die Formen als tetragonale Bisphenoide zweiter Art zu bezeichnen. In jeder der beiden Reihen giebt es zwei primäre Bisphenoide, deren Symbole für diejenigen erster Art $\{111\}$ und $\{1\bar{1}1\}$, für die zweite Art $\{101\}$ und $\{011\}$ sind. Fallen die Pole in der Projection in den Grundkreis, so ist dies gleichbedeutend damit, dass die vier gleichwerthigen Flächen der Hauptaxe parallel werden; dieselben müssen dann ein tetragonales Prisma bilden, welches, je nachdem seine Flächen zu den Nebenaxen diagonal, parallel oder ungleich geneigt sind, erster, zweiter oder dritter Art genannt wird. Fig. 323 zeigt das Prisma erster Art in Combination mit (001) und mit eingezeichnetem Axensysteme. Jedes derartige Prisma bildet das Grenzglied einer Reihe von Bisphenoiden, welchem diese sich um so mehr nähern,

e steiler sie sind, d. h. je kleiner der dritte Index in ihrem Symbol ist; las andere Grenzglied, und zwar das gemeinsame für alle Reihen, ist ein 'inakoid, die tetragonale Basis $\{001\} = (001)(00\bar{1})$, velcher sich die Bisphenoide um so mehr nähern, je lacher sie sind, d. h. je grösser der dritte Index im 'ergleich zu den beiden ersten ist. So ergiebt sich olgende Uebersicht der in dieser Klasse möglichen 'ormen:

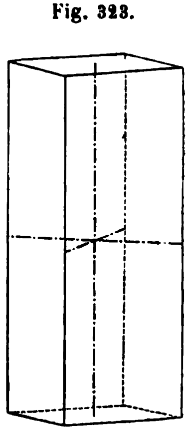


Fig. 323.

$\{001\}$ Basis
$\{110\}$ Prisma erster Art
$\{100\}$ Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hhl\}$ Bisphenoid erster Art
$\{h0l\}$ Bisphenoid zweiter Art
$\{hkl\}$ Bisphenoid dritter Art.

Beispiele dieser Klasse sind bisher mit Sicherheit noch nicht beobachtet worden (S. 416 unter Harnstoff.

10. Pyramidale Klasse.

(Hemimorph-hemiëdrische Klasse.)

Die zweite mögliche Art der Symmetrie im tetragonalen System ist die in untenstehender Projection dargestellte nach einer vierzähligen Axe der einfachen Symmetrie. Die einfache Form $\{hkl\}$, bestehend aus den Flächen (hkl), $(k\bar{h}l)$, $(\bar{h}\bar{k}l)$ und $(\bar{k}hl)$, ist alsdann eine tetragonale Pyramide, in Fig. 324 in Combination mit der Fläche $(00\bar{1})$ dargestellt, welche sich von der rhombischen Pyramide Fig. 274 S. 383 dadurch unterscheidet, dass ihre vier Polkanten sämmtlich den gleichen Flächenwinkel besitzen. Mit denselben Zahlenwerthen der Indices und folglich mit den gleichen Flächenwinkeln giebt es noch drei andere Pyramiden, nämlich $\{khl\}$, bestehend aus den Flächen (khl), $(h\bar{k}l)$, $(\bar{h}kl)$ und $(\bar{k}\bar{h}l)$, ferner die beiden unteren Pyramiden $\{hk\bar{l}\}$ und $\{kh\bar{l}\}$, deren Flächen die gleichen Symbole, wie die beiden oberen, nur mit negativem Vorzeichen des dritten Index, besitzen.

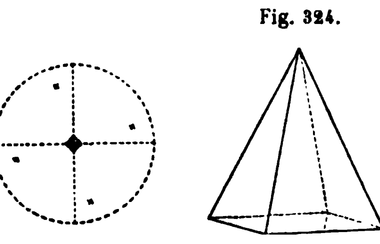


Fig. 324.

Die vorstehenden tetragonalen Pyramiden sind als solche dritter Art zu bezeichnen, wenn $h > k$; ist dagegen $h = k$, so fallen die vier Pole der Projection in die Diagonalen der Nebenaxen; bei positivem l resultirt dann eine obere Pyramide erster Art, welche gleichsam das gemeinschaftliche Grenz-

glied zweier Zonen von Pyramiden dritter Art, $\{hkl\}$ und $\{khl\}$, darstellt, welchem diese Formen sich um so mehr nähern, je weniger h und k sich von einander unterscheiden. Das zweite Grenzglied dieser Reihen wird erreicht wenn h und k die grösstmögliche Verschiedenheit annehmen, d. h. wenn einer der beiden ersten Indices $= 0$; alsdann resultirt eine obere Pyramide zweiter Art, deren Pole in der Projection in die beiden punktirten Durchmesser fallen. Den beiden unteren Pyramiden $\{hk\bar{l}\}$ und $\{kh\bar{l}\}$ entsprechen in gleicher Weise je eine untere Pyramide erster resp. zweiter Art. In Folge dessen giebt es in diesen beiden Stellungen nur je zwei primäre Pyramiden, nämlich in der ersten $\{111\}$ und $\{11\bar{1}\}$, in der zweiten $\{101\}$ und $\{10\bar{1}\}$. Genau wie in der vorigen Klasse, ergeben sich drei weitere specielle Fälle, wenn die vier Pole in den Grundkreis fallen, nämlich je ein tetragonales Prisma, welchem sich die entsprechenden Pyramiden um so mehr nähern, je spitzer dieselben sind, d. h. je grösser deren Parameter auf der Hauptaxe ist. Umgekehrt nähern sich die oberen Pyramiden um so mehr dem oberen Pedion $\{001\}$, je flacher sie sind, und für den Grenzfall, dass ihre Pole in der Projection mit demjenigen der vierzähligen Axe zusammenfallen, entsteht jenes obere Pedion selbst; andererseits führen die unteren Pyramiden $\{hk\bar{l}\}$, $\{hh\bar{l}\}$ und $\{h0\bar{l}\}$ sämmtlich zu einer gemeinsamen Grenzform $\{00\bar{1}\}$. Während also in der ersten Klasse des tetragonalen Systems die Basis ein Pinakoid ist, existiren hier die obere und die untere Basisfläche als zwei vollständige, von einander unabhängige Formen. Die gesammten hierher gehörigen Formen sind also die folgenden:

$\{001\}$ obere (positive) Basis; $\{00\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{110\}$ Prisma erster Art
$\{100\}$ Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ Prisma dritter Art
$\{hhl\}$ Pyramide erster Art
$\{h0l\}$ Pyramide zweiter Art
$\{hkl\}$ Pyramide dritter Art.

Beispiele. Molybdänsaures Blei (Wulfenit) $= MoO^4Pb$. $a : c = 1 : 1{,}5777$ (Koch). Einfache Combination $\{111\}$, $\{00\bar{1}\}$ Fig. 324 s. vor. S.; flächenreichere Combination (nach Naumann) (Fig. 325): $o = \{111\}$, $\varepsilon = \{10\bar{1}\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $\sigma = \{31\bar{1}\}$, $x = \{432\}$. Sehr häufig sind Combinationen der Pyramiden o und ω in ungefähr gleicher Ausbildung, zu denen noch das Prisma dritter Art $p = \{430\}$ hinzutritt (Fig. 326); endlich dieselben Formen combinirt mit $c = \{001\}$ und dem gewöhnlich eine andere Oberflächenbeschaffenheit darbietenden $c' = \{00\bar{1}\}$ (Fig. 327). Spaltbarkeit $\{111\}$ unvollkommen.

Rechtsweinsaures Antimonyl-Baryum $= (C^4H^4O^6)^2(SbO)^2Ba.H^2O$. $a : c = 1 : 0{,}4406$ (Traube). Combination (Fig. 328): $m = \{110\}$, $a = \{100\}$, $o = \{111\}$, $r = \{201\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$. Die Zugehörigkeit zu dieser Klasse, d. h. die Abwesenheit verticaler Symmetrieebenen, geht aus den in der

igur eingezeichneten Aetzfiguren auf {110} hervor, welche sowohl nach ben und unten, als nach rechts und links unsymmetrisch sind. Die Polarität der Hauptaxe erweist sich ferner durch die Existenz einer ihr

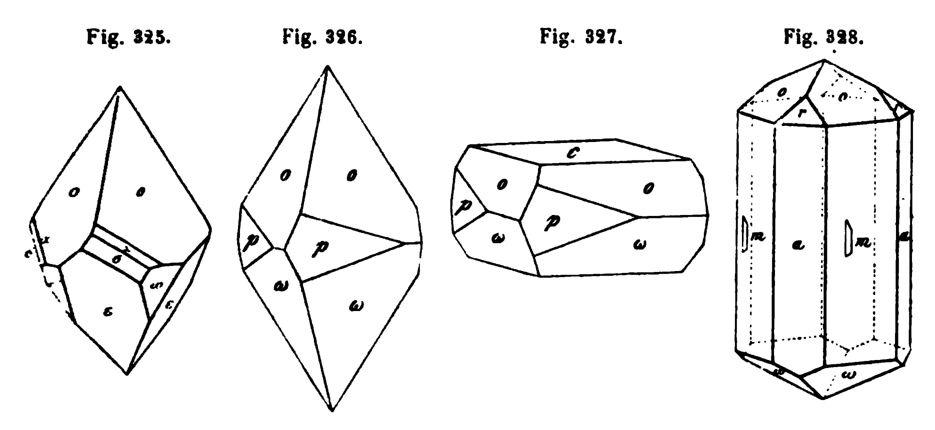


Fig. 325. Fig. 326. Fig. 327. Fig. 328.

parallelen elektrischen Axe, deren oberer Pol der antiloge, der untere der analoge ist. Doppelbrechung +. Keine Circularpolarisation erkennbar.

11. Skalenoëdrische Klasse.

(Sphenoidisch-hemiëdrische Klasse.)

Wie S. 406 gezeigt wurde und aus der hier wiederholten Projection zu ersehen ist, bedingt die Combination der vierzähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie mit zwei in der dazu senkrechten Ebene gelegenen zweizähligen Symmetrieaxen, die zu Nebenaxen gewählt werden mögen, die Existenz zweier Symmetrieebenen, welche zu letzteren diagonal sind und einander in der Hauptaxe schneiden. Alsdann treten zu den in Folge der Symmetrie nach der vierzähligen Axe gleichwerthigen Flächen des Bisphenoids $hkl)$, $(\bar{h}\bar{k}l)$, $(k\bar{h}\bar{l})$ und $(\bar{k}h\bar{l})$ (s. 9. Klasse S. 410) noch als gleichwerthig hinzu die Flächen (khl), $(\bar{k}\bar{h}l)$, $(h\bar{k}\bar{l})$ und $(\bar{h}k\bar{l})$. Die vollständige einfache Form $\{hkl\}$, in Fig. 329 abgebildet, führt nach der Gestalt ihrer Flächen (ungleichseitiges Dreieck = τρίγωνον σκαληνόν) den Namen **tetragonales Skalenoëder** und besitzt dreierlei Kanten mit verschiedenen Flächenwinkeln, nämlich vier stumpfere und vier schärfere Polkanten, welche am oberen und unteren Pol der Hauptaxe zu je zwei in einer zwei- und zweikantigen Ecke (entsprechend der Zweizähligkeit dieser vierzähligen Axe

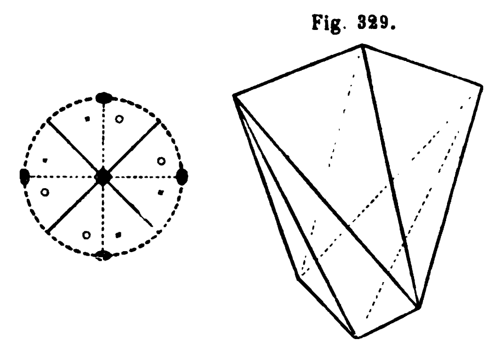
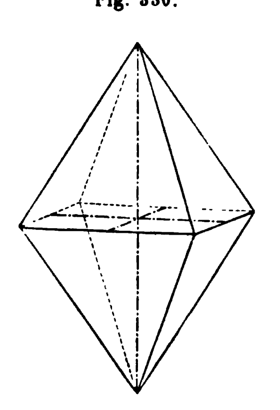


Fig. 329.

der zusammengesetzten Symmetrie) zusammentreffen; von den vier unter einander gleichen) Mittelkanten bilden je zwei mit einer stumpferen und einer schärferen Polkante vier 2+1+1-kantige Ecken. Die zu den vorhin aufgezählten Flächen dieser Form entgegengesetzten acht Flächen $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$, $(hk\bar{l})$, ... $(h\bar{k}l)$ bilden eine zweite selbständige einfache Form derselben Art $\{h\bar{k}l\}$, welche, da in dieser Klasse Ebenen der Symmetrie vorhanden sind, mit $\{hkl\}$ zur Deckung gebracht werden kann; man erhält dieses, zum Unterschied von dem ersteren, dem positiven, als negatives bezeichnete Skalenoëder, wenn man $\{hkl\}$ 90° um die Hauptaxe dreht, so dass in der Projection durchweg obere Pole an die Stelle von unteren, und umgekehrt, treten.

Wie aus der Projection a. vor. S. ersichtlich, liegt in dem allgemeinsten Falle, welcher zu der eben beschriebenen Art von Formen, den Skalenoëdern, führt, jeder Pol innerhalb des sphärischen Dreiecks, welches von einer Axenebene ac, einer Symmetrieebene und der Ebene des Grundkreises (der Axenebene aa) aus der Kugeloberfläche herausgeschnitten wird. Je nachdem der Pol einer Fläche nun auf einer der drei Seiten oder in einer der drei Ecken dieses Dreiecks liegt, ergeben sich sechs verschiedene specielle Fälle: 1. Liegen die Pole in den ausgezogenen Diagonalen, welche den Zwischenaxen resp. den Symmetrieebenen entsprechen, so fallen je zwei obere und ebenso je zwei untere zusammen, und es entsteht ein Bisphenoid (Fig. 322 S. 410), welches natürlich erster Art sein muss, weil seine Parameter auf den beiden Nebenaxen gleich gross sind. 2. Sind die Flächen dagegen je einer Nebenaxe parallel, liegen ihre Pole also in den punktirten Durchmessern, so fallen die Projectionen je eines oberen und eines unteren zusammen (so, wie es in Fig. 315 S. 404 dargestellt ist), und es entsteht eine Form mit acht gleichen Polkanten, welche aus vier oberen und den vier dazu parallelen unteren Flächen zusammengesetzt und in Fig. 330 mit eingezeichnetem Axensystem abgebildet ist; dieselbe heisst tetragonale »Bipyramide« zweiter Art. Einer solchen Form nähern sich die Skalenoëder um so mehr, je verschiedener ihre Parameter auf den beiden Nebenaxen sind und je weniger sich daher ihre beiden Arten von Polkanten unterscheiden, während dieselben andererseits sich um so mehr einem Sphenoid erster Art nähern, je weniger verschieden die beiden ersten Indices sind, je kleineren Flächenwinkel also die beiden Ebenen (hkl) und (khl) u. s. f. mit einander einschliessen. 3. Der dritte mögliche Fall ist der, dass die Pole in den entsprechenden Bogen des Grundkreises fallen, dann entsprechen dieselben acht der Hauptaxe parallelen Flächen, welche ein ditetragonales Prisma (Fig. 331 mit der Basis combinirt) bilden.

Fig. 330.



o genannt, weil es vier stumpfere und vier schärfere Flächenwinkel beitzen muss, da ein »oktogonales« Prisma mit acht gleichen Kanten einer ichtzähligen Symmetrieaxe, d. h. einem irrationalen Verhältnisse (tang $22\frac{1}{2}°$) ler beiden ersten Indices entsprechen würde. 4. Tritt der weitere specielle Fall ein, dass der auf dem Grundkreise befindliche Pol in eine der Symmetrieebenen fällt, so entspricht dies einem Zusammenfallen von je zwei Flächen der vorigen Form, nämlich $(h k 0)$ und $(k h 0)$, $(h \bar{k} 0)$ und $(k \bar{h} 0)$ u. s. f., und es entsteht das tetragonale Prisma $\{110\}$. 5. Fällt dagegen der Pol einer

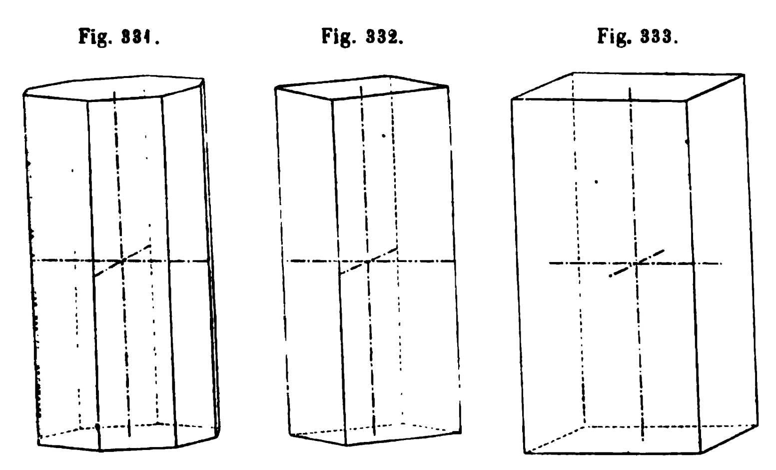


Fig. 331. Fig. 332. Fig. 333.

Prismenfläche mit demjenigen einer horizontalen Symmetrieaxe zusammen, so resultiren die vier Flächen des Prismas zweiter Art $\{100\}$. Die beiden letzteren Formen, welche natürlich identisch sind mit den bereits in den beiden ersten Klassen dieses Systems betrachteten beiden tetragonalen Prismen, sind in Fig. 332 und 333 neben einem ditetragonalen, $\{210\}$, in richtiger Stellung, wie aus dem in allen drei Figuren eingezeichneten Axensystem zu ersehen, abgebildet. 6. Die gemeinsame Grenzform, welcher sich die drei ersten Formen dieser Klasse um so mehr nähern, je kleiner ihr Parameter auf der Hauptaxe ist, die Basis, muss hier ein Pinakoid sein, da jene Formen gleichwerthige Flächen an beiden Polen der vierzähligen Axe besitzen; dasselbe erscheint in den drei letzten Figuren als obere und untere Begrenzung der Prismen. Hiernach ergiebt sich folgende Uebersicht:

$\{001\}$ Basis
$\{110\}$ Prisma erster Art
$\{100\}$ Prisma zweiter Art
$\{h k 0\}$ ditetragonales Prisma
$\{h h l\}$ Bisphenoid (erster Art)
$\{h 0 l\}$ Bipyramide (zweiter Art)
$\{h k l\}$ Skalenoëder.

Von diesen Formen nennt man $\{111\}$ das positive, $\{1\bar{1}1\}$ das negative primäre Bisphenoid, $\{101\}$ die primäre Bipyramide.

Beispiele. Kupferkies $= FeS^2Cu$. $a : c = 1 : 0,9856$ (Haidinger). Häufigste Combination (Fig. 334): $o = \{111\}$, $-o = \{1\bar{1}1\}$ (einem regulären Oktaëder sehr ähnlich), die beiden Bisphenoide durch ihre Oberflächenbeschaffenheit (das eine glänzend, das andere matt) leicht zu unterscheiden. Fig. 335 zeigt die spitz bipyramidale Combination: $2o' = \{201\}$, $o' = \{101\}$.

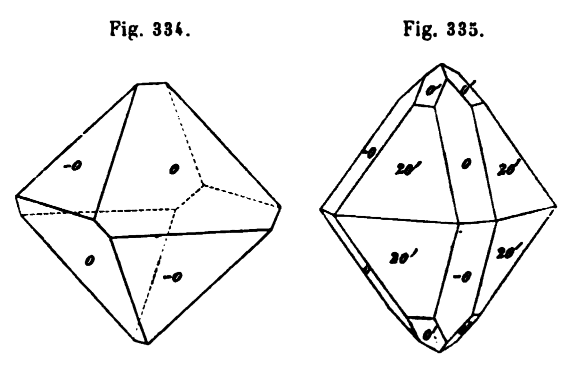


Fig. 334. Fig. 335.

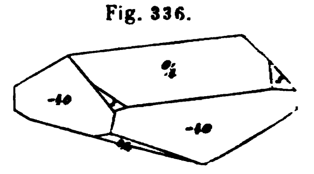


Fig. 336.

$o = \{111\}$, $-o = \{1\bar{1}1\}$; endlich Fig. 336 die Formen: $^o/_4 = \{114\}$, $-4o = \{4\bar{4}1\}$, $s = \{6.3.16\}$. Es treten indess an diesem Mineral Skalenoëder, z. B. $\{825\}$, auch ganz vorherrschend auf. Zwillinge der ersten Combination besonders häufig nach dem Gesetze: Zwillingsaxe die Normale zu $\{111\}$; alsdann liegen in Bezug auf die Zwillingsebene o- und $-o$-Flächen einander gegenüber, der Zwilling kann also nicht durch Spiegelung nach jener Ebene erhalten werden; ausserdem kommen auch symmetrische Zwillinge nach $\{101\}$ vor. Spaltbarkeit nach $\{201\}$ unvollkommen.

Saures Kaliumphosphat $= PO^4KH^2$. $a : c = 1 : 0,9391$ (Mitscherlich). Combin. (Fig. 337): $a = \{100\}$, $p = \{101\}$. Die bisher als $\{111\}$ betrachtete Bipyramide zeigt auf allen Flächen die gleichen Aetzfiguren, welche nur nach den Diagonalebenen des Prismas a symmetrisch sind (Baumhauer Privatmitth.). Doppelbrechung —; Brechungsindices nach Topsøe:

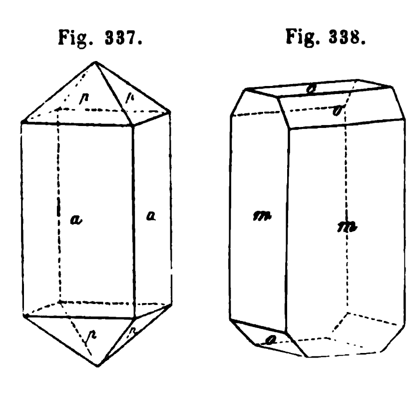


Fig. 337. Fig. 338.

	ω	ε
Linie C	1,5064	1,4664
- D	1,5095	1,4684
- F	1,5154	1,4734

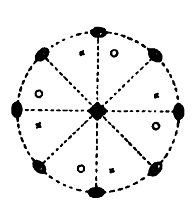
Saures Ammoniumphosphat $= PO^4(NH^4)H^2$. $a : c = 1,0076$ (Mitscherlich). Dieselbe Combination wie das vorige Salz. Doppelbrechung —; $\omega = 1,5112$ (C), $1,5246$ (D), $\varepsilon = 1,4768$ (C), $1,4792$ (D) (Topsøe).

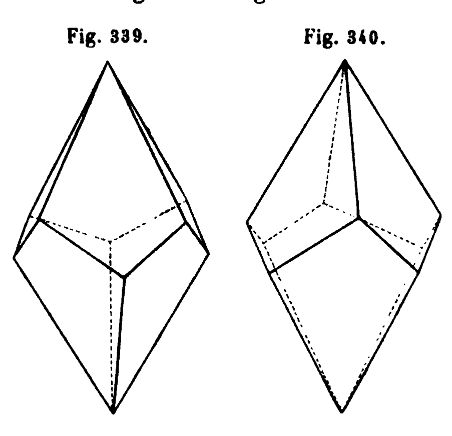
Harnstoff $= CH^4N^2O$. $a : c = 1 : 0,8345$ (Schabus). Combination (Fig. 338): $o = \{111\}$, $m = \{110\}$, $c = \{001\}$. Vielleicht zur 9. Klasse gehörig, falls z. B. die (noch nicht untersuchten) Aetzfiguren auf m oder c keine Symmetrie nach $\{110\}$ zeigen. Spaltbarkeit $\{110\}$ vollkommen, $\{001\}$ unvollkommen. Doppelbrechung +, stark.

12. Trapezoëdrische Klasse.

(Trapezoëdrisch-hemiëdrische Klasse.)

Die Symmetrie dieser Klasse leitet sich aus derjenigen der zehnten dadurch her, dass zu der vierzähligen Axe der einfachen Symmetrie noch eine dazu senkrechte zweizählige hinzutritt; alsdann erzeugt die Drehung um diese zu den vier oberen Polen der tetragonalen Pyramide in Fig. 316 (S. 405) vier damit gleichwerthige untere, welche so liegen, wie es in beistehend wiederholter Projection Fig. 318 der Fall ist, d. h. es sind auch die zu jener zweizähligen Axe Senkrechte in der Basis, und die beiden Geraden, welche deren Winkel halbiren, zweizählige Symmetrieaxen. Die dieser Symmetrie entsprechende vollständige Form $\{hkl\}$, deren acht einzelne Flächensymbole sich ohne Weiteres aus der Projection ablesen lassen, ist in Fig. 339 abgebildet; dieselbe besitzt, wie die tetragonale Pyramide an einem Pole, so an beiden Polen der Hauptaxe je vier gleiche Polkanten; ihre Mittelkanten aber sind zweierlei, wie unmittelbar aus der Projection zu ersehen, da die Winkelabstände eines oberen von einem unteren Pole abwechselnd grössere und kleinere sind; in Folge dessen ist die Gestalt ihrer Flächen diejenige von Trapezen, und daher heisst eine solche Form ein tetragonales Trapezoëder. Das in Fig. 339 abgebildete ist ein linkes Trapezoëder, so genannt, weil von den im positiven (oberen rechten vorderen) Oktanten des Axensystems liegenden Flächen die linke (hkl) dazu gehört. Die ebenfalls mögliche Krystallfläche (khl), die rechts anliegende mit den gleichen positiven Indiceszahlen, gehört zu acht einander gleichwerthigen Flächen, deren Pole in der Projection man erhält, wenn man alle Pole mit den entgegengesetzten vertauscht, d. h. die oberen mit den unteren und umgekehrt, oder wenn man die Pole der ersten Form nach einer Axenebene oder nach (110) u. s. w. spiegelt. Die Form $\{khl\}$, in Fig. 340 abgebildet, heisst das »rechte« Trapezoëder und kann mit dem linken, seinem Spiegelbilde, in keiner Stellung zur Deckung gebracht werden, beide sind enantiomorph.

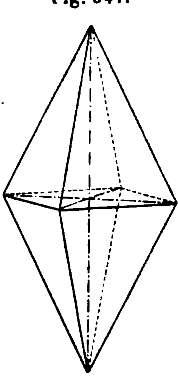



Fig. 339. Fig. 340.

Die Formen, in welche die Trapezoëder in besonderen Fällen übergehen, wenn die Pole der Flächen in die Seiten oder Ecken des S. 414 erwähnten sphärischen Dreiecks der Projection fallen, ergeben sich aus der letzteren ganz in derselben Weise, wie es dort auseinandergesetzt wurde, nämlich:

1) Wenn $h = k$, so verwandelt sich das Trapezoëder in eine »tetragonale Bipyramide« erster Art, in Fig. 341 mit eingezeichneten Axen dargestellt die gemeinschaftliche Grenzform einer Reihe rechter und linker Trapezoëder, welcher diese sich um so mehr nähern, je weniger sich ihre beiden Parameter auf den Nebenaxen von einander unterscheiden, je mehr in Folge dessen sich die eine Art von Mittelkanten den horizontalen Basiskanten der Bipyramide nähern, und je steiler und kürzer die vier andern Mittelkanten werden. 2) Ganz ebenso fallen die Projectionen je eines oberen und eines unteren Poles zusammen, wenn die Flächen den Nebenaxen parallel werden; die entstehende tetragonale Bipyramide zweiter Art (s. Fig. 330 S. 414) ist die zweite Grenzform jener beiden Reihen von Trapezoëdern. Diesen drei Arten von Formen entsprechen die gleichen Prismen, wie in der vorigen Klasse (s. Fig. 331—333, S. 415), für den Fall des Parallelismus der Flächen mit der vierzähligen Axe, und ebenso ein Pinakoid für den Fall des Parallelismus der Flächen mit den zweizähligen Axen. Die an »tetragonal-trapezoëdrischen« Krystallen möglichen Arten von einfachen Formen sind also:

Fig. 341.



$\{001\}$ Basis
$\{110\}$ Prisma erster Art
$\{100\}$ Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ ditetragonales Prisma
$\{hhl\}$ Bipyramide erster Art
$\{h0l\}$ Bipyramide zweiter Art
$\{hkl\}$ Trapezoëder.

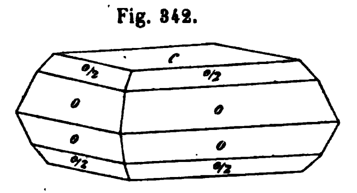
Von den Bipyramiden werden $\{111\}$ und $\{101\}$ die primären genannt.

Beispiele. Als solche sind hier nicht nur die Substanzen aufgeführt, an deren Krystallen durch Aetzfiguren die Zugehörigkeit zu dieser Klasse festgestellt ist, sondern auch diejenigen, welche in der Richtung der optischen Axe Circularpolarisation zeigen, obgleich in sämmtlichen Fällen nur solche einfache Formen beobachtet wurden, welche dieser Klasse mit andern gemeinsam zukommen. Es geschah dies, weil alle übrigen circularpolarisirenden Krystalle, für welche durch das Auftreten nur einer einzigen Symmetrieklasse angehöriger Formen diese unzweifelhaft bestimmt ist, enantiomorph sind. Da nun die bisher als optisch activ erkannten tetragonalen Krystalle keine Polarität der Hauptaxe zeigen, können sie nicht der 10. Klasse angehören (der einzigen ausserdem enantiomorphen) und sind deshalb hierher zu stellen.

Schwefelsaures Nickel $= SO^4Ni.6H^2O$. $a : c = 1 : 1,9061$ (Mitscherlich). $o = \{111\}$, $^o/_2 = \{112\}$, $c = \{001\}$ Fig. 342. Die Aetzfiguren

uf o sind nach **Blasius** unsymmetrisch gestellte Trapeze, deren relative Stellung auf den acht gleichwerthigen Flächen von $\{111\}$ derart ist, wie es die Existenz der fünf Symmetrieaxen dieser Klasse erfordert, nämlich so, dass ihre längste Seite stets von links unten nach rechts oben ansteigt, wenn man die betreffende Krystallfläche in die Stellung einer oberen bringt. Spaltbarkeit nach $\{001\}$. Doppelbrechung —, Brechungsindices nach **Topsøe** und **Christiansen**:

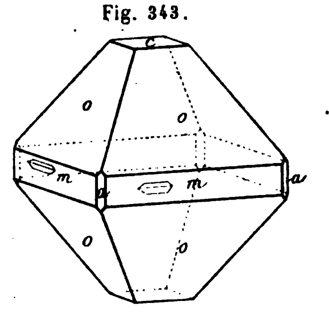
Fig. 342.



	ω	ε
Linie C	1,5078	1,4844
- D	1,5109	1,4873
- F	1,5173	1,4930

Rechtsweinsaures Antimonylkalium + Natriumsulfat $= C^4H^4O^6(SbO)K.SO^4Na^2$. $a : c = 1 : 1,0832$ (**Traube**). Combination (Fig. 343): $o = \{111\}$, $m = \{110\}$, $c = \{001\}$, $a = \{100\}$. Die Aetzfiguren auf m (s. Fig.) zeigen das Fehlen einer verticalen oder horizontalen Symmetrieebene. Doppelbrechung negativ, sehr stark. Circularpolarisation nicht nachweisbar.

Fig. 343.



Schwefelsaures Aethylendiamin $= (C^2H^4)H^4N^2.H^2SO^4$. $a : c = 1 : 1,4943$ (**V. v. Lang**). Combination entweder (Fig. 344): $2o = \{221\}$, $c = \{001\}$, oder (Fig. 345): $c = \{001\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{101\}$, $2o' = \{201\}$. Spaltbarkeit

Fig. 344.

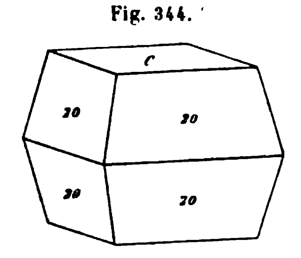
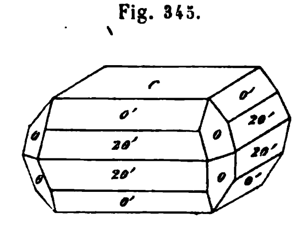


Fig. 345.



vollkommen nach $\{001\}$. Doppelbrechung +. Drehung der Polarisationsebene des Natriumlichtes für 1 mm 15°30′.

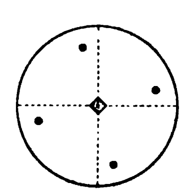
Kohlensaures Guanidin $= (CH^5N^3)^2H^2CO^3$. $a : c = 1 : 0,9910$ (**Bodewig**). Combination $\{111\}$, $\{001\}$, $\{100\}$, die beiden letzteren klein, so dass diese Combination fast vollkommen einem regulären Oktaëder mit Abstumpfung der Ecken gleicht. Spaltbarkeit nach $\{001\}$ vollkommen. Doppelbrechung —, nicht stark.

		ω	ε
Roth	Li =	1,4922	1,4818
Gelb	Na =	1,4963	1,4864
Grün	Tl =	1,5003	1,4899

Drehung 12° 35′ Li, 14° 34′ Na, 17° 4′ Tl.

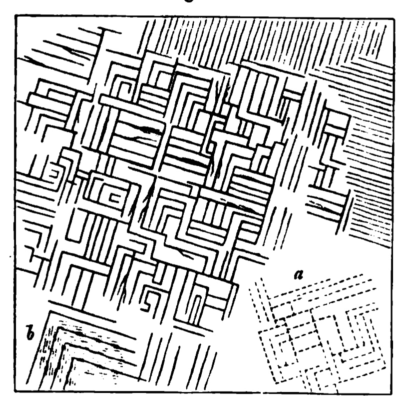
Diacetylphenolphtaleïn = $C^{20}H^{12}O^4(C^2H^3O)^2$. $a : c = 1 : 1.3593$ (Bodewig). Combination (Fig. 346): $o = \{111\}$. $p = \{100\}$ und $c = \{001\}$ oder statt der letzteren Fläche eine sehr stumpfe vicinale Pyramide m, annähernd $\{1.1.200\}$. Spaltbarkeit nach $\{110\}$ deutlich. Doppelbrechung —. Die Krystalle sind theils rechts-, theils linksdrehend. Drehung 17,1° Li, 19,7° Na, 23,8° Tl.

Fig. 346.



Schwefelsaures Strychnin = $(C^{21}H^{22}N^2O^2)^2.H^2SO^4.6H^2O$. $a : c = 1 : 3,312$ (Des Cloizeaux). Combination ähnlich Fig. 344: $\{111\}$, $\{001\}$; nach $\{001\}$ äusserst vollkommen spaltbar. Spaltungsplatten, mit verdünnter Salzsäure geätzt, zeigen unter dem Mikroskop zahlreiche feine Risse (s. Fig. 347), welche stets gegen den Umriss der Platte nach derselben Seite gedreht erscheinen. Aetzt man auch die Unterseite der Platte und stellt das Mikroskop auf diese ein, so erweisen sich dieselben umgekehrt gedreht (s. in Fig. 347 bei a), wie es der trapezoëdrischen Symmetrie entspricht (Baumhauer). Doppelbrechung —. Drehung, 9—10′ für Roth, stets links (ebenso, aber in schwächerem Grade, dreht die wässerige Lösung des Salzes, s. S. 409).

Fig. 347.



13. Bipyramidale Klasse.

(Pyramidal-hemiëdrische Klasse.)

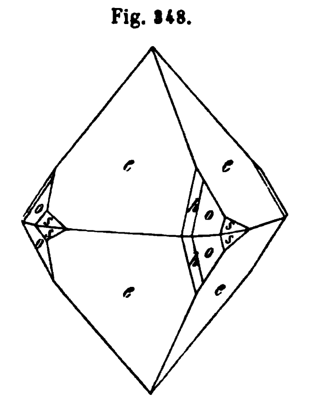
Wenn mit der vierzähligen Axe der einfachen Symmetrie statt einer weiteren Symmetrieaxe, wie in der vorigen Klasse, eine dazu senkrechte Ebene der Symmetrie combinirt wird (s. nebenstehende Projection, die Wiederholung von Fig. 319), so treten zu den vier oberen, eine tetragonale Pyramide bildenden Flächen vier untere gleichwerthige hinzu, welche dieselben Parameter auf den Nebenaxen abschneiden, also mit jenen horizontale Kanten bilden. Die so entstehende vollständige einfache Form ist eine tetragonale Bipyramide dritter Art, deren es zwei mit denselben Werthen der Indices giebt: die in der Projection dargestellte $\{hkl\}$ und

diejenige, zu der im positiven Oktanten die Fläche $(k h l)$ gehört, welcher also das Symbol $\{k h l\}$ zukommt; die letztere erhält man, wenn man die erste Bipyramide um eine Nebenaxe um 180° dreht oder nach einer der beiden verticalen Axenebenen spiegelt. Diese beiden Formen gehen in eine einzige über, wenn $h = k$, d. h. die Pole der Flächen in der Projection in den Diagonalen der Nebenaxen liegen, in welchem Falle sie einer tetragonalen Bipyramide erster Art entsprechen; das andere Grenzglied einer Reihe von Bipyramiden $\{h k l\}$ und $\{k h l\}$ ist eine tetragonale Bipyramide zweiter Art, deren Pole in der Projection auf den punktirten, den Nebenaxen entsprechenden Durchmessern liegen. Den drei Arten von Bipyramiden correspondiren nun drei Arten tetragonaler Prismen, denn wenn die Pole in den Grundkreis fallen, resultiren nur vier Flächen, welche entweder den Nebenaxen parallel, oder zu ihnen diagonal oder endlich ungleich geneigt sind; im letzteren Falle giebt es zwei tetragonale Prismen dritter Art mit den gleichen Indices $\{h k 0\}$ und $\{k h 0\}$. Schliesslich liefern die vier oberen Flächen, wenn ihre Pole mit dem der tetragonalen Axe zusammenfallen, eine Ebene (001), die vier unteren $(00\bar{1})$, so dass die Basis auch in dieser Klasse ein Pinakoid darstellt. Somit ergeben sich folgende mögliche Formen:

$\{001\}$ Basis
$\{110\}$ tetragonales Prisma erster Art
$\{100\}$ tetragonales Prisma zweiter Art
$\{h k 0\}$ tetragonales Prisma dritter Art.
$\{h h l\}$ tetragonale Bipyramide erster Art
$\{h 0 l\}$ tetragonale Bipyramide zweiter Art
$\{h k l\}$ tetragonale Bipyramide dritter Art.

Beispiele. Wolframsaures Calcium (Scheelit) $= WO^4Ca$. $a : c = 1 : 1{,}5359$ (Dauber). Die durch Umsetzung von wolframsaurem Natrium mit Chlorcalcium aus dem Schmelzfluss entstehenden Krystalle zeigen eine spitze Bipyramide von der Form der Fig. 341, welche, da ihr parallel Spaltbarkeit stattfindet, als primäre erster Art $\{111\}$ genommen wird. Der natürliche Scheelit erscheint häufiger in der Combination (Fig. 348): $e = \{101\}$ (die primäre Bipyramide zweiter Art vorherrschend), $o = \{111\}$, $h = \{313\}$, $s = \{131\}$. Nicht selten Zwillinge mit parallelen Axensystemen beider Krystalle, deren relative Stellung man auf dreierlei Weise erhalten kann: entweder durch Spiegelung nach einer Fläche des Prismas zweiter Art, wie es Fig. 349 in gerader Projection auf die Basis (vertical von oben gesehen) darstellt, — oder durch Drehung um die Normale zu einer Fläche des Prismas erster Art, — oder durch Spiegelung nach einer solchen. Die

Fig. 348.



Symmetrie des Zwillingsgebildes nach den Ebenen der beiden Prismen {110} und {100} tritt besonders in der gewöhnlichen Ausbildung desselben hervor, bei welcher nämlich die beiden Krystalle in der eben definirten relativen Stellung vollständig durcheinander gewachsen sind, so dass, wie es in Fig. 350 (ebenfalls von oben gesehen) abgebildet ist, von den acht

Fig. 349.

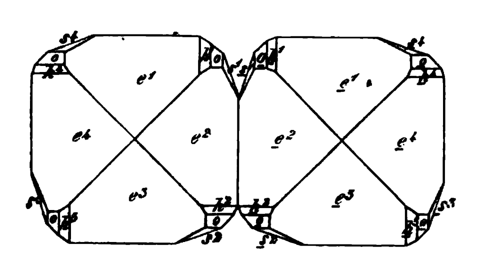
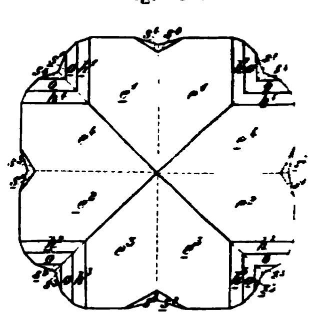


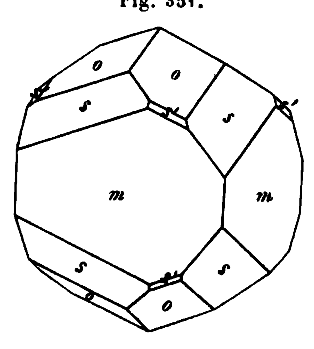
Fig. 350.



Achteln des Zwillings je vier abwechselnde dem einen, vier dem andern Krystall angehören, wie es die übereinstimmende Numerirung der Flächen *e*, *h*, *o* und *s* in beiden Figuren zeigt. Da von den Flächen *e* je eine des einen Krystalls mit einer des andern in eine Ebene fällt, so erscheint das Ganze wie eine einfache tetragonale Bipyramide von der Form {101}, aber mit einspringenden Winkeln an den vier Basisecken und den Mitten der Basiskanten. Durch die Zwillingsbildung ist gleichsam die höhere Symmetrie der letzten Klasse dieses Systems hergestellt. Bei einer nicht ganz vollständigen Durchdringung der Krystalle können die einspringenden Ecken theilweise fehlen, oder sie können durch grössere Ausdehnung von *o* und zum Verschwinden gebracht werden, in welchem Falle dann der Krystall wie ein einfacher mit jener höheren Symmetrie erscheinen würde und von einem solchen wegen des Parallelismus der Hauptaxe in beiden Krystallen auch optisch nicht zu unterscheiden wäre. Spaltbarkeit {111} und {001} unvollkommen. Doppelbrechung +,

$\omega = 1{,}918, \quad \varepsilon = 1{,}934$ Roth.

Fig. 351.



Erythroglucin (Erythrit, Phycit = $C^4H^{10}O^4$. $a : c = 1 : 0{,}3762$ (Schabus). Combination (Fig. 351) : $m = \{100\}$, $o = \{111\}$ $s = \{131\}$, $s' = \{311\}$; letztere Form fehlt auch oft ganz, während *s* zuweilen so vorherrscht, dass *o* nur mit vier kleinen unsymmetrisch auf die Polecke desselben aufgesetzten Flächen erscheint. Doppelbrechung — stark. Nach Des Cloizeaux:

Roth	$\omega = 1,5419$	$\varepsilon = 1,5184$
Gelb	1,5444	1,5210
Blau	1,5495	1,5266

14. Ditetragonal-pyramidale Klasse.

(Hemimorph-holoëdrische Klasse.)

Wie S. 406 an Fig. 320 (nebenstehend wiederholt) nachgewiesen wurde, bedingt die Hinzufüguug einer der Hauptaxe parallelen Symmetrieebene zu der Symmetrie nach einer vierzähligen Axe die Existenz dreier weiterer Ebenen der Symmetrie. Die so entstehende vollständige einfache Form $\{hkl\}$ besteht, wie aus der Projection ersichtlich, aus acht oberen Flächen, von denen sich aus vier abwechselnden, welche eine tetragonale Pyramide dritter Art (Fig. 316) darstellen, die vier andern durch Vertauschung der Indices h und k, d. h. der Parameter auf den beiden gleichwerthigen Nebenaxen, ergeben. Diese, in Figur 352 abgebildete Form heisst eine **ditetragonale Pyramide** und nach ihr die hierher gehörigen Krystalle »ditetragonal-pyramidal«. Setzt man den dritten Index negativ, so erhält man eine zweite Form $\{hk\bar{l}\}$ von der gleichen Gestalt, deren Flächen aber zur horizontalen Basis umgekehrt liegen, und welche daher als untere, die erstere als obere ditetragonale Pyramide bezeichnet wird. Da beide Formen von einander unabhängig sind, ist in dieser Klasse die Hauptaxe polar, eine Eigenschaft, welche sich an den hierher gehörigen Krystallen durch die Erscheinung der polaren Pyroëlektricität nach derselben Axe auch physikalisch erkennen lässt.

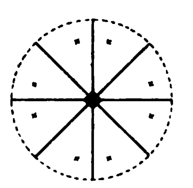
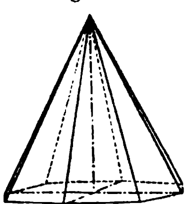


Fig. 352.



In dem speciellen Falle $h = k$ fallen je zwei Flächen der ditetragonalen Pyramide zusammen, und es entsteht eine tetragonale Pyramide erster Art, deren Pole in der Projection auf den Diagonalen der Nebenaxen liegen; ist dagegen einer jener beiden Indices $= 0$, so fallen wieder je zwei. aber nun in den Zonen der Nebenaxen liegende Pole zusammen, die resultirende tetragonale Pyramide ist eine solche zweiter Art. Je eine tetragonale Pyramide $\{hhl\}$ und $\{h0l\}$ bilden die Grenzglieder einer Zone von ditetragonalen $\{hkl\}$, in welcher der kleinere Index k zwischen den Grenzen h und 0 variirt. Diesen drei Arten von Pyramiden entsprechen für den Fall des Parallelismus mit der tetragonalen Axe die drei in Fig. 331—333 S. 415 abgebildeten Arten von Prismen, während jede derartige Reihe als anderes Grenzglied für $h = k = 0$ ein Pedion $\{001\}$ oder $\{00\bar{1}\}$ besitzt, je nachdem die Pyramiden obere oder untere sind. So ergiebt sich folgende Uebersicht:

$\{001\}$ obere (positive) Basis, $\{00\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{110\}$ tetragonales Prisma erster Art

{100} tetragonales Prisma zweiter Art
{hk0} ditetragonales Prisma
{hhl} tetragonale Pyramide erster Art
{h0l} tetragonale Pyramide zweiter Art
{hkl} ditetragonale Pyramide.

Beispiele. Silberfluorid, $AgF.H^2O$. $a : c = 1 : 1,1366$ (Marignac). Combination (Fig. 353): $x = \{113\}$, $o = \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$. Auf Grund dieser Formen könnte das Salz auch der 10. Klasse (s. S. 411 f.) angehören; eine Entscheidung hierüber, wie sie bei der folgenden Verbindung durch die Aetzfiguren gegeben ist, war bei diesem zerfliesslichen Salze bisher nicht zu gewinnen.

Fig. 353.

Fig. 354.

Fig. 355.

Succinjodimid $= C^4H^4O^2NJ$. $a : c = 1 : 0,8733$ (Groth). Combination (Fig. 354): $o = \{111\}$, $v = \{221\}$, $m = \{110\}$, $v' = \{22\bar{1}\}$. Spaltbarkeit nach {111} ziemlich deutlich. Doppelbrechung —. Nach Traube sind die Aetzfiguren auf m (s. Fig 354) symmetrische gleichschenkelige Dreiecke; polar pyroëlektrisch nach der Hauptaxe, deren unterer Pol der analoge ist. Symmetrische Zwillinge nach (001) Fig. 355, deren analoge elektrischen Pole nach aussen, deren antiloge einander zugekehrt sind.

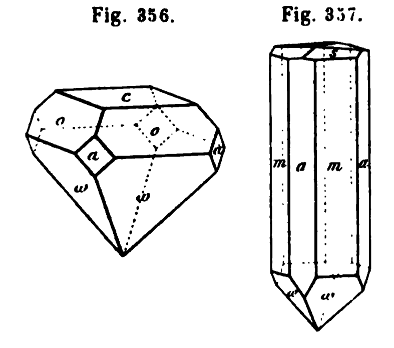


Fig. 356. Fig. 357.

Penta-Erythrit, $C^5H^{12}O^4$. $a : c = 1 : 1,0236$ (Martin). Combination (Fig. 356): $c = \{001\}$, $o = \{111\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$, $a = \{100\}$ oder wie Fig. 357: $m = \{110\}$, $a = \{100\}$, $\omega = \{11\bar{1}\}$ und eine der Basis vicinale Pyramide erster Art $s = \{117\}$.

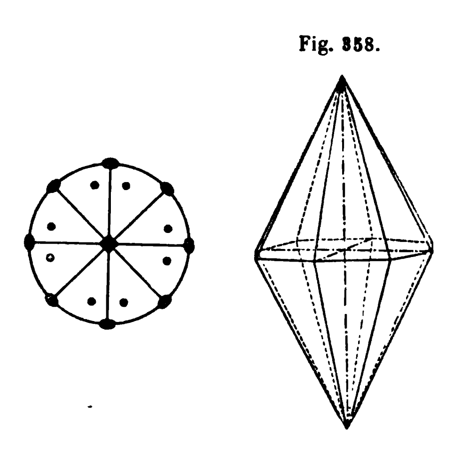
Spaltbarkeit nach {001} höchst vollkommen, {110} weniger vollkommen. Brechungsindices für D: $\omega = 1,5588$, $\varepsilon = 1,5480$. Die Krystalle zeigen nicht selten optische Anomalien.

15. Ditetragonal-bipyramidale Klasse.

(Holoëdrische Klasse.)

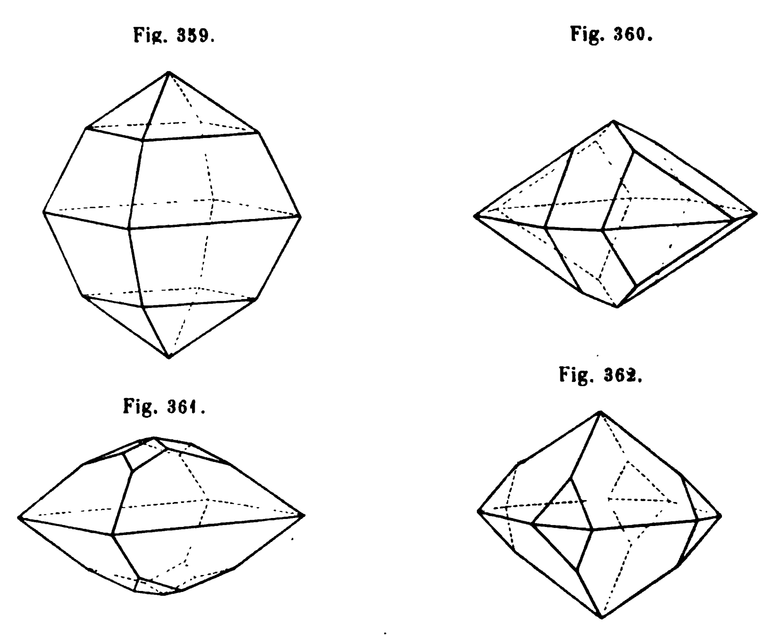
Tritt zu der Symmetrie der vorigen Klasse noch diejenige nach der Ebene (001) hinzu, so entsteht als allgemeine Form die in beistehender Projection durch ihre Pole markirte ditetragonale Bipyramide $\{hkl\}$ Fig. 358, eine Form, welche aus der Gesammtheit aller Flächen mit den Indiceszahlen h, k, l besteht und den höchsten Grad der Symmetrie innerhalb des tetragonalen Systems repräsentirt; dieselbe besitzt fünf Ebenen der Symmetrie und ausser der vierzähligen Axe noch vier zweizählige in der dazu senkrechten Ebene, welche in Folge der Vierzähligkeit der Hauptaxe paarweise gleichwerthig sind (die früher als Neben- und Zwischenaxen bezeichneten Richtungen).

Fig. 358.



Jede ditetragonale Bipyramide besitzt dreierlei Kanten, nämlich acht Basiskanten und je acht stumpfere und schärfere, mit einander abwechselnde Polkanten. Eine Form dieser Art, aber mit 16 genau gleichen Polkanten, ist krystallographisch unmöglich, weil bei derselben das Verhältniss $h : k = \text{tang}\ 67\frac{1}{2}^\circ = 2,4142\ldots$, also eine irrationale Zahl sein würde. Ist dieses Verhältniss kleiner, als 2,4142, z. B. 2, so sind diejenigen Polkanten die stumpferen, welche vom Pol der Hauptaxe nach denen der Zwischenaxen herablaufen: in diesem Falle ähnelt die Bipyramide um so mehr einer tetragonalen erster Art, je weniger h von k verschieden ist; in dem Grenzfalle, dass $h = k$, ist der Winkel der bezeichneten Polkanten $= 0$, d. h. je zwei in einer solchen Polkante an einander stossende Flächen, also die Flächen eines Oktanten, fallen in eine Ebene; es resultirt eine tetragonale Bipyramide erster Art als die eine Grenzgestalt jener Reihe von ditetragonalen. Ist dagegen $h : k$ grösser, als 2,4142, z. B. 3, so sind die nach den Nebenaxen herablaufenden Polkanten die stumpferen, und zwar um so stumpfwinkeliger, je grösser $h : k$ ist. Für den Grenzfall $k = 0$ sind die Basiskanten der Pyramide den Nebenaxen parallel, also werden die oben bezeichneten Polkantenwinkel Null, d. h. zwei an solchen zusammenstossende, benachbarten Oktanten angehörige Flächen fallen in eine Ebene: es entsteht eine tetragonale Bipyramide zweiter Art als zweite Grenzgestalt

derselben Reihe von ditetragonalen Bipyramiden. Zwei ditetragonale Formen einer solchen Reihe mit dem gleichen Werthe des Verhältnisses $h : l$ erscheinen so mit einander combinirt, dass die eine eine sogenannte »Zuschärfung« der Polkanten der andern bildet, d. h. die letzteren werden durch stumpfere, aber in derselben Richtung verlaufende Kanten ersetzt. Hat von zwei ditetragonalen Bipyramiden die eine einen grösseren Werth von l, so ist sie flacher und erscheint an der andern als sogenannte »achtflächige Zuspitzung« der Polecken, d. h. letztere werden durch je eine stumpfere 4 + 4-kantige Ecke ersetzt. Die analoge Combination zweier tetragonaler Bipyramiden erster Art ist in Fig. 359 abgebildet, während Fig. 360 diejenige zweier tetragonaler Bipyramiden, eine erster mit einer zweiter Art, welche gleiches Verhältniss $h : l$ besitzen, z. B. {111} mit {101}, darstellt. Ist dagegen in einer derartigen Combination der Parameter der zweiten Bipyramide auf der Hauptaxe ein kleinerer, so bildet sie eine »vierflächige


Fig. 359. Fig. 360. Fig. 361. Fig. 362.

Zuspitzung« der Polecken der ersten (Fig. 361); ist endlich jener Parameter grösser, so erscheint die Form zweiter Art als »Zuschärfung« der Seitenecken der ersteren, wie es Fig. 362 zeigt, welche den speciellen Fall {111} {201} darstellt, wie sich aus dem Parallelismus der Kanten [201, 111] und [111, 021] ohne Weiteres ergiebt.

Den drei Arten von Bipyramiden entsprechen für den Fall des Parallelismus ihrer Flächen mit der Hauptaxe die drei in den Fig. 331—333 abgebildeten Arten von Prismen. Von diesen bildet das tetragonale Prisma erster Art an einer Bipyramide derselben Stellung die gerade Abstumpfung der Basiskanten (Fig. 363), während dasjenige der zweiten Art an derselben

bipyramidalen Form die Basisecken gerade abstumpft (Fig. 364). Die Basis, die Grenzform jeder Reihe von Bipyramiden mit steigendem Index l, stumpft

Fig. 363.

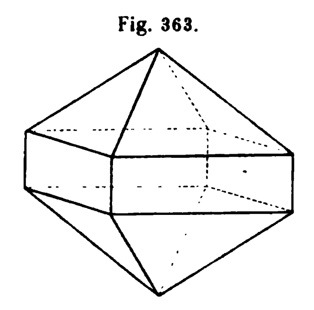
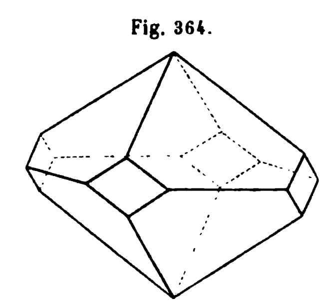


Fig. 364.

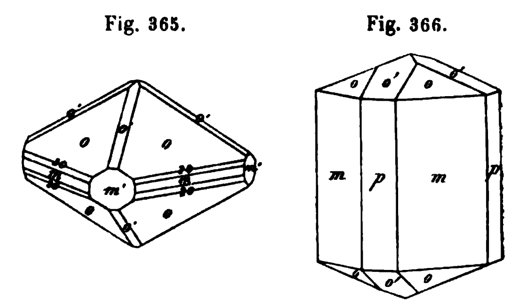


die Polecken derselben gerade ab und ist, da beide Pole der Hauptaxe gleichwerthig sind, ein Pinakoid. Der letzten Klasse des tetragonalen Systems gehören also folgende Formen an:

$\{001\}$ Basis
$\{110\}$ tetragonales Prisma erster Art
$\{100\}$ tetragonales Prisma zweiter Art
$\{hk0\}$ ditetragonales Prisma
$\{hhl\}$ tetragonale Bipyramide erster Art
$\{h0l\}$ tetragonale Bipyramide zweiter Art
$\{hkl\}$ ditetragonale Bipyramide.

Beispiele. Bor $= B^n$. $a : c = 1 : 0{,}576$ (Sella). Die von Wöhler und Deville durch Schmelzen von Borsäure mit Aluminium im Kohlentiegel erhaltenen diamantharten Krystalle zeigen $o = \{111\}$, $2o = \{221\}$, $o' = \{101\}$, $m = \{110\}$, $m' = \{100\}$ (Fig. 365).

Fig. 365. Fig. 366.



Zinn $= Sn^n$. $a : c = 1 : 0{,}3857$ (Miller). Die galvanisch ausgeschiedenen Krystalle dieses Metalles sind entweder nadelförmige Combinationen: $m = \{110\}$, $p = \{100\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{101\}$, Fig. 366, oder nur die flache Bipyramide o; im letzteren Falle häufig Zwillinge nach einer Fläche derselben Form.

Zinndioxyd $= SnO^2$ (natürl. Zinnerz). $a : c = 1 : 0{,}6724$ (Miller). Combination: $m = \{110\}$, $p = \{100\}$, $p^3 = \{310\}$, $o = \{111\}$, $o' = \{101\}$, Fig. 367. Doppelbrechung $+$, schwach. Sehr häufig Zwillinge nach $\{101\}$, Fig. 368, bei denen vorn und hinten die Flächenpaare von $p' = \{100\}$ in eine Ebene fallen, da sie normal zur Zwillingsebene sind. Da eine tetra-

gonale Bipyramide aus vier Paaren paralleler Flächen besteht, so kann an einem Krystall nicht blos nach einem derselben, sondern auch noch, symmetrisch in Bezug auf das zweite, dritte und vierte Paar, je ein Krystall angewachsen sein, und so ein Fünflingskrystall entstehen, der bei vollständiger Durchwachsung aller Einzelkrystalle gleichsam die tetragonale Symmetrie wieder herstellt, welche im Zwilling gestört ist.

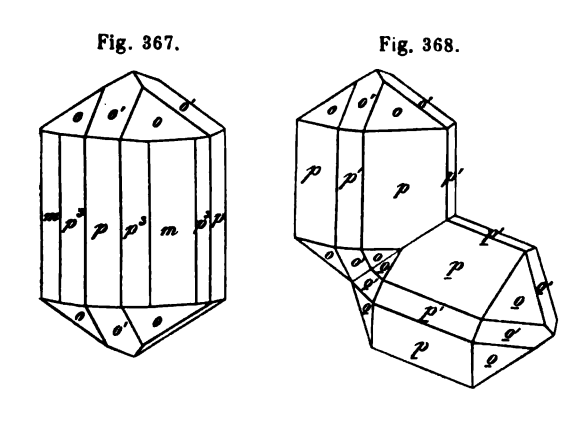


Fig. 367. Fig. 368.

Titandioxyd $= TiO^2$ (Rutil). $a : c = 1 : 0{,}6442$ (Miller). Dieselbe Combination wie die vorige Substanz (Fig. 367). Brechungsindices nach Baerwald:

	ω	ε
Li-Licht	2,5671	2,8415
Na-Licht	2,6158	2,9020
Tl-Licht	2,6725	2,9817

Zirkon $= ZrSiO^4$. $a : c = 1 : 0{,}6404$ (Haidinger). Combination (Fig. 369): $m = \{110\}$, $p = \{100\}$, $o = \{111\}$, $3o = \{331\}$, $d = \{311\}$; die letzte Form bestimmt durch die beiden Zonen $[331, 3\bar{3}1]$ und $[111, 100]$. Brechungsindices: $\omega = 1{,}92$, $\varepsilon = 1{,}97$ (Sénarmont).

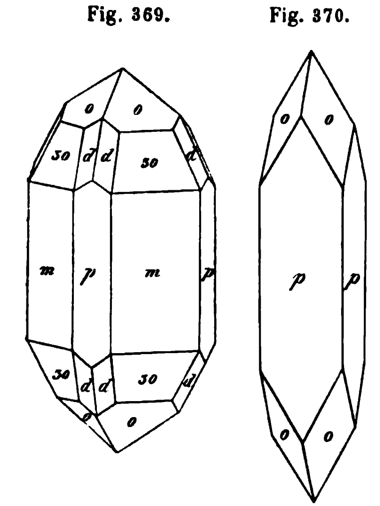


Fig. 369. Fig. 370.

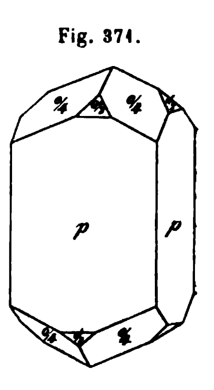
Quecksilberchlorür $= Hg^2Cl^2$ nat. Quecksilberhornerz). $a : c = 1 : 1{,}7414$ (Miller). Die Krystalle sind prismatische Combinationen von $p = \{100\}$ und $o = \{111\}$, Fig. 370. Doppelbrechung positiv: $\omega = 1{,}96$, $\varepsilon = 2{,}60$ für Roth (Des Cloizeaux).

Quecksilberjodid $= HgJ^2$. $a : c = 1 : 1{,}9955$ (Mitscherlich). Kleine dunkelrothe spitze Pyramiden $\{111\}$ mit $\{001\}$, selten $\{114\}$. Spaltbar nach $\{001\}$ vollkommen. Doppelbrechung negativ. Die aus Jodkalium erhaltenen Krystalle sind normal einaxig, die aus gewissen organischen Lösungsmitteln dagegen aus dünnen, der Basis parallelen optisch zweiaxigen Lamellen, welche abwechselnd rechtwinkelig gekreuzt sind, aufgebaut, daher die Krystalle

im convergenten polarisirten Lichte die S. 136 beschriebenen Erscheinungen zeigen.

Quecksilbercyanid = $HgCy^2$. $a:c = 1:1{,}8384$ (De la Provostaye). Combination: $o/_4 = \{114\}$, $o'/_2 = \{102\}$, $p = \{100\}$, s. Fig. 371. Doppelbrechung negativ (Des Cloizeaux).

Fig. 371.



Magnesiumplatincyanür = $PtCy^4Mg.7H^2O$. $a:c = 1:0{,}5863$ (Haidinger). Dicke kurze Prismen $\{100\}$, am Ende $\{001\}$ und untergeordnet $\{111\}$. Brechungsindices nach Grailich: $n = 1{,}5472$ (Linie B), $1{,}5485$ (L. C), $1{,}5532$ (L. D); die beiden Strahlen ω und ε waren nicht deutlich getrennt. Doppelbrechung positiv. Carminroth mit schwachem Pleochroismus (ord. Strahl mehr bläulich); auf $\{100\}$ grüne, auf $\{001\}$ und $\{111\}$ lasurblaue metallische Oberflächenfarbe (s. S. 161 u. 162).

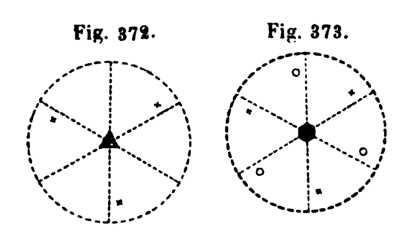
Kaliumkupferchlorid = $K^2CuCl^4.2H^2O$. $a:c = 1:0{,}7531$ (Rammelsberg). Combination $\{111\}$, $\{100\}$, Fig. 364 S. 427; bei gleicher Grösse der Flächen beider Formen einem regulären Dodekaëder ähnlich. Brechungsindices nach Grailich:

	ω	ε
Linie B	1,6311	1,6070
Linie D	1,6365	1,6148
Linie E	1,6468	1,6227

Deutlicher Pleochroismus (ω grün, ε himmelblau).

V. Trigonales Krystallsystem.

Das trigonale System umfasst nach der S. 326 gegebenen Definition alle Krystalle mit einer dreizähligen Symmetrieaxe; die letztere kann aber, wie S. 321 gezeigt wurde, zugleich auch eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie sein, so dass, wenn sonst kein weiteres Symmetrieelement vorhanden ist, zwei Fälle unterschieden werden müssen, welche in den beiden Projectionen (Fig. 372 und Fig. 373) dargestellt sind. Wie aus denselben ersichtlich, erfordert die Existenz einer einfachen trigonalen Axe nur drei gleichwerthige, der gleichen Seite dieser Axe angehörige Pole (in Fig. 372 drei obere), während, wenn jene zugleich sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie ist, noch drei weitere, der anderen Seite angehörige, als gleichwerthig hinzutreten, welche durch Drehung um 60° und gleichzeitige Spiegelung nach der Ebene des Grundkreises aus den ersteren hervorgehen. Es wurde bereits S. 329 hervorgehoben, dass die dem zweiten Falle entsprechenden Formen deshalb auch dem hexagonalen System zugezählt werden könnten gerade so, wie die Krystalle mit einer vierzähligen Axe der zusammengesetzten Symmetrie dem tetragonalen. Dass in der That die Trennung der trigonalen und hexagonalen Krystalle in zwei Systeme einer gewissen Willkür unterliegt, und dass die verschiedenen Klassen derselben in einer näheren Beziehung zu einander stehen, als diejenigen irgend zweier anderer Systeme, wird aus dem Folgenden noch deutlicher hervorgehen.


Fig. 372. Fig. 373.

Denkt man sich in den beiden oberen Projectionen den speciellen Fall, dass der Pol einer Fläche in den Grundkreis fällt, so würde in der ersteren die Drehung von 120° um die dreizählige Axe (welche auch hier, wie im tetragonalen System, Hauptaxe heissen möge) zwei damit gleichwerthige, ebenfalls der Hauptaxe parallele Flächen liefern, und diese drei würden ein trigonales Prisma bilden, während bei der in Fig. 373 dargestellten Symmetrie auch die drei entgegengesetzten Flächen mit jenen gleichwerthig wären, und so als vollständige einfache Form ein hexagonales Prisma entstehen würde. Die Flächen des ersteren, resp. die drei Paare paralleler Flächen des letzteren, schneiden die Ebene des Grundkreises, welche wieder die Basis heissen möge, in drei gleichwerthigen Kanten, die mit einander

Vinkel von 60° resp. 120° bilden. Da hierbei von einem beliebigen Pole m Grundkreise ausgegangen wurde, so ergiebt sich der Satz, welcher (ganz benso, wie der entsprechende im tetragonalen System S. 403 aus der Vierzähligkeit) aus der Dreizähligkeit der Hauptaxe folgt, dass zu jeder der Basis parallelen Kante zwei gleichwerthige existiren, welche mit der ersten 60° resp. 120° einschliessen. Unter diesen Triaden gleichwerthiger Kanten giebt es immer je zwei, von denen die eine die Winkel der andern halbirt.

Die Gültigkeit des letzteren Satzes ist leicht aus Fig. 374 zu ersehen. Seien die mit ⊗ bezeichneten Pole diejenigen eines beliebigen trigonalen Prismas, die strichpunktirten Geraden also die Richtungen der Combinationskanten zwischen jenem und der Basis; seien ferner die mit × bezeichneten Pole diejenigen dreier gleichwerthiger Flächen aus den durch jene Combinationskanten gegebenen Zonen. Je zwei dieser Flächen bestimmen eine durch einen ausgezogenen Kreisbogen dargestellte Zone, welche den Grundkreis an den beiden Enden eines strichpunktirten Durchmessers schneidet. Folglich sind diese Endpunkte die Pole möglicher Krystallflächen, deren Combinationskanten mit der Basis die punktirten Durchmesser sind, welche den Winkel der strichpunktirten halbiren.

Ein derartiges Paar von Triaden, deren jede aus drei gleichwerthigen Kanten besteht, entspricht in jeder Beziehung einem Paare von je zwei auf einander senkrechten Kanten im tetragonalen System (s. S. 403); wie dort zwei derselben als Nebenaxen, die beiden andern, den Winkel jener halbirenden, als Zwischenaxen bezeichnet wurden, so könnte man hier z. B. die drei gleichwerthigen Richtungen, welche in Fig. 374 strichpunktirt sind, Nebenaxen und die drei ebenfalls einander gleichwerthigen punktirten Durchmesser Zwischenaxen nennen. Auf zwei Nebenaxen schneiden die den Polen × in der Figur entsprechenden Flächen offenbar gleiche Parameter ab, so dass auch für diesen Fall der S. 325 angeführte Satz gelten muss, d. h. alle Flächen eines hierher gehörigen Krystalls auf den gleichwerthigen Nebenaxen Parameter besitzen, welche in rationalem Verhältnisse zu einander stehen.

Fig. 374.

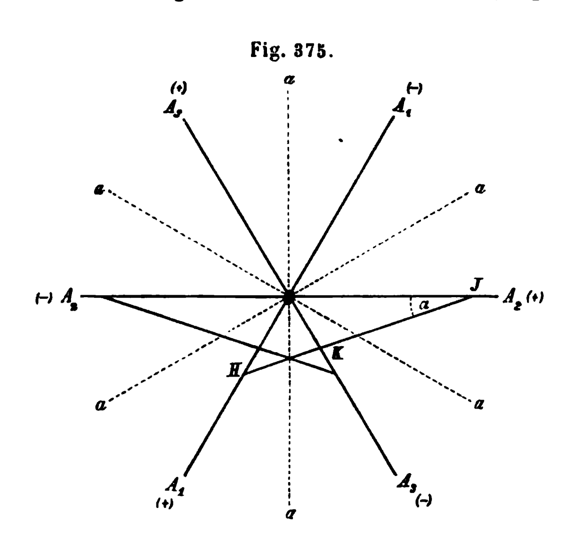
In der That kann man nun alle trigonalen und hexagonalen Krystalle auf drei derartige Kanten, welche einander unter 60° resp. 120° schneiden, und auf die zu ihnen senkrechte drei- oder sechszählige Symmetrieaxe als krystallographische Axen beziehen und erhält dann ein dem tetragonalen (s. S. 404) ganz analoges Axensystem, welches jedoch vier Axen, d. h. eine überflüssige enthält, da die Parameter zweier Nebenaxen und der Hauptaxe eine Fläche ja vollständig bestimmen. Wählt man zur Grundform eine Krystallfläche, welche (wie × in Fig. 374) auf zwei Nebenaxen gleiche Parameter a besitzt, so sind die Elemente des Krystalls, bezogen auf diese und die Hauptaxe, gegeben durch die Grössen:

$$a : a : c, \quad \alpha = \beta = 90^\circ, \quad \gamma = 60^\circ,$$

enthalten also nur eine, aus einer Messung zu berechnende Unbekannte, nämlich den Parameter c der Hauptaxe, wenn derjenige der Nebenaxen gleich 1 gesetzt wird. Die Indices der zur Grundform gewählten Fläche

wären dann, wie gewöhnlich, (111). Bezöge man aber nun eine der beiden anderen, damit gleichwerthigen Flächen × in Fig. 374 auf dieselben Nebenaxen und auf die Hauptaxe, so erhielte man, da dieselbe offenbar einer der beiden Nebenaxen parallel ist und auf der entgegengesetzten Seite der andern liegt, für sie die Indices ($\bar{1}01$), für die dritte Fläche endlich das Symbol ($0\bar{1}1$), d. h. für gleichwerthige Flächen nicht die gleichen Indiceszahlen, so dass es nicht möglich wäre, durch ein Symbol die vollständige »einfache Form« zu bezeichnen. Dieser Umstand beruht eben auf der Gleichwerthigkeit von drei Nebenaxen, denn auf die dritte und eine der beiden ersteren bezogen hat jede der beiden andern Flächen dieselben Parameter, also auch die gleichen Indices, wie die erste; giebt man daher ausser dem auf die Hauptaxe bezüglichen Index die den sämmtlichen drei Nebenaxen entsprechenden an, so erhält man ein vierstelliges Symbol, welches für alle gleichwerthigen Flächen die gleichen Zahlen enthält, also zur Bezeichnung der vollständigen Form benutzt werden kann. Seien in Fig. 375 die Geraden A_1A_1, A_2A_2, A_3A_3 die drei Nebenaxen, und werde die mit + bezeichnete Richtung derselben als positiv, die mit − bezeichnete als negativ genommen, so sind offenbar die Symbole der drei gleichwerthigen Flächen × in Fig. 374 folgende: ($10\bar{1}1$)($\bar{1}101$)($0\bar{1}11$), unterscheiden sich daher nur durch die Vertauschung der drei ersten, auf gleichwerthige Axen bezüglichen, Indiceszahlen. Eine Form, wie die vorliegende {$10\bar{1}1$}, deren Flächen einer Nebenaxe parallel sind, soll im trigonalen und hexagonalen Krystallsystem als eine solche erster Art bezeichnet werden. Liegen die Pole der Flächen dagegen auf den in Fig. 374 strichpunktirten Durchmessern, so entsprechen sie Ebenen, welche auf zwei mit gleichem Vorzeichen versehenen Nebenaxenrichtungen gleiche Parameter, auf der dazwischen liegenden dritten einen halb so grossen abschneiden, z. B. {$11\bar{2}1$}; solche Formen heissen zweiter Art. Endlich werden trigonale oder hexagonale Formen dritter Art diejenigen genannt, deren Flächenpole zwischen den beiden Arten von Durchmessern der Projection Fig. 374 liegen; ihr allgemeines Symbol ist {$hikl$}, in welchem sich die drei Indices h, i, k auf die drei gleichwerthigen Nebenaxen beziehen, und da diese in einer Ebene liegen, ist eine jener drei Grössen durch die beiden andern gegeben.

Fig. 375.



Um die zuletzt erwähnte Abhängigkeit allgemein zu bestimmen, sei in Fig. 375 HKJ die Gerade, in welcher eine beliebige Krystallfläche, deren Indices in Bezug auf die drei Nebenaxen h, $-k$, i, die Basis schneidet. Alsdann sind die betreffenden Parameter, denjenigen der Grundform $= 1$ gesetzt:

$$OH = \frac{1}{h}, \quad OK = -\frac{1}{k}, \quad OJ = \frac{1}{i}.$$

Wird der Winkel OJH mit α bezeichnet, so ist:

$$\frac{OJ}{OH} = \frac{h}{i} = \frac{\sin(60^\circ - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\operatorname{cotg}\alpha - \frac{1}{2}$$

$$\frac{OJ}{OK} = -\frac{k}{i} = \frac{\sin(60^\circ + \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\operatorname{cotg}\alpha + \frac{1}{2},$$

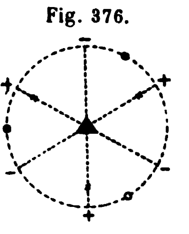
folglich

$$\frac{h+k}{i} = -1 \quad \text{oder:} \quad h + k + i = 0.$$

Es ist demnach stets die Summe der auf die drei Nebenaxen bezüglichen Indices gleich Null. Sind also zwei dieser Zahlen gegeben, so ist die dritte diejenige Zahl, welche mit den beiden ersten die Summe 0 giebt. Es muss sonach von den drei Indices h, i, k mindestens einer negativ sein.

Die vorstehend erläuterten Symbole, die sogenannten Bravais'schen, sollen im hexagonalen Krystallsystem allein verwendet werden, weil sie die einzigen sind, welche gestatten, die Gesammtheit aller gleichwerthiger Flächen eines Krystalls mit sechszähliger Symmetrieaxe, auch im Falle der höchsten in jenem System vorkommenden Symmetrie, d. h. der flächenreichsten einfachen Form, durch ein Symbol zu bezeichnen. Bei der Mehrzahl der hier als »trigonales Krystallsystem« zusammengefassten Klassen von Krystallen giebt es dagegen noch eine zweite Art der Auswahl der Axen, welche ebenfalls für gleichwerthige Flächen gleiche Indiceszahlen liefert und insofern naturgemässer ist, als sie für die hier in Betracht kommenden Formen in näherer Beziehung zu der Molekularstructur der Krystalle steht. Die in Fig. 372 dargestellte Symmetrie nach einer dreizähligen Axe der einfachen Symmetrie liefert als Gesammtheit der gleichwerthigen Flächen eine sogen. »trigonale Pyramide«, deren drei gleichartige Kanten unter gleichem Winkel zur Hauptaxe geneigt sind. Nebenstehende Fig. 376 repräsentirt nun den speciellen Fall, dass die Pole derselben in die punktirten Durchmesser fallen, dass die trigonale Pyramide also nach der a. vor. S. auseinandergesetzten Bezeichnung eine solche erster Art ist. Alsdann sind offenbar die drei mit — bezeichneten Radien des Grundkreises die senkrechten Projectionen der drei nach abwärts laufenden Kanten jener trigonalen Pyramide, welche jenseits ihres Schnittpunktes (der dreikantigen Ecke der Pyramide) nach oben verlängert und senkrecht auf den Grundkreis projicirt die drei mit + bezeichneten Radien liefern. Wählt man nun diese drei Kanten als krystallographische Axen, und zwar als positive Seite derselben die drei schräg nach oben laufenden Richtungen (+), ferner als Grundform die obere, der

Fig. 376.



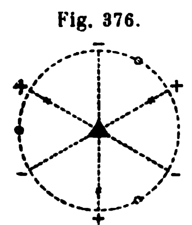
Ebene des Grundkreises parallele Basisfläche, so erhält man, da letztere auf den drei Axen gleiche Längen abschneidet, und je zwei Axen den gleichen Winkel mit einander einschliessen, folgende Elemente:

$$a : a : a = 1 : 1 : 1 , \quad \alpha = \beta = \gamma .$$

Diese enthalten wieder nur eine Unbekannte, nämlich den Kantenwinkel zwischen je zwei Axen, welcher aus der Messung eines Flächenwinkels der trigonalen Pyramide durch eine sehr einfache Berechnung folgt.

Auf diese Elemente bezogen, erhalten die drei in Fig. 376 mit × bezeichneten Flächen der trigonalen Pyramide erster Art, da sie die Axenebenen sind, die Symbole (100), (010) und (001), die obere Basisfläche deren Pol der Punkt △ in der Mitte der Projection, das Symbol (111). Fallen die drei ersteren Pole an die (+) Enden der betreffenden Durchmesser, so entsprechen sie offenbar drei der Hauptaxe parallelen Flächen, welche, durch die (−) Endpunkte der beiden benachbarten Radien gelegt, den zugehörigen positiven Radius in der Mitte schneiden: damit sind die Parameter auf den drei Axen gegeben, d. h. die drei Flächen dieses trigonalen Prismas erster Art erhalten die Symbole ($2\bar{1}\bar{1}$), ($\bar{1}2\bar{1}$), ($\bar{1}\bar{1}2$). Hierdurch sind die Zeichen aller trigonaler Pyramiden erster Art bestimmt, denn jede Fläche eines solchen muss in der Zone der Basis und des Prismas erster Art (ihr Pol in der Projection also auf einem der punktirten Durchmesser) liegen; aus der Zone [$2\bar{1}\bar{1}$, 111] folgen die Indices [$0\bar{1}1$], also für eine beliebige Fläche (pqr) die Bedingungsgleichung $r = q$, d. h.: eine Fläche gehört einer trigonalen Pyramide erster Art an, wenn zwei ihrer Indices gleich gross sind und das gleiche Vorzeichen besitzen. Die drei in Fig. 376 mit ○ bezeichneten Pole entsprechen nach der S. 432 gewählten Benennung einem trigonalen Prisma zweiter Art, dessen drei Flächen, wie unmittelbar aus der Figur zu ersehen, die Symbole ($1\bar{1}0$), ($\bar{1}01$), ($01\bar{1}$) besitzen; damit sind die Zeichen aller trigonaler Pyramiden zweiter Art gegeben, deren Pole in den die punktirten Durchmesser der Projection halbirenden Zonenkreisen liegen würden; aus der Zone [$1\bar{1}0$, 111] = [$\bar{1}\bar{1}2$] ergiebt sich die Bedingungsgleichung $p + q = 2r$, d. h.: eine Fläche gehört einer Form zweiter Art an, wenn, bei gleichen Vorzeichen aller drei Indices, der eine derselben das arithmetische Mittel der beiden andern ist. Alle Symbole, welche keiner dieser beiden Bedingungsgleichungen genügen, gehören Formen der dritten Art an. Die Vortheile, welche diese, sogenannte Miller'sche Bezeichnung der trigonalen Formen darbietet, sollen weiterhin unter »Molekularstructur« betrachtet werden.

Fig. 376.



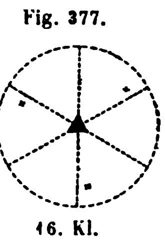
Die Umwandlung eines Miller'schen Symbols (pqr) in ein Bravais'sches ($hikl$) und umgekehrt geschieht durch folgende Transformationsformeln:

$$h = \frac{p - q}{3}, \quad i = \frac{q - r}{3}, \quad k = \frac{r - p}{3}, \quad l = \frac{p + q + r}{3}$$

resp. $$p = h - k + l, \quad q = i - h + l, \quad r = k - i + l.$$

Nachdem nunmehr die Wahl der Axen und die Bezeichnung der trigonalen und hexagonalen Krystallformen an dem einfachsten Falle der Symmetrie, derjenigen nach einer einfachen dreizähligen Axe, erläutert ist, sollen aus der trigonalen Pyramide, welche die allgemeine Form der ersten hierher gehörigen Klasse (der 16. in der fortlaufenden Reihenfolge) bildet, zunächst die Formen von denjenigen (sechs) weiteren Klassen abgeleitet werden, welche geometrisch mit jener in der nächsten Beziehung stehen und deshalb mit ihr zu einem Krystallsystem, dem trigonalen, vereinigt werden mögen.

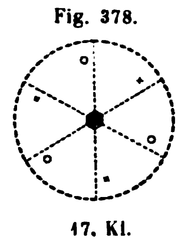
Fig. 377.



16. Kl.

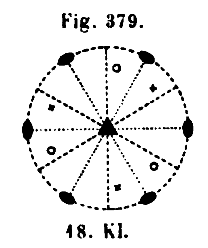
Zu den drei Flächen einer oberen trigonalen Pyramide, deren Pole in Fig. 377 (Wiederholung von Fig. 372) markirt sind, können drei untere gleichwerthige, behufs Bildung einer einfachen Krystallform von höherer Symmetrie, auf dreierlei Weise hinzugefügt werden, nämlich a) so, dass ihre

Fig. 378.



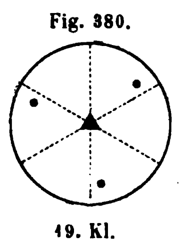
17. Kl.

Fig. 379.



18. Kl.

Fig. 380.



19. Kl.

Pole in der Projection gleich weit von den drei oberen abstehen (Fig. 378); dies ist der bereits S. 430 erwähnte Fall, in welchem die dreizählige Axe zugleich sechszählige der zusammengesetzten Symmetrie ist; — b) in der Weise, dass ihre Pole in der Projection mit ungleichen Abständen zwischen denen der oberen Flächen, aber natürlich analog zu den krystallographischen Axen liegen, da sie sonst nicht die gleichen Indices erhalten würden (s. Fig. 379); dies ist der Fall, wenn drei in der Basis gelegene gleichwerthige Kanten zweizählige Symmetrieaxen sind; — endlich c) so, dass die Pole der hinzutretenden unteren Flächen mit denen der oberen in der Projection zusammenfallen (Fig. 380), d. h. wenn die Basis Symmetrieebene ist. So ergeben sich die in den vorstehenden drei Figuren dargestellten Symmetrieverhältnisse, welche die drei nächstfolgenden Klassen von Krystallen, die 17., 18. und 19., charakterisiren. Während die letzte dieser drei Symmetrieklassen sich dadurch von der 16. unterscheidet, dass zu der trigonalen Axe noch eine zu ihr senkrechte Ebene der Symmetrie hinzutritt, leitet sich von jener als Ausgangspunkt für das trigonale System dienenden Klasse noch eine weitere (20.) ab durch Hinzufügung einer der trigonalen Axe parallelen Symmetrieebene, welche nothwendig, wegen der Dreizähligkeit der Hauptaxe, noch zwei gleichwerthige erfordert (Fig. 381). Endlich kann die Symmetrie noch erhöht werden durch Hinzufügen zweizähliger Axen in

der Basis, welche natürlich immer drei gleichwerthige sein müssen, auf zweierlei Art: a) die Winkel der drei Symmetrieebenen der vorigen Klasse

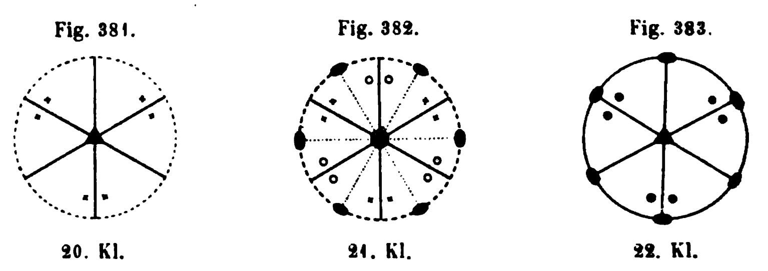


Fig. 381. 20. Kl. Fig. 382. 21. Kl. Fig. 383. 22. Kl.

halbirend; dann erzeugen die sechs oberen Pole von Fig. 381 noch sechs untere, deren Anordnung aus Fig. 382 ersichtlich ist — oder b) parallel den drei Symmetrieebenen; dann entstehen die in Fig. 383 dargestellten Symmetrieverhältnisse, und die vollständige einfache Form ist auch symmetrisch nach der Basis.

Von den vorstehend charakterisirten sieben Klassen trigonaler Krystalle sind nur zwei, die 16. und die 18., welche weder eine Ebene der einfachen, noch der zusammengesetzten Symmetrie besitzen, deren Formen also paarweise enantiomorph sind. Polarität der Hauptaxe ist vorhanden in der 16. und 20. Klasse, und die gleiche Eigenschaft besitzen drei in der Basis liegende Kanten resp. Axen in der 16., 18., 19., 20. und 22. Klasse. Gemäss diesen Verhältnissen unterscheiden sich die Krystalle der betreffenden Klassen in gewissen physikalischen Eigenschaften von denen der übrigen, in den meisten jedoch ist das Verhalten aller trigonaler Krystalle ein übereinstimmendes.

Dies gilt zunächst für sämmtliche optische Eigenschaften mit einer einzigen Ausnahme, nämlich derjenigen der Circularpolarisation, welche nur einer kleinen Anzahl den beiden enantiomorphen Klassen angehöriger Krystalle zukommt. Da die Dreizähligkeit der Hauptaxe nothwendig die optische Einaxigkeit und das Zusammenfallen der optischen Axe mit jener Richtung bedingt, so gilt das S. 407 für das optische Verhalten der tetragonalen Krystalle Gesagte in entsprechenden Richtungen ebenso für die trigonalen. Das Gleiche ist der Fall bezüglich der thermischen, magnetischen und elektrischen Eigenschaften; nur in Betreff der Pyroelektricität unterscheiden sich die oben angeführten Klassen mit polaren Axen dadurch von den übrigen, dass diese Richtungen sich bei Temperaturänderungen als elektrische Axen erweisen. Was die Elasticität betrifft, so ergiebt die Theorie, dass die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten in denjenigen beiden Klassen (19. und 22.), deren Krystalle nach der Basis symmetrisch sind, eine Rotationsfigur, d. h. den S. 205 unter a) erörterten Fall darstellt, während die S. 206 unter b) beschriebene Art von Dehnungsflächen den Krystallen der 18., 20. und 21. Klasse, endlich die l. c. unter c) beschriebenen den Krystallen der 16. und 17. Klasse zukommen. In

Bezug auf die Cohäsionsverhältnisse existiren keine Unterschiede innerhalb dieses Krystallsystems; ist das Minimum der Cohäsion in der Richtung der Hauptaxe, so spalten die Krystalle basisch; liegt es in der Ebene der Basis, so müssen deren drei gleichwerthige vorhanden sein, und man kann durch Spaltbarkeit ein hexagonales Prisma hervorbringen; findet endlich die kleinste Cohäsion in einer zur Hauptaxe geneigten Richtung statt, so sind deren drei gleichwerthige und gleichgeneigte vorhanden, und der Krystall spaltet nach einer trigonalen Pyramide resp. einem Rhomboëder. In den bisher beobachteten Fällen der Existenz von Gleitflächen sind diese die Ebenen eines Rhomboëders, welche die Kanten desjenigen der Spaltbarkeit gerade abstumpfen.

Die Molekularstructur eines trigonalen Krystalls kann die eines einfachen rhomboëdrischen Raumgitters (Fig. 141 S. 254) oder die eines complicirteren Punktsystemes sein. Im ersteren Falle besitzt dieselbe drei in der Hauptaxe einander unter 60° schneidende Symmetrieebenen und drei, deren Winkel halbirende, zweizählige Symmetrieaxen (die Geraden zwischen den Mitten zweier gegenüberliegender Mittelkanten des Rhomboëders), also die Symmetrieverhältnisse der 21. Klasse. Dieser Abtheilung gehört nun weitaus die grosse Mehrzahl aller trigonal krystallisirender Substanzen an, und betrachtet man deren Krystallformen, wie sie an zahlreichen Beispielen weiterhin beschrieben werden sollen, näher, so zeigt sich, dass nicht nur als häufige Formen fast nur rhomboëdrische Combinationen auftreten, und gewöhnlich auch die Spaltungsflächen einem Rhomboëder parallel sind, sondern dass auch nur denjenigen Rhomboëdern die günstigsten Bedingungen für ihre Ausbildung an den Krystallen zukommen, welche die einfachsten Indices erhalten, wenn sie auf die drei Kantenrichtungen des Spaltungsrhomboëders als krystallographische Axen bezogen werden*). Alle diese Verhältnisse deuten darauf hin, dass die Molekularstructur dieser Krystalle die eines rhomboëdrischen Raumgitters ist, in welchem die Massentheilchen auf drei einander unter gleichen Winkeln schneidenden Geraden gleichartig angeordnet sind. Als einen speciellen Fall einer solchen Structur könnte man die »kubische« (Fig. 144*a* S. 255) betrachten, in der jene drei Geraden einen rechten Winkel einschliessen; beide Structurarten haben Das gemeinsam, dass in denselben drei gleichwerthige Richtungen existiren, d. h. dass die Krystallmoleküle nach drei verschiedenen Richtungen gleichartige Kräfte auf einander ausüben. Ein derartiges Verhalten ist offenbar am ehesten vorauszusetzen bei Krystallmolekülen, welche durchweg aus gleichartigen Atomen bestehen (d. s. diejenigen der Elemente) oder nur zwei Arten von Atomen enthalten, wie diejenigen der einfachen Oxyde,

*) An dem ausgezeichnetsten Beispiele dieser Klasse von Krystallen, dem Kalkspath, entdeckte Hauy das Gesetz der Rationalität der Indices, d. h. die einfache Beziehung, in welcher alle Formen dieses Minerals zu seinem Spaltungsrhomboëder stehen, wenn er diesem Gesetze auch einen ganz andern Ausdruck gab, als jetzt üblich.

Sulfide, Chloride (vergl. S. 242); — hiermit stimmt nun die Erfahrung in ausgezeichneter Weise überein, indem die Mehrzahl der Elemente und der besonders einfach zusammengesetzten chemischen Verbindungen der erwähnten Art entweder kubisch oder in Rhomboëdern krystallisiren (im Falle der Dimorphie sogar oft in beiden Arten von Krystallformen), und diese Körper sind es gerade vorwiegend, welche die vorher erwähnten Beziehungen ihrer Formen zeigen, und für die daher eine einfache rhomboëdrische Raumgitter-Structur die wahrscheinlichste ist. Dann aber ist die rationelle Wahl der Krystallaxen (s. S. 296) diejenige, bei welcher die Kanten des Elementarparallelepipeds, d. i. in diesem Falle eines Rhomboëders, zu Grunde gelegt werden (ebenso wie im kubischen Krystallsystem die Kanten des Würfels als Axen zu wählen sind, um die Beziehungen der Formen zu der Molekularstructur zum Ausdruck zu bringen). In der That liefert für die an den betreffenden Krystallen beobachteten Formen die sogenannte Millersche Bezeichnung (s. S. 434) Symbole, deren grössere oder geringere Einfachheit in directer Beziehung zu deren Wichtigkeit in Bezug auf Häufigkeit des Auftretens, auf Cohäsionsverhältnisse u. s. w. steht, während die Bravais'schen Zeichen meist eine solche Beziehung nicht erkennen lassen, also hier theoretisch weniger geeignet erscheinen.

Wenn auch nach diesen Erfahrungen für die Mehrzahl der Krystalle der 21. Klasse eine einfache rhomboëdrische Raumgitter-Structur mit grosser Wahrscheinlichkeit angenommen werden kann, so ist doch auch die Möglichkeit einer complicirteren Molekularstructur nicht ausgeschlossen, und speciell für den Kalkspath hat Sohncke nachgewiesen, dass die Thatsache des weniger häufigen Auftretens des Spaltungsrhomboëders gegenüber andern, mit ihm in einfachster Beziehung stehenden Formen sich durch Annahme eines zusammengesetzten regelmässigen Punktsystems für die Structur dieses Minerals befriedigend erklären lasse. Besonders wichtig aber ist eine solche Annahme für diejenigen Krystalle der 16. und 18. Klasse, welche in der Richtung ihrer optischen Axe die Eigenschaft der Circularpolarisation besitzen, und von denen die rechtsdrehenden Formen zeigen, welche zu den an den linksdrehenden Krystallen derselben Substanz beobachteten im Verhältnisse der Enantiomorphie stehen. Wie S. 262 und 264 gezeigt wurde, besitzt das sogenannte »Dreipunktschraubensystem« Sohncke's kein anderes Symmetrieelement, als eine polare dreizählige Axe, d. h. genau die Symmetrieverhältnisse der 16. Klasse, so dass durch eine solche Structur die Existenz rechts- und linksdrehender, enantiomorpher Krystalle dieser Klasse, wie sie deren einziger Repräsentant, das Natriumperjodat, zeigt, ihre Erklärung findet. In gleicher Weise entsprechen die Symmetrieverhältnisse des aus zweien jener Punktsysteme zusammengesetzten »abwechselnden Dreipunktschraubensystems« (s. S. 262 f.) genau denjenigen der andern enantiomorphen Klasse (18.), welcher alle übrigen bisher bekannten circularpolarisirenden Krystalle des trigonalen Systems angehören; unter diesen befindet sich der Quarz, diejenige Substanz, an welcher zuerst (durch Herschel jun.) die gesetzmässige Be-

ziehung zwischen dem Sinne der Drehung der Polarisationsebene und dem Auftreten der enantiomorphen Krystallformen erkannt worden ist. Derselben Klasse gehören, dem sogen. Pasteur'schen Gesetze (S. 324) zufolge, auch solche Substanzen an, welche in Lösung optisch activ sind, ohne dass nothwendig ihre Krystalle Circularpolarisation zeigen müssen; es verhalten sich also die trigonalen Krystalle in dieser Beziehung genau so wie die tetragonalen (s. S. 409), und zwar ist auch hier ein Beispiel bekannt, der Maticocampher, welcher, wie Strychninsulfat, in beiden Zuständen ein Drehungsvermögen besitzt, deren Grössen aber in keinem nachweisbaren Zusammenhange stehen (nach Traube ist die Drehung im krystallisirten Zustande etwa achtmal so gross, als die molekulare), während bei anderen Substanzen nur die Lösung optisch activ ist (s. die Beispiele der 18. Klasse).

Ausser den beiden enantiomorphen Klassen nehmen eine besondere Stellung im trigonalen System noch ein die 19. und 22., d. h. diejenigen, deren Krystalle nach der Basis symmetrisch sind, und welche daher nach der Elasticitätstheorie Oberflächen der Dehnungscoëfficienten besitzen müssen (s. S. 436), deren Symmetrieverhältnisse mit denen der hexagonalen Krystalle übereinstimmen. Mit den letzteren haben sie ferner Das gemein, dass, wenn man ihre Flächen auf drei gleichartige (rhomboëdrische) Axen bezieht, die zu beiden Seiten der Basis gelegenen gleichwerthigen Flächen verschiedene Indices erhalten; so entspricht z. B. einer oberen Fläche, deren Miller'sches Symbol $(02\bar{1})$, eine untere mit den Indices $(\bar{2}4\bar{5})$. Diese Thatsache macht es nach den vorhergehenden Betrachtungen über die Bedeutung der sogen. Miller'schen Symbole evident, dass für die Krystalle dieser beiden Klassen die Möglichkeit einer einfachen rhomboëdrischen Molekularstructur ausgeschlossen ist, und ihnen eine complicirtere, als die eines Raumgitters, zugeschrieben werden muss. Mit der Complication der Molekularstructur nimmt aber, wie aus allen bisherigen Erfahrungen hervorgeht, die Wahrscheinlichkeit ihrer Realisirung ab, wohl aus dem Grunde, weil einem einfacheren Aufbau im Allgemeinen ein stabileres Gleichgewicht der Molekularkräfte entsprechen dürfte. Hiernach ist von vornherein zu erwarten, dass die Zahl der nach der Basis symmetrisch trigonal krystallisirenden Körper erheblich geringer sein wird, als die der Krystalle ohne Symmetrie nach jener Ebene — und dieser Schluss wird in der That durch die Erfahrung bestätigt, denn für die 19. und 22. Klasse hat man überhaupt noch kein Beispiel gefunden, während für die meisten übrigen mehrere, für die 21., wie erwähnt, sehr viele Repräsentanten bekannt sind.

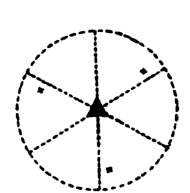
Ehe diese Abtheilungen im Einzelnen betrachtet werden, möge über die Zwillingsbildung trigonaler Krystalle das Folgende zur allgemeinen Orientirung dienen. Regelmässige Verwachsung zweier Krystalle mit parallelen Haupt- und Nebenaxen kann in den beiden enantiomorphen Klassen nach zwei Gesetzen vorkommen: a) so, dass ein Krystall das Spiegelbild des andern in Bezug auf die Basis oder eine zu einer Nebenaxe senkrechten Ebene ist, oder b) so, dass ein Krystall gegen den andern 180° um

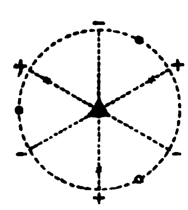
die Hauptaxe gedreht erscheint, in welchem Falle dieselben nicht enantiomorph (beide rechte oder beide linke) sind. In der besonders wichtigen 21. Klasse fallen diese beiden Gesetze in eins zusammen, welches auch so definirt werden kann: »Zwillingsaxe die in der Basis liegende Normale einer Nebenaxe« oder »Zwillingsebene die zu einer solchen Normale senkrechte Ebene«. Dass eine Rhomboëderfläche in dieser Klasse und überhaupt eine zur Hauptaxe geneigte Ebene eines jeden trigonalen Krystalls Zwillingsebene einer regelmässigen Verwachsung zweier sein kann, ist selbstverständlich, da eine solche niemals Symmetrieebene des einzelnen ist.

16. Trigonal-pyramidale Klasse.

(Hemimorph-tetartoëdrische oder ogdoëdrische Klasse.)

Die allgemeine Form dieser durch eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie charakterisirten Klasse ist die schon mehrfach erwähnte trigonale Pyramide, und zwar ist die in nebenstehender Projection (= Fig. 372) durch ihre Pole markirte eine solche dritter Art, welcher im tetragonalen Krystallsystem die in Fig. 324 S. 411 abgebildete »tetragonale Pyramide« entspricht. Ihr (Miller-sches) Symbol ist $\{pqr\}$ und sie besteht aus den drei gleichwerthigen Flächen (pqr), (qpr), (rqp), während die drei Flächen (prq), (qrp) und (rpq) mit denselben Indiceszahlen*) eine zweite trigonale Pyramide $\{prq\}$ bilden, deren Pole in der Projection man erhält, wenn man von jedem der ersteren eine Normale zum nächsten punktirten Radius (derselbe soll entsprechend der Bezeichnung in nebenstehend wiederholter Fig. 376 ein positiver heissen fällt und jenseits um die gleiche Strecke verlängert; diese beiden Formen mögen die »rechte« und »linke« positive trigonale Pyramide 3. Art heissen. Genau dieselbe Gestalt, d. h. die gleichen Flächenwinkel und Neigung zur Hauptaxe, besitzen noch zwei andere trigonale Pyramiden dritter Art, deren Pole zu den drei andern (negativen) Radien die gleiche Stellung haben, wie die der beiden ersteren Formen zu den drei positiven Radien; diese beiden, als rechte und linke negative zu bezeichnende Pyramiden erhalten, auf die gleichen Axen bezogen, die Symbole $\{p'q'r'\}$ und $\{p'r'q'\}$, wo





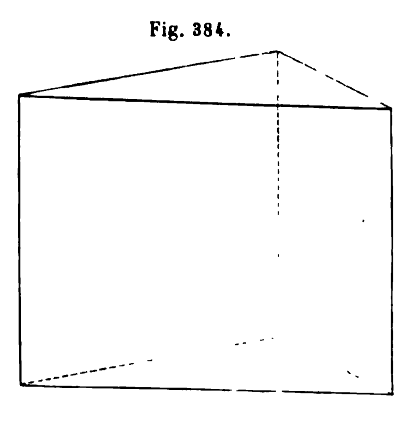
$$p' = -p + 2q + 2r, \quad q' = 2p - q + 2r, \quad r' = 2p + 2q - r.$$

Endlich gehören zu den möglichen Formen des Krystalls auch noch vier untere trigonale Pyramiden von gleicher Form und verschiedener Stellung, deren Symbole aus denen der vier oberen durch Multiplication mit -1 erhalten werden.

*) Ohne Aenderung eines Vorzeichens nur in der Reihenfolge vertauscht.

In dem speciellen Falle, dass $r = q$, resultirt nach S. 434 eine trigonale Pyramide erster Art, deren Pole entweder auf den positiven (s. Fig. a. vor. S.) oder auf den negativen Radien der Projection gelegen sind, und welche dementsprechend als »positive« oder »negative« bezeichnet wird. Ist ersteres der Fall, so erscheint in den weiterhin folgenden Abbildungen, wenn die Form eine obere ist, stets eine Fläche dem Beobachter zugekehrt. Zu den positiven trigonalen Pyramiden erster Art gehört die primäre $\{100\}$, deren Kanten die Krystallaxen sind; flachere Pyramiden derselben Stellung, welche eine dreiflächige »Zuspitzung« der Polecke der primären bilden, haben das Symbol $\{pqq\}$, wo $p > q$, denn für $p = q$ ist die flachste mögliche Pyramide, die Basis $\{111\}$, erreicht; steilere Pyramiden, deren Pole zwischen denen von $\{100\}$ und $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ gelegen sind, erhalten das Symbol $\{p\bar{q}\bar{q}\}$, in welchem das Verhältniss $p : q$ zwischen denen der beiden erwähnten Grenzformen liegt. Von den negativen trigonalen Pyramiden erster Art ist die wichtigste $\{110\}$, deren drei Flächen (110), (101) und (011) die Kanten der primären gerade abstumpfen; flachere haben das Zeichen $\{pqq\}$, wo $p < q$, steilere $\{\bar{p}qq\}$ zwischen den Grenzen $\{011\}$ und $\{\bar{2}11\}$; unter diesen befindet sich auch $\{\bar{1}22\}$, welche dieselbe Gestalt, wie die primäre, besitzt, aber gegen letztere 180° um die Hauptaxe gedreht erscheint. Ein weiterer specieller Fall ergiebt sich nach S. 434, wenn $p + q = 2r$, indem alsdann die Pole in der Mitte zwischen einem positiven und einem negativen Radius der Projection gelegen sind und einer trigonalen Pyramide zweiter Art entsprechen; diese bezeichnet man als »rechte«, wenn ihre Pole in denjenigen drei Sextanten der a. vor. S. wiederholten Projection (Fig. 372) liegen, welche dort die Zeichen $\times$ der allgemeinen Form enthalten, als »linke«, wenn sie in den drei andern Sextanten liegen. Hieraus geht hervor, dass eine Reihe von rechten positiven trigonalen Pyramiden dritter Art zwischen einer positiven erster Art und einer rechten zweiter Art liegt, während die entsprechenden Grenzformen der linken positiven Pyramiden dritter Art die gleiche erster Art und eine linke zweiter Art sind; andererseits ist jede negative trigonale Pyramide erster Art die gemeinsame Grenzform je einer Reihe rechter und linker negativer Pyramiden dritter Art, aber die andere Grenzform der ersten Reihe ist die linke, der zweiten die rechte Pyramide zweiter Art. Zu den erwähnten oberen trigonalen Pyramiden erster und zweiter Art treten als mögliche Formen des Krystalls hinzu ebenso viele untere, für welche das Gleiche gilt. Ferner entsprechen den drei Arten trigonaler Pyramiden drei Arten von trigonalen Prismen: a) zwei trigonale Prismen erster Art $\{\bar{2}11\}$ und $\{2\bar{1}\bar{1}\}$, von denen das erste, das

Fig. 384.



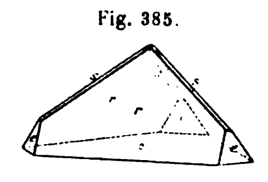
positive genannt, entsprechend der in den Abbildungen trigonaler Krystalle üblichen Stellung, die in Fig. 384 dargestellte Orientirung erhält, während das zweite eine der drei gleichen Kanten nach vorn kehrt; b) zwei trigonale Prismen zweiter Art $\{10\bar{1}\}$ und $\{1\bar{1}0\}$, welche man, entsprechend den Pyramiden zweiter Art, als »rechtes« und »linkes« unterscheidet; c) trigonale Prismen dritter Art, deren Symbole, da ihre Flächen sämmtlich in der Zone $[\bar{2}11, 10\bar{1}] = [111]$ liegen, ebenfalls der Bedingung $p + q + r = 0$ genügen müssen; man unterscheidet auch hier je nach der Stellung, entsprechend den Pyramiden dritter Art, positive rechte und linke, sowie negative rechte und linke trigonale Prismen dritter Art. Während jedes trigonale Prisma als Grenzglied einer oberen und einer unteren Reihe von Pyramiden aufgefasst werden kann, welchen die letzteren sich um so mehr nähern, je spitzer ihre Polecke wird, ist die gemeinsame andere Grenzform aller Reihen oberer trigonaler Pyramiden das obere Pedion $\{111\}$, diejenige aller unteren die entgegengesetzte Fläche resp. Form $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$.

In der folgenden Zusammenstellung sind den soeben besprochenen Symbolen zum Vergleich auch die vierstelligen, sogen. Bravais'schen (s. S. 433) und in den Beispielen dieser und der folgenden Klassen dem Winkel $\alpha (= \beta = \gamma)$ auch die Elemente, bezogen auf die Haupt- und Nebenaxen, hinzugefügt:

$\{111\} = \{0001\}$ obere (positive) Basis; $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} = \{000\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ positives, $\{\bar{2}11\} = \{\bar{1}010\}$ negatives trigonales Prisma erster Art
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ rechtes, $\{1\bar{1}0\} = \{2\bar{1}\bar{1}0\}$ linkes trigonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ trigonales Prisma dritter Art
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ trigonale Pyramide erster Art
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\bar{2h}.l\}$ trigonale Pyramide zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ trigonale Pyramide dritter Art.

Beispiel. Natriumperjodat (überjodsaures Natrium) $= JO^4Na.3H^2O$. $\alpha = 94^\circ 9'$ ($a : c = 1 : 1{,}094$ Groth). Combination (Fig. 385): $r = \{100\}$, $e = \{11\bar{1}\}$, $c = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$, $s = \{201\}$; dieselbe Combination ist in Fig. 386 in gerader Projection von oben gesehen dargestellt, und aus letzterer noch deutlicher zu ersehen, dass s als schiefe Abstumpfung der Kanten $r : r$ eine linke trigonale Pyramide zweiter Art ist, während das Spiegelbild eines derartigen Krystalls s als rechte trigonale Pyramide zweiter Art zeigen würde.

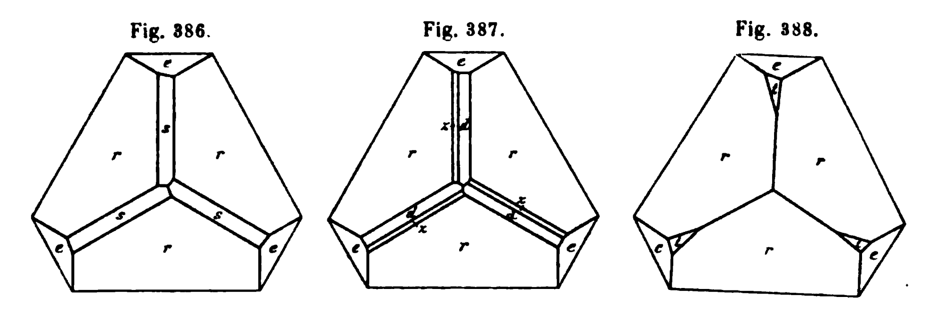
Fig. 385.



Häufiger sind gerade Abstumpfungen derselben Kanten $d = \{011\}$ mit $z = \{504\}$, d. i. einer negativen rechten trigonalen Pyramide dritter Art (s. Fig. 387): eine Form der letzten Art ist auch die in Fig. 388 dargestellte $t = \{\bar{1}85\}$. Derartige Krystalle sind linksdrehend, während die enantiomorphen mit linken negativen trigonalen Pyramiden dritter Art rechtsdrehend sind. Zwillinge eines rechts- und eines linksdrehenden

Krystalls nach {111} symmetrisch mit den Polecken der trigonalen Pyramiden verwachsen, zeigen durch die parallelen {$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$}-Flächen die **Airy**'schen

Fig. 386. Fig. 387. Fig. 388.



Spiralen (s. S. 148). Doppelbrechung +, ziemlich schwach. Drehung der Polarisationsebene (1 mm):

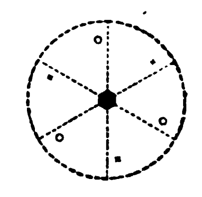
für die Linie	C	D	E	F	G
	19°,4	23°,3	28°,5	34°,2	47°,1

Die Lösung des Salzes ist optisch inactiv.

17. Rhomboëdrische Klasse.

(Rhomboëdrisch-tetartoëdrische Klasse.)

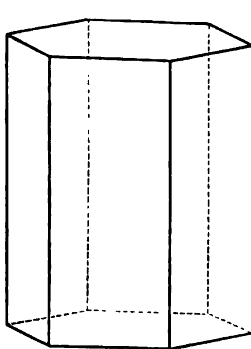
Wenn die dreizählige Hauptaxe eines trigonalen Krystalls zugleich eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie ist, so treten zu den drei Flächen einer oberen trigonalen Pyramide dritter Art, der allgemeinen Form der vorigen Klasse, noch als gleichwerthig die drei in nebenstehender Projection (Wiederholung von Fig. 373) durch die Pole ○ markirten unteren Flächen, d. h. die drei parallelen, hinzu. Die vollständige einfache Form $\{pqr\}$ ist ein **Rhomboëder** dritter Art und nach dieser, den allgemeinsten Fall repräsentirenden Form die Klasse benannt. Dieselben Flächenwinkel besitzen noch drei andere Rhomboëder, nämlich $\{prq\}$, $\{p'q'r'\}$ und $\{p'r'q'\}$, zwischen denen dieselben Beziehungen obwalten, wie zwischen den vier gleichgestalteten oberen trigonalen Pyramiden dritter Art in der 16. Klasse (s. S. 440). Man könnte diese vier Rhomboëder daher ebenso als rechtes und linkes positives und als rechtes und linkes negatives bezeichnen, nur hat diese Benennung hier nicht diejenige Bedeutung, welche ihr bei trigonal-pyramidalen Krystallen zukommt, von denen die rechten und linken Combinationen enantiomorph sind, während sie hier zur Deckung gebracht werden können.



Wenn $r = q$, so resultirt ein Rhomboëder erster Art, welches man positiv nennt, wenn die drei oberen Pole in der Projection auf den drei positiven Radien liegen, d. h. wenn seine drei oberen Flächen die Stellung einer positiven trigonalen Pyramide erster Art (s. S. 441) besitzen, andernfalls es ein negatives genannt wird. Ebenso sind für den speciellen Fall

$p + q = 2r$ Rhomboëder zweiter Art von zweierlei Stellung zu unterscheiden, welche man so, wie die entsprechenden trigonalen Pyramiden, rechte und linke nennen kann, deren Combination mit den Rhomboëdern erster Art aber nicht enantiomorph sind. Während die Beziehungen der Rhomboëder der drei Arten zu einander analoge sind, wie sie für die trigonalen Pyramiden S. 441 auseinandergesetzt wurden, resultiren für den Fall, dass die Flächen der Hauptaxe parallel sind, in dieser Klasse nicht trigonale, sondern hexagonale Prismen. Fallen die sechs Pole der Projection a. vor. S., welche dann sämmtlich im Grundkreise liegen, an die Enden der punktirten Durchmesser, so entsteht das hexagonale Prisma erster Art (Fig. 389); liegen sie in der Mitte zwischen jenen Endpunkten, das hexagonale Prisma zweiter Art, welches dieselbe Gestalt, aber eine 30° um die Hauptaxe gedrehte Stellung hat; endlich bei intermediärer Lage der Pole ein hexagonales Prisma dritter Art. Da in dieser Klasse die trigonale Symmetrieaxe nicht polar ist, so ist die Basis, die eine Grenzform aller Rhomboëder (während die andere ein hexagonales Prisma ist), ein Pinakoid.

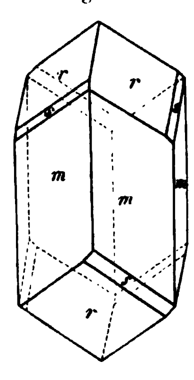
Fig. 389.



So ergiebt sich die folgende Uebersicht der Formen:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ hexagonales Prisma dritter Art
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder erster Art
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ Rhomboëder zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ Rhomboëder dritter Art.

Fig. 390.



Beispiele. Dioptas = SiO^4CuH^2. $\alpha = 111°42'$ ($a : c = 1 : 0,5342$ Breithaupt). Combin. (Fig. 390): $m = \{10\bar{1}\}$, $r = \{11\bar{1}\}$, $s = \{7\bar{7}6\}$. Spaltbar vollkommen nach $\{100\}$, welches die Polkanten des negativen Rhomboëders r gerade abstumpft. Farbe smaragdgrün, Doppelbrechung +, stark. Brechungsindices: $\omega = 1,667$, $\varepsilon = 1,723$ (Des Cloizeaux).

Phenakit = SiO^4Be^2. $\alpha = 108° 1'$ ($a : c = 1 : 0,6611$ v. Kokscharow). Combination (Fig. 391, in gerader Projection von oben gesehen): $r = \{100\}$, $z = \{22\bar{1}\}$, $p = \{210\}$, $p_{,} = \{201\}$, $d = \{110\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $x_{,} = \{21\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $o = \{3\bar{1}1\}$. Während diese Krystalle einen flach rhomboëdrischen Habitus besitzen, kommen auch prismatische der in Fig. 392 und 393 (letztere wie 391 gestellt) wiedergegebenen Ausbildung vor mit den Formen: $a = \{10\bar{1}\}$,

$m = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $d = \{110\}$. Zwillinge nach $\{111\}$, mit paralleler Hauptaxe so durch einander gewachsen, dass die Prismenzone wie die eines einfachen Krystalls erscheint, während an den

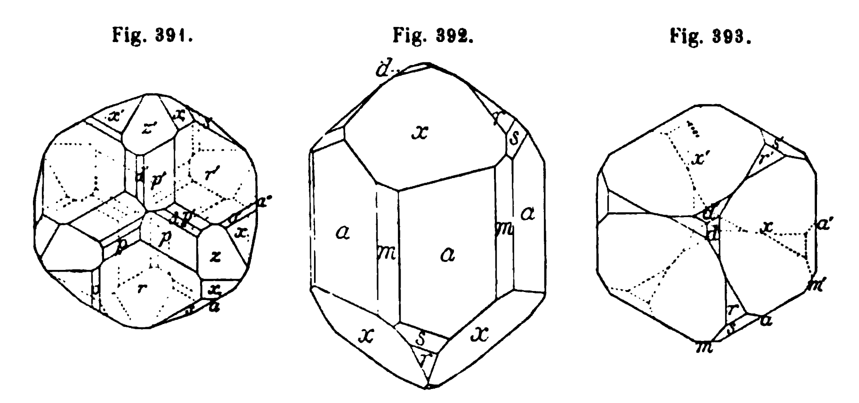


Fig. 391. Fig. 392. Fig. 393.

Enden die drei Rhomboëderkanten des einen Krystalls aus den entsprechenden Rhomboëderflächen des andern herausspringen. Spaltbar nach $\{100\}$ und $\{10\bar{1}\}$ unvollkommen. Brechungsindices nach Offret:

	Li-Linie	*D*-Linie	grüne *Cd*-Linie	blaue *Cd*-Linie
ω =	1,6509	1,6542	1,6570	1,6610
ε =	1,6666	1,6700	1,6729	1,6770

Ammoniumperjodat (halbüberjodsaures Ammonium Rammelsberg's) $= J^2O^9(NH^4)^4.3H^2O$, zeigt neben $\{100\}$, $\{110\}$, $\{11\bar{1}\}$, $\{10\bar{1}\}$, $\{111\}$ sehr untergeordnete Flächen eines nicht messbaren Rhomboëders dritter Art in der Zone $[\bar{1}11, 10\bar{1}]$ (Groth, unveröff. Beob.). Doppelbrechung +, schwach.

18. Trigonal-trapezoëdrische Klasse.

(Trapezoëdrisch-tetartoëdrische Klasse.)

Tritt zu der dreizähligen Axe der einfachen Symmetrie eine (und in Folge dessen noch zwei gleichwerthige) zweizählige Axen in der dazu senkrechten Ebene (111) hinzu, so resultiren die in nebenstehenden Projectionen (Fig. 394 *a* und *b*), deren erste die Wiederholung von Fig. 379 ist, dargestellten Symmetrieverhältnisse. Die aus den sechs gleichwerthigen Flächen, deren Pole in der ersten Projection eingetragen sind, bestehende einfache Form $\{pqr\}$, in Fig. 395 *a* abgebildet, heisst nach der Trapezform ihrer Flächen trigonales Trapezoëder,

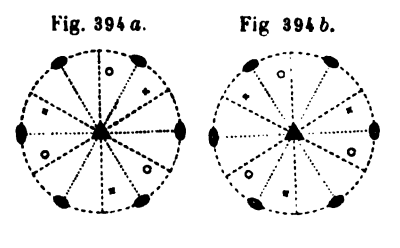


Fig. 394 *a*. Fig 394 *b*.

und zwar wird das so orientirte Trapezoëder, entsprechend der S. 440 für die analog orientirten trigonalen Pyramiden eingeführten Benennung, als »rechtes« bezeichnet. Geht man statt des Poles (pqr) von dem Pole (prq)

aus, welcher in der Projection zu dem ersteren symmetrisch auf der entgegengesetzten Seite des senkrechten Durchmessers liegt, so folgt aus der Symmetrie dieser Klasse die Gleichwerthigkeit der sechs in Fig. 394 *b* markirten Pole, welche dem in Fig. 395 *b* abgebildeten, zu Fig. 395 *a* enantiomorphen »linken« trigonalen Trapezoëder entsprechen. Diese beiden Formen werden nach dem l. c. angegebenen Principe als positive bezeichnet, und sie enthalten die Gesammtheit aller Flächen, deren Symbole resultiren, wenn man sämmtliche möglichen Vertauschschungen der drei Indiceszahlen (ohne Aenderung ihrer Vorzeichen) vornimmt. Die Erfahrung lehrt aber, dass dieselben an den dieser Klasse angehörigen circularpolarisirenden Krystallen im Allgemeinen nicht combinirt auftreten, sondern die eine nur an den rechtsdrehenden, die andere nur an den linksdrehenden erscheint. Wie es zwei negative trigonale Pyramiden von derselben Gestalt, wie die beiden positiven, aber mit andern Indices (s. S. 440) giebt, so existiren auch zwei negative Trapezoëder, welche sich von den beiden oben abgebildeten nur durch ihre Stellung (sie erscheinen 60° oder, was zu demselben Resultate führt, 180° um die Hauptaxe gegen jene gedreht) unterscheiden. Wie namentlich am Quarz nachgewiesen ist, gilt für diese das gleiche Gesetz, dass sie im Allgemeinen an den circularpolarisirenden Krystallen einander ausschliessen, aber das linke ist es, welches an den rechtsdrehenden Krystallen auftritt, während ein rechtes nur an linksdrehenden vorkommt (vergl. auch S. 442). Diesem Verhältniss entspricht auch das Auftreten der Formen, welche gleichsam specielle Fälle der Trapezoëder darstellen, d. h. derjenigen, welche sich ergeben, wenn die Pole in einer der drei Seiten oder der drei Ecken des sphärischen Dreiecks liegen, welches in den Projectionen Fig. 394 von zwei benachbarten Radien und dem zwischenliegenden Zwölftel des Grundkreises eingeschlossen wird.

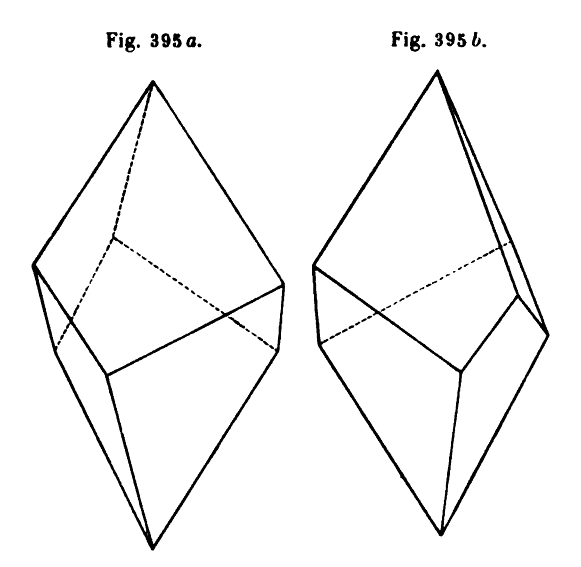
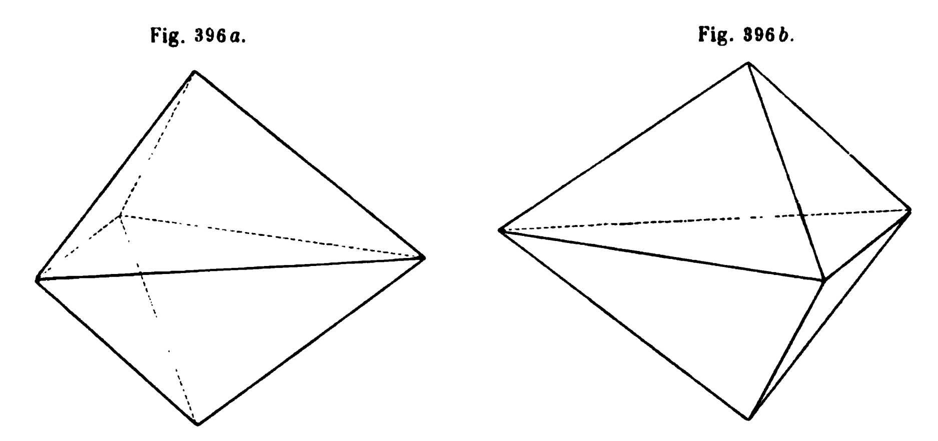


Fig. 395 *a*. Fig. 395 *b*.

Liegen die Pole auf denjenigen sechs Radien, welche den Winkel zweier Symmetrieaxen halbiren, so entsprechen sie offenbar einem R h o m b o ë d e r (erster Art), und aus Fig. 394 *a* und *b* ist ohne Weiteres ersichtlich, dass für diesen speciellen Fall das rechte und linke Trapezoëder zusammenfallen, d. h. dass ein positives Rhomboëder die gemeinsame Grenzform je einer Reihe rechter und linker positiver Trapezoëder darstellt, also sowohl an

rechtsdrehenden, wie an linksdrehenden circularpolarisirenden Krystallen auftreten kann. Das Gleiche gilt für die negativen Rhomboëder, zu denen man gelangt, wenn man von einem rechten oder linken negativen Trapezoëder ausgeht und $r = q$ setzt. Je weniger diese beiden Indices sich von einander unterscheiden, desto geringer ist der Unterschied der Flächenwinkel der beiden Arten von Mittelkanten eines Trapezoëders, desto ähnlicher also die Umrissfigur seiner Flächen einem Rhombus, und um so mehr nähert sich die Gestalt des Trapezoëders derjenigen eines Rhomboëders, in welche sie für jenen speciellen Fall übergeht. Betrachten wir nun den zweiten Fall, dass die sechs gleichwerthigen Pole in der Projection Fig. 394 *a* in den Symmetrieaxen liegen, so gelangt offenbar jedesmal ein unterer mit einem oberen zur Deckung und es resultirt eine »rechte« trigonale Bipyramide zweiter Art (Fig. 396 *a*), welche identisch ist mit derjenigen,

Fig. 396 *a*. Fig. 396 *b*.



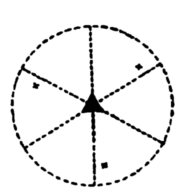
welche man erhält, wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht (dessen obere Pole × in der Projection da liegen, wo sich die unteren ○ eines positiven befinden, und umgekehrt). Ebenso ist die entsprechende »linke« trigonale Bipyramide (Fig. 396 *b*) die gemeinsame Grenzform je einer Reihe linker positiver und rechter negativer Trapezoëder, ist also ebenso charakteristisch für die »linken« circularpolarisirenden Krystalle, wie die erstere Bipyramide für die »rechten«. Der dritte specielle Fall ist derjenige, in welchem die Pole auf dem Grundkreise liegen, und dieser entspricht Formen, denen sich die Trapezoëder um so mehr nähern, je spitzer sie sind. Da alsdann der Unterschied oberer und unterer Flächen aufhört, liefern je zwei Reihen von Trapezoëdern eine gemeinsame Grenzform, und zwar ist aus Fig. 394 *a* zu ersehen, dass die aus der Verschiebung der sechs Pole in den Grundkreis resultirende Form sich sowohl ergiebt, wenn man von einem rechten positiven Trapezoëder, wie es in der Figur markirt ist, als wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht. Diese Form, in Fig. 397 in der richtigen Stellung mit dem Pinakoid {111} combinirt dargestellt, ist ein ditrigonales Prisma, dessen drei stumpfere

die Hauptaxe gedreht erscheint, in welchem Falle dieselben nicht enantiomorph (beide rechte oder beide linke) sind. In der besonders wichtigen 21. Klasse fallen diese beiden Gesetze in eins zusammen, welches auch so definirt werden kann: »Zwillingsaxe die in der Basis liegende Normale einer Nebenaxe« oder »Zwillingsebene die zu einer solchen Normale senkrechte Ebene«. Dass eine Rhomboëderfläche in dieser Klasse und überhaupt eine zur Hauptaxe geneigte Ebene eines jeden trigonalen Krystalls Zwillingsebene einer regelmässigen Verwachsung zweier sein kann, ist selbstverständlich, da eine solche niemals Symmetrieebene des einzelnen ist.

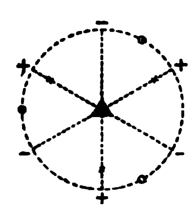
16. Trigonal-pyramidale Klasse.

(Hemimorph-tetartoëdrische oder ogdoëdrische Klasse.)

Die allgemeine Form dieser durch eine dreizählige Axe der einfachen Symmetrie charakterisirten Klasse ist die schon mehrfach erwähnte **trigonale Pyramide**, und zwar ist die in nebenstehender Projection (= Fig. 372



durch ihre Pole markirte eine solche dritter Art, welcher im tetragonalen Krystallsystem die in Fig. 324 S. 411 abgebildete »tetragonale Pyramide« entspricht. Ihr (Miller-sches) Symbol ist $\{pqr\}$ und sie besteht aus den drei gleichwerthigen Flächen (pqr), (qpr), (rqp), während die drei Flächen (prq), (qrp) und (rpq) mit denselben Indiceszahlen*) eine zweite trigonale Pyramide $\{prq\}$ bilden, deren Pole in der Projection man erhält, wenn man von jedem der ersteren eine Normale zum nächsten punktirten Radius (derselbe soll entsprechend der



Bezeichnung in nebenstehend wiederholter Fig. 376 ein positiver heissen) fällt und jenseits um die gleiche Strecke verlängert; diese beiden Formen mögen die »rechte« und »linke« **positive** trigonale Pyramide 3. Art heissen. Genau dieselbe Gestalt, d. h. die gleichen Flächenwinkel und Neigung zur Hauptaxe, besitzen noch zwei andere trigonale Pyramiden dritter Art, deren Pole zu den drei andern (negativen) Radien die gleiche Stellung haben, wie die der beiden ersteren Formen zu den drei positiven Radien; diese beiden, als rechte und linke **negative** zu bezeichnende Pyramiden erhalten, auf die gleichen Axen bezogen, die Symbole $\{p'q'r'\}$ und $\{p'r'q'\}$, wo

$$p' = -p + 2q + 2r, \quad q' = 2p - q + 2r, \quad r' = 2p + 2q - r.$$

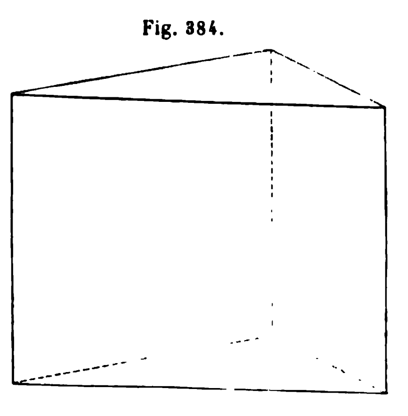
Endlich gehören zu den möglichen Formen des Krystalls auch noch vier untere trigonale Pyramiden von gleicher Form und verschiedener Stellung, deren Symbole aus denen der vier oberen durch Multiplication mit -1 erhalten werden.

---

*) Ohne Aenderung eines Vorzeichens nur in der Reihenfolge vertauscht.

In dem speciellen Falle, dass $r = q$, resultirt nach S. 434 eine trigonale 'yramide erster Art, deren Pole entweder auf den positiven (s. Fig. a. vor. S.) der auf den negativen Radien der Projection gelegen sind, und welche ementsprechend als »positive« oder »negative« bezeichnet wird. Ist ersteres ier Fall, so erscheint in den weiterhin folgenden Abbildungen, wenn die 'orm eine obere ist, stets eine Fläche dem Beobachter zugekehrt. Zu den ositiven trigonalen Pyramiden erster Art gehört die primäre $\{100\}$, deren anten die Krystallaxen sind: flachere Pyramiden derselben Stellung, welche ine dreiflächige »Zuspitzung« der Polecke der primären bilden, haben das ymbol $\{pqq\}$, wo $p > q$, denn für $p = q$ ist die flachste mögliche Pyramide, die Basis $\{111\}$, erreicht; steilere Pyramiden, deren Pole zwischen lenen von $\{100\}$ und $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ gelegen sind, erhalten das Symbol $\{p\bar{q}\bar{q}\}$, in velchem das Verhältniss $p : q$ zwischen denen der beiden erwähnten Grenzormen liegt. Von den negativen trigonalen Pyramiden erster Art ist die vichtigste $\{110\}$, deren drei Flächen (110), (101) und (011) die Kanten der rimären gerade abstumpfen; flachere haben das Zeichen $\{pqq\}$, wo $p < q$, steilere $\{\bar{p}qq\}$ zwischen den Grenzen $\{011\}$ und $\{\bar{2}11\}$; unter diesen befindet sich auch $\{\bar{1}22\}$, welche dieselbe Gestalt, wie die primäre, besitzt, aber gegen letztere 180° um die Hauptaxe gedreht erscheint. Ein weiterer specieller Fall ergiebt sich nach S. 434, wenn $p + q = 2r$, indem alsdann die Pole in der Mitte zwischen einem positiven und einem negativen Radius der Projection gelegen sind und einer trigonalen Pyramide zweiter Art entsprechen; diese bezeichnet man als »rechte«, wenn ihre Pole in denjenigen drei Sextanten der a. vor. S. wiederholten Projection (Fig. 372) liegen, welche dort die Zeichen $\times$ der allgemeinen Form enthalten, als »linke«, wenn sie in den drei andern Sextanten liegen. Hieraus geht hervor, dass eine Reihe von rechten positiven trigonalen Pyramiden dritter Art zwischen einer positiven erster Art und einer rechten zweiter Art liegt, während die entsprechenden Grenzformen der linken positiven Pyramiden dritter Art die gleiche erster Art und eine linke zweiter Art sind; andererseits ist jede negative trigonale Pyramide erster Art die gemeinsame Grenzform je einer Reihe rechter und linker negativer Pyramiden dritter Art, aber die andere Grenzform der ersten Reihe ist die linke, der zweiten die rechte Pyramide zweiter Art. Zu den erwähnten oberen trigonalen Pyramiden erster und zweiter Art treten als mögliche Formen des Krystalls hinzu ebenso viele untere, für welche das Gleiche gilt. Ferner entsprechen den drei Arten trigonaler Pyramiden drei Arten von trigonalen Prismen: a) zwei trigonale Prismen erster Art $\{\bar{2}11\}$ und $\{2\bar{1}\bar{1}\}$, von denen das erste, das

Fig. 384.



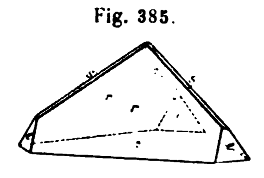
positive genannt, entsprechend der in den Abbildungen trigonaler Krystalle üblichen Stellung, die in Fig. 384 dargestellte Orientirung erhält, während das zweite eine der drei gleichen Kanten nach vorn kehrt; b zwei trigonale Prismen zweiter Art $\{10\bar{1}\}$ und $\{1\bar{1}0\}$, welche man, entsprechend den Pyramiden zweiter Art, als »rechtes« und »linkes« unterscheidet; c) trigonale Prismen dritter Art, deren Symbole, da ihre Flächen sämmtlich in der Zone $[\bar{2}11, 10\bar{1}] = [111]$ liegen, ebenfalls der Bedingung $p + q + r = 0$ genügen müssen; man unterscheidet auch hier je nach der Stellung, entsprechend den Pyramiden dritter Art, positive rechte und linke, sowie negative rechte und linke trigonale Prismen dritter Art. Während jedes trigonale Prisma als Grenzglied einer oberen und einer unteren Reihe von Pyramiden aufgefasst werden kann, welchen die letzteren sich um so mehr nähern, je spitzer ihre Polecke wird, ist die gemeinsame andere Grenzform aller Reihen oberer trigonaler Pyramiden das obere Pedion $\{111\}$, diejenige aller unteren die entgegengesetzte Fläche resp. Form $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$.

In der folgenden Zusammenstellung sind den soeben besprochenen Symbolen zum Vergleich auch die vierstelligen, sogen. Bravais'schen (s. S. 433) und in den Beispielen dieser und der folgenden Klassen dem Winkel $\alpha (= \beta = \gamma)$ auch die Elemente, bezogen auf die Haupt- und Nebenaxen. hinzugefügt:

$\{111\} = \{0001\}$ obere (positive) Basis; $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} = \{000\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ positives, $\{\bar{2}11\} = \{\bar{1}010\}$ negatives trigonales Prisma erster Art
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ rechtes, $\{1\bar{1}0\} = \{2\bar{1}\bar{1}0\}$ linkes trigonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ trigonales Prisma dritter Art
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ trigonale Pyramide erster Art
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ trigonale Pyramide zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ trigonale Pyramide dritter Art.

Beispiel. Natriumperjodat (überjodsaures Natrium) $= JO^4Na.3H^2O$. $\alpha = 94^\circ 9'$ ($a : c = 1 : 1{,}094$ Groth). Combination (Fig. 385): $r = \{100\}$, $e = \{11\bar{1}\}$, $c = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$, $s = \{201\}$; dieselbe Combination ist in Fig. 386 in gerader Projection von oben gesehen dargestellt, und aus letzterer noch deutlicher zu ersehen, dass s als schiefe Abstumpfung der Kanten $r : r$ eine linke trigonale Pyramide zweiter Art ist, während das Spiegelbild eines derartigen Krystalls s als rechte trigonale Pyramide zweiter Art zeigen würde.

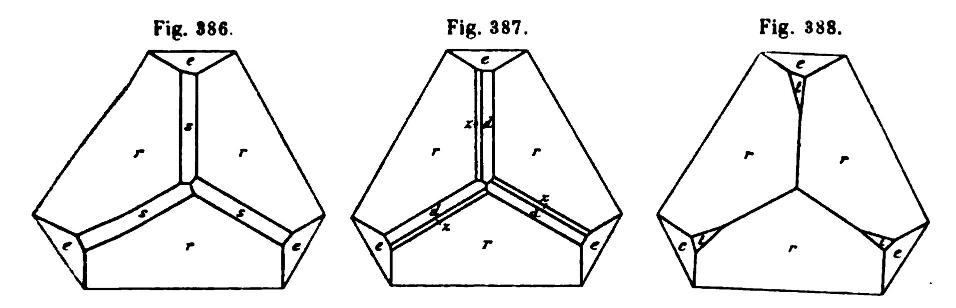
Fig. 385.



Häufiger sind gerade Abstumpfungen derselben Kanten $d = \{011\}$ mit $z = \{504\}$, d. i. einer negativen rechten trigonalen Pyramide dritter Art (s. Fig. 387); eine Form der letzten Art ist auch die in Fig. 388 dargestellte $t = \{\bar{1}85\}$. Derartige Krystalle sind linksdrehend, während die enantiomorphen mit linken negativen trigonalen Pyramiden dritter Art rechtsdrehend sind. Zwillinge eines rechts- und eines linksdrehenden

rystalls nach $\{111\}$ symmetrisch mit den Polecken der trigonalen Pyramiden verwachsen, zeigen durch die parallelen $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$-Flächen die Airy'schen

Fig. 386. Fig. 387. Fig. 388.



Spiralen (s. S. 148). Doppelbrechung +, ziemlich schwach. Drehung der Polarisationsebene (1 mm):

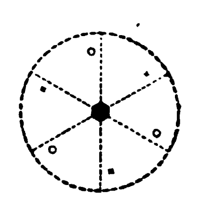
für die Linie	C	D	E	F	G
	19°,4	23°,3	28°,5	34°,2	47°,1

Die Lösung des Salzes ist optisch inactiv.

17. Rhomboëdrische Klasse.

(Rhomboëdrisch-tetartoëdrische Klasse.)

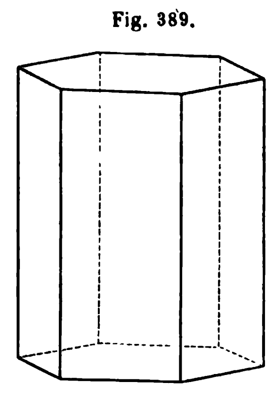
Wenn die dreizählige Hauptaxe eines trigonalen Krystalls zugleich eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie ist, so treten zu den drei Flächen einer oberen trigonalen Pyramide dritter Art, der allgemeinen Form der vorigen Klasse, noch als gleichwerthig die drei in nebenstehender Projection (Wiederholung von Fig. 373) durch die Pole ○ markirten unteren Flächen, d. h. die drei parallelen, hinzu. Die vollständige einfache Form $\{pqr\}$ ist ein Rhomboëder dritter Art und nach dieser, den allgemeinsten Fall repräsentirenden Form die Klasse benannt. Dieselben Flächenwinkel besitzen noch drei andere Rhomboëder, nämlich $\{prq\}$, $\{p'q'r'\}$ und $\{p'r'q'\}$, zwischen denen dieselben Beziehungen obwalten, wie zwischen den vier gleichgestalteten oberen trigonalen Pyramiden dritter Art in der 16. Klasse (s. S. 440). Man könnte diese vier Rhomboëder daher ebenso als rechtes und linkes positives und als rechtes und linkes negatives bezeichnen, nur hat diese Benennung hier nicht diejenige Bedeutung, welche ihr bei trigonal-pyramidalen Krystallen zukommt, von denen die rechten und linken Combinationen enantiomorph sind, während sie hier zur Deckung gebracht werden können.



Wenn $r = q$, so resultirt ein Rhomboëder erster Art, welches man positiv nennt, wenn die drei oberen Pole in der Projection auf den drei positiven Radien liegen, d. h. wenn seine drei oberen Flächen die Stellung einer positiven trigonalen Pyramide erster Art (s. S. 441) besitzen, andernfalls es ein negatives genannt wird. Ebenso sind für den speciellen Fall

$p+q=2r$ Rhomboëder zweiter Art von zweierlei Stellung zu unterscheiden, welche man so, wie die entsprechenden trigonalen Pyramiden, rechte und linke nennen kann, deren Combination mit den Rhomboëdern erster Art aber nicht enantiomorph sind. Während die Beziehungen der Rhomboëder der drei Arten zu einander analoge sind, wie sie für die trigonalen Pyramiden S. 441 auseinandergesetzt wurden, resultiren für den Fall, dass die Flächen der Hauptaxe parallel sind, in dieser Klasse nicht trigonale, sondern hexagonale Prismen. Fallen die sechs Pole der Projection a. vor. S., welche dann sämmtlich im Grundkreise liegen, an die Enden der punktirten Durchmesser, so entsteht das hexagonale Prisma erster Art (Fig. 389); liegen sie in der Mitte zwischen jenen Endpunkten, das hexagonale Prisma zweiter Art, welches dieselbe Gestalt, aber eine 30° um die Hauptaxe gedrehte Stellung hat; endlich bei intermediärer Lage der Pole ein hexagonales Prisma dritter Art. Da in dieser Klasse die trigonale Symmetrieaxe nicht polar ist, so ist die Basis, die eine Grenzform aller Rhomboëder (während die andere ein hexagonales Prisma ist), ein Pinakoid.

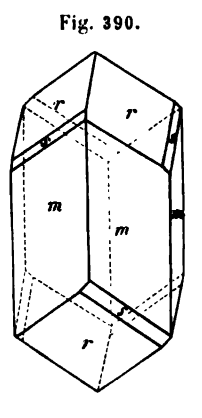
Fig. 389.



So ergiebt sich die folgende Uebersicht der Formen:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ hexagonales Prisma dritter Art
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder erster Art
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ Rhomboëder zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ Rhomboëder dritter Art.

Fig. 390.



Beispiele. Dioptas $= SiO^4CuH^2$. $\alpha = 111°12'$ ($a:c = 1:0{,}5342$ Breithaupt). Combin. Fig. 390 $m = \{10\bar{1}\}$, $r = \{11\bar{1}\}$, $s = \{7\bar{7}6\}$. Spaltbar vollkommen nach $\{100\}$, welches die Polkanten des negativen Rhomboëders r gerade abstumpft. Farbe smaragdgrün, Doppelbrechung +, stark. Brechungsindices: $\omega = 1{,}667$, $\varepsilon = 1{,}723$ (Des Cloizeaux).

Phenakit $= SiO^4Be^2$. $\alpha = 108°1'$ ($a:c = 1:0{,}6611$ v. Kokscharow). Combination (Fig. 391, in gerader Projection von oben gesehen): $r = \{100\}$, $z = \{22\bar{1}\}$, $p = \{210\}$, $p_, = \{201\}$, $d = \{110\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $x_, = \{21\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $o = \{3\bar{1}1\}$. Während diese Krystalle einen flach rhomboëdrischen Habitus besitzen, kommen auch prismatische der in Fig. 392 und 393 (letztere wie 391 gestellt) wiedergegebenen Ausbildung vor mit den Formen: $a = \{10\bar{1}\}$.

$= \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $d = \{110\}$. Zwillinge nach 11}, mit paralleler Hauptaxe so durch einander gewachsen, dass die rismenzone wie die eines einfachen Krystalls erscheint, während an den

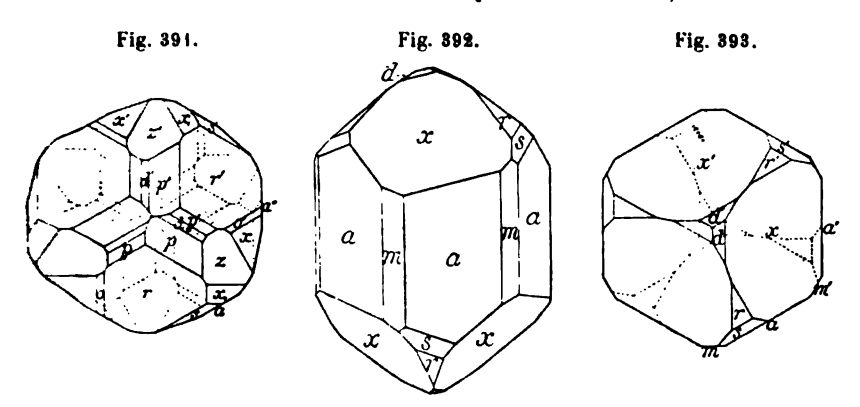


Fig. 391. Fig. 392. Fig. 393.

Enden die drei Rhomboëderkanten des einen Krystalls aus den entsprechenlen Rhomboëderflächen des andern herausspringen. Spaltbar nach {100} und {10$\bar{1}$} unvollkommen. Brechungsindices nach Offret:

	Li-Linie	*D*-Linie	grüne *Cd*-Linie	blaue *Cd*-Linie
ω =	1,6509	1,6542	1,6570	1,6610
ε =	1,6666	1,6700	1,6729	1,6770

Ammoniumperjodat (halbüberjodsaures Ammonium Rammelsberg's) $= J^2O^9(NH^4)^4.3H^2O$, zeigt neben {100}, {110}, {11$\bar{1}$}; {10$\bar{1}$}, {111} sehr untergeordnete Flächen eines nicht messbaren Rhomboëders dritter Art in der Zone [$\bar{1}$11, 10$\bar{1}$] (Groth, unveröff. Beob.). Doppelbrechung +, schwach.

18. Trigonal-trapezoëdrische Klasse.

(Trapezoëdrisch-tetartoëdrische Klasse.)

Tritt zu der dreizähligen Axe der einfachen Symmetrie eine und in Folge dessen noch zwei gleichwerthige) zweizählige Axen in der dazu senkrechten Ebene (111) hinzu, so resultiren die in nebenstehenden Projectionen Fig. 394 *a* und *b*), deren erste die Wiederholung von Fig. 379 ist, dargestellten Symmetrieverhältnisse. Die aus den sechs gleichwerthigen Flächen, deren Pole in der ersten Projection eingetragen sind, bestehende einfache Form $\{pqr\}$, in Fig. 395 *a* abgebildet, heisst nach der Trapezform ihrer Flächen trigonales Trapezoëder,

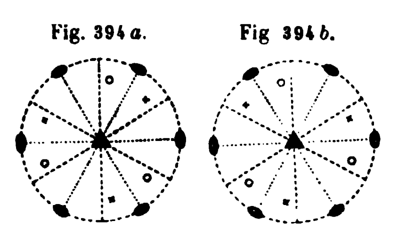
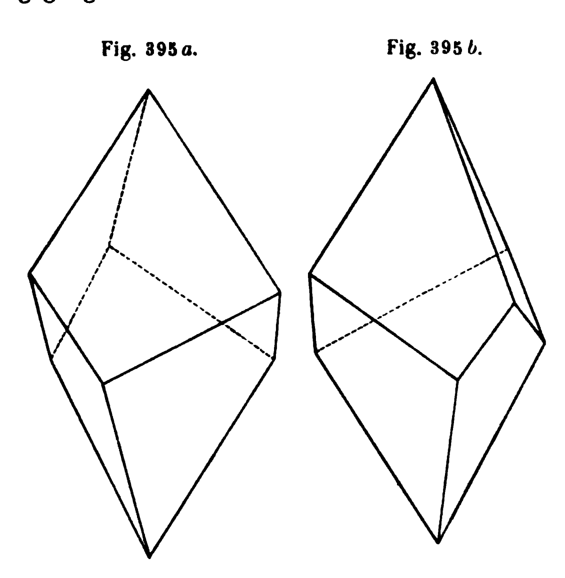


Fig. 394 *a*. Fig 394 *b*.

und zwar wird das so orientirte Trapezoëder, entsprechend der S. 440 für die analog orientirten trigonalen Pyramiden eingeführten Benennung, als »rechtes« bezeichnet. Geht man statt des Poles (pqr) von dem Pole (prq)

aus, welcher in der Projection zu dem ersteren symmetrisch auf der entgegengesetzten Seite des senkrechten Durchmessers liegt, so folgt aus der Symmetrie dieser Klasse die Gleichwerthigkeit der sechs in Fig. 394 *b* markirten Pole, welche dem in Fig. 395 *b* abgebildeten, zu Fig. 395 *a* enantiomorphen »linken« trigonalen Trapezoëder entsprechen. Diese beiden Formen werden nach dem l. c. angegebenen Principe als positive bezeichnet, und sie enthalten die Gesammtheit aller Flächen, deren Symbole resultiren, wenn man sämmtliche möglichen Vertauschungen der drei Indiceszahlen (ohne Aenderung ihrer Vorzeichen) vornimmt. Die Erfahrung lehrt aber, dass dieselben an den dieser Klasse angehörigen circularpolarisirenden Krystallen im Allgemeinen nicht combinirt auftreten, sondern die eine nur an den rechtsdrehenden, die andere nur an den linksdrehenden erscheint. Wie es zwei negative trigonale Pyramiden von derselben Gestalt, wie die beiden positiven, aber mit andern Indices (s. S. 440 giebt, so existiren auch zwei negative Trapezoëder, welche sich von den beiden oben abgebildeten nur durch ihre Stellung (sie erscheinen 60° oder, was zu demselben Resultate führt, 180° um die Hauptaxe gegen jene gedreht unterscheiden. Wie namentlich am Quarz nachgewiesen ist, gilt für diese das gleiche Gesetz, dass sie im Allgemeinen an den circularpolarisirenden Krystallen einander ausschliessen, aber das linke ist es, welches an den rechtsdrehenden Krystallen auftritt, während ein rechtes nur an linksdrehenden vorkommt (vergl. auch S. 442). Diesem Verhältniss entspricht auch das Auftreten der Formen, welche gleichsam specielle Fälle der Trapezoëder darstellen, d. h. derjenigen, welche sich ergeben, wenn die Pole in einer der drei Seiten oder der drei Ecken des sphärischen Dreiecks liegen, welches in den Projectionen Fig. 394 von zwei benachbarten Radien und dem zwischenliegenden Zwölftel des Grundkreises eingeschlossen wird.

Fig. 395 *a*. Fig. 395 *b*.



Liegen die Pole auf denjenigen sechs Radien, welche den Winkel zweier Symmetrieaxen halbiren, so entsprechen sie offenbar einem Rhomboëder (erster Art), und aus Fig. 394 *a* und *b* ist ohne Weiteres ersichtlich, dass für diesen speciellen Fall das rechte und linke Trapezoëder zusammenfallen, d. h. dass ein positives Rhomboëder die gemeinsame Grenzform je einer Reihe rechter und linker positiver Trapezoëder darstellt, also sowohl an

echtsdrehenden, wie an linksdrehenden circularpolarisirenden Krystallen uftreten kann. Das Gleiche gilt für die negativen Rhomboëder, zu denen nan gelangt, wenn man von einem rechten oder linken negativen Trapezo-der ausgeht und $r = q$ setzt. Je weniger diese beiden Indices sich von inander unterscheiden, desto geringer ist der Unterschied der Flächen-vinkel der beiden Arten von Mittelkanten eines Trapezoëders, desto ähnlicher lso die Umrissfigur seiner Flächen einem Rhombus, und um so mehr nähert ich die Gestalt des Trapezoëders derjenigen eines Rhomboëders, in welche ie für jenen speciellen Fall übergeht. Betrachten wir nun den zweiten 'all, dass die sechs gleichwerthigen Pole in der Projection Fig. 394 *a* in len Symmetrieaxen liegen, so gelangt offenbar jedesmal ein unterer mit inem oberen zur Deckung und es resultirt eine »rechte« trigonale Bi-yramide zweiter Art (Fig. 396 *a*), welche identisch ist mit derjenigen,

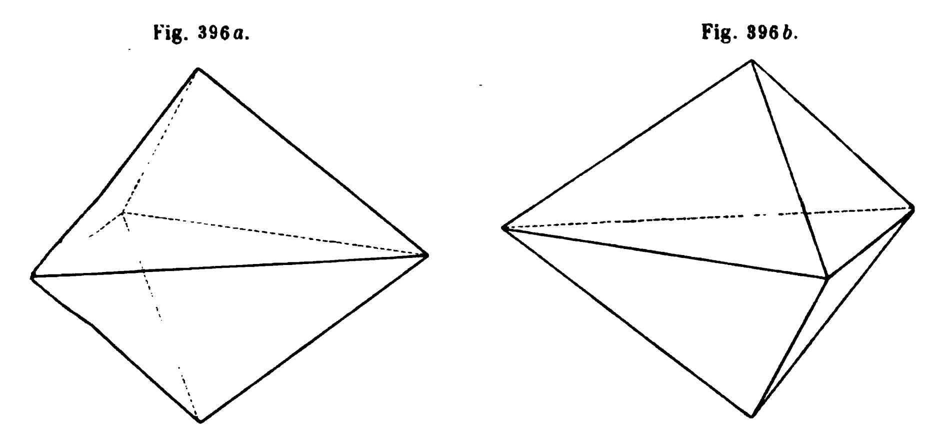


Fig. 396 *a*. Fig. 396 *b*.

welche man erhält, wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht (dessen obere Pole × in der Projection da liegen, wo sich die unteren ○ eines positiven befinden, und umgekehrt). Ebenso ist die entsprechende »linke« trigonale Bipyramide (Fig. 396 *b*) die gemeinsame Grenzform je einer Reihe linker positiver und rechter negativer Trapezoëder, ist also ebenso charakteristisch für die »linken« circularpolarisirenden Krystalle, wie die erstere Bipyramide für die »rechten«. Der dritte specielle Fall ist derjenige, in welchem die Pole auf dem Grundkreise liegen, und dieser entspricht Formen, denen sich die Trapezoëder um so mehr nähern, je spitzer sie sind. Da alsdann der Unterschied oberer und unterer Flächen aufhört, liefern je zwei Reihen von Trapezoëdern eine gemeinsame Grenzform, und zwar ist aus Fig. 394 *a* zu ersehen, dass die aus der Verschiebung der sechs Pole in den Grundkreis resultirende Form sich sowohl ergiebt, wenn man von einem rechten positiven Trapezoëder, wie es in der Figur markirt ist, als wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht. Diese Form, in Fig. 397 in der richtigen Stellung mit dem Pinakoid {111} combinirt dargestellt, ist ein ditrigonales Prisma, dessen drei stumpfere

Kanten je dem einen, die drei schärferen je dem andern Pole der drei gleichwerthigen zweizähligen Symmetrieaxen entsprechen. Geht man dagegen von einem linken positiven Trapezoëder (Fig. 394 *b*) aus, so erhält man als gemeinsame Grenzform einer solchen Reihe und einer entsprechenden rechter negativer Trapezoëder ein ditrigonales Prisma, welches sich von dem vorigen durch seine Stellung unterscheidet, indem seine schärferen Kanten an denjenigen Polen der drei horizontalen Symmetrieaxen liegen, wo bei dem ersteren die stumpfen Kanten gelegen sind, und umgekehrt, d. h. man erhält das eine aus dem andern durch Drehung von 60° (oder 180° um die Hauptaxe. Der Unterschied der zweierlei Kanten der ditrigonalen Prismen wird um so geringer, je näher ihre Pole den Punkten liegen, welche auf dem Grundkreise gleich weit von zwei benachbarten Polen der zweizähligen Symmetrieaxen abstehen; liegen ihre Pole in diesen Punkten selbst, so ist der Abstand je zweier benachbarter = 60°, das Prisma geht in ein hexagonales (erster Art) über, welches die gemeinsame Grenzform sowohl der rechten und linken positiven, wie der rechten und linken negativen Trapezoëder darstellt und daher den »rechten«, wie den »linken« Krystallen gleichmässig angehört. Andererseits nähern sich die ditrigonalen Prismen, je grösser der Unterschied ihrer Kanten wird, um so mehr einer Form, welche erreicht wird, wenn der Flächenwinkel der stumpfen Kanten = 0, d. h. wenn ihre Pole mit denen der Symmetrieaxen zusammenfallen. Wie aus Fig. 394 *a* ersichtlich, fällt alsdann je ein oberer Pol mit einem unteren zusammen, und es ist daher gleichgültig, ob man von einem rechten positiven oder einem linken negativen Trapezoëder ausgeht; die resultirende Form ist ein »rechtes« trigonales Prisma (zweiter Art) von der Stellung, wie es in Fig. 398 in Combination mit {111} wiedergegeben ist, dessen drei Flächen je an einem Pole der zweizähligen Symmetrieaxen liegen. Die drei entgegengesetzten Flächen entsprechen dem »linken« trigonalen Prisma, welches, wie aus Fig. 394 *b* ersichtlich, für den vorliegenden speciellen Fall die gemeinsame Grenzform der linken positiven und der rechten negativen Trapezoëder darstellt. Dementsprechend gehört das erste den »rechten« Krystallen, das zweite den »linken« an. Schliesslich bleibt als letzter specieller Fall nur derjenige übrig, dass die

Fig. 397.

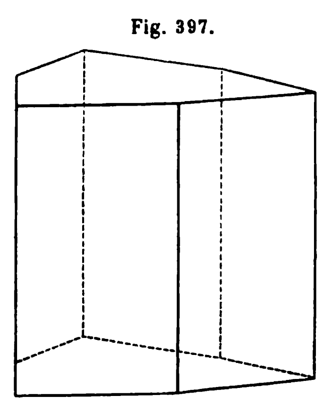
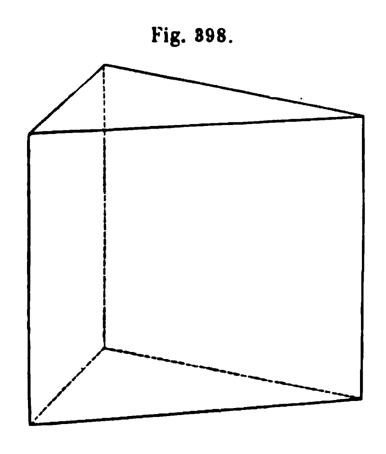


Fig. 398.



Pole der allgemeinen Form mit denen der dreizähligen Symmetrieaxe zusammenfallen; man gelangt hierbei zu demselben Pinakoid $\{111\}$, von welcher Art von Trapezoëdern man auch ausgehen mag. Die trigonal-trapezoëdrischen Krystalle können also folgende Arten von Formen zeigen:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma (erster Art)
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ trigonales Prisma (zweiter Art)
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ ditrigonales Prisma
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder (erster Art)
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ trigonale Bipyramide (zweiter Art)
$\{pqr\} = \{hikl\}$ trigonales Trapezoëder.

Wie aus der Beschaffenheit dieser Formen hervorgeht, sind in dieser Klasse die drei gleichwerthigen zweizähligen Symmetrieaxen (nicht aber die Hauptaxe) polar und demzufolge bei Nichtleitern der Elektricität, wenn dieselben durch Temperaturänderung elektrisch erregt werden, elektrische Axen. In ausgezeichneter Weise zeigt dies der Quarz (s. Taf. III Fig. 6 und 7), dessen sechs in der Horizontalebene liegende, abwechselnd positive und negative elektrische Pole in gesetzmässiger Weise der Vertheilung der Flächen an den Krystallen entsprechen, so dass die letzteren auch bei ungenügender Ausbildung durch Feststellung ihrer pyroëlektrischen Verhältnisse mittelst der Kundt'schen Methode orientirt werden können.

Beispiele. Zinnober $= HgS$. $\alpha = 92°30'$ ($a:c = 1:1{,}1453$ Schabus). Die gewöhnliche Combination (Fig. 399) zeigt ausser $c = \{111\}$ und $m =$

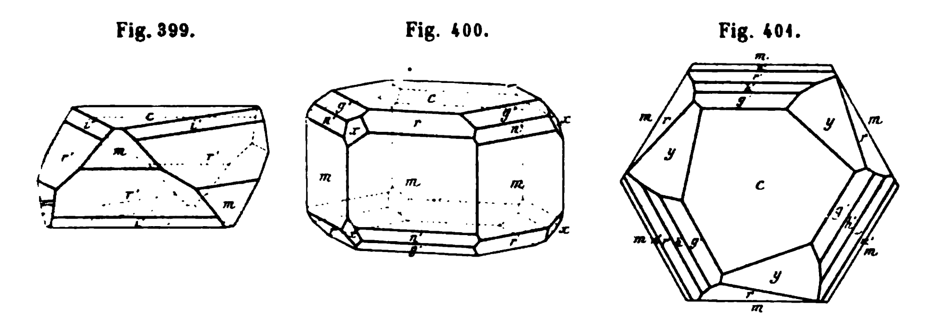
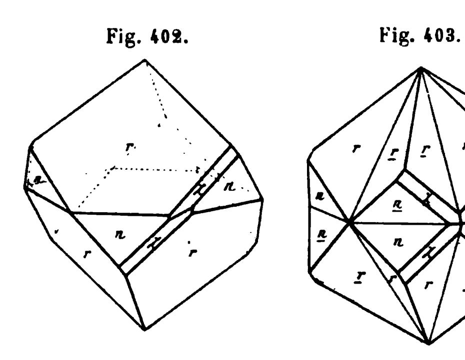


Fig. 399. Fig. 400. Fig. 401.

$\{2\bar{1}\bar{1}\}$ zwei Rhomboëder, welche in den Beschreibungen dieses Minerals meist als negative betrachtet werden und dementsprechend auch in der Figur gestellt sind; das vorherrschende r' hat die gleichen Flächenwinkel, wie $r = \{100\}$ unter den positiven, und daher das Symbol $\{22\bar{1}\}$, während $i = \{33\bar{1}\}$. Fig. 400 ist die Abbildung eines kurz prismatischen Krystalls mit den Formen: $c = \{111\}$, $m = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $g' = \{110\}$, $n' = \{11\bar{1}\}$, $x = \{6\bar{2}1\}$, letztere ein linkes positives Trapezoëder. Fig. 401 stellt einen noch flächenreicheren, nach der Basis tafelförmigen Krystall in gerader

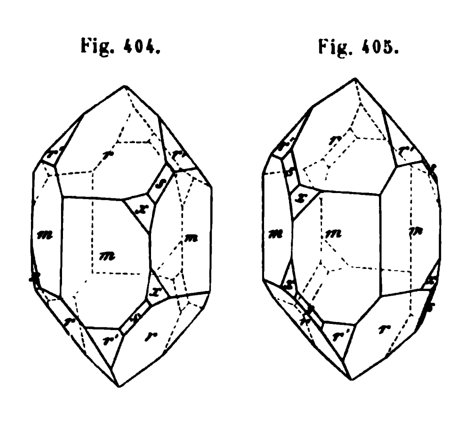
Projection auf die letztere Fläche dar, an welchem ausser den bereits angeführten Formen noch das negative Rhomboëder $h' = \{55\bar{1}\}$ und recht gross das positive rechte Trapezoëder $y = \{421\}$ auftreten*). Die in Fig. 402 abgebildeten Krystalle der Combination $r = \{100\}$, $n = \{5\bar{1}\bar{1}\}$, $\chi = \{13.1.\bar{5}\}$ sind nach Tschermak rechtsdrehend, aber häufig mit einem linksdrehenden enantiomorphen Krystall zu einem nach $\{111\}$ symmetrischen Durchkreuzungszwilling (Fig. 403) verbunden. Spaltbarkeit nach $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ vollkommen. Die Krystalle besitzen das grösste bisher beobachtete Drehungsvermögen, welches nach Des-Cloizeaux 15mal so gross, als dasjenige des Quarzes ist. In Folge von Verwachsung rechts- und linksdrehender Partien nach dem erwähnten Zwillingsgesetze sind häufig in basischen Platten die Airy'schen Spiralen zu beobachten. Doppelbrechung +; $\omega = 2,854$, $\varepsilon = 3,201$ für Roth.

Fig. 402. Fig. 403.



Quarz $= SiO^2$. $\alpha = 93°56\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 1,0999$ Kupffer). Die gewöhnlichsten Formen dieses, des verbreitetsten Minerals, sind $m = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $r = \{100\}$ und $r' = \{22\bar{1}\}$, welche letzteren beiden oft von ungefähr gleicher Grösse eine Combination bilden, welche einer hexagonalen Bipyramide gleicht. Zu diesen Formen treten nun nicht selten solche hinzu, deren Combination mit jenen die Enantiomorphie der Quarzkrystalle erkennen lässt, nämlich $s = \{41\bar{2}\}$ (in den Zonen rm und $r'm$) als rechte trigonale Bipyramide an den rechtsdrehenden Krystallen (Fig. 404) und dessen Spiegelbild $s = \{4\bar{2}1\}$ als linke trigonale Bipyramide an den linksdrehenden Krystallen (Fig. 405); ferner $x = \{4\bar{1}\bar{2}\}$ als rechtes positives Trapezoëder an den ersteren.

Fig. 404. Fig. 405.



*) Es muss indessen bemerkt werden, dass an derartigen flächenreichen Krystallen des Zinnobers nach A. Schmidt auch kleine Flächen solcher entgegengesetzter Trapezoëder auftreten, welche nach der a. folg. S. angegebenen und an den Krystallen des Quarzes beobachteten Regel einander ausschliessen würden. Da die betreffenden Zinnoberkrystalle nicht optisch untersucht werden konnten, so ist es zweifelhaft, ob diese Erscheinung auf einer, bei diesem Mineral sehr häufigen, Zwillingsbildung beruht, oder ob dasselbe in dieser Hinsicht vom Quarz sich abweichend verhält (vergl. übrigens S. 452).

das enantiomorphe linke positive Trapezoëder $x = \{4\bar{2}\bar{1}\}$ an den letzteren. Ausser diesen finden sich noch andere positive Trapezoëder, meist in derselben Zone $r'm$ gelegene, während solche, deren Flächen unter r' liegen, und welche wir daher als negative Trapezoëder zu bezeichnen haben, ziemlich selten auftreten. In Bezug auf Zusammenvorkommen der verschiedenen Arten von Formen sind, vorzüglich durch G. Rose, folgende Gesetzmässigkeiten erkannt worden: es giebt zweierlei Quarzkrystalle: 1) rechte; diese zeigen r, r', verschiedene andere Rhomboëder, m; ferner s nur rechts von r, positive Trapezoëder unter r rechts (s. Fig. 404), daneben seltener und untergeordnet negative Trapezoëder unter r', diese aber links; 2) linke mit r, r', anderen Rhomboëdern und m, wie die vorigen; dagegen s links von r, positive Trapezoëder unter r links (s. Fig. 405), daneben seltener und untergeordnet negative Trapezoëder unter r', diese aber rechts. Es findet sich demnach an den Krystallen der ersten Klasse neben rechten positiven und linken negativen Trapezoëdern diejenige trigonale Bipyramide, welche zu den gemeinschaftlichen Grenzformen jener gehört; an den Krystallen der zweiten Art linke positive und rechte negative Trapezoëder, sowie die andere trigonale Bipyramide, welche deren gemeinsame Grenzform für den Fall $p + q = 2r$ ist. Diese Verschiedenheit steht nun in gesetzmässigem Zusammenhange mit dem Sinne der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch die Quarzkrystalle; diejenigen der ersten Klasse sind nämlich die rechtsdrehenden, die der zweiten die linksdrehenden. Das Gesetz des Zusammenhanges zwischen der Krystallform und der Circularpolarisation des Quarzes lautet daher, wenn dasjenige Rhomboëder r, welches meist grösser und glänzender ist, als das entgegengesetzte, und unter welchem die gewöhnlichen Trapezoëder vorkommen, zum positiven gewählt wird, folgendermassen:

1) Rechtsdrehende Krystalle zeigen die trigonale Bipyramide s rechts von r, sowie rechte positive und linke negative Trapezoëder;

2) die linksdrehenden Krystalle zeigen s links von r, sowie linke positive und rechte negative Trapezoëder.

In Fig. 404 und 405 tritt die Polarität der drei horizontalen zweizähligen Symmetrieaxen, d. h. der Verbindungslinien zwischen zwei gegenüberliegenden Prismenkanten, sehr deutlich hervor. Dem entsprechend zeigt ein Quarzkrystall, wenn er erwärmt oder nach dem Erwärmen abgekühlt wird, polare Pyroëlektricität, wie namentlich Hankel und von Kolenko durch eingehende Untersuchungen nachgewiesen haben; jene Richtungen sind die »elektrischen Axen«, d. h. die beiden gegenüberliegenden Prismenkanten werden entgegengesetzt elektrisch, daher die Krystalle sechs abwechselnd positiv und negativ elektrische Zonen zeigen, welche durch unelektrische Zonen, die über die Mitte der Prismenflächen herablaufen, getrennt werden (s. Taf. III Fig. 6 a, b). Beim Abkühlen werden negativ elektrisch diejenigen drei Prismenkanten, an denen s und die Trapezoëder d. h. diejenigen Formen erscheinen, welche nach dem obigen Gesetze den Sinn der Circular-

polarisation zu erkennen gestatten. Hiernach ist man im Stande, auch an einem Krystall, welcher jene Formen nicht zeigt, zu bestimmen, ob er, nach der Basis geschliffen, die Polarisationsebene des Lichtes rechts oder links drehen würde; es gehört dazu nur die Unterscheidung von *r* und *r'*, welche wegen der grösseren Ausdehnung, anderen Flächenbeschaffenheit u. s. w. des ersteren meist nicht zweifelhaft ist. Untersucht man alsdann den Krystall nach der Kundt'schen Methode, und erscheinen dabei die elektrisch negativen Zonen rechts von *r*, so ist der Krystall rechtsdrehend, im entgegengesetzten Falle linksdrehend. Die Vertheilung der Elektricität auf einer nach der Basis geschliffenen Platte eines linksdrehenden Krystalls in der Fig. 6 *a* entsprechenden Stellung zeigt Fig. 7 auf Taf. III.

Die Polarität des Quarzes nach den zweizähligen Symmetrieaxen bedingt eine gegenseitige Unabhängigkeit in der Ausbildung an den beiden Enden dieser Richtungen, aber nicht ein vollständiges gegenseitiges Ausschliessen der an denselben auftretenden Formen; darnach könnten auch an den der Fläche *s* und den gewöhnlichen Trapezoëdern gegenüberliegenden Ecken trigonale Bipyramiden, Trapezoëder etc. auftreten, aber als von jenen unabhängige Formen, also mit anderem Zeichen oder anderer Flächenbeschaffenheit. In der That ist dies der Fall, wenn auch nur ausserordentlich selten, und wahrscheinlich handelt es sich hierbei nicht um eigentliche Krystallflächen, sondern um Flächen, welche durch natürliche Aetzung entstanden sind, da dieselben stets ganz rauhe und unebene Oberflächenbeschaffenheit zeigen. Derartige Krystalle zeigen also Formen, für welche das a. vor. S. angegebene Gesetz des Zusammenhanges zwischen der Krystallform und dem Sinne der Drehung gerade das entgegengesetzte wäre. Abgesehen aber von ihrem äusserst seltenen Vorkommen und der leichten Unterscheidbarkeit von den gewöhnlichen Formen mittelst der Oberflächenbeschaffenheit, sind diese Formen als die entgegengesetzten dadurch mit Sicherheit zu bestimmen, dass sie in den beim Abkühlen positiv elektrisch werdenden Zonen (an den antilogen Polen der elektrischen Axen) am Krystall liegen, während die an den negativen Zonen (an den analogen Polen) liegenden es sind, welche den Sinn der Drehung dem angeführten Gesetze gemäss bestimmen. Das ausgezeichnetste Beispiel dieser seltenen Art von Krystallen bilden gewisse Quarze von Carrara, an denen diejenigen Prismenkanten *m* : *m*, an welchen die Trapezoëderflächen nicht liegen, durch das trigonale Prisma zweiter Art abgestumpft erscheinen. Von grosser Wichtigkeit ist die elektrische Methode auch für die Erkennung der **Zwillingskrystalle** des Quarzes, welche besonders nach zwei Gesetzen gebildet vorkommen:

1) Gewöhnliches Gesetz: Zwei gleichartige, d. h. zwei rechtsdrehende oder zwei linksdrehende Krystalle sind mit parallelen Hauptaxen so mit einander verbunden, dass die positiven Rhomboëderflächen des einen parallel den negativen des andern sind. Da das Spiegelbild eines enantiomorphen Krystalls stets einen entgegengesetzten darstellt, so kann ein solcher Zwilling aus zwei gleichartigen Quarzen niemals symmetrisch sein

in Bezug auf irgend eine Krystallfläche. Man erhält die relative Stellung der beiden Krystalle, wenn man, von der parallelen ausgehend, den einen um 180° um die Hauptaxe dreht; s. Fig. 406 *a* und *b*, zwei rechtsdrehende

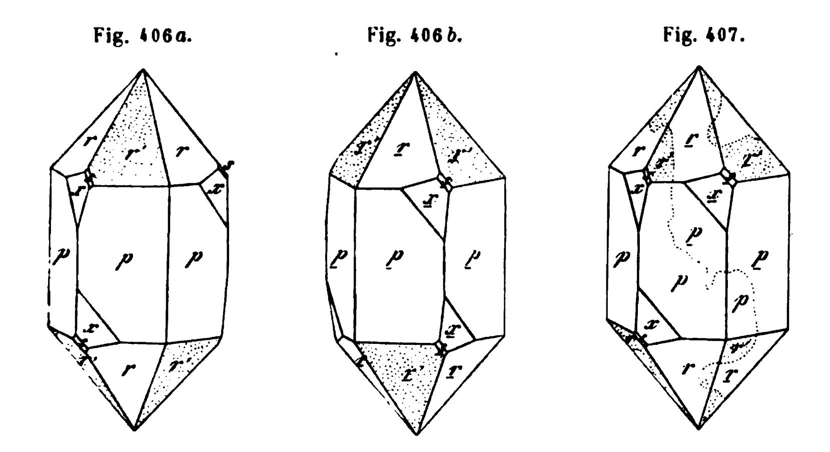
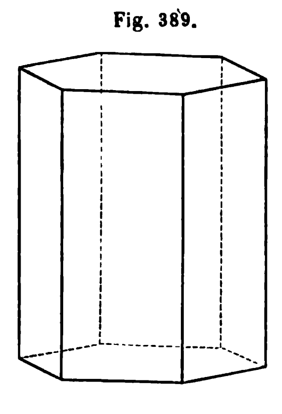


Fig. 406 *a*. Fig. 406 *b*. Fig. 407.

Krystalle darstellend, an denen das negative Rhomboëder *r'* durch Punktirung unterschieden ist. Zwei derartige Krystalle verwachsen nun fast immer so mit einander, dass sie sich gegenseitig mit unregelmässigen Grenzen vollständig durchdringen und äusserlich ganz so erscheinen wie ein einfacher Krystall, Fig. 407, dessen Oberfläche jedoch theilweise dem einen, theilweise dem andern Krystall angehört. Die Zusammensetzung des scheinbar einfachen Krystalls wird durch zweierlei Eigenschaften desselben erkannt: die Flächen der trigonalen Bipyramide *s* und des Trapezoëders *x* liegen oft an zwei benachbarten Ecken, während sie an einfachen Krystallen oben (ebenso unten) nur an den abwechselnden vorkommen; je nach der Art der Durchdringung sind die bezeichneten Flächen in der verschiedensten Zahl und Vertheilung am Krystall vorhanden, es können z. B. oben alle sechs, unten gar keine auftreten u. s. f. Ein zweites Erkennungsmittel der Verwachsung liegt in der verschiedenen Oberflächenbeschaffenheit der beiden Rhomboëder *r* und *r'*, von welchen gewöhnlich das letztere weniger eben und glänzend, als das erstere, manchmal auch ganz matt ist; hierdurch sind nun bei sehr vielen derartigen Verwachsungen auf den Rhomboëderflächen die Grenzen der beiden Krystalle deutlich zu sehen, da Theile derselben glänzend (*r* des einen), andere matter (*r'* des andern) erscheinen; natürlich muss an den Kanten stets eine glänzende an eine matte Fläche, demselben Krystall angehörig, zusammenstossen. Wenn die Differenz der Beschaffenheit der beiden Flächen so gering ist, dass sie sich der Beobachtung entzieht, und wenn weder trigonale Pyramiden, noch Trapezoëder an einem Krystall auftreten, ist er von einem einfachen nur durch pyroelektrische Untersuchung desselben zu unterscheiden. Während ein einfacher Krystall regelmässig abwechselnde positive und negative Zonen zeigt,

$p + q = 2r$ Rhomboëder zweiter Art von zweierlei Stellung zu unterscheiden, welche man so, wie die entsprechenden trigonalen Pyramiden, rechte und linke nennen kann, deren Combination mit den Rhomboëdern erster Art aber nicht enantiomorph sind. Während die Beziehungen der Rhomboëder der drei Arten zu einander analoge sind, wie sie für die trigonalen Pyramiden S. 441 auseinandergesetzt wurden, resultiren für den Fall, dass die Flächen der Hauptaxe parallel sind, in dieser Klasse nicht trigonale, sondern hexagonale Prismen. Fallen die sechs Pole der Projection a. vor. S., welche dann sämmtlich im Grundkreise liegen, an die Enden der punktirten Durchmesser, so entsteht das hexagonale Prisma erster Art (Fig. 389); liegen sie in der Mitte zwischen jenen Endpunkten, das hexagonale Prisma zweiter Art, welches dieselbe Gestalt, aber eine 30° um die Hauptaxe gedrehte Stellung hat; endlich bei intermediärer Lage der Pole ein hexagonales Prisma dritter Art. Da in dieser Klasse die trigonale Symmetrieaxe nicht polar ist, so ist die Basis, die eine Grenzform aller Rhomboëder (während die andere ein hexagonales Prisma ist), ein Pinakoid.

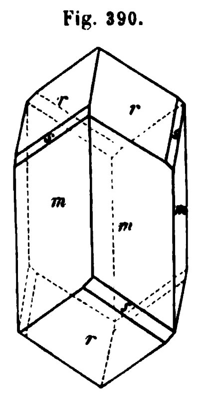
Fig. 389.



So ergiebt sich die folgende Uebersicht der Formen:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ hexagonales Prisma dritter Art
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder erster Art
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ Rhomboëder zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ Rhomboëder dritter Art.

Fig. 390.



Beispiele. Dioptas $= SiO^4CuH^2$. $\alpha = 111°42$ ($a : c = 1 : 0{,}5342$ Breithaupt). Combin. Fig. 390 $m = \{10\bar{1}\}$, $r = \{11\bar{1}\}$, $s = \{7\bar{7}6\}$. Spaltbar vollkommen nach $\{100\}$, welches die Polkanten des negativen Rhomboëders r gerade abstumpft. Farbe smaragdgrün, Doppelbrechung +, stark. Brechungsindices: $\omega = 1{,}667$, $\varepsilon = 1{,}723$ (Des Cloizeaux).

Phenakit $= SiO^4Be^2$. $\alpha = 108° 1'$ ($a : c = 1 : 0{,}6611$ v. Kokscharow). Combination (Fig. 391, in gerader Projection von oben gesehen): $r = \{100\}$, $z = \{22\bar{1}\}$, $p = \{210\}$, $p_{,} = \{201\}$, $d = \{110\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $x_{,} = \{21\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $o = \{3\bar{1}1\}$. Während diese Krystalle einen flach rhomboëdrischen Habitus besitzen, kommen auch prismatische der in Fig. 392 und 393 (letztere wie 391 gestellt) wiedergegebenen Ausbildung vor mit den Formen: $a = \{10\bar{1}\}$,

ι $= \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $x = \{12\bar{1}\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $d = \{110\}$. Zwillinge nach {111}, mit paralleler Hauptaxe so durch einander gewachsen, dass die Prismenzone wie die eines einfachen Krystalls erscheint, während an den

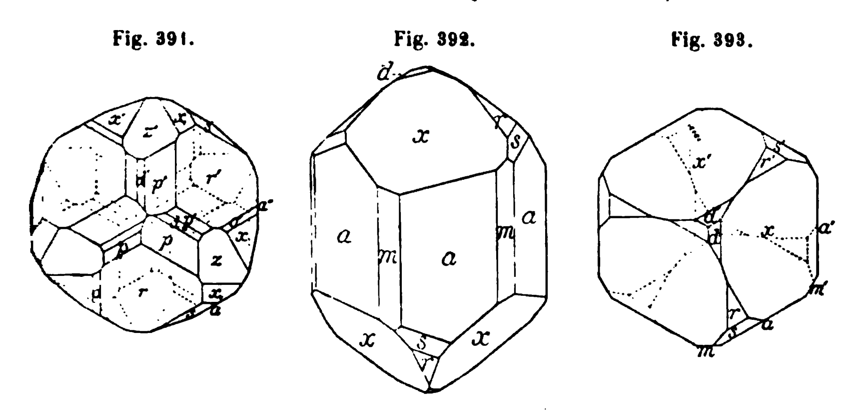


Fig. 391. Fig. 392. Fig. 393.

Enden die drei Rhomboëderkanten des einen Krystalls aus den entsprechenden Rhomboëderflächen des andern herausspringen. Spaltbar nach {100} und $\{10\bar{1}\}$ unvollkommen. Brechungsindices nach Offret:

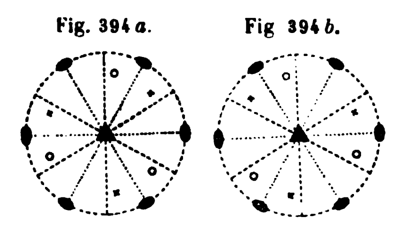
	Li-Linie	*D*-Linie	grüne *Cd*-Linie	blaue *Cd*-Linie
$\omega =$	1,6509	1,6542	1,6570	1,6610
$\varepsilon =$	1,6666	1,6700	1,6729	1,6770

Ammoniumperjodat (halbüberjodsaures Ammonium Rammelsberg's) $= J^2O^9(NH^4)^4.3H^2O$, zeigt neben {100}, {110}, $\{11\bar{1}\}$, $\{10\bar{1}\}$, {111} sehr untergeordnete Flächen eines nicht messbaren Rhomboëders dritter Art in der Zone $[\bar{1}11, 10\bar{1}]$ (Groth, unveröff. Beob.). Doppelbrechung +, schwach.

18. Trigonal-trapezoëdrische Klasse.

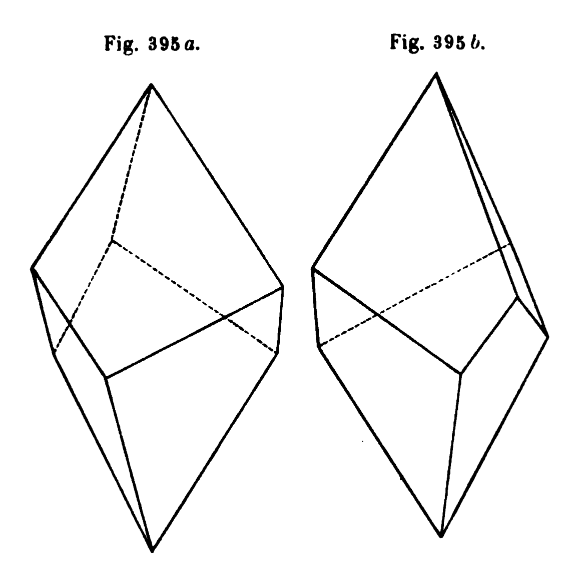
(Trapezoëdrisch-tetartoëdrische Klasse.)

Tritt zu der dreizähligen Axe der einfachen Symmetrie eine (und in Folge dessen noch zwei gleichwerthige) zweizählige Axen in der dazu senkrechten Ebene (111) hinzu, so resultiren die in nebenstehenden Projectionen (Fig. 394 *a* und *b*), deren erste die Wiederholung von Fig. 379 ist, dargestellten Symmetrieverhältnisse. Die aus den sechs gleichwerthigen Flächen, deren Pole in der ersten Projection eingetragen sind, bestehende einfache Form $\{pqr\}$, in Fig. 395 *a* abgebildet, heisst nach der Trapezform ihrer Flächen trigonales Trapezoëder,


Fig. 394 *a*. Fig 394 *b*.

und zwar wird das so orientirte Trapezoëder, entsprechend der S. 440 für die analog orientirten trigonalen Pyramiden eingeführten Benennung, als »rechtes« bezeichnet. Geht man statt des Poles (pqr) von dem Pole (prq)

aus, welcher in der Projection zu dem ersteren symmetrisch auf der entgegengesetzten Seite des senkrechten Durchmessers liegt, so folgt aus der Symmetrie dieser Klasse die Gleichwerthigkeit der sechs in Fig. 394 *b* markirten Pole welche dem in Fig. 395 *b* abgebildeten, zu Fig. 395 *a* enantiomorphen »linken« trigonalen Trapezoëder entsprechen. Diese beiden Formen werden nach dem l. c. angegebenen Principe als positive bezeichnet, und sie enthalten die Gesammtheit aller Flächen, deren Symbole resultiren, wenn man sämmtliche möglichen Vertauschungen der drei Indiceszahlen (ohne Aenderung ihrer Vorzeichen) vornimmt. Die


Fig. 395 *a*. Fig. 395 *b*.

Erfahrung lehrt aber, dass dieselben an den dieser Klasse angehörigen circularpolarisirenden Krystallen im Allgemeinen nicht combinirt auftreten, sondern die eine nur an den rechtsdrehenden, die andere nur an den linksdrehenden erscheint. Wie es zwei negative trigonale Pyramiden von derselben Gestalt, wie die beiden positiven, aber mit andern Indices (s. S. 440) giebt, so existiren auch zwei negative Trapezoëder, welche sich von den beiden oben abgebildeten nur durch ihre Stellung (sie erscheinen 60° oder, was zu demselben Resultate führt, 180° um die Hauptaxe gegen jene gedreht) unterscheiden. Wie namentlich am Quarz nachgewiesen ist, gilt für diese das gleiche Gesetz, dass sie im Allgemeinen an den circularpolarisirenden Krystallen einander ausschliessen, aber das linke ist es, welches an den rechtsdrehenden Krystallen auftritt, während ein rechtes nur an linksdrehenden vorkommt (vergl. auch S. 442). Diesem Verhältniss entspricht auch das Auftreten der Formen, welche gleichsam specielle Fälle der Trapezoëder darstellen, d. h. derjenigen, welche sich ergeben, wenn die Pole in einer der drei Seiten oder der drei Ecken des sphärischen Dreiecks liegen, welches in den Projectionen Fig. 394 von zwei benachbarten Radien und dem zwischenliegenden Zwölftel des Grundkreises eingeschlossen wird.

Liegen die Pole auf denjenigen sechs Radien, welche den Winkel zweier Symmetrieaxen halbiren, so entsprechen sie offenbar einem Rhomboëder (erster Art), und aus Fig. 394 *a* und *b* ist ohne Weiteres ersichtlich, dass für diesen speciellen Fall das rechte und linke Trapezoëder zusammenfallen, d. h. dass ein positives Rhomboëder die gemeinsame Grenzform je einer Reihe rechter und linker positiver Trapezoëder darstellt, also sowohl an

echtsdrehenden, wie an linksdrehenden circularpolarisirenden Krystallen auftreten kann. Das Gleiche gilt für die negativen Rhomboëder, zu denen man gelangt, wenn man von einem rechten oder linken negativen Trapezoëder ausgeht und $r = q$ setzt. Je weniger diese beiden Indices sich von einander unterscheiden, desto geringer ist der Unterschied der Flächenwinkel der beiden Arten von Mittelkanten eines Trapezoëders, desto ähnlicher also die Umrissfigur seiner Flächen einem Rhombus, und um so mehr nähert sich die Gestalt des Trapezoëders derjenigen eines Rhomboëders, in welche sie für jenen speciellen Fall übergeht. Betrachten wir nun den zweiten Fall, dass die sechs gleichwerthigen Pole in der Projection Fig. 394 *a* in den Symmetrieaxen liegen, so gelangt offenbar jedesmal ein unterer mit einem oberen zur Deckung und es resultirt eine »rechte« trigonale Bipyramide zweiter Art (Fig. 396 *a*), welche identisch ist mit derjenigen,

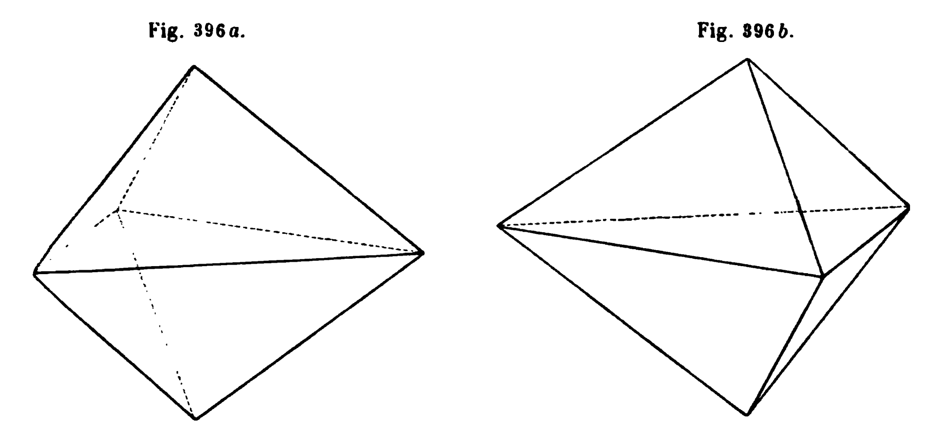


Fig. 396 *a*. Fig. 396 *b*.

welche man erhält, wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht (dessen obere Pole × in der Projection da liegen, wo sich die unteren ○ eines positiven befinden, und umgekehrt). Ebenso ist die entsprechende »linke« trigonale Bipyramide (Fig. 396 *b*) die gemeinsame Grenzform je einer Reihe linker positiver und rechter negativer Trapezoëder, ist also ebenso charakteristisch für die »linken« circularpolarisirenden Krystalle, wie die erstere Bipyramide für die »rechten«. Der dritte specielle Fall ist derjenige, in welchem die Pole auf dem Grundkreise liegen, und dieser entspricht Formen, denen sich die Trapezoëder um so mehr nähern, je spitzer sie sind. Da alsdann der Unterschied oberer und unterer Flächen aufhört, liefern je zwei Reihen von Trapezoëdern eine gemeinsame Grenzform, und zwar ist aus Fig. 394 *a* zu ersehen, dass die aus der Verschiebung der sechs Pole in den Grundkreis resultirende Form sich sowohl ergiebt, wenn man von einem rechten positiven Trapezoëder, wie es in der Figur markirt ist, als wenn man von einem linken negativen Trapezoëder ausgeht. Diese Form, in Fig. 397 in der richtigen Stellung mit dem Pinakoid {111} combinirt dargestellt, ist ein ditrigonales Prisma, dessen drei stumpfere

Kanten je dem einen, die drei schärferen je dem andern Pole der drei gleichwerthigen zweizähligen Symmetrieaxen entsprechen. Geht man dagegen von einem linken positiven Trapezoëder (Fig. 394 *b*) aus, so erhält man als gemeinsame Grenzform einer solchen Reihe und einer entsprechenden rechter negativer Trapezoëder ein ditrigonales Prisma, welches sich von dem vorigen durch seine Stellung unterscheidet, indem seine schärferen Kanten an denjenigen Polen der drei horizontalen Symmetrieaxen liegen, wo bei dem ersteren die stumpfen Kanten gelegen sind, und umgekehrt, d. h. man erhält das eine aus dem andern durch Drehung von 60° (oder 180°) um die Hauptaxe. Der Unterschied der zweierlei Kanten der ditrigonalen Prismen wird um so geringer, je näher ihre Pole den Punkten liegen, welche auf dem Grundkreise gleich weit von zwei benachbarten Polen der zweizähligen Symmetrieaxen abstehen; liegen ihre Pole in diesen Punkten selbst, so ist der Abstand je zweier benachbarter = 60°, das Prisma geht in ein hexagonales (erster Art) über, welches die gemeinsame Grenzform sowohl der rechten und linken positiven, wie der rechten und linken negativen Trapezoëder darstellt und daher den »rechten«, wie den »linken« Krystallen gleichmässig angehört. Andererseits nähern sich die ditrigonalen Prismen, je grösser der Unterschied ihrer Kanten wird, um so mehr einer Form, welche erreicht wird, wenn der Flächenwinkel der stumpfen Kanten = 0, d. h. wenn ihre Pole mit denen der Symmetrieaxen zusammenfallen. Wie aus Fig. 394 *a* ersichtlich, fällt alsdann je ein oberer Pol mit einem unteren zusammen, und es ist daher gleichgültig, ob man von einem rechten positiven oder einem linken negativen Trapezoëder ausgeht; die resultirende Form ist ein »rechtes« trigonales Prisma (zweiter Art) von der Stellung, wie es in Fig. 398 in Combination mit {111} wiedergegeben ist, dessen drei Flächen je an einem Pole der zweizähligen Symmetrieaxen liegen. Die drei entgegengesetzten Flächen entsprechen dem »linken« trigonalen Prisma, welches, wie aus Fig. 394 *b* ersichtlich, für den vorliegenden speciellen Fall die gemeinsame Grenzform der linken positiven und der rechten negativen Trapezoëder darstellt. Dementsprechend gehört das erste den »rechten« Krystallen, das zweite den »linken« an. Schliesslich bleibt als letzter specieller Fall nur derjenige übrig, dass die

Fig. 397.

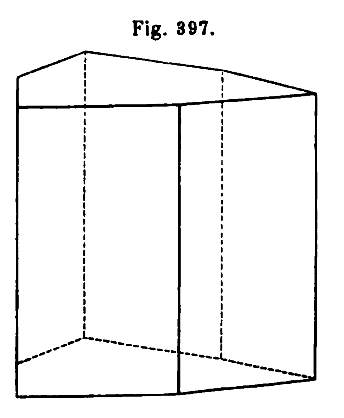
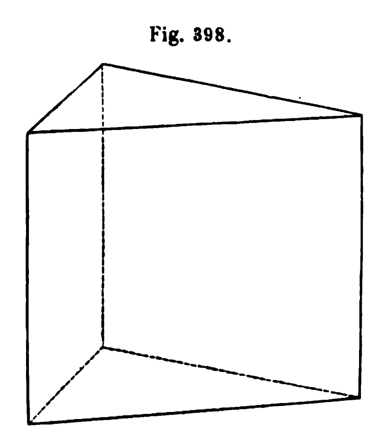


Fig. 398.



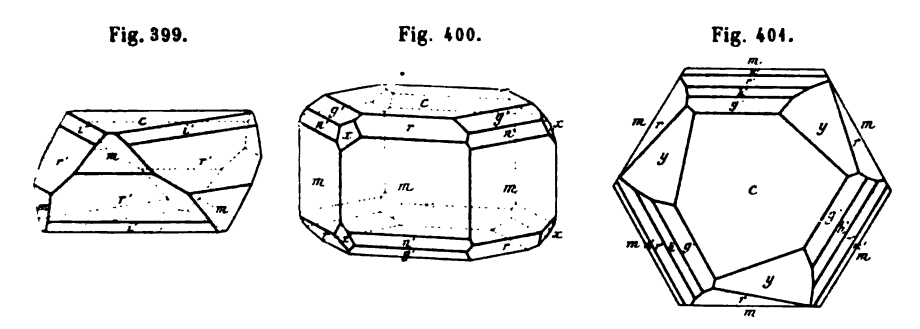
Pole der allgemeinen Form mit denen der dreizähligen Symmetrieaxe zusammenfallen; man gelangt hierbei zu demselben Pinakoid $\{111\}$, von welcher Art von Trapezoëdern man auch ausgehen mag. Die trigonal-trapezoëdrischen Krystalle können also folgende Arten von Formen zeigen:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma (erster Art)
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ trigonales Prisma (zweiter Art)
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ ditrigonales Prisma
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder (erster Art)
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ trigonale Bipyramide (zweiter Art)
$\{pqr\} = \{hikl\}$ trigonales Trapezoëder.

Wie aus der Beschaffenheit dieser Formen hervorgeht, sind in dieser Klasse die drei gleichwerthigen zweizähligen Symmetrieaxen (nicht aber die Hauptaxe) polar und demzufolge bei Nichtleitern der Elektricität, wenn dieselben durch Temperaturänderung elektrisch erregt werden, elektrische Axen. In ausgezeichneter Weise zeigt dies der Quarz (s. Taf. III Fig. 6 und 7), dessen sechs in der Horizontalebene liegende, abwechselnd positive und negative elektrische Pole in gesetzmässiger Weise der Vertheilung der Flächen an den Krystallen entsprechen, so dass die letzteren auch bei ungenügender Ausbildung durch Feststellung ihrer pyroëlektrischen Verhältnisse mittelst der Kundt'schen Methode orientirt werden können.

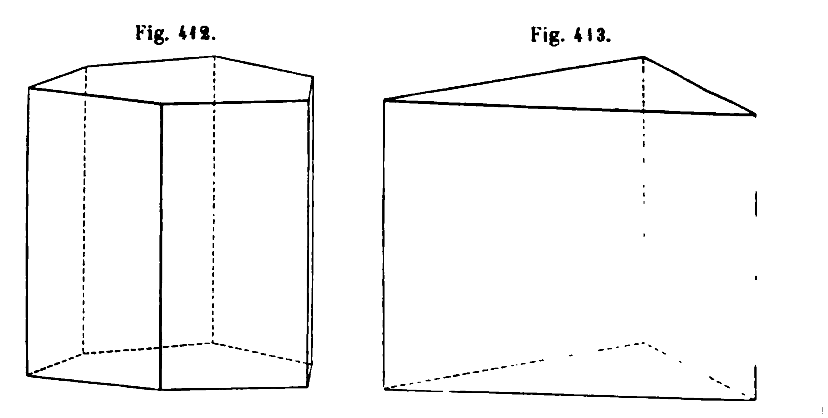
Beispiele. Zinnober $= HgS$. $\alpha = 92°30'$ ($a:c = 1:1,1453$ Schabus). Die gewöhnliche Combination (Fig. 399) zeigt ausser $c = \{111\}$ und $m =$

Fig. 399. Fig. 400. Fig. 401.



$\{2\bar{1}\bar{1}\}$ zwei Rhomboëder, welche in den Beschreibungen dieses Minerals meist als negative betrachtet werden und dementsprechend auch in der Figur gestellt sind; das vorherrschende r' hat die gleichen Flächenwinkel, wie $r = \{100\}$ unter den positiven, und daher das Symbol $\{22\bar{1}\}$, während $\iota = \{33\bar{1}\}$. Fig. 400 ist die Abbildung eines kurz prismatischen Krystalls mit den Formen: $c = \{111\}$, $m = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $g' = \{110\}$, $n' = \{11\bar{1}\}$, $x = \{6\bar{2}1\}$, letztere ein linkes positives Trapezoëder. Fig. 401 stellt einen noch flächenreicheren, nach der Basis tafelförmigen Krystall in gerader

Gleichheit der sechs Flächenwinkel geht das Prisma in ein **hexagonales** (zweiter Art) über, welches zugleich die gemeinsame Grenzform der oberen


Fig. 412. Fig. 413.

und unteren hexagonalen Pyramiden ist. Die andere Grenzform ist für alle Reihen oberer Pyramiden gemeinsam die obere Basisfläche $\{111\}$, für alle unteren das Pedion $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$. So ergiebt sich die folgende Uebersicht:

$\{111\} = \{0001\}$ obere Basis; $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} = \{000\bar{1}\}$ untere Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ positives trigonales Prisma; $\{\bar{2}11\} = \{\bar{1}010\}$ negatives trig. Pr
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma (zweiter Art)
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ ditrigonales Prisma
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ = trigonale Pyramide (erster Art)
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\overline{2h}.l\}$ hexagonale Pyramide (zweiter Art)
$\{pqr\} = \{hikl\}$ = ditrigonale Pyramide.

Die Polarität der trigonalen Axe (Hauptaxe) prägt sich bei den Krystallen dieser Klasse durch polare Pyroëlektricität nach dieser Richtung aus, und zwar ist es der hierher gehörige Turmalin, an welchem diese Eigenschaft überhaupt zuerst entdeckt wurde.

Beispiele. Schwefelsaures Natrium-Lithium $= SO^4NaLi$. $\alpha = 110°57'$ ($a : c = 0,5624$ Scacchi). Combination (Fig. 414): $p' = \{11\bar{2}\}$, $p = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, durch Oberflächenbeschaffenheit und Aetzfiguren verschieden, $r = \{100\}$, $s = \{31\bar{1}\}$, $\varrho = \{00\bar{1}\}$, $\sigma = \{1\bar{1}\bar{3}\}$. Zwillinge nach $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$. Der untere Pol in Fig. 414 ist der analoge der elektrischen Axe, und mit diesem sind die Zwillinge (Fig. 415) verwachsen, so dass sie beim Abkühlen an beiden Enden positive, in der Mitte negative Elektricität zeigen. Doppelbrechung + Traube.

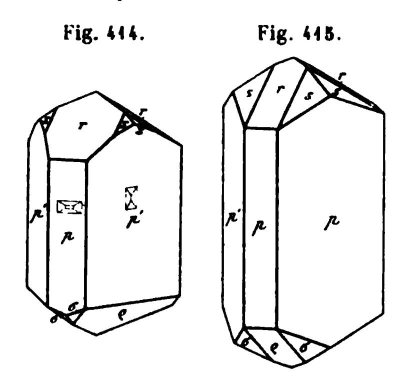
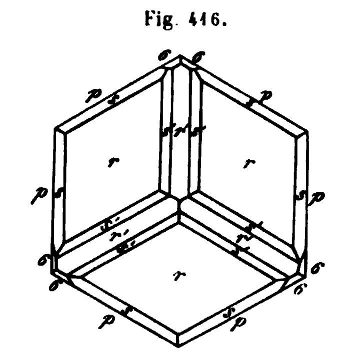


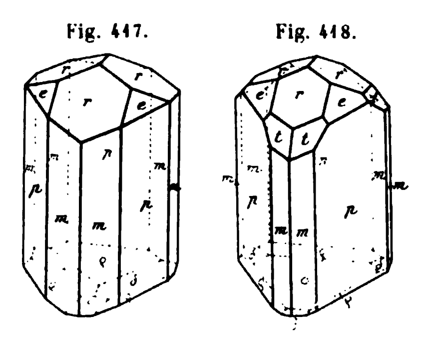
Fig. 414. Fig. 415.

Arsensilberblende (lichtes Rothgiltigerz) $= AsS^3Ag^3$. Isomorph mit dem folgenden.

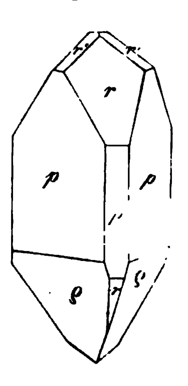
Antimonsilberblende (dunkles Rothgiltigerz) = SbS^3Ag^3. $\alpha = 104°3'$ ($a : c = 1,07880$ Miller). Die vorherrschend nach $p = \{10\bar{1}\}$ prismatisch ausgebildeten Krystalle zeigen an einem Ende der Hauptaxe (Fig. 416 in gerader Projection dargestellt) oft zahlreiche Formen, nämlich $r = \{100\}$, $r' = \{110\}$, $s' = \{310\}$, $s = \{20\bar{1}\}$, $\sigma = \{14.\bar{7}.\bar{4}\}$. Zuweilen ist auch das trigonale Prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ herrschend, wie bei dem folgenden Mineral. Spaltbarkeit nach $\{100\}$ deutlich. Doppelbrechung negativ; Hauptbrechungsindices für *Li*-Roth: $\omega = 3,084$, $\varepsilon = 2,881$.


Fig. 416.

Turmalin = $(SiO^4)^2AlO.BO(Mg,Fe,Li^2..)^3$. $\alpha = 113°58'$ ($a : c = 1 : 0,4474$ Kupffer). Fig. 417 stellt eine häufige Combination dieses Minerals dar mit den Formen: $p = \{11\bar{2}\}$, $m = \{10\bar{1}\}$, $r = \{100\}$, $e = \{11\bar{1}\}$, $\varrho = \{\bar{1}00\}$, $\delta = \{\bar{1}\bar{1}0\}$; in Fig. 418 treten hierzu noch $c' = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ und $t = \{20\bar{1}\}$; während diese ditrigonale Pyramide nur untergeordnet ist, kommen auch Krystalle vor, an denen eine derartige Form vorherrscht; auch ditrigonale Prismen (zwischen m und p) sind nicht selten. Keine deutliche Spaltbarkeit. Die Vertheilung der polaren Pyroëlektricität s. Taf. III, Fig. 5; der analoge Pol der Hauptaxe ist nach G. Rose derjenige, an welchem die primäre trigonale Pyramide (ϱ) mit dem herrschenden trigonalen Prisma (p) horizontale Combinationskanten bildet; nach Kundt's Untersuchungen kommen aber auch Zwillinge nach $\{111\}$ mit unregelmässiger Durchwachsung vor, äusserlich einfachen Krystallen gleichend, aber aus Partien mit entgegengesetzter Lage der elektrischen Pole bestehend, daher man auf einem basischen Querschnitte an verschiedenen Stellen entgegengesetzte Elektricität erhält. — Die Hauptbrechungsindices des farblosen (eisenfreien) Turmalins sind für die *D*-Linie: $\omega = 1,6366$, $\varepsilon = 1,6193$. Ueber die starke Absorption des ordinären Strahls in den dunkel gefärbten Turmalinen s. S. 32 und 155.


Fig. 417. Fig. 418.

Tolylphenylketon = $C^{14}H^{13}O$. $\alpha = 89°59'$ ($a : c = 1 : 1,2254$ Bodewig). Combination (Fig. 419): $p = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $p' = \{\bar{2}11\}$, $r = \{100\}$, $r' = \{110\}$, $\varrho = \{\bar{1}00\}$, $-r = \{\bar{2}\bar{2}1\}$. Der in der Figur obere Pol ist der analoge der elektrischen Axe. Hauptbrechungsindices für die *D*-Linie: $\omega = 1,7170$, $\varepsilon = 1,5629$.


Fig. 419.

Wahrscheinlich gehören dieser Klasse auch an die beiden isomorphen Sulfide des Zinks und des Cadmiums, ZnS und CdS, welche Combinationen eines hexagonalen Prismas mit theils oberen, theils unteren hexagonalen Pyramiden zeigen; wegen der Isomorphie mit dem rhomboëdrisch spaltbaren NiS (Millerit) sind diese Formen als solche zweiter Art zu betrachten. Dasselbe gilt für das Zinkoxyd ZnO (Rothzinkerz), dessen Krystallform sehr nahe verwandt ist mit dem von ZnS und von welchem sich in der Natur, wenn auch sehr selten, Krystalle von der einfachen Form der Fig. 411 (S. 459) finden.

21. Ditrigonal-skalenoëdrische Klasse.

(Rhomboëdrisch-hemiëdrische Klasse.)

Die wichtigste Klasse des vorliegenden Krystallsystems ist diejenige, welche charakterisirt ist durch das Hinzutreten dreier zweizähliger Symmetrieaxen zu den drei Symmetrieebenen der vorigen Klasse, und zwar den Winkel der letzteren halbirend. Wie aus der nebenstehend wiederholten Fig. 382 hervorgeht, wird dadurch die trigonale Axe eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie, d. h. zu den Flächen einer oberen ditrigonalen Pyramide treten diejenigen unteren hinzu, welche sich durch Drehung von 60° um die Hauptaxe und gleichzeitige Spiegelung nach der Basis ergeben. So entsteht als allgemeine Form dieser Klasse das in Fig. 420 abgebildete ditrigonale Skalenoëder mit je drei stumpferen und drei schärferen Polkanten am oberen und unteren Pol der Hauptaxe, an deren sechs Mittelecken stets eine stumpfe und eine schärfere Polkante mit zweien der sechs Mittelkanten zusammentreffen.

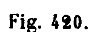
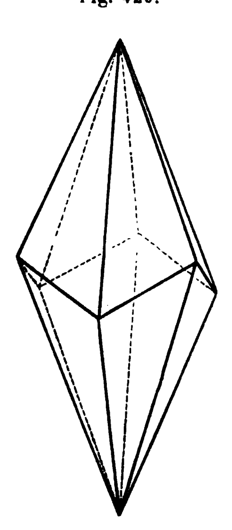


Fig. 420.



Diese Form $\{pqr\}$ enthält also alle Flächen der ditrigonalen Pyramide $\{pqr\}$ und alle dazu parallelen unteren, d. h. die der ditrigonalen Pyramide $\{\overline{pqr}\}$ (s. S. 459). Ein zweites Skalenoëder von derselben Gestalt, aber durch seine 60° resp. 180° um die Hauptaxe gedrehte Stellung verschieden, hat das Symbol $\{p'q'r'\}$, dessen Indices sich aus pqr in der S. 440 angeführten Weise ergeben. Man pflegt ein Skalenoëder der ersten Stellung als ein positives, eines der zweiten Stellung, welches also statt einer stumpfen Polkante oben dem Beobachter eine scharfe zukehrt, als ein negatives zu bezeichnen.

Je nachdem der Pol einer Fläche in der Projection auf einer Seite oder in einem Eckpunkt des sphärischen Dreiecks liegt, welches von zwei benachbarten Radien und einem Zwölftel des Grundkreises gebildet wird, entspricht er einer von den folgenden sechs speciellen Fällen der Formen dieser

lasse. 1) Die Flächennormalen fallen in die Symmetrieebenen, die Pole lso in die ausgezogenen Durchmesser der Projection; es resultiren die echs Flächen eines Rhomboëders, welchem sich die Skalenoëder um so iehr nähern, je kleiner der Flächenwinkel ihrer stumpferen Polkanten wird; eht man hierbei von einem positiven Skalenoëder aus, so gelangt man zu inem positiven Rhomboëder, welches oben dem Beobachter eine Fläche ukehrt, während die entsprechende Grenzform einer Reihe negativer Skaenoëder ein negatives Rhomboëder ist, welches gegen jenes 60° resp. 180° im die Hauptaxe gedreht erscheint. 2) Die zweite Grenzform jener Reihen ind zwar die gemeinsame je einer Reihe positiver und negativer Skalenoëder rgiebt sich, wenn die Pole in der Projection in den Symmetrieaxen (den unktirten Durchmessern) gelegen sind; alsdann fallen nicht, wie im vorigen 'alle, je zwei obere und zwei untere, sondern immer ein oberer Pol mit inem unteren zusammen, und es entsteht eine hexagonale Bipyramide zweiter Art (Fig. 421), welcher sich jene Skalenoëder um so mehr nähern, je weniger sich die Flächenwinkel ihrer stumpferen und schärferen Polkanten von einander unterscheiden, je ähnlicher demnach der basische Querschnitt einem Hexagon wird; in dem Grenzfalle selbst gehen dementsprechend die auf- und niedersteigenden Mittelkanten der Skalenoëder in die horizontalen »Basiskanten« jener Bipyramide über. 3) Liegen die Pole im Grundkreise der Projection, so resultiren die zwölf, der Hauptaxe parallelen Flächen eines dihexagonalen Prismas (Fig. 422), welches sechs schärfere und sechs damit abwechselnde stumpfere Kanten besitzt (ein zwölfseitiges Prisma mit gleichen Kanten würde einer zwölfzähligen Symmetrie-

Fig. 421.

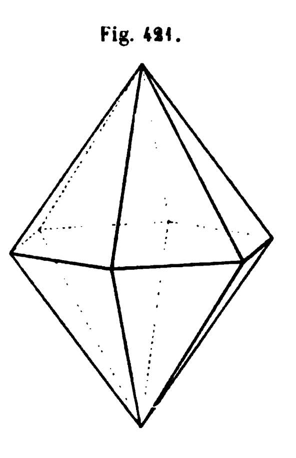
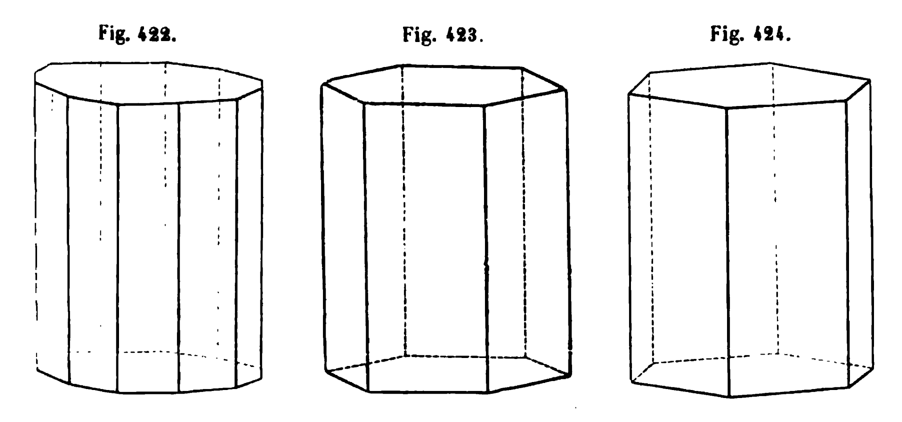


Fig. 422. Fig. 423. Fig. 424.



axe entsprechen und ist daher unmöglich). 4) Je kleiner der Flächenwinkel derjenigen Kanten eines dihexagonalen Prismas ist, welche von den

Symmetrieebenen halbirt werden, d. h. je näher die Pole × × resp. ○ ○ auf dem Grundkreise zusammenrücken, desto mehr nähert sich jenes dem hexagonalen Prisma erster Art (Fig. 423). 5) Die zweite Grenzform der dihexagonalen Prismen für den Fall, dass je ein Pol × und ○ mit demjenigen einer Symmetrieaxe zusammenfällt, ist das hexagonale Prisma zweiter Art (Fig. 424). 6) Liegen endlich die Pole der Flächen in der Mitte der Projection, so fallen alle oberen, wie alle unteren zu je einem zusammen, und es entsteht das Pinakoid $\{111\}$. Die sieben Arten möglicher Formen dieser Klasse sind also die folgenden:

$\{111\} = \{0001\}$ Basis
$\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art.
$\{10\bar{1}\} = \{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{pqr\}_{p+q+r=0} = \{hik0\}$ dihexagonales Prisma
$\{pqq\} = \{h0\bar{h}l\}$ Rhomboëder (erster Art)
$\{pqr\}_{p+q=2r} = \{h.h.\bar{2}\bar{h}.l\}$ hexagonale Bipyramide (zweiter Art
$\{pqr\} = \{hikl\}$ ditrigonales Skalenoëder.

Man pflegt die Form $\{100\}$ das primäre positive Rhomboëder, die gleichgestaltete $\{22\bar{1}\}$ das primäre negative Rhomboëder, endlich diejenige hexagonale Pyramide zweiter Art $\{52\bar{1}\}$, welche die Combinationskanten jener beiden Rhomboëder gerade abstumpft die primäre hexagonale Pyramide zweiter Art zu nennen, eine Bezeichnung, welche auf der früheren Auffassung der beiden gleichgestalteten Rhomboëder als »Hälftflächner (hemiëdrische Formen)« einer hexagonalen Pyramide erster Art beruht. Die Thatsache, dass das »primäre« negative Rhomboëder und die sogenannte primäre hexagonale Pyramide zweiter Art selbst bei denjenigen hierher gehörigen Substanzen, welche sehr flächenreiche Combinationen bilden, zu den seltenen Formen gehören, beweist das Ungeeignete dieser Auffassung (vergl. auch S. 437). Richtiger wäre es, diejenige hexagonale Pyramide $\{31\bar{1}\}$, deren abwechselnde Polkanten von dem primären Rhomboëder $\{100\}$ gerade abgestumpft werden, die »primäre« hexagonale Pyramide zweiter Art zu nennen; diese ist in der That auch weit häufiger, wie mehrere der folgenden Beispiele lehren.

Beispiele. γ-Phosphor $= (P)^x$. Mikroskopische Rhomboëder von würfelähnlicher Form, also wahrscheinlich isomorph mit den folgenden gleichwerthigen Elementen, nach Hittorf, welcher diese Modification als metallische bezeichnet. Metallglänzend, schwarz, in dünnen Schichten gelbroth durchsichtig.

Arsen $= (As)^x$. $\alpha = 84°38'$ ($a : c = 1 : 1{,}4025$ G. Rose). Combination der Basis $\{111\}$ mit dem würfelähnlichen primären Rhomboëder $\{100\}$, ähnlich der Fig. 432. Spaltbar nach $\{111\}$ vollkommen, weniger nach $\{110\}$. Zwillinge nach der letzteren Form.

Antimon $= (Sb)^x$. $\alpha = 86°58'$ ($a : c = 1 : 1{,}3236$ Laspeyres). Würfelähnliche Rhomboëder $\{100\}$, spaltbar vollkommen nach $\{111\}$, weniger nach $\{110\}$.

Wismuth $= (Bi)^x$. $\alpha = 87°34'$ ($a : c = 1 : 1{,}3035$ G. Rose). Rhomboëder $\{100\}$; häufig Zwillinge nach $\{110\}$. Spaltbar vollkommen nach $\{111\}$, weniger nach $\{11\bar{1}\}$ und $\{110\}$. Die Flächen von $\{110\}$ sind sowohl beim

Antimon als beim Wismuth nach Mügge Gleitflächen, nach denen, wie nach {110} beim Kalkspath, künstliche Zwillingslamellen erzeugt werden können.

Die Platinmetalle besitzen ebenfalls eine hierher gehörige Modification, welcher ein würfelähnliches Rhomboëder zu Grunde liegt; derartige Krystalle sind beobachtet am Palladium und am Osmiridium, einer isomorphen Mischung von *Ir*, *Os*, *Pt* etc.

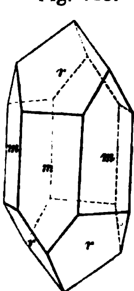


Fig. 425.

γ-Selen = $(Se)^3$ (metallische Modification). $\alpha = 87^\circ$ ca. (Muthmann). Sehr kleine Krystalle der Combination (Fig. 425): $m = \{2\bar{1}\bar{1}\}$, $r = \{100\}$. Unzweifelhaft isomorph mit dem folgenden.

Tellur = $(Te)^3$. $\alpha = 86^\circ 47'$ ($a : c = 1 : 1,3298$ G. Rose). Aus dem Schmelzfluss nur das Rhomboëder {100}; die natürlichen Krystalle zeigen die Combination Fig. 425, oft noch mit dem negativen Rhomboëder $\{22\bar{1}\}$. Spaltbar nach $\{2\bar{1}\bar{1}\}$, unvollkommen nach {111}.

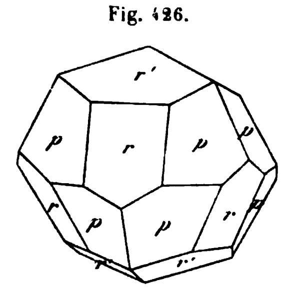
Eis = H^2O. $\alpha = 109\frac{1}{2}^\circ$ ca. ($a : c = 0,61$ Kenngott). Combinationen von Rhomboëdern (in manchen Hagelfällen) oder hexagonale Tafeln nach der Basis mit nicht bestimmbaren Randflächen (in Eishöhlen zuweilen sehr gross) oder dünne hexagonale Prismen (in den Cirruswolken). See-Eis ist gewöhnlich aus Krystallpartikeln zusammengesetzt, deren Hauptaxe senkrecht zur gefrorenen Wasserfläche steht, daher eine natürliche Eisplatte direct das einaxige Interferenzbild im convergenten polarisirten Lichte zeigt. Hauptbrechungsindices nach Pulfrich:

Linie:	ω	ε
B	1,30645	1,30775
Li	1,30669	1,30802
C	1,30715	1,30861
D	1,30911	1,31041
Tl	1,31098	1,31242
E	1,31140	1,31276
F	1,31335	1,31473

Magnesiumhydroxyd (nat. Brucit) = MgH^2O^2. $\alpha = 81^\circ 12'$ ($a : c = 1 : 1,5208$ Hessenberg). Tafelförmige Combinationen von {111} und {100}. Spaltbarkeit nach {111}. Doppelbrechung +.

Thonerde (nat. Korund) = Al^2O^3. $\alpha = 85^\circ 46\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 1,363$ v. Kokscharow). Vorherrschend $\{10\bar{1}\}$, {100}, {111}. Doppelbrechung —; $\omega = 1,768$, $\varepsilon = 1,760$ Roth.

Fig. 426.



Eisenoxyd (nat. Eisenglanz) = Fe^2O^3. $\alpha = 85^\circ 42'$ ($a : c = 1 : 1,359$ v. Kokscharow). Eine besonders an natürlichen Krystallen häufige Combination zeigt Fig. 426: $r = \{100\}$, $r' = \{211\}$, $p = \{31\bar{1}\}$. Das Zeichen dieser letztern Form folgt

aus dem Parallelismus der Kanten $p:r$ und $r:p$. Häufig Zwillingslamellen nach {100}, welches Gleitfläche ist; das Gleiche gilt auch für den Korund.

Chromoxyd = Cr^2O^3. $\alpha = 85°36'$ ($a:c = 1:1,368$ G. Rose). Man erhält tafelförmige Combinationen {111}, {100} oder dem vorigen sehr ähnliche mit {31$\bar{1}$} und {10$\bar{1}$}.

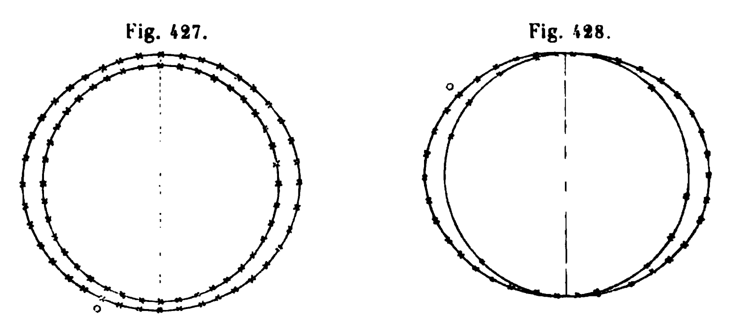
Magnesiumsiliciumfluorid = $SiF^6Mg \cdot 6H^2O$. $\alpha = 112°7'$ ($a:c$ $= 1:0,5174$ Topsøe). Combin. {100}, {10$\bar{1}$}, ersteres vorherrschend (ähnlich Fig. 431) oder beide Formen gleich gross, so dass die Krystalle einem regulären Dodekaëder ähneln. Durchwachsungszwillinge nach {111}. — Mit diesem Salze ist eine grosse Reihe anderer isomorph, in denen Mg durch andere zweiwerthige Metalle, Si durch Ti, Zr, Sn etc., endlich F durch Cl, Br, J ersetzt ist.

Kaliumnitrat = NO^3K. Beim Verdampfen eines Tropfens der warmen Lösung bilden sich zuerst mikroskopische Rhomboëder von ca. 74° Flächenwinkel der Polkanten.

Natriumnitrat = NO^3Na. $\alpha = 102°47'$ ($a:c = 1:0,8276$ Brooke). Natürlich und aus wässerigen Lösungen künstlich {100}. Krystallform und physikalische Eigenschaften sehr ähnlich denen des Kalkspaths. Vollkommen spaltbar nach {100}. Einfache Schiebungen nach den Gleitflächen {110} ebenso wie beim Kalkspath. Doppelbrechung negativ. Brechungsindices für die Linien:

	ω	ε
$B =$	1,579	1,335
$D =$	1,587	1,336
$E =$	1,594	1,337
$H =$	1,626	1,344

(Schrauf). Diese ausserordentlich starke Doppelbrechung veranlasste W. Kohlrausch mittelst des Totalreflectometers in einer grösseren Zahl von Richtungen innerhalb einer Spaltungsfläche und einer der optischen Axe parallelen Ebene die Lichtgeschwindigkeiten zu messen. Fig. 427 und 428 zeigen die den genannten beiden Ebenen parallelen Durchschnitte der


Fig. 427. Fig. 428.

Strahlenfläche in den richtigen Verhältnissen (s. S. 64 Anmerk.); die markirten Punkte entsprechen den Radien, in denen die Messung ausgeführt

wurde (bei dem Kreise in Fig. 428 genügten einige wenige, um die Gleichheit des Durchmessers nach allen Richtungen zu constatiren).

Kalkspath (Calcit) = CO^3Ca. $\alpha = 101^\circ 55'$ ($a : c = 1 : 0{,}8543$ Kupffer). Die natürlichen Krystalle zeigen sehr viele Formen, deren wichtigste die folgenden sind: {100} (Fig. 429); {110}, {11$\bar{1}$}, {3$\bar{1}\bar{1}$} (Fig. 439); {2$\bar{1}\bar{1}$}, {111},

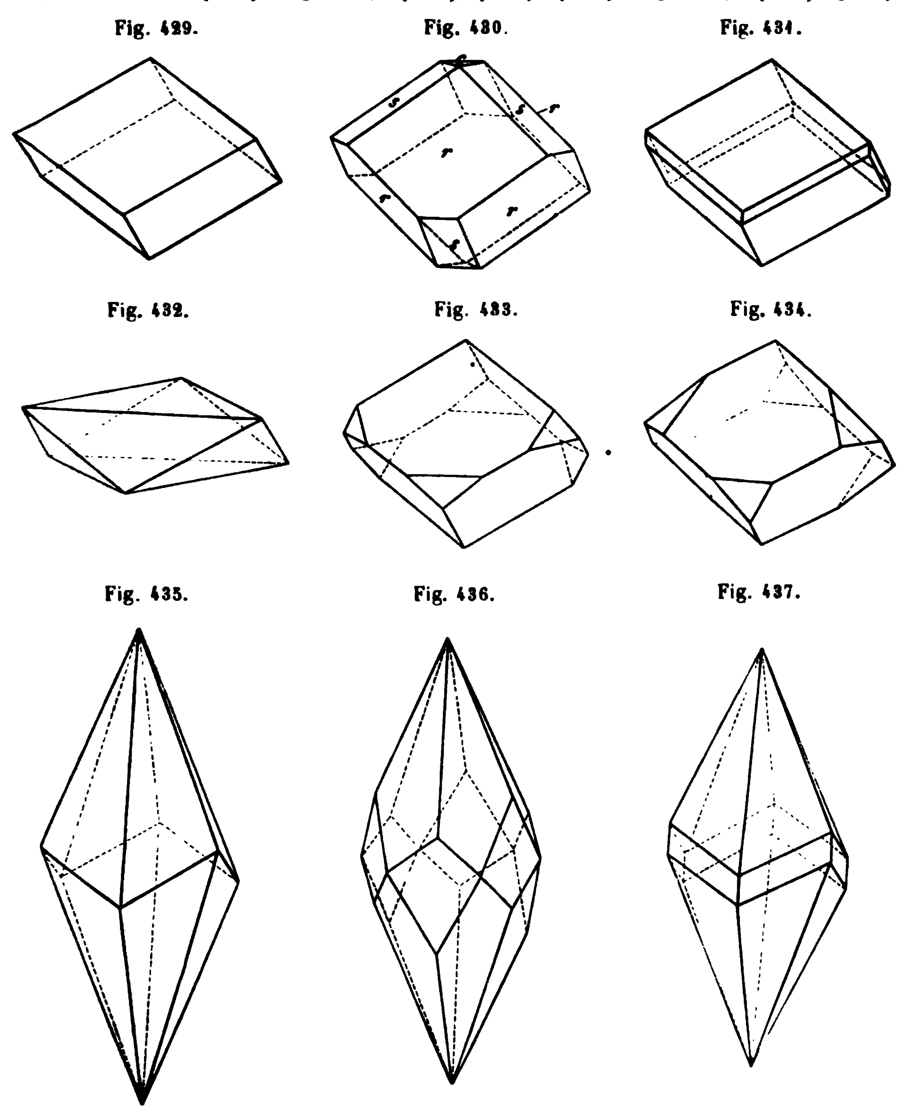


Fig. 429. Fig. 430. Fig. 431. Fig. 432. Fig. 433. Fig. 434. Fig. 435. Fig. 436. Fig. 437.

{20$\bar{1}$} (Fig. 435). Von den höchst mannigfachen Combinationen dieses Minerals sind in den Figuren oben und S. 468 einige besonders instructive abgebildet. Fig. 430: r = {100}, s = {110}, c = {111}; Fig. 431: {100}, {10$\bar{1}$}; Fig. 432: {111}, {100}; Fig. 433: {100}, {2$\bar{1}\bar{1}$}; Fig. 434: {100}, {22$\bar{1}$}, letztere Form selten, s. S. 464; Fig. 436: {20$\bar{1}$}, {2$\bar{1}\bar{1}$}; Fig. 437: {20$\bar{1}$}, {10$\bar{1}$};

Fig. 438: $\{100\}$, $\{20\bar{1}\}$; Fig. 440: $\{3\bar{1}\bar{1}\}$, $\{20\bar{1}\}$. Spaltbar sehr vollkommen nach $\{100\}$. Die Gleitflächen sind nach **Reusch** die Flächen von $\{110\}$, welche die Polkanten des Spaltungsrhomboëders gerade abstumpfen. Die nach diesen Ebenen leicht erfolgende Umlagerung des Kalkspaths in Zwillingsstellung wurde bereits S. 223 f. ausführlich beschrieben und auch angegeben, dass die in Fig. 130 abgebildeten Zwillingslamellen sich sehr häufig am natürlichen Kalkspath finden. Seltener sind symmetrische Zwillinge nach $\{110\}$, wie Fig. 441 einen solchen, aus zwei Rhomboëdern $r = \{100\}$,

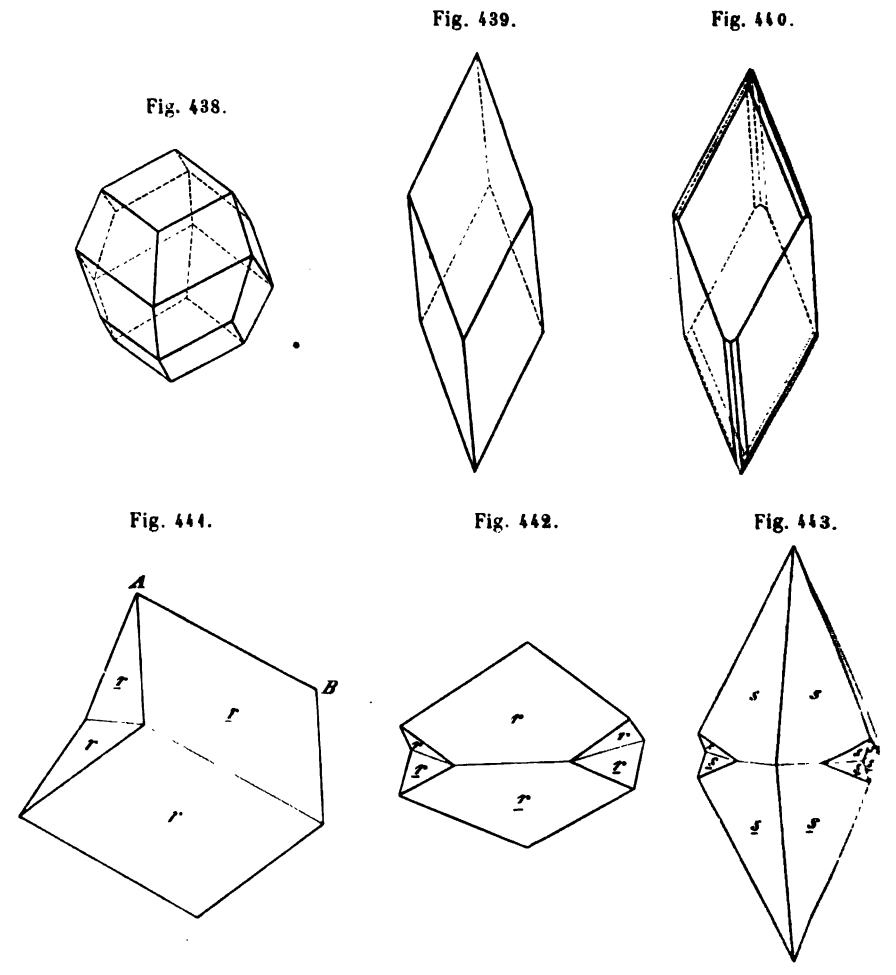


Fig. 438. Fig. 439. Fig. 440.

Fig. 441. Fig. 442. Fig. 443.

jedes nur zur Hälfte ausgebildet und mit der Zwillingsebene, der Abstumpfung der Polkante AB, an einander gewachsen, darstellt. Dagegen zeigt der Calcit häufig symmetrische Zwillingsbildung mit $\{111\}$ als Zwillingsebene (oder, was das Gleiche bedeutet, mit der Hauptaxe als Zwillingsaxe, oder endlich mit einer Fläche von $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ als Zwillingsebene). Fig. 442 stellt einen solchen Zwilling zweier Spaltungsrhomboëder r $\{100\}$ dar, Fig. 443 einen solchen des gewöhnlichen Skalenoëders $s = \{20\bar{1}\}$.

Doppelbrechung —, sehr stark. Brechungsindices nach Rudberg:

	ω	ε
Linie B	1,6531	1,4839
- C	1,6545	1,4845
- D	1,6585	1,4863
- E	1,6636	1,4887
- F	1,6680	1,4907
- G	1,6762	1,4945
- H	1,6833	1,4978

Die neueren Messungen von Sarasin ergaben:

	ω	ε
Linie A	1,6499	1,4826
- B	1,6528	1,4839
- D	1,6583	1,4864
- F	1,6678	1,4907
- H	1,6832	1,4977

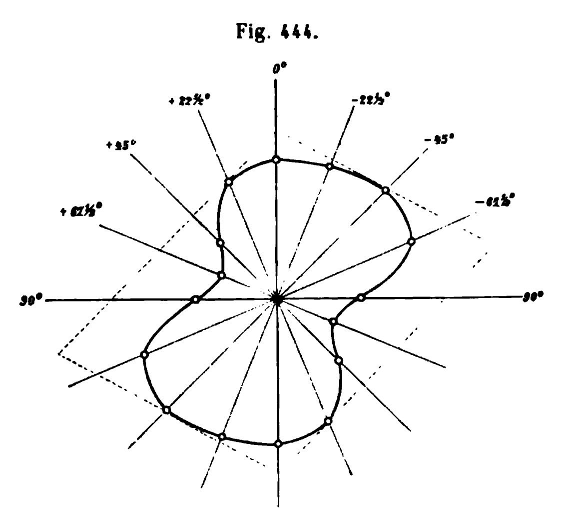
und für die äusserste Cadmiumlinie im Utraviolett (Wellenlänge = 0,000214 mm):

	1,8459	1,5600

Auf der Stärke der Doppelbrechung des Kalkspathes beruht die Möglichkeit seiner Verwendung als idiocyclophaner Krystall; lässt man durch ein Stück desselben von der Form des Fresnel'schen Glasparallelepipeds (Fig. 18 S. 21), in welchem *ad* und *bc* parallel der optischen Axe sind, gewöhnliches Licht fallen, so erblickt man die einaxigen Interferenzbilder mit schwarzem und weissem Kreuz neben einander. Ueber die Interferenzerscheinungen in Krystallen mit Zwillingslamellen s. S. 225.

Die sonstigen physikalischen Eigenschaften des Kalkspaths, namentlich seine thermische Ausdehnung, sind bereits in der I. Abtheilung ausführlich behandelt worden. Zu den S. 206 gemachten Angaben für die Elasticität desselben nach verschiedenen Richtungen möge hier noch Einiges über die Messungen von Baumgarten hinzugefügt werden. Derselbe bestimmte die Biegungen von Stäbchen, deren Längsrichtungen parallel dem Hauptschnitt des primären Kalkspatrhomboëders {100} und unter einander $22\frac{1}{2}°$ geneigt waren. Die Radien der Curve, Fig. 444, sind den elastischen

Fig. 444.



Biegungen der entsprechenden Stäbchen proportional. Die Curve zeigt, wie sich im Hauptschnitte, d. i. in einer Fläche von {10$\bar{1}$}, die Elasticität mit der Richtung ändert; das Minimum der Biegung liegt parallel der Rhomboëderkante, das Maximum parallel der kurzen Diagonale der Rhomboëderfläche, und die Curve ist nicht symmetrisch nach der Basis und der zum Hauptschnitt senkrechten Prismenfläche erster Art, entsprechend der fehlenden geometrischen Symmetrie nach diesen Ebenen.

Magnesit = CO^3Mg. $\alpha = 103°21\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 0,8095$ Rumpf). Nur {100}, nach welchem auch die Krystalle vollkommen spalten. Doppelbrechung —, stark.

Eisenspath = CO^3Fe. $\alpha = 103°4\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 0,8191$ Breithaupt). Aehnliche Combinationen, wie Kalkspath, häufig nur {100}, darnach vollkommen spaltbar. Doppelbrechung —, stark.

Manganspath = CO^3Mn. $\alpha = 103°6'$ ($a : c = 1 : 0,8183$ Sansoni). {100}. Spaltbar nach derselben Form.

Zinkspath = CO^3Zn. $\alpha = 103°28'$ ($a : c = 1 : 0,8062$ Breithaupt). {100}. Spaltbarkeit wie vorige.

Pennin (Chlorit) = $Si^6Al^4Mg^{13}H^{20}O^{45}$. $\alpha = 44°45'$ ($a : c = 1 : 3,495$ Des Cloizeaux). Combination: {100}, {111}. Spaltbarkeit {111} sehr vollkommen. Doppelbrechung sehr schwach, theils — ($\omega = 1,577$, $\varepsilon = 1,576$ roth), theils +. Diese und andere optische Anomalien rühren daher, dass die Krystalle mimetische, aus zweiaxigen Lamellen parallel {111} aufgebaut, sind. Sehr starker Pleochroismus; Absorption der senkrecht zur optischen Axe schwingenden Strahlen smaragdgrün, der der optischen Axe parallelen hyazinthroth bis braun.

Fig. 445.

Aldehyd-Ammoniak = C^2H^7NO. $\alpha = 84°24'$ ($a : c = 1 : 1,3949$ Rammelsberg). Combination: {100}, {110}, {111}, d. h. ähnlich Fig. 430, nur sind die Rhomboëder spitzer. Doppelbrechung —, nicht stark.

Hydrochinon = $C^6H^6O^2$. $\alpha = 108°4\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 0,6591$ Groth). Combination (Fig. 445): p = {10$\bar{1}$}, r = {100}. Doppelbrechung +, schwach.

Thymol = $C^{10}H^{14}O$. $\alpha = 79°52\frac{1}{2}'$ ($a : c = 1 : 1,568$ Groth). Combination der gleichen Formen, wie Aldehyd-Ammoniak, aber noch etwas steiler, als jene. Doppelbrechung +.

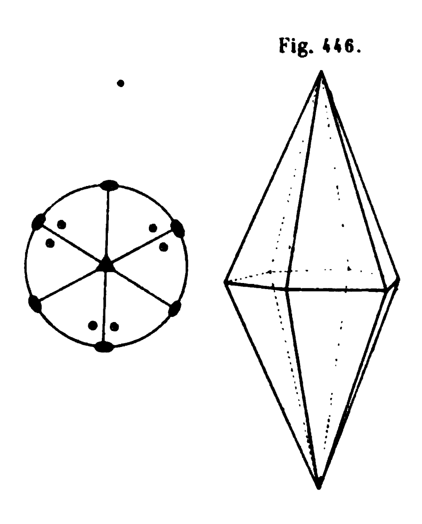
22. Ditrigonal-bipyramidale Klasse.

(Trigonotyp-hemiëdrische Klasse.)

Die Symmetrieverhältnisse der letzten Klasse des trigonalen Krystallsystems leiten sich aus denen der 20. durch Hinzutreten der Symmetrieebene der 19. oder aus dieser durch Hinzufügung der drei Symmetrieebenen der 20. her. Dementsprechend ist die allgemeine Form, wie die neben-

stehende Projection (= Fig. 383) zeigt, eine ditrigonale Bipyramide Fig. 446, von der allgemeinen Form der 19. Klasse (Fig. 440 S. 458) dadurch verschieden, dass in Folge der Symmetrie nach der Basis die sechs unteren Flächen derselben den oberen gleichwerthig sind. In dem speciellen Falle, dass die Pole in die Symmetrieebenen fallen, geht diese Form in eine trigonale Bipyramide erster Art über; liegen die Pole jedoch in gleichem Abstande zwischen den Symmetrieebenen, so werden die Flächenwinkel aller sechs Polkanten der oberen, wie der unteren Hälfte gleich und es resultirt eine hexagonale Bipyramide zweiter Art (Fig. 421 S. 463). Diesen drei Arten bipyramidaler Formen entsprechen drei Arten prismatischer, für den Fall des Parallelismus der Flächen mit der trigonalen Axe, nämlich: ein ditrigonales Prisma (Fig. 412 S. 460), wenn die Pole irgendwo auf dem Grundkreise liegen, ein trigonales Prisma erster Art, wenn sie mit denen der zweizähligen Symmetrieaxen zusammenfallen, endlich das hexagonale Prisma zweiter Art Fig. 424 S. 463), wenn die Pole in 30° Abstand von denjenigen der digonalen Axen auf dem Grundkreise gelegen sind. Andererseits ist die gemeinsame Grenzform der Bipyramiden, welcher sie sich um so mehr nähern, je flacher sie sind, das basische Pinakoid.

Fig. 446.



Wie bereits S. 439 erwähnt, ist bisher noch kein Repräsentant dieser Klasse von Krystallen gefunden worden.

VI. Hexagonales Krystallsystem.

Die Gesammtheit der optisch einaxigen Krystalle, d. h. derjenigen mit einer einzigen Axe von höherer Symmetrie, als sie etwa noch weitere vorhandene Symmetrieaxen besitzen, welche man dieser besonderen Bedeutung wegen Hauptaxe zu nennen pflegt, zerfallen, je nachdem letztere eine trigonale, tetragonale oder hexagonale ist, in die drei hiernach benannten Krystallsysteme, von denen nunmehr nur noch das letzte zu betrachten übrig bleibt. Das zuerst behandelte tetragonale enthält ausser fünf Klassen, welche durch eine vierzählige Axe der einfachen Symmetrie charakterisirt sind, noch zwei, in denen die vierzählige Axe nur eine solche der zusammengesetzten Symmetrie ist, die 9. und 11. (vergl. S. 403f.). Jenen fünf Klassen entsprechen nun ebenso viele mit einer dreizähligen Axe der einfachen Symmetrie, nämlich der 10. die 16., der 12. die 18., der 13 die 19., der 14. die 20. und der 15. die 22., und zwar stimmen, wie eine Vergleichung der betreffenden Abschnitte lehrt, je zwei derartige gleichbenannte Klassen des tetragonalen und des trigonalen Systems in allen Beziehungen überein bis auf diejenigen Punkte, welche von der Zähligkeit der Hauptaxe abhängen. Mit den fünf erwähnten Klassen des trigonalen Systems wurden aber ihrer geometrischen Verwandtschaft wegen diejenigen beiden Klassen vereinigt, deren trigonale Axe zugleich eine sechszählige der zusammengesetzten Symmetrie ist. Da diese somit bei der Betrachtung des hexagonalen Krystallsystems ausfallen, und entsprechende Klassen mit einer mehr als sechszähligen Axe nicht möglich sind, so geht aus den Erörterungen S. 315—319 hervor, dass für das hexagonale System nur fünf Klassen übrig bleiben, welche in derselben Weise den oben aufgezählten Klassen des trigonalen und tetragonalen Systems entsprechen, wie diese paarweise einander, und sich nur dadurch von ihnen unterscheiden, dass die Hauptaxe eine sechszählige, statt einer drei- resp. vierzähligen Symmetrieaxe ist. Diese Analogie bedingt auch die Gleichheit der Namen dieser fünf Abtheilungen mit den entsprechenden der beiden vorhergehenden Systeme, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird.

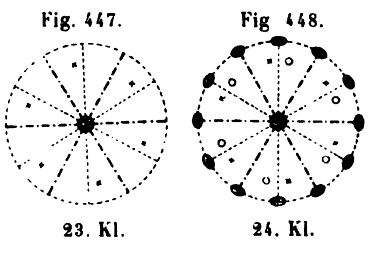
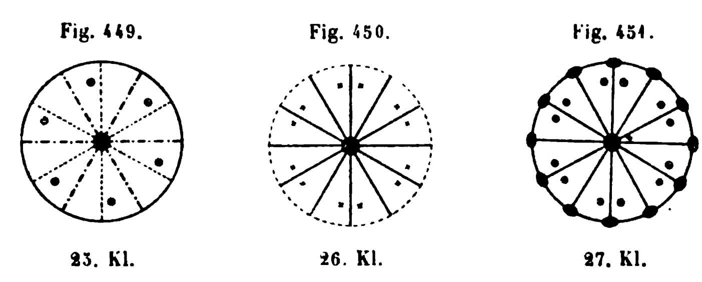


Fig. 447. 23. Kl. — Fig. 448. 24. Kl.

Der einfachste Fall hexagonaler Symmetrie ist offenbar der in Fig. 447 dargestellte, in welchem ausser der sechszähligen Hauptaxe kein weiteres Symmetrieelement vorhanden ist, und der daher vollkommen analog ist

der trigonal-pyramidalen und der tetragonal-pyramidalen Klasse. Tritt zu der sechszähligen Axe noch eine zweizählige, nothwendig dazu senkrechte, hinzu, so erfordert die Sechszähligkeit der Hauptaxe deren sechs, von denen je drei, mit einander 60° bildende gleichwerthig sind, wie aus Fig. 448 hervorgeht, deren Symmetrieverhältnisse sich aus denen der vorigen Figur ergeben, sobald irgend einer der punktirten oder der strichpunktirten Durchmesser als zweizählige Symmetrieaxe angenommen wird. Diese Klasse entspricht der trapezoëdrischen des tetragonalen und trigonalen Krystallsystems. Genau so, wie von der trigonal-pyramidalen und der tetragonal-pyramidalen Klasse, lassen sich von der analogen hexagonal-pyramidalen drei weitere Klassen ableiten durch Hinzufügung einer Symmetrieebene senkrecht zur Hauptaxe, einer solchen parallel der letzteren und durch Combination beider Arten von Symmetrieebenen. In dem ersten dieser drei Fälle (Fig. 449) treten zu den sechs oberen Polen der Fig. 447 sechs

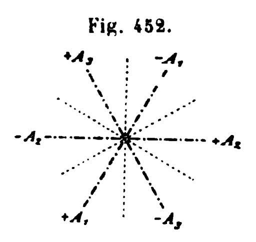


untere gleichwerthige in der Weise hinzu, dass eine der trigonalen, resp. tetragonalen Bipyramide entsprechende Form entsteht. Fügt man dagegen zu den in Fig. 447 dargestellten Symmetrieverhältnissen noch eine der Hauptaxe parallele Ebene der Symmetrie hinzu, so liefert die Spiegelung der sechs Pole jener sechs weitere, ebenfalls obere, und die entstehende einfache Form hat dann, wie aus Fig. 450 hervorgeht, sechs in der Hauptaxe einander schneidende Symmetrieebenen, d. h. sie entspricht den ditrigonal- und ditetragonal-pyramidalen Formen. Combinirt man endlich diese beiden Fälle durch Hinzufügung der Symmetrieebene des ersten zu denen des zweiten, so erhält man die in Fig. 451 dargestellten Symmetrieverhältnisse, welche zur Gleichwerthigkeit von zwölf oberen und zwölf unteren Flächen und daher zur nothwendig gleichzeitigen Existenz von sechs zweizähligen Symmetrieaxen führen. Dieser letzten, höchst symmetrischen Klasse des Systems entsprechen in den beiden vorhergehenden die ditrigonal- resp. ditetragonal-bipyramidale. Von obigen fünf Klassen besitzen die beiden ersten nur Axen der einfachen Symmetrie, daher nur diesen enantiomorphe hexagonale Krystalle angehören, und in Folge dessen auch nur unter den Beispielen dieser beiden Klassen sich solche Körper befinden, deren Lösung optisch activ ist, sowie solche, deren Krystalle Circularpolarisation zeigen.

Da die Formen des hexagonalen Krystallsystems jedesmal nach einer Drehung von 60° um die Hauptaxe mit sich selbst zur Deckung gelangen,

so ist es nicht möglich, sämmtliche gleichwerthige Flächen irgend einer hexagonalen Form durch die gleichen Indiceszahlen zu bezeichnen, wenn man als Axen drei gleichwerthige Kanten in der Weise, wie es im trigonalen System geschah, zu Grunde legt*); dagegen ist dies möglich bei Annahme der S. 432 auseinandergesetzten, sogen. Bravais'schen Bezeichnung, welche daher im Folgenden benutzt werden soll und zwar in der l. c. ausgeführten Art, dass die drei gleichwerthigen in Fig. 452 strichpunktirten Richtungen, die sogen. Nebenaxen, als Axen in der bezeichneten Reihenfolge und mit den angegebenen Vorzeichen die drei ersten Indices des Symbols $\{hikl\}$, die Hauptaxe den vierten Index bestimmen.

Fig. 452.



Da A_1, A_2, A_3 gleichwerthige krystallographische Axen sind, so erfordern die Elemente $a : a : a : c$ eines hexagonalen Krystalls nur eine Messung zu ihrer Bestimmung (vergl. S. 431), und es ist daher bei den weiterhin folgenden Beispielen immer nur das Verhältniss $a : c$ angegeben.

Was die physikalischen Eigenschaften betrifft, so gilt das bei den tetragonalen (S. 407 f.) und trigonalen Krystallen Gesagte naturgemäss auch für die ebenfalls optisch einaxigen hexagonalen; nur in Bezug auf die Elasticität ist zu erwähnen, dass die Oberfläche der Dehnungscoëfficienten für alle Klassen dieses Systems eine Rotationsfigur ist, die hexagonalen Krystalle also sämmtlich der Klasse 2a) S. 205 angehören, und dass die Spaltbarkeit derselben, entsprechend der Sechszähligkeit der Hauptaxe, nur nach einem hexagonalen Prisma, einer ebensolchen Pyramide oder nach der Basis stattfinden kann.

Die eben genannten Eigenschaften können durch die Molekularstructur der Krystalle erklärt werden, wenn man annimmt, dass dieselbe dem in Fig. 143 S. 255 abgebildeten Raumgitter entspricht. Da das letztere aber sechs in der Hauptaxe einander schneidende Symmetrieebenen und eine dazu senkrechte, d. h. die Symmetrieverhältnisse der letzten Klasse des hexagonalen Krystallsystems besitzt, so vermag jene Annahme nicht Rechenschaft zu geben von den Unterschieden, welche die Symmetrie der andern vier Klassen im Vergleich mit der letzten aufweist, ebenso wenig wie von der Existenz circularpolarisirender Krystalle. Dagegen liefert die S. 258 f. erörterte Sohncke'sche Theorie der Krystallstructur regelmässige Punktsysteme mit einer hexagonalen Axe von vier verschiedenen Arten der Symmetrie, und diese entsprechen genau denen von vier Klassen des vorliegenden Systems, d. h. denen aller bis auf eine, die 26. (Fig. 450); ferner befinden sich darunter rechte und linke Schraubensysteme, und zwar nur solche, deren Symmetrieverhältnisse identisch sind mit denen der 23. und

*) Will man die für die trigonalen Krystalle in so hohem Grade geeignete Miller'sche Bezeichnung auch auf das hexagonale Krystallsystem anwenden, so muss man jede einfache Form desselben, wie eine Combination, mit zwei Symbolen $\{hkl\}$ $\{pqr\}$ bezeichnen, wo $p = -h + 2k + 2l$, $q = 2h - k + 2l$, $r = 2h + 2k - l$.

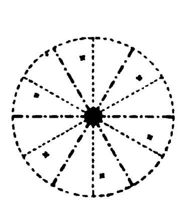
24. Klasse, den einzigen enantiomorphen Abtheilungen des hexagonalen Krystallsystems, in welchen allein circularpolarisirende Krystalle vorkommen resp. nach den bisherigen Erfahrungen vorkommen können (bisher ist nur an wenigen Beispielen der ersten jener beiden Klassen die Circularpolarisation sicher nachgewiesen worden; die Mehrzahl der übrigen sind Körper, welche zwar in Lösung, nicht aber im krystallisirten Zustande optisch activ sind).

Das wichtigste Zwillingsgesetz des hexagonalen Systems ist dasjenige der symmetrischen Verwachsung nach der Basis, welche in den beiden ersten Klassen aus einer Verbindung eines rechten und eines linken Krystalls mit parallelen Axensystemen besteht und ausserdem noch möglich ist in der 26. Klasse, in welcher die Hauptaxe, wie in der 23., polar ist. Ausgeschlossen ist dieses Gesetz in den beiden Klassen, in denen die Basis Symmetrieebene ist, ebenso wie das Gesetz »Zwillingsaxe die Hauptaxe« in allen Abtheilungen dieses Systems ausgeschlossen ist, weil der charakteristische Drehungswinkel dieser Axe ein aliquoter Theil von 180° ist. Das Gesetz »Zwillingsebene eine Fläche eines hexagonalen Prismas« ist möglich in den drei ersten Klassen und führt in den beiden ersten zu demselben Resultate, wie das eingangs erwähnte Gesetz. Da eine zur Hauptaxe schief geneigte Krystallfläche niemals Symmetrieebene ist, so kann nach derselben Zwillingsbildung stattfinden, doch ist dieser Fall kaum beobachtet worden.

23. Hexagonal-pyramidale Klasse.

(Hemimorph-hemiëdrische Klasse.)

In dem einfachsten Falle hexagonaler Symmetrie, in welchem ausser der sechszähligen Axe kein weiteres Symmetrieelement vorhanden ist, erzeugt der Pol einer beliebigen Fläche (s. beistehende Projection) durch Drehung um 60° je einen gleichwerthigen, welcher derselben Seite der polaren Hauptaxe angehört; es entsteht als allgemeine Form eine hexagonale Pyramide dritter Art (vergl. S. 432). Eine solche, und zwar die der Projection entsprechende obere, ist in Fig. 453 in Combination mit $\{000\bar{1}\}$ abgebildet; dieselbe besteht aus sechs rechten Flächen, welche, wenn $h > i$ und $k = -(h + i)$, folgende Symbole erhalten: $(hikl)$, $(\bar{i}\bar{k}\bar{h}l)$, $(khil)$, $(\bar{h}\bar{i}\bar{k}l)$, $(ikhl)$, $(\bar{k}\bar{h}\bar{i}l)$. Dieselben Indiceszahlen kommen einer zweiten oberen Pyramide zu, deren sechs Pole × in der obigen Projection auf der linken Seite der punktirten Durchmesser in gleichem Abstande stehen würden; z. B. $(\bar{k}\bar{i}\bar{h}l)$. Ferner giebt es noch zwei untere hexagonale Pyramiden mit denselben Indiceszahlen $\{hik\bar{l}\}$ und $\{\bar{k}\bar{i}\bar{h}\bar{l}\}$.



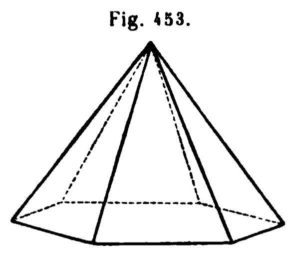
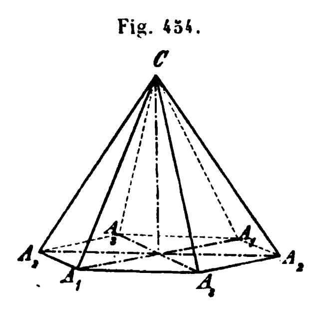


Fig. 453.

In dem speciellen Falle, dass $h = -k$, d. h. $i = 0$, fallen die Pole in die punktirten Durchmesser der Projection (die sogen. »Zwischenaxen«), d. h. die Flächen schneiden auf zwei benachbarten Nebenaxen (strichpunktirten Durchmessern) gleich grosse Parameter ab und sind der dritten parallel; die entstehende hexagonale Pyramide $\{h0\bar{h}l\}$, in Fig. 454 mit Einzeichnung der Haupt- und Nebenaxen abgebildet, ist nach der S. 432 erklärten Benennung eine solche erster Art, die gemeinschaftliche Grenzform zweier Reihen von Pyramiden dritter Art, welcher diese Formen sich um so mehr nähern, je geringer der Abstand ihrer Pole von den punktirten Durchmessern der Projection ist. Die entsprechende gemeinsame Grenzform je zweier Reihen unterer Pyramiden dritter Art ist die Form $\{h0\bar{h}\bar{l}\}$. Ist dagegen $h = i$, d. h. $k = -2h$, so wird aus der allgemeinen Form $\{hikl\}$ eine hexagonale Pyramide zweiter Art $\{h.h.\overline{2h}.l\}$ (s. Fig. 411 S. 459), welche ebenfalls die gemeinsame Grenzform zweier Reihen von Pyramiden dritter Art darstellt für den Fall, dass jedesmal der Pol einer rechten Fläche mit dem einer linken, aber nicht in den punktirten, sondern in den strichpunktirten Durchmessern der Projection zusammenfällt. Den drei Arten hexagonaler Pyramiden entsprechen drei Arten von Prismen: a) hexagonale Prismen dritter Art, deren zwei mit den gleichen Indiceszahlen $\{hik0\}$ und $\{\bar{k}\bar{i}\bar{h}0\}$ existiren, die gemeinsamen Grenzformen der rechten resp. linken oberen und unteren Pyramiden dritter Art (das erste derselben würde in Fig. 453 die Combinationskanten von $\{hikl\}$ und $\{000\bar{1}\}$ mit senkrechten Flächen abstumpfen); b) das hexagonale Prisma erster Art (Fig. 423 S. 463); c) das hexagonale Prisma zweiter Art (Fig. 424 S. 463). Je flacher die hexagonalen Pyramiden werden, um so mehr nähern sich dieselben einer für alle oberen gemeinschaftlichen Grenzform, dem oberen Pedion $\{0001\}$; die unteren dagegen dem unteren $\{000\bar{1}\}$. So ergiebt sich folgende Zusammenstellung der hierher gehörigen Formen:

Fig. 454.



$\{0001\}$ obere (positive) Basis; $\{000\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{hik0\}$ hexagonales Prisma dritter Art
$\{h0\bar{h}l\}$ hexagonale Pyramide erster Art
$\{h.h.\overline{2h}.l\}$ hexagonale Pyramide zweiter Art
$\{hikl\}$ hexagonale Pyramide dritter Art.

Die Form $\{10\bar{1}1\}$ und die gerade Abstumpfung der Polkanten derselben $\{11\bar{2}2\}$ pflegt man die »primäre Pyramide« erster resp. zweiter Art zu nennen.

Beispiele. Schwefelsaures Kalium-Lithium $= SO^4KLi$. $a : c =$: 1,675 (Wulff). Combination (Fig. 455, 456): $c = \{0001\}$, $o = \{10\bar{1}1\}$, ι $= \{10\bar{1}0\}$ in anscheinend bipyramidaler Entwickelung, nur dass oft die ntere Pyramide, wie in Fig. 456 dargestellt, leiner ausgebildet ist, als die obere. Diese cheinbar einfachen Krystalle sind aber nach 'raube meist Zwillinge nach drei Gesetzen: ein rechter und ein linker Krystall symaetrisch zu $\{000\bar{1}\}$, welcher Fläche der anaoge Pol der polarelektrischen Hauptaxe entpricht (in Folge dessen werden derartige 'willinge beim Abkühlen an beiden Enden +, in der Mitte — elektrisch); b) zwei entegengesetzte Krystalle symmetrisch nach einer Prismenfläche; c) Zwillingsıxe die Normale einer Prismenfläche. Diese Verwachsungen sind nur zu rkennen durch Untersuchung des optischen und pyroëlektrischen Verhaltens erbunden mit derjenigen der Orientirung der trapezförmigen Aetzfiguren ıuf den Pyramidenflächen. Doppelbrechung sehr schwach; nach Wulff ist

Fig. 455.

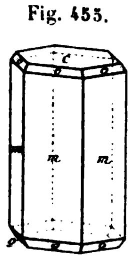
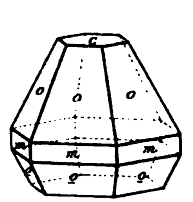


Fig. 456.



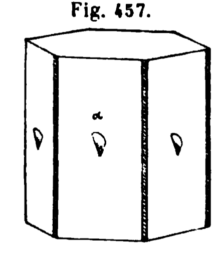
für die Linie	C	D	F
$\omega =$	1,4697	1,4715	1,4759
$\varepsilon =$	1,4703	1,4721	1,4762

Drehung der Polarisationsebene des Natriumlichtes nach Wulff 2°,8, nach Traube 3°,44; beide Werthe wahrscheinlich zu niedrig, weil es kaum möglich ist, basische Platten herzustellen, welche frei von eingelagerten Lamellen von entgegengesetzter Drehung sind; bei gleicher Gesammtdicke beider Arten von Schichten findet natürlich keine Drehung statt.

Hierher gehören ferner die isomorphen Salze SO^4RbLi und $SO^4(NH^4)Li$, an welchen Wyrouboff die Circularpolarisation nachwies, und SeO^4KLi, dessen Krystalle nach Traube ähnliche unsymmetrische Aetzfiguren zeigen, wie das analoge Sulfat. Alle diese Salze zeigen oft optische Anomalien, welche auf einen mimetischen Aufbau hindeuten.

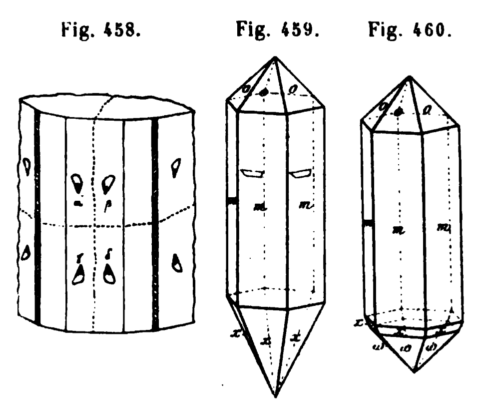
Nephelin $= Si^9O^{34}Al^8Na^8$. $a : c = 1 : 0,8390$ (v. Kokscharow). Combination von $\{10\bar{1}0\}$ und $\{0001\}$, nicht selten auch mit $\{10\bar{1}1\}$, ähnlich Fig. 455. Nach Baumhauer werden durch Aetzung mit Flusssäure matte Flächen eines hexagonalen Prismas dritter Art und auf $\{10\bar{1}0\}$ unsymmetrische Aetzfiguren erzeugt; s. Fig. 457*). Gewöhnlich sind die Krystalle jedoch Durchwachsungs-Zwillinge resp. -Vierlinge nach zwei Gesetzen: »Zwillingsebene $\{10\bar{1}0\}$« und »Zwillingsebene $\{0001\}$«, so dass auf

Fig. 457.



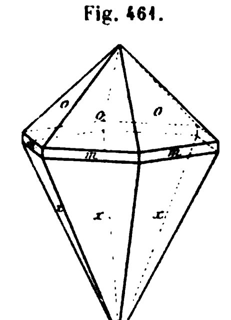
*) Diese und die folgende Figur sind dem eben erschienenen Werke von H. Baumhauer, Die Resultate der Aetzmethode in der krystallographischen Forschung, Leipzig 1894, entnommen.

verschiedenen, durch deutliche Grenzlinien getrennten Partien der Prismenflächen die Aetzfiguren in vier verschiedenen Stellungen α, β, γ, δ auftreten, wie dies in schematischer Weise Fig. 458, die Abbildung eines Krystalls der Combination $\{0001\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, zeigt. Spaltbarkeit: unvollkommen nach $\{10\bar{1}0\}$ und $\{0001\}$. $\omega = 1{,}5427$, $\varepsilon = 1{,}5378$ (Wodworth).



Rechtsweinsaures Antimonyl-Strontium $= (C^4H^4O^6)^2(SbO)^2Sr$. $a : c = 0{,}8442$ (Traube). Combination (Fig. 459): $m = \{10\bar{1}0\}$, $o = \{10\bar{1}1\}$, $x = \{20\bar{2}\bar{1}\}$; bei langsamem Fortwachsen der Krystalle tritt hierzu noch $\omega = \{10\bar{1}\bar{1}\}$ Fig. 460. Aetzfiguren auf m (Fig. 459) trapezförmig (auf benachbarten Flächen durch Drehung von 60° um die Hauptaxe congruent). Starke Pyroëlektricität; der obere Pol der Hauptaxe ist der antiloge. Doppelbrechung negativ. Keine Circularpolarisation.

Rechtsweinsaures Antimonyl-Blei $= (C^4H^4O^6)^2(SbO)^2Pb$. $a : c = 1 : 0{,}8526$ (Traube). Isomorph mit dem vorigen. Beobachtete Formen (Fig. 461): $o = \{10\bar{1}1\}$, $m = \{10\bar{1}0\}$, $x = \{20\bar{2}1\}$. Aetzfiguren, elektrische und optische Eigenschaften = vorigem.


Fig. 461.

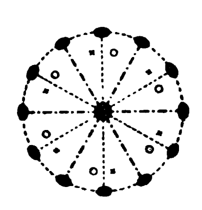
Trimesinsäuretriäthylester $= C^6H^3(CO^2.C^2H^5)^3$. $a : c = 1 : 1{,}7820$ (Muthmann). Spitze hexagonale Pyramiden, nach unten durch treppenförmige Wiederholung in Prismenflächen übergehend. oder scheinbare spitze Bipyramiden; nach Vernadsky entsprechen diese Formen einer Combination einer oberen und einer gegen die erstere etwas gedrehten unteren Pyramide dritter Art, beide vicinal zu $\{10\bar{1}1\}$ resp. $\{10\bar{1}\bar{1}\}$. Basische Platten sind optisch anomal, nämlich zweiaxig mit wechselndem Axenwinkel und schiefwinkelig gekreuzten Axenebenen, daher jedenfalls ein mimetischer Aufbau der Krystalle vorliegt.

24. Hexagonal-trapezoëdrische Klasse.

(Trapezoëdrisch-hemiëdrische Klasse.)

Wie aus der hier wiederholten Fig. 448 hervorgeht, bewirkt die Symmetrie nach einer zur Hauptaxe senkrechten zweizähligen Axe, dass zu den sechs Flächen einer oberen hexagonalen Pyramide dritter Art, der allgemeinen Form der vorigen Klasse, noch sechs untere gleichwerthig werden,

welche derjenigen unteren Pyramide dritter Art mit denselben Indiceszahlen entsprechen, deren Pole in den mit den oberen abwechselnden Zwölfteln der Projection liegen. Die entstehende vollständige einfache Form hat daher, wie schon S. 473 erwähnt, sechs zweizählige Symmetrieaxen und heisst wegen der Gestalt ihrer Flächen **hexagonales Trapezoëder**. Das von den in nebenstehender Projection eingetragenen Flächen gebildete $\{h\,i\,k\,l\}$ ist in Fig. 462*a* abgebildet; es wird ein **rechtes** Trapezoëder genannt, weil ihm die Flächen der rechten oberen hexagonalen Pyramide dritter Art (s. S. 475) angehören. Denkt man sich in der Projection alle oberen Pole durch untere, und umgekehrt, ersetzt, so erhält man das enantiomorphe **linke** hexagonale Trapezoëder Fig. 462 *b*. Diese Formen besitzen je zwölf gleiche Polkanten und ebenso viele Mittelkanten, von denen sechs einen grösseren, sechs einen kleineren Flächenwinkel besitzen; wenn, wie in den Figuren angenommen, das Verhältniss der Parameter zweier benachbarter Nebenaxen z. B. $-i:h = 3:2$, so steigen die stumpferen Mittelkanten nach rechts an bei dem rechten, nach links bei dem linken Tapezoëder; ist jenes Verhältniss dagegen kleiner, z. B. $4:3$, so ist das Umgekehrte der Fall: die Gleichheit der Flächenwinkel aller Mittelkanten entspricht einem irrationalen Verhältnisse (1,366...) jener Indices und ist daher ausgeschlossen.



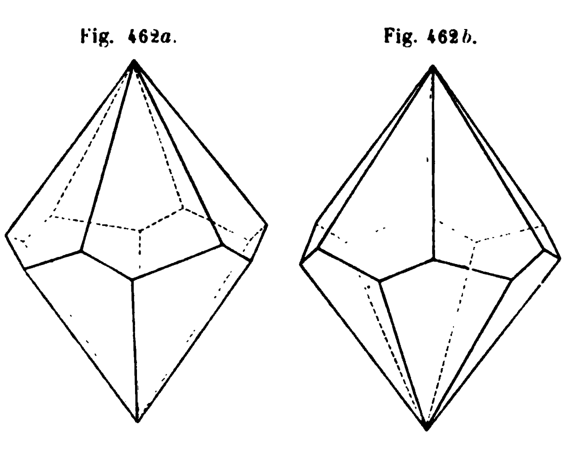
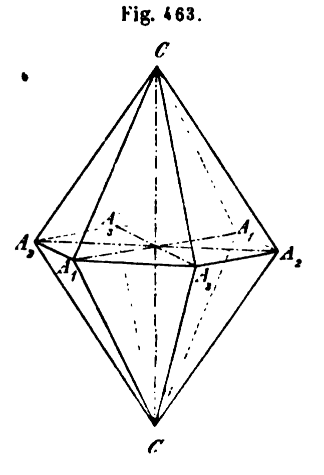


Fig. 462*a*. Fig. 462*b*.

Je nachdem der Pol einer beliebigen Fläche in der Projection auf einer der drei Seiten oder in einem Eckpunkte des sphärischen Dreiecks liegt, welches von einem Zwölftel der Fläche des Grundkreises gebildet wird, ergeben sich sechs verschiedene specielle Fälle: 1) Liegen die Pole in den punktirten Durchmessern, so gelangen offenbar je ein oberer mit einem unteren zur Deckung, und das Trapezoëder verwandelt sich in eine **hexagonale Bipyramide** erster Art (Fig. 463) mit gleichen Parametern zweier benachbarter Nebenaxen ($-i:h = 1:1$). 2) Liegen die Pole dagegen auf

Fig. 463.



den strichpunktirten Durchmessern der Projection, so resultirt eine hexagonale Bipyramide zweiter Art (Fig. 421 S. 463), deren Flächen auf zwei benachbarten Nebenaxen Parameter abschneiden, welche in dem Verhältnisse 2 : 1 stehen (vergl. S. 432). 3) Liegen endlich die Pole auf dem Grundkreise irgendwo zwischen je zwei benachbarten Polen von Symmetrieaxen, so entsteht ein aus zwölf der Hauptaxe parallelen Flächen zusammengesetztes dihexagonales Prisma (Fig. 422 S. 463). 4) Die letztere Form nähert sich um so mehr dem hexagonalen Prisma erster Art (Fig. 423 ebenda), je weniger sich das Verhältniss $-i : h$ von dem der Gleichheit unterscheidet. 5) Andererseits geht dieselbe Form in das hexagonale Prisma zweiter Art (Fig. 424 l. c.) über, wenn jenes Parameterverhältniss seinen grösstmöglichen Werth 2 : 1 annimmt. 6) Während die drei Arten von Prismen die Grenzglieder entsprechender Reihen von Trapezoëdern, resp. Bipyramiden sind, denen diese sich um so mehr nähern, je spitzer sie sind, ist das entgegengesetzte Endglied aller dieser Reihen ein und dasselbe, das basische Pinakoid. Hiernach sind in der vorliegenden Klasse folgende Formen möglich:

$\{0001\}$ Basis
$\{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{hik0\}$ dihexagonales Prisma
$\{h0\bar{h}l\}$ hexagonale Bipyramide erster Art
$\{h.h.\bar{2h}.l\}$ hexagonale Bipyramide zweiter Art
$\{hikl\}$ hexagonales Trapezoëder.

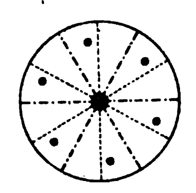
Beispiele. Rechtsweinsaures Antimonyl-Baryum + salpetersaures Kalium = $(C^4H^4O^6)^2(SbO)^2Ba.NO^3K$. $a : c = 1 : 3,0289$ (Traube). Combination $\{10\bar{1}0\}$, $\{0001\}$, $\{10\bar{1}1\}$, ähnlich Fig. 455, oder die sehr spitze primäre Bipyramide $\{10\bar{1}1\}$ vorherrschend und zwischen ihr und dem Prisma untergeordnet noch spitzere, z. B. $\{20\bar{2}1\}$. Spaltbar nach $\{0001\}$ ziemlich deutlich. Die mit Wasser erzeugten Aetzfiguren auf $\{10\bar{1}0\}$ sind Rhomben, deren Orientirung der Existenz zweizähliger Symmetrieaxen und dem Mangel jeglicher Ebene der Symmetrie an den Krystallen entspricht.

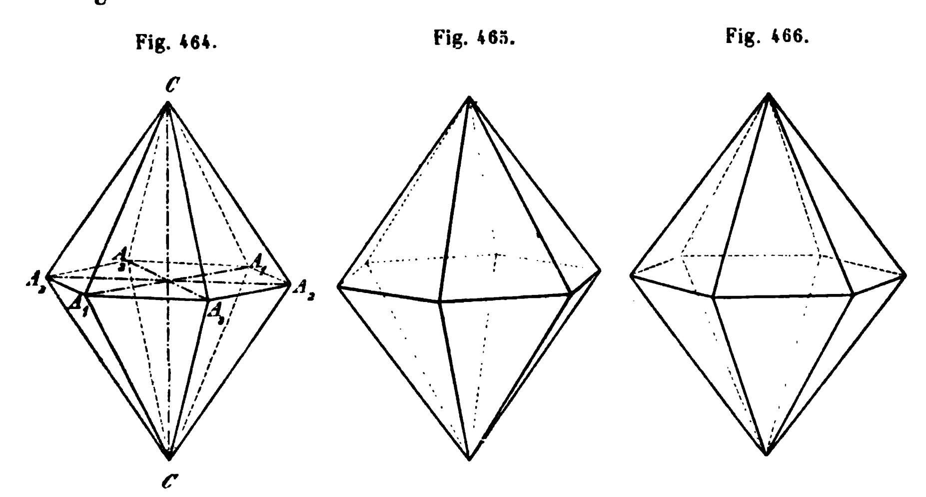
Das analoge Bleisalz: $(C^4H^4O^6)^2(SbO)^2Pb.NO^3K$ ($a : c = 1 : 3,5927$ Traube) zeigt dieselben Formen und die gleichen Aetzfiguren. Optisch verhalten sich beide Salze in hohem Grade anomal, optisch zweiaxig mit verschiedener Orientirung der Axenebene an verschiedenen Stellen; local weisen die sehr complicirten Erscheinungen auf einen lamellaren Aufbau aus basischen Platten hin, deren Axenebenen 30° gegen einander gedreht sind (analog den Glimmercombinationen mit 60° Drehungswinkel S. 138). Unter diesen Umständen ist nicht festzustellen, ob die Krystalle Circularpolarisation besitzen, was darnach und nach ihrer enantiomorphen Krystallisation möglich ist.

25. Hexagonal-bipyramidale Klasse.

(Pyramidal-hemiëdrische Klasse.)

Tritt zu der Symmetrie nach der hexagonalen Axe noch eine solche nach der zu dieser senkrechten Ebene, der Basis, hinzu, so entsprechen den sechs Flächen einer rechten oder linken hexagonalen Pyramide dritter Art noch sechs dem entgegengesetzten Pole der Hauptaxe angehörige Flächen, welche mit jenen eine hexagonale Bipyramide dritter Art als allgemeine einfache Form bilden. In Fig. 466 ist die rechte derartige Bipyramide $\{hikl\}$, d. h. diejenige, deren Pole in der darüber befindlichen Projection (= Fig. 449) markirt sind, abgebildet. Die linke $\{k\bar{i}\bar{h}l\}$ mit denselben Zahlenwerthen der Indices hat die gleiche Gestalt, aber eine um den doppelten Winkelabstand der Pole ⊗ von den punktirten Durchmessern (den Zwischenaxen) um die Hauptaxe gedrehte Stellung.





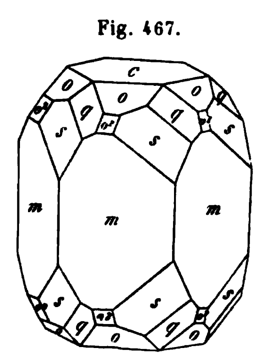
In dem speciellen Falle, dass die Doppelpole in der Projection in den Zwischenaxen gelegen sind, fallen die rechte und die ihr entsprechende linke hexagonale Bipyramide zu einer gemeinsamen Grenzform, der hexagonalen Bipyramide erster Art (Fig. 464) zusammen, während, wenn die Pole in den Nebenaxen liegen, d. h. wenn die Parameter zweier benachbarter Nebenaxen sich wie 1 : 2 verhalten, die Bipyramide dritter Art sich in eine solche zweiter Art (Fig. 465) verwandelt, welche die andere gemeinsame Grenzform der rechten und linken Bipyramiden dritter Art darstellen. Den drei Arten von Pyramiden entsprechen ebenso viele Arten von hexagonalen Prismen, von denen die der dritten Art rechte oder linke sind, je nachdem sie die Basiskanten der rechten oder der linken Bipyramiden dritter Art mit den gleichen Werthen der Indices *hik* gerade abstumpfen, während dasjenige der ersten resp. zweiten Art in der gleichen

Beziehung zu den Pyramiden erster und zweiter Art stehen. Mit Einschluss des basischen Pinakoids ergiebt sich also folgende Zusammenstellung:

$\{0001\}$ Basis
$\{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{hik0\}$ hexagonales Prisma dritter Art
$\{h0\bar{h}l\}$ hexagonale Bipyramide erster Art
$\{h.h.\overline{2h}.l\}$ hexagonale Bipyramide zweiter Art
$\{hikl\}$ hexagonale Bipyramide dritter Art.

Beispiele. Apatit = $(PO^4)^3ClCa^5$. $a:c = 1:0,7346$ (v. Kokscharow). Eine häufig vorkommende Combination zeigt Fig. 467, nämlich $m = \{10\bar{1}0\}$, $c = \{0001\}$, $o = \{10\bar{1}1\}$, $o^2 = \{20\bar{2}1\}$, $q = \{11\bar{2}1\}$, $s = \{21\bar{3}1\}$. Die Zeichen dieser Flächen sind sämmtlich gegeben durch Zonen, wenn wir von o als $\{10\bar{1}1\}$ ausgehen; denn q liegt in zwei Zonen $o:m$ von links nach rechts und von rechts nach links; o^2 dadurch, dass q seine Polkanten abstumpft; endlich s durch die Zonen $oqsm$ und o^2sm. Die Aetzfiguren auf $\{0001\}$ werden von einer Bipyramide dritter Art gebildet; diejenigen auf $\{10\bar{1}0\}$ sind Trapeze, welche nach oben und unten, nicht aber nach rechts und links symmetrisch sind, entsprechend der Symmetrie des Krystalls (Baumhauer). Doppelbrechung —.

Fig. 467.



Brechungsindices für die Linien D und E:

D:	$\omega = 1,6461$	$\varepsilon = 1,6417$
E:	$1,6500$	$1,6464$

Pyromorphit = $(PO^4)^3ClPb^5$
und Mimetesit = $(AsO^4)^3ClPb^5$,

mit Apatit isomorph, zeigen nur $\{10\bar{1}0\}$, $\{0001\}$, $\{10\bar{1}1\}$; ihre Prismenflächen verhalten sich beim Aetzen, wie die des Apatit, daher die Krystalle unzweifelhaft ebenfalls in diese Klasse gehören.

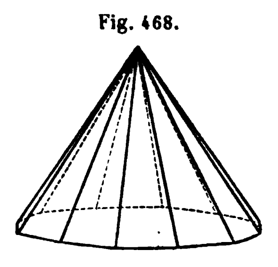
26. Dihexagonal-pyramidale Klasse.

(Hexagonal-hemimorphe Klasse.)

Diese ist charakterisirt durch sechs, einander in der sechszähligen Hauptaxe schneidende Ebenen der Symmetrie, von denen drei gleichwerthige senkrecht zu den sogen. Nebenaxen sind, die drei andern die Winkel derselben halbiren (s. nebenstehende Projection). Ein beliebiger oberer Pol × liefert dann durch Spiegelung nach den Symmetrieebenen elf gleichwerthige, daher die dieser Symmetrie entsprechende allgemeine Form aus zwölf, derselben Seite der Hauptaxe

angehörigen Flächen besteht, deren Pole in der Projection abwechselnd einen grösseren und kleineren Abstand besitzen müssen; denn wenn jeder derselben vom folgenden um gleich viel, d. i. um 30° abstände, wäre die Hauptaxe eine zwölfzählige Symmetrieaxe, was nach S. 313 unmöglich ist. Die Form wäre dann eine reguläre zwölfseitige Pyramide mit zwölf gleichen Polkanten, deren Flächen die beiden Nebenaxen in dem Parameterverhältnisse $\sqrt{2}$. sin 75° = 1,366 . . schneiden würden, deren Indices *hik* also irrational wären. Ist das Verhältniss $h : \bar{k}$ kleiner, z. B. 5 : 4 = 1,25, und dieser Fall liegt in der Projection vor, so sind die nach den sogen. Zwischenaxen herablaufenden Polkanten stumpfer, als die nach den Nebenaxen herablaufenden, im andern Falle, z. B. $h : \bar{k} = 3 : 2 = 1,5$, umgekehrt. Da diese Formen somit zweierlei Polkanten besitzen, werden sie **dihexagonale Pyramiden** genannt. Die in nebenstehender Fig. 468 abgebildete ist eine obere $\{hikl\}$, deren einzelne Flächensymbole man erhält, wenn man mit den drei Indiceszahlen *hik* alle möglichen (12) Vertauschungen ihrer Reihenfolge vornimmt. Dieselben Werthe der Indices kommen einer zweiten unteren Pyramide $\{hik\bar{l}\}$ mit den gleichen Flächenwinkeln zu, deren vierter Index jedoch negativ ist.

Fig. 468.



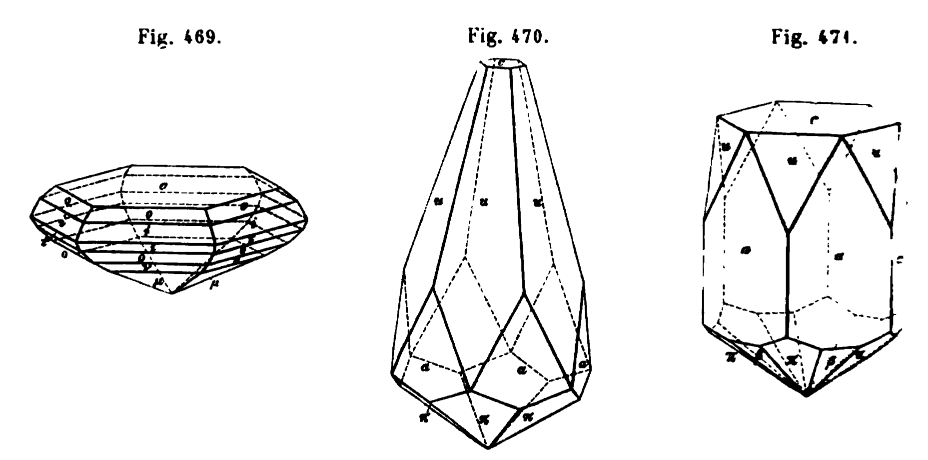
Je nach dem Werthe jenes Verhältnisses $h : \bar{k}$ nähern sich die dihexagonalen Pyramiden einerseits den hexagonalen Pyramiden erster Art (Fig. 454, S. 476), andererseits denen zweiter Art (Fig. 411, S. 459), und eine bestimmte Pyramide der einen und andern Stellung bilden die beiden Endglieder einer Reihe dihexagonaler. Die drei Arten von Pyramiden gehen schliesslich, wenn sie der Hauptaxe parallel werden, in drei Arten von Prismen, dihexagonale und hexagonales erster und zweiter Art (Fig. 422—424, S. 463) über, welche gemeinsame Grenzformen der oberen und unteren Pyramiden für den Fall $l = 0$ sind, während im entgegengesetzten Falle, $h = i = k = 0$, die oberen zu dem Pedion $\{0001\}$, die unteren zu $\{000\bar{1}\}$ führen. Diese sechs speciellen und der allgemeine Fall entsprechen also folgenden einfachen Formen:

$\{0001\}$ obere (positive) Basis; $\{000\bar{1}\}$ untere (negative) Basis
$\{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{hik0\}$ dihexagonales Prisma
$\{h0\bar{h}l\}$ hexagonale Pyramide erster Art
$\{h.h.\bar{2h}.l\}$ hexagonale Pyramide zweiter Art
$\{hikl\}$ dihexagonale Pyramide.

Beispiele. Jodsilber *AgJ*. $a : c = 1 : 0,8196$ (v. Zepharovich). Aus jodwasserstoffsaurer Lösung erhaltene Krystalle zeigen folgende Combinationen (Fig. 469): $c = \{0001\}$, $o = \{10\bar{1}1\}$ und $\{10\bar{1}\bar{1}\}$, $i = \{20\bar{2}1\}$ und $\{20\bar{2}\bar{1}\}$,

$\nu = \{20\bar{2}3\}$, $\mu = \{10\bar{1}2\}$; Fig. 470: $c = \{0001\}$, $u = \{40\bar{4}1\}$, $\alpha = \{11\bar{2}0\}$, $\pi = \{40\bar{4}5\}$; Fig. 471: dieselben Formen mit $\beta = \{9.9.\bar{1}\bar{8}.20\}$. Da hiernach an den Krystallen keine dihexagonalen Pyramiden oder Prismen beobachtet

Fig. 469. Fig. 470. Fig. 471.



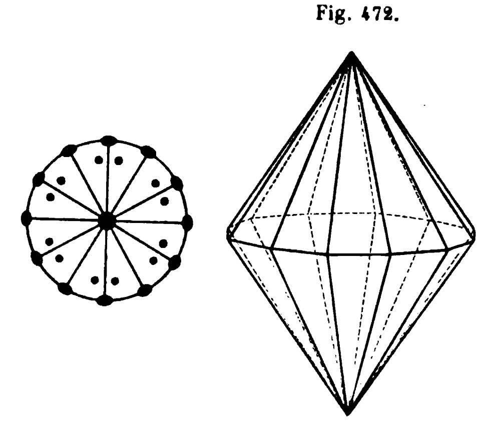
wurden, könnten dieselben auch der 23., der hexagonal-pyramidalen Klasse angehören; Aetzfiguren, welche diese Frage entscheiden würden, sind ebenfalls noch nicht dargestellt worden. Spaltbarkeit nach $\{0001\}$ vollkommen. Doppelbrechung $+$.

27. Dihexagonal-bipyramidale Klasse.

(Holoëdrisch-hexagonale Klasse.)

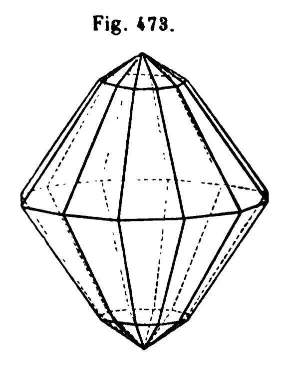
Die letzte Klasse repräsentirt die Vereinigung der Symmetrieverhältnisse aller vorhergehenden Klassen des hexagonalen Systems und damit den höchsten Grad von Symmetrie, welcher mit einer einzigen sechszähligen Axe verbunden sein kann, nämlich deren Combination mit sechs ihr parallelen und einer zu ihr senkrechten Ebene, sowie sechs zu ihr senkrechten zweizähligen Axen der Symmetrie (s. nebenstehende Projection = Fig. 451). Jede weitere Symmetrieebene würde eine mehr als sechszählige Axe oder mehrere hexagonale Axen erfordern, und das letztere wäre auch der Fall, wenn eine der in der Basis liegenden Symmetrieaxen mehr als zweizählig wäre oder noch andere Symmetrieaxen hinzuträten. Die dieser Klasse entsprechende allgemeine Form ist eine dihexagonale Bipyramide $\{hikl\}$ (Fig. 472) und be-

Fig. 472.



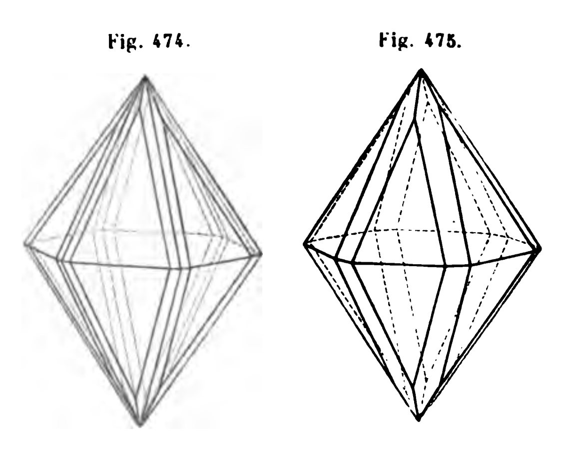
steht aus der Gesammtheit aller Flächen mit den gleichen Indiceszahlen, deren Symbol man erhält, wenn man alle beliebigen Vertauschungen der Werthe h, i, k und $\bar{h}$, $\bar{i}$, $\bar{k}$ vornimmt und l sowohl positiv als negativ hinzufügt. Diese Form ist gleichsam die Combination zweier gleichgestalteter dihexagonaler Pyramiden der vorigen Klasse, und es gilt daher für sie das über die Flächenwinkel der Polkanten daselbst Gesagte ebenfalls, nur mit dem Unterschiede, dass zu den zweierlei Polkanten noch die zwölf Basiskanten hinzutreten, dass die dihexagonale Bipyramide also dreierlei Kanten besitzt. Zwei derartige Formen, deren Verhältniss $h:i:k$ das gleiche ist, erscheinen so mit einander combinirt, wie es Fig. 473 zeigt, in welcher die entsprechenden Flächen beider einander in horizontalen Kanten schneiden.

Fig. 473.

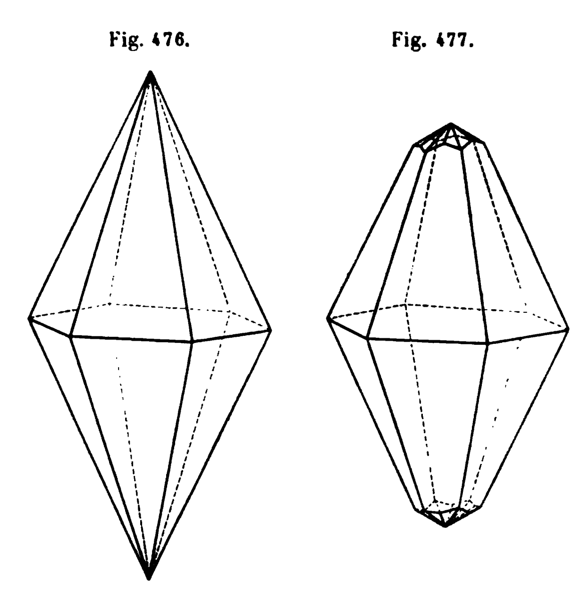


Diejenigen dihexagonalen Bipyramiden, welche den gleichen Parameter auf der Hauptaxe abschneiden, aber verschiedenes Verhältniss der Parameter auf den Nebenaxen besitzen, lassen sich in eine Reihe ordnen, deren beide Grenzglieder, wie in der vorigen Klasse von einer Pyramide, so von einer hexagonalen Bipyramide erster resp. zweiter Art gebildet werden. Dem entsprechend liegt eine solche dihexagonale Form in der Zone der Polkanten der zugehörigen hexagonalen Bipyramide erster Art, wie es Fig. 474 darstellt; die zweite Grenzform der Reihe würde die Polkanten der letzteren mit je nur einer Fläche gerade abstumpfen (Fig. 475). Würde die in den beiden letzten Figuren vorherrschende hexagonale Bipyramide erster Art als »primäre« $\{10\bar{1}1\}$ angenommen, so muss in dem Symbol der ihre Polkanten zuschärfenden dihexagonalen $k = l$ sein, und die Abstumpfung, die sogenannte »primäre Bipyramide zweiter Art«, erhält das Symbol $\{11\bar{2}2\}$. Ist dagegen der Parameter der Hauptaxe einer hexagonalen Bipyramide grösser, l also kleiner, wie z. B. Fig. 476, als derjenige einer dihexagonalen, so erscheint letztere als »Zuspitzung« der Polecken an ersterer, wie es Fig. 477 darstellt. Zwei hexagonale Pyramiden erster Art mit verschiedenem Werthe von l bilden die analoge Combination Fig. 478, in welcher die flachere von beiden als »Zuspitzung« der Polecken der spitzeren erscheint. Tritt mit einer hexagonalen Bipyramide erster Art eine solche zweiter Art,

Fig. 474. Fig. 475.



welche nicht wie in Fig. 475 das gleiche Verhältniss $k:l$ besitzt, in Combination, so erscheint dieselbe, wenn sie flacher ist als jene, als »Zuspitzung« der Polecken Fig. 479 wenn sie dagegen spitzer ist, als »Zuschärfung« der Basisecken (Fig. 480 der Bipyramide erster Art; in der letztern Figur ist der Fall dargestellt, dass die Combinationskanten beider Bipyramiden den Polkanten der vorherrschenden parallel sind; wird diese als $\{10\bar{1}1\}$ angenommen, so ergiebt sich hieraus das Symbol der andern als $\{11\bar{2}1\}$. Einen weiteren speciellen Fall stellt Fig. 481 dar, nämlich denjenigen, in welchem die Combinationskanten der Pyramide zweiter Art p^1 und derjenigen erster Art p mit den Basiskanten der letzteren einen rechten Winkel bilden, so dass p die Polkanten


Fig. 476. Fig. 477.

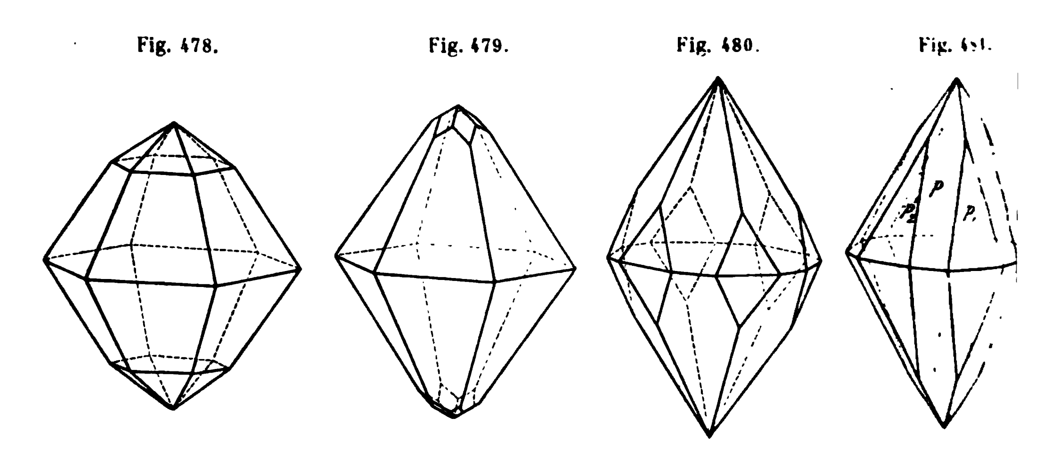


Fig. 478. Fig. 479. Fig. 480. Fig. 481.

von p^1 gerade abstumpft; sei z. B. das Symbol von $p = \{10\bar{1}1\}$, so findet man dasjenige von p^1, wenn man die Indices zweier Flächen p^1_1 und p^1_2, bezogen auf zwei Nebenaxen und die Hauptaxe, als Unbekannte ansieht und in die aus ihnen berechnete Zonengleichung die Indices von p einsetzt; es ergiebt sich dann das Verhältniss der beiden Unbekannten $= 1:3$ d. h. das Symbol $\{22\bar{1}3\}$ für p^1.

Die zuletzt erwähnte Combination ist offenbar identisch mit der in Fig. 475 abgebildeten, wenn man sich dieselbe 30° um die Hauptaxe gedreht denkt, d. h. p' als Bipyramide erster, p als solcher zweiter Art betrachtet. Dies ist gleichbedeutend mit einer Vertauschung der Nebenaxen mit den sogen. Zwischenaxen. Nach den S. 434 angestellten Betrachtungen ist es nun aber offenbar gleichgültig, von welchen drei gleichwerthigen, in der Basis einander unter 60° schneidenden Richtungen als »Nebenaxen« bei der Orientirung eines hexagonalen Krystalls ausgegangen wird; es können also der obigen Combination beide Stellungen mit gleichem Rechte gegeben werden. Dieselben entsprechen aber verschiedenen Elementen, d. h. einem verschiedenen Verhältniss $a : c$. Werde die in Fig. 482 strichpunktirt eingezeichnete Bipyramide, deren Durchschnitt

Fig. 482.

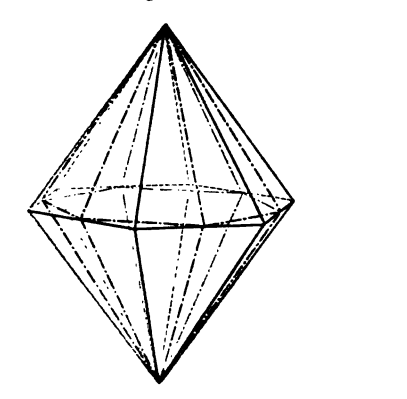
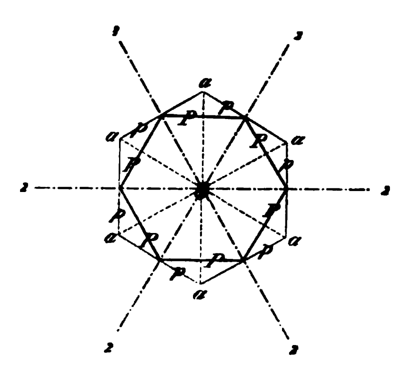


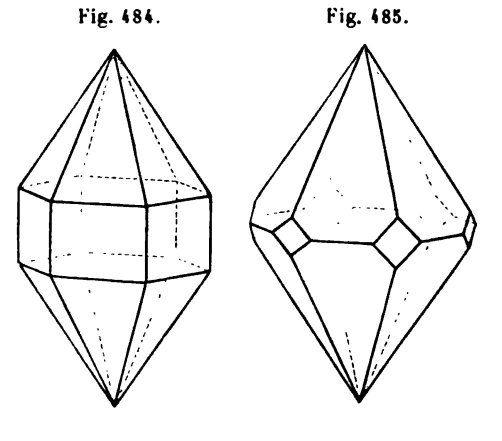
Fig. 483.



mit der horizontalen Axenebene in Fig. 483 mit P bezeichnet ist, als primäre erster Art $\{10\bar{1}1\}$ genommen, so ist $a : c$ das Verhältniss einer Diagonale dieses Sechseckes zur gesammten Höhe der Bipyramide. Wird dagegen die umschriebene, in Fig. 483 mit p bezeichnete Bipyramide, welche die Nebenaxen der vorigen in dem doppelten Abstand 2, 2, 2) von der Mitte schneiden würde, als primäre betrachtet, so muss die Länge $Oa = 1$ gesetzt werden, und man erhält dann für die verticale Hauptaxe einen Werth, welcher $\sqrt{\frac{3}{4}}$ des vorigen c (da sich die gewählten Einheiten der jedesmaligen Nebenaxen verhalten wie $1 : \sqrt{\frac{3}{4}}$).

Den drei Arten von Bipyramiden entsprechen auch in dieser Klasse die drei in den Figuren 422—424 S. 463) abgebildeten Arten von Prismen, von denen natürlich die beiden hexagonalen die weitaus häufigsten sind. Fig. 484 stellt die Combination einer Bipyramide erster Art mit dem Prisma der gleichen Stellung als Abstumpfung der Basiskanten, Fig. 485 diejenige derselben Bipyramide mit dem Prisma zweiter Art als gerade Abstumpfung der Basisecken jener dar. Das basische Pinakoid, gleichsam die flachste aller Bipyramiden,

Fig. 484. Fig. 485.



bildet die gerade Abstumpfung der Polecken derselben. Die möglichen Formen dieser Klasse sind also die folgenden:

$\{0001\}$ Basis
$\{10\bar{1}0\}$ hexagonales Prisma erster Art
$\{11\bar{2}0\}$ hexagonales Prisma zweiter Art
$\{hik0\}$ dihexagonales Prisma
$\{h0\bar{h}l\}$ hexagonale Bipyramide erster Art
$\{h.h.\bar{2h}.l\}$ hexagonale Bipyramide zweiter Art
$\{hikl\}$ dihexagonale Bipyramide.

Beispiele. Magnesium = *Mg*. $a:c = 1:1{,}6391$ (Des Cloizeaux). Bildet sublimirt kleine hexagonale Prismen $\{10\bar{1}0\}$ mit $\{0001\}$, zuweilen mit $\{10\bar{1}1\}$.

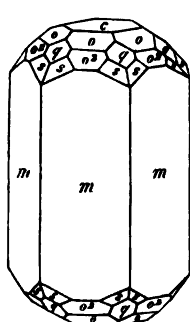
Beryllium = *Be*. $a:c = 1:1{,}5802$ (Brögger). Aeusserst kleine Krystalle mit den Formen: $\{0001\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{10\bar{1}2\}$.

Zink = *Zn*. $a:c = 1:1{,}3564$ (Williams und Burton). Durch Sublimation erhielten die Genannten hexagonale Tafeln mit einer grossen Reihe schmaler Randflächen: $\{10\bar{1}1\}$, $\{30\bar{3}2\}$, $\{60\bar{6}1\}$ u. a. Die auf Hütten durch Destillation entstehenden Krystalle sind nach G. Rose horizontal gestreifte, hexagonale Prismen mit $\{0001\}$ und einer untergeordneten Pyramide mit $c = 2{,}177$, also wahrscheinlich $\{30\bar{3}2\}$ der Obigen. Spaltbarkeit nach $\{0001\}$ sehr vollkommen.

Es muss bemerkt werden, dass die Krystalle dieser drei Elemente auch der 21. (skalenoëdrischen) Klasse angehören können, da nur hexagonale Bipyramiden einer Stellung an denselben beobachtet werden, welche auch solche zweiter Art sein können, Formen, die beiden Klassen gemeinsam sind. Dagegen gehört das folgende Mineral ganz unzweifelhaft hierher.

Beryll (wenn grün gefärbt, »Smaragd«) = $(SiO^3)^6Al^2Be^3$. $a:c = 1:0{,}4989$ (N. von Kokscharow). Häufig nur $\{10\bar{1}0\}$, $\{0001\}$ in prismatischer Ausbildung, nicht selten auch die flächenreichere Combination Fig. 486: $m = \{10\bar{1}0\}$, $o = \{10\bar{1}1\}$, $c = \{0001\}$, $o^2 = \{20\bar{2}1\}$, $q = \{11\bar{2}1\}$, $s = \{3\bar{2}\bar{1}1\}$. Von diesen Flächen liegen die dihexagonale Bipyramide s, sowie q in der Zone einer Fläche von o und einer seitlich anstossenden m. Doppelbrechung negativ, schwach. Brechungsindices:

Fig. 486.



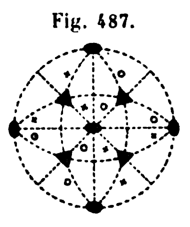
Linie		ω	ε
Linie	*B*	ω = 1,5663	ε = 1,5616
-	*D*	1,5703	1,5659
-	*E*	1,5743	1,5697

(Schrauf). Häufig optisch anomal.

VII. Kubisches Krystallsystem.

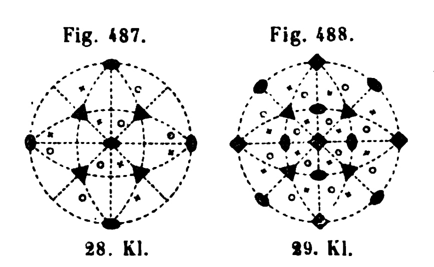
In den zuletzt betrachteten, die optisch einaxigen Krystalle umfassenden, drei Systemen sind alle Symmetrieklassen inbegriffen, in welchen mit zweizähligen Symmetrieaxen eine einzige Axe höherer Symmetrie combinirt ist. Es bleiben nun diejenigen Fälle zu betrachten übrig, in welchen mehrere Axen letzterer Art vorhanden sind, und zwar möge mit solchen trigonaler Symmetrie begonnen werden. Gesetzt, es seien zwei dreizählige Symmetrieaxen vorhanden, so bedingt die eine derselben, dass zur zweiten noch zwei weitere, gleichwerthige, existiren, mit welchen dieselbe nach einer Drehung von 120° um die erste Axe zur Deckung gelangt; wenn keine ferneren vorhanden sein sollen, so muss der Winkel zwischen der ersten und zweiten so gross sein, dass die Drehung von 120° um eine jede der vier trigonalen Axen die drei andern mit einander zur Deckung gelangen lässt; dies ist offenbar nur dann der Fall, wenn alle vier gleiche Winkel mit einander bilden. Die geringste Anzahl dreizähliger Axen, wenn überhaupt deren mehrere vorhanden sind, ist demnach vier; die Pole dieser vier gleichwerthigen und einander unter gleichen Winkeln schneidenden Richtungen mögen in Fig. 487 durch die Zeichen ▲ angegeben sein, und × sei irgend ein Flächenpol im rechten unteren (d. h. vorderen) Quadranten der oberen Hälfte der Projection. Alsdann erzeugen zunächst die Drehungen 120° und 240° um die in demselben Quadranten durch ▲ markirte dreizählige Axe zwei jenem gleichwerthige Pole × ×. Dreht man nun das Gebilde um eine der andern trigonalen Axen, z. B. die im benachbarten Quadranten links markirte, um 120°, so gelangt der vorige Quadrant der oberen Kugelhälfte mit dem links benachbarten der unteren Hälfte zur Deckung; dort müssen also drei gleichwerthige Flächenpole ○ so liegen, wie sie in der Figur eingetragen sind; eine zweite Drehung von 120° in demselben Sinne erzeugt wieder drei obere Pole, in der Projection links oben bezeichnet, während eine dritte Wiederholung zu den drei zuerst erwähnten Polen im rechten unteren Quadranten der Projection zurückführt. Die in der Mitte des letzteren Quadranten mündende dreizählige Axe bedingt aber, dass auch in dem rechten oberen Quadranten der Projection drei gleichwerthige Pole ○ liegen müssen, womit die Gesammtzahl, zwölf, der durch die vier trigonalen Axen erforderten gleichwerthigen Flächenpole erfüllt ist*).

Fig. 487.



* Dies, sowie überhaupt die vorhergehende Betrachtung, sieht man noch leichter ein, wenn man eine Kugel in acht gleich grosse Oktanten eintheilt durch drei grösste

Die nähere Betrachtung der in Fig. 487 eingetragenen Pole gleichwerthiger Flächen lehrt nun aber, dass das aus ihnen bestehende geometrische Gebilde noch drei, zu einander senkrechte, zweizählige Symmetrieaxen besitzt, welche in der Figur durch die Zeichen ○ markirt sind, indem eine halbe Umdrehung um eine derselben einen beliebigen Pol in einen gleichwerthigen überführt. Da diese drei Axen bei einer Drehung von 120° oder 240° um eine der trigonalen mit einander vertauscht werden, so müssen sie einander gleichwerthig sein; es liegt also hier der bereits S. 316 betrachtete Fall eines einfachbrechenden Krystalls vor, in welchem die drei zweizähligen Axen den Normalen der Flächen des regulären Würfels, die vier dreizähligen den Normalen der Ebenen des regulären Oktaëders entsprechen. Zu diesen Symmetrieaxen können aber noch weitere hinzutreten, und dadurch entsteht eine neue Symmetrieklasse, welche durch die Projection Fig. 488 repräsentirt wird; hier sind die sechs Halbirenden des Winkels zwischen je zwei Würfelnormalen, d. h. die Normalen der Ebenen des regulären Dodekaëders, zweizählige Symmetrieaxen. Eine halbe Umdrehung um irgend eine dieser Richtungen, z. B. um eine der beiden diagonalen Durchmesser der Projection, bringt zu jedem oberen Pol der Fig. 487 noch einen unteren gleichwerthigen, und ebenso zu jedem unteren einen oberen, hervor, so dass alsdann sämmtliche 24 in Fig. 488 eingetragenen Flächenpole gleichwerthig sind und eine Form bilden, welche schon bei einer Drehung von 90° um die Würfelnormalen mit sich selbst zur Deckung gelangt; die letzteren sind daher in der Figur mit dem Zeichen vierzähliger Symmetrieaxen versehen. Weitere, als diese drei tetragonalen, vier trigonalen und sechs digonalen Axen der Symmetrie sind überhaupt an einem krystallographischen Polyëder unmöglich, denn schon die Hinzufügung einer einzigen zweizähligen Axe als Halbirende des Winkels zwischen einer tetragonalen und einer digonalen würde diese beiden gleichwerthig und damit die zu ihnen senkrechte Symmetrieaxe zu einer achtzähligen machen. Wohl aber können zu den genannten Axen Ebenen der Symmetrie hinzutreten, und alsdann sind drei verschiedene Fälle möglich, welche in den folgenden drei Figuren zum Ausdruck gebracht sind. Fig. 489: Die drei Ebenen des regulären Würfels sind Symmetrieebenen; die durch Spiegelung der Pole von Fig. 487 nach jenen Ebenen entstehenden weiteren zwölf gleichwerthigen Pole entsprechen den entgegengesetzten (parallelen Flächen


Fig. 487. 28. Kl. Fig. 488. 29. Kl.

Kreise, welche in Fig. 487 durch den horizontalen, den verticalen Durchmesser und den Grundkreis wiedergegeben sind, ferner in der Mitte jedes Oktanten den Pol einer trigonalen Axe bezeichnet und endlich alle in der Projection markirten Flächenpole einträgt. Alsdann gelangt das Gebilde jedesmal durch Drehung von 120° um irgend eine der vier trigonalen Axen zur vollständigen Congruenz mit sich selbst.

der in letzterer Figur dargestellten Krystallform; in Folge dessen sind die dreizähligen Axen zugleich sechszählige der zusammengesetzten Symmetrie. Fig. 490: Die sechs Ebenen des regulären Dodekaëders sind diejenigen der

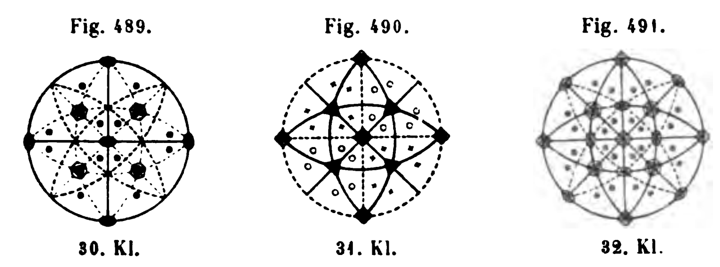


Fig. 489. 30. Kl. Fig. 490. 31. Kl. Fig. 491. 32. Kl.

Symmetrie; dann liegen in jedem Quadranten der Projection ausser den in Fig. 487 markirten Polen noch drei nach jenen Ebenen dazu symmetrische, und die Normalen der Würfelflächen werden vierzählige Axen der zusammengesetzten Symmetrie. Werden endlich die Symmetrieverhältnisse sämmtlicher aufgezählter Fälle vereinigt, so ergeben sich die in Fig. 491 dargestellten, d. h. drei tetragonale, vier trigonale (zugleich sechszählige der zusammengesetzten Symmetrie) und sechs digonale Axen, ferner drei zu einander senkrechte und sechs, den Winkel je zweier der vorhergehenden halbirende, Ebenen der Symmetrie. Dieser Fall repräsentirt den höchsten Grad der Symmetrie, welcher an einem krystallographischen Polyëder möglich ist, da die Hinzufügung irgend einer weiteren Symmetrieebene die Gleichwerthigkeit zweier verschiedenartiger Axen, z. B. einer tetragonalen und einer digonalen und dadurch die Achtzähligkeit der zu beiden senkrechten Symmetrieaxe bewirken würde. Hiernach giebt es nur noch fünf Symmetrieklassen der Krystalle, welche das, gewöhnlich das reguläre (oder tesserale) genannte Krystallsystem bilden.

Die allgemeinen Formen dieser fünf Klassen, deren Pole in den obigen Projectionen eingetragen sind, bestehen aus Flächen, für welche sich die gleichen Indiceszahlen ergeben, wenn man die drei Ebenen des Würfels (Kubus, daher der Name des Systems) als Axenebenen — d. h. als Krystallaxen die drei auf einander senkrechten Würfelkanten, welche zwei- oder vierzählige Symmetrieaxen sind — und als Grundform die zu einer trigonalen Axe senkrechte Ebene, welche ebenfalls eine mögliche Krystallfläche ist, wählt. Da die letztere Ebene (eine Fläche des regulären Oktaëders) gleiche Winkel mit den drei Axen einschliesst, schneidet sie auf ihnen gleich grosse Parameter ab, und die Elemente eines kubischen Krystalls sind daher die folgenden:

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ, \quad a : b : c = 1 : 1 : 1,$$

d. h. dieselben bedürfen zu ihrer Bestimmung keinerlei Messung, da sie durch die Symmetrieverhältnisse gegeben sind. Die in den Projectionen eingetragenen Pole entsprechen Krystallflächen, welche gegen die drei Axen ungleiche Neigung besitzen, deren drei Indices h, k, l daher verschieden

sind; da letztere aber rationale Zahlen sind, so stehen auch ihre reciproken Werthe, d. h. die drei Parameter jeder beliebigen Fläche (*hkl*) zu einander in einem rationalen Verhältnisse (vergl. den für zwei gleichwerthige Axen S. 325 angeführten Satz).

Aus den Figg. 487 bis 491 ist ferner zu ersehen, dass die tetragonalen und digonalen Symmetrieaxen niemals, die trigonalen nur in der 28. und 31. Klasse (Fig. 487 und 490) polar sind, während in den übrigen Klassen den entgegengesetzten Oktanten (vergl. S. 290), welche den beiden entgegengesetzten Polen einer trigonalen Axe entsprechen, gleich viele und zu einander gleichgestellte Flächen einer und derselben einfachen Krystallform angehören. Die Krystalle jener beiden Klassen sind daher polarer physikalischer Eigenschaften fähig; z. B. können ihre trigonalen Axen zugleich elektrische Axen sein, deren dann vier vorhanden sind (s. unter den Beispielen Zinkblende und Boracit). Ferner ist innerhalb der 28. und der 29. Klasse (Fig. 487 und 488), der beiden einzigen, welche nur Axen der einfachen Symmetrie besitzen, die Möglichkeit circularpolarisirender Krystalle gegeben, ebenso wie nach den bisherigen Erfahrungen Körper, welche in Lösung optisch activ sind, wenn sie kubisch krystallisirten, einer dieser Klassen angehören würden. Betreffs aller übriger physikalischer Eigenschaften muss dagegen Uebereinstimmung sämmtlicher kubischer Krystalle herrschen.

Was zunächst das optische Verhalten betrifft, so folgt aus der Gleichwerthigkeit der drei zu einander senkrechten Axen die Gleichheit der drei Hauptaxen des Indexellipsoides für jede Farbe, d. h. für optisch normale Krystalle vollständige Abwesenheit der Doppelbrechung, ebenso Unabhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Richtung im Krystall. Im Falle der Circularpolarisation muss daher deren numerische Grösse ebenfalls für alle Richtungen im Krystall die gleiche sein.

Für die thermischen Eigenschaften gilt das Gleiche: die Sénarmont'sche Schmelzfigur ist auf jeder, irgendwie orientirten, Fläche eines kubischen Krystalls ein Kreis; die Ausdehnung durch die Wärme ist für alle Richtungen dieselbe, daher die Winkel und folglich auch die Elemente eines kubischen Krystalls Grössen darstellen, welche von der Temperatur vollständig unabhängig sind (vergl. S. 170). Ueber die Aenderungen, welche Krystalle dieses Systems durch eine Temperaturänderung in Bezug auf ihr optisches Verhalten erfahren können, s. S. 183 (betreffs der magnetischen und elektrischen Eigenschaften s. S. 189, 191, 194, 195).

Während in Bezug auf sämmtliche eben erwähnten Eigenschaften die kubischen Krystalle sich wie amorphe Körper verhalten, unterscheiden sie sich von ihnen in Bezug auf ihr Verhalten gegenüber der Einwirkung bestimmt gerichteter mechanischer Kräfte*). Wie S. 204 angegeben, ist ihre

*) Dem entsprechend pflanzt sich der Schall nicht, wie das Licht, nach allen Richtungen in einem kubischen Krystall gleich schnell fort (s. S. 204).

Elasticität bestimmt durch drei verschiedene Constanten, und hieraus ergiebt sich eine gesetzmässige Abhängigkeit der elastischen Dehnung von der Richtung; die allgemeinen Symmetrieverhältnisse der dadurch bestimmten Oberfläche der Dehnungscoëfficienten sind aber für alle kubischen Krystalle die gleichen und stimmen mit denjenigen der letzten (32.) Klasse überein. Das Gleiche gilt für die **Cohäsion**, deren Verhältnisse bereits S. 230 vollständig angegeben sind, und der von diesen abhängigen Härte (s. S. 234).

Die **Molekularstructur** eines Krystalls dieses Systems kann nur eine **kubische** sein, d. h. in den drei zu einander senkrechten gleichwerthigen Richtungen muss die Anordnung der kleinsten Theilchen die gleiche sein. Ist die Structur diejenige eines Raumgitters, so muss sie einer der in Fig. 144 S. 255 abgebildeten entsprechen, deren Uebereinstimmung mit den allgemeinen physikalischen Eigenschaften, besonders mit der Cohäsion, der kubischen Krystalle a. a. O. auseinandergesetzt wurde, und denen ebenfalls die Symmetrieverhältnisse der letzten unter den fünf Klassen dieses Systems zukommen. Die geringere Symmetrie der übrigen vier Klassen ist daher zu erklären entweder durch eine solche der Krystallmoleküle selbst oder durch eine der complicirteren Theorien der Molekularstructur. Im letzteren Falle reicht, wie S. 264 und 265 schon ausführlicher erwähnt wurde, die **Sohncke**'sche Theorie der regelmässigen Punktsysteme vollständig aus, um alle Symmetrieverhältnisse des kubischen Krystallsystems zu erklären, ohne dass es nöthig wäre, zu der Annahme eines Aufbaues aus verschiedenartigen Krystallmolekülen seine Zuflucht zu nehmen.

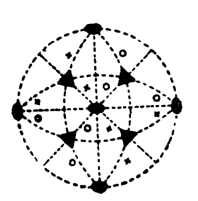
Zwillinge mit einer Axenebene, d. h. einer Würfelfläche, als Zwillingsebene sind, den Symmetrieverhältnissen der verschiedenen Klassen entsprechend, in denjenigen dreien möglich, in welchen jene Flächen nicht Symmetrieebenen sind; in den beiden enantiomorphen Klassen führt dieses Gesetz zu einer nach (100) symmetrischen Verwachsung eines rechten und eines linken Krystalls, während es in der 31. Klasse auch definirt werden kann »Zwillingsaxe die Normale zu einer Würfelfläche«, welches Gesetz in den beiden ersten Klassen eine regelmässige Verwachsung zweier gleichartiger Krystalle bedingen würde. Ebenso, wie in diesen Fällen, besitzen die beiden mit einander verbundenen Krystalle parallele Axensysteme, wenn eine Fläche des Dodekaëders, d. h. eine den Winkel zweier Würfelflächen halbirende Ebene, Zwillingsebene (28., 29., 30. Kl.) oder deren Normale Zwillingsaxe ist, was in den beiden ersten Klassen zu verschiedenen Resultaten führt. Da ausser den Würfel- und Dodekaëderflächen keine Symmetrieebenen kubischer Krystalle existiren, so kann jede andere Fläche Zwillingsebene sein, welcher Klasse der Krystall auch angehöre; unter allen möglichen Arten der Zwillingsbildung ist nun offenbar die einfachste nach einer Fläche (111), d. h. einer Fläche des regulären Oktaëders, und dem entsprechend ist denn auch dieses Zwillingsgesetz, namentlich in der letzten Klasse, in welcher sowohl die regelmässigen Verwachsungen nach dem Würfel, als die nach den Dodekaëderflächen ausgeschlossen sind, weitaus

am häufigsten zu beobachten. Dasselbe kann in der 30. und 32. Klasse auch definirt werden »Zwillingsaxe die Normale zu einer Oktaëderfläche«, weil hier eine derartige Richtung, d. h. eine trigonale Axe, zugleich eine sechszählige Axe der zusammengesetzten Symmetrie ist (daher das Zeichen ◈ in den Figuren 489 und 491), und in Folge dessen eine Drehung von 180° (= 3 · 60°) um dieselbe zu dem gleichen Resultate führt, wie eine Spiegelung nach der zu ihr senkrechten Ebene. In den übrigen Klassen entsprechen diese beiden Definitionen naturgemäss zwei verschiedenen Zwillingsgesetzen.

28. Tetraëdrisch-pentagondodekaëdrische Klasse.

(Tetartoëdrie des regulären oder tesseralen Krystallsystems.)

In nebenstehender, die Symmetrieverhältnisse dieser Klasse repräsentirenden Projection (Fig. 487) sind ausser dem Grundkreise, dessen horizontalen und verticalen Durchmesser, welche den drei Durchschnitten der Kugeloberfläche mit den Ebenen des Würfels entsprechen, noch diejenigen sechs grössten Kreise eingetragen, in welchen die Ebenen des Dodekaëders die Kugeloberfläche schneiden, und von denen zwei natürlich als diagonale Durchmesser projicirt erscheinen. Durch diese wird jeder Oktant der Kugeloberfläche in sechs rechtwinkelige sphärische Dreiecke zerlegt, deren Hypotenuse der Bogen zwischen dem Pol einer zweizähligen und dem einer trigonalen Axe (= 54° 44′), deren längere Kathete die Hälfte (= 45°) des Bogens zwischen den Polen zweier digonaler Axen, und deren kürzere Kathete die Hälfte (= 35° 16′) des Abstandes zweier dreizähliger Axenpole ist. Liegt nun der Pol einer zu einer kubischen Krystallform gehörigen Fläche innerhalb eines solchen Dreiecks, so repräsentirt die betreffende Form den allgemeinsten Fall, den der Ungleichheit aller dreier Parameter, d. h. den dreier verschiedener Indices, während, wenn der Pol auf einer der Seiten oder in einem der drei Eckpunkte gelegen ist, sich sechs specielle Fälle der allgemeinen Form ergeben. Die aus denjenigen Flächen, deren Pole in der obigen Projection eingetragen sind, bestehende Form ist nun in Fig. 492*a* abgebildet und würde nach Gestalt und Zahl ihrer Flächen als ein »Pentagondodekaëder« zu bezeichnen sein; da aber auch eine derartige Form existirt, deren Flächen symmetrische Pentagone sind, während es sich hier um unsymmetrische Fünfecke mit fünf verschiedenen Kantenwinkeln



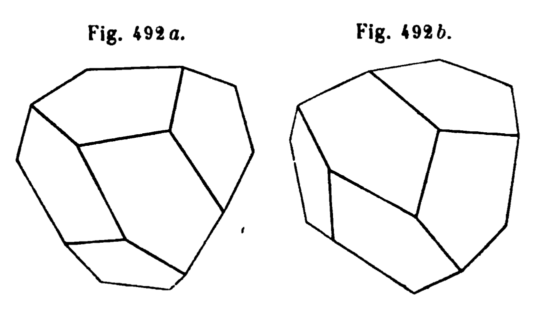


Fig. 492*a*. Fig. 492*b*.

handelt, so nennt man diese Form zum Unterschied von jener **tetraëdrisches Pentagondodekaëder**. Dieselbe besitzt dreierlei Kanten: a) sechs, zu denen je eine Würfelnormale senkrecht steht, b) zwölf in vier dreikantigen Ecken in den vier abwechselnden Oktanten zusammentreffende, und c) ebenso viele, in den vier andern Oktanten spitzere trigonale Pyramiden bildend: dementsprechend kann man sich die Form bestehend denken aus sechs Sphenoiden (je zwei Flächen, auf deren Kante eine zweizählige Symmetrieaxe senkrecht steht), oder aus vier trigonalen Pyramiden der einen Art oder endlich aus vier trigonalen Pyramiden der andern Art. Setzt man stets $h > k > l$, so erhält die in Fig. 492*a* abgebildete Form das Symbol $\{hkl\}$, d. h. zu ihr gehört von den beiden, an einer nach oben gerichteten Axe des Krystalls zunächst anliegenden Flächen jedesmal die linke, und da drei ihrer Flächen nur positive Indices besitzen, so wird sie das »linke positive tetraëdrische Pentagondodekaëder« genannt. Die Form $\{khl\}$, deren Pole an entsprechenden Punkten der zwölf leer gebliebenen sphärischen Dreiecke in der Projection liegen würden, ist in Fig. 492*b* abgebildet und heisst das »rechte positive tetraëdrische Pentagondodekaëder«. Beide Formen, von denen die eine aus der andern durch eine Spiegelung nach einer Dodekaëderfläche (z. B. einem diagonalen Durchmesser der Projection) hervorgeht, sind natürlich **enantiomorph**. Durch Spiegelung nach einer Würfelebene (z. B. dem senkrechten Durchmesser der Projection) liefert das erstere ein sogenanntes negatives rechtes tetraëdrisches Pentagondodekaëder $\{h\bar{k}l\}$, dessen Pole in der Projection man erhält, wenn alle Zeichen $\times$ und $\bigcirc$ vertauscht, während auf demselben Wege aus dem rechten positiven ein linkes negatives $\{k\bar{h}l\}$ resultirt. Diese vier Formen, von denen je die rechte und linke enantiomorph sind, die beiden rechten aber, wie die beiden linken durch eine Drehung von 90° um eine der drei Krystallaxen zur Deckung gebracht werden kann, stellen die Gesammtheit aller Flächen mit den gleichen Indiceszahlen h, k, l dar, wenn diese auf gleichwerthige Axen bezügliche Grössen auf alle möglichen Arten vertauscht und ihnen sowohl positives als negatives Vorzeichen gegeben wird, denn alsdann erhält man für den rechten oberen vorderen Oktanten die Flächen:

$$(hkl),\ (hlk),\ (khl),\ (klh),\ (lhk),\ (lkh)\ ,$$

in dem links oben vorn befindlichen Oktanten:

$$(h\bar{k}l),\ (h\bar{l}k),\ (k\bar{h}l),\ (k\bar{l}h),\ (l\bar{h}k),\ (l\bar{k}h)$$

u. s. f. in den übrigen sechs Oktanten, im Ganzen also 48 mögliche Flächen, entsprechend den 48 Krystallräumen, welche durch die eingangs erwähnten sphärischen Dreiecke auf der Kugeloberfläche begrenzt werden.

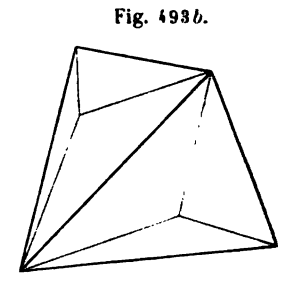
Die sechs möglichen speciellen Fälle, auf welche oben bereits hingewiesen wurde, sollen nun in dieser, wie in den übrigen vier Klassen, in der folgenden Anordnung betrachtet werden:

1. Die Pole der Flächen liegen in den Hypotenusen der sphärischen Dreiecke. Dies ist der Fall, wenn $k = l$. Wie aus der Projection zu er-

sehen, fallen dann die Pole des rechten und des linken positiven tetraëdrischen Pendagondodekaëders zusammen; die resultirende Form ist das in Fig. 493 *a* abgebildete »positive Triakistetraëder« (auch »Pyramidentetraëder« oder »Trigondodekaëder« genannt), während die entsprechende gemeinschaftliche Grenzform der beiden enantiomorphen negativen Formen $\{h\bar{k}l\}$ und $\{k\bar{h}l\}$ für den Fall $k = l$ das »negative Triakistetraëder« Fig. 493 *b* ist, welches aus dem vorigen durch Drehung von 90° um eine der zweizähligen Axen hervorgeht. Diese Formen besitzen nur zweierlei Kanten, welche in vier dreikantigen und vier 3 + 3-kantigen (ditrigonalen) Ecken zusammentreffen.

Fig. 493 *a*.

Fig. 493 *b*.



2. Die Flächenpole liegen in den kürzeren Katheten der sphärischen Dreiecke, d. h. die beiden grösseren Indiceszahlen h und k besitzen den gleichen Werth. Alsdann existirt wieder eine gemeinsame Grenzform der positiven rechten und linken tetraëdrischen Pentagondodekaëder, welche die in Fig. 494 *a* abgebildete Gestalt hat und das »positive Deltoiddodekaëder« (nach dem symmetrisch viereckigen Umriss ihrer Flächen heisst, und eine zweite der beiden enantiomorphen negativen Formen $\{h\bar{k}l\}$ und $\{k\bar{h}l\}$, das »negative Deltoiddodekaëder« Fig. 494 *b*. Auch diese beiden Formen haben zweierlei Kanten, welche aber in acht trigonalen, vier stumpferen und vier spitzeren, zusammentreffen, und unterscheiden sich ebenfalls von einander nur durch ihre Stellung.

Fig. 494 *a*.

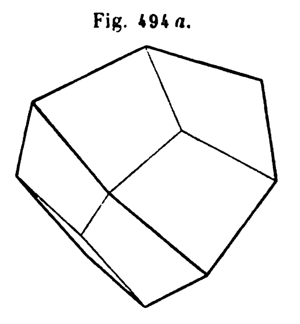
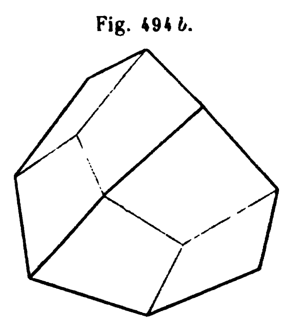
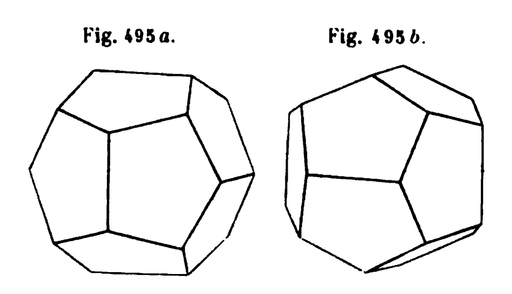


Fig. 494 *b*.

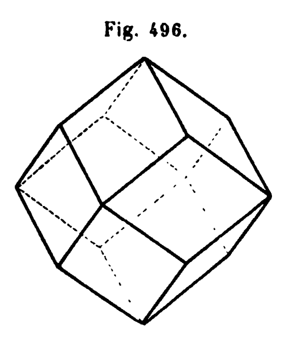


3. Die Pole der Flächen liegen auf den längeren Katheten, d. h. auf einem der beiden die Pole der zweizähligen Axen verbindenden Durch-

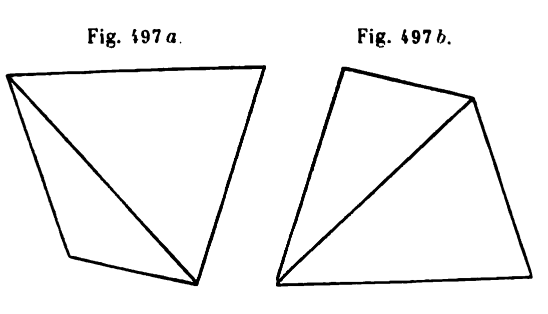
nesser oder auf dem Grundkreise der Projection. Dieser Fall ist offenbar gleichbedeutend mit demjenigen des Parallelismus der Flächen mit einer Krystallaxe und tritt ein, wenn der kleinste Index $l = 0$. Alsdann fallen die Pole des linken positiven und des rechten negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëders in der Projection zusammen und entsprechen dem in Fig. 495 *a* dargestellten »linken Pentagondodekaëder«, dessen Flächen symmetrische Fünfecke sind, während die gemeinschaftliche Grenzform der rechten positiven und linken negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëder das »rechte Pentagondodekaëder« Fig. 495 *b* ist. Beide Formen, nur durch ihre Stellung verschieden, haben zweierlei Kanten: 6 sogen. hexaëdrische den zweizähligen Axen parallele, und 24, welche acht gleichartige trigonale Ecken bilden.


Fig. 495 *a*. Fig. 495 *b*.

4. Die Pole fallen in den Eckpunkt des rechten Winkels eines jeden sphärischen Dreiecks, d. h. in die Mitte zwischen die Pole zweier digonaler Axen. Alsdann sind die entsprechenden Flächen zu den beiden letzteren Axen gleich geneigt und der dritten krystallographischen Axe parallel ($h = k$, $l = 0$) und halbiren folglich den Winkel zweier Axenebenen; die resultirende Form ist das reguläre Rhombendodekaëder Fig. 496, die Grenzform, zu welcher man in diesem speciellen Falle der Orientirung der Pole gelangt, sei es, dass man von einem rechten oder linken, positiven oder negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëder ausgeht. Dasselbe hat 24 gleiche Kanten mit dem Flächenwinkel 60°.


Fig. 496.

5. Liegen die Pole in demjenigen Eckpunkte des Krystallraumes, in welchem sich die Pole der dreizähligen Axen befinden, so fallen die drei Flächen eines Oktanten in eine einzige mit drei gleich grossen Indices ($h = k = l$) zusammen, und zwar resultirt als gemeinschaftliche Grenzform der rechten und linken positiven tetraëdrischen Pentagondodekaëder das »positive« Tetraëder Fig. 497 *a*, als diejenige der rechten


Fig. 497 *a*. Fig. 497 *b*.

und linken negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëder das »negative« Tetraëder Fig. 497 *b*. Beide, nur durch ihre Stellung verschieden, haben je sechs gleiche Kanten mit 109°28′ Flächenwinkel und vier gleiche trigonale Ecken; ihre Flächen sind gleichseitige Dreiecke.

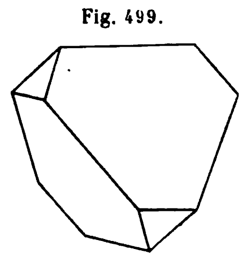
6. Wie das Rhombendodekaëder die einzige gemeinsame Grenzform für alle vier Arten der allgemeinen Form, $\{hkl\}$, $\{khl\}$, $\{h\bar{k}l\}$ und $\{k\bar{h}l\}$ ist, so gilt das Gleiche auch für den letzten speciellen Fall, denjenigen der Coincidenz der Flächenpole mit den Polen der zweizähligen Axen ($k = l = 0$). Alsdann esntprechen dieselben den drei Axenebenen und es ergiebt sich als die von den letzteren umschlossene Krystallform der reguläre Würfel oder das Hexaëder (Fig. 498) mit 12 rechtwinkeligen Kanten und 8 ebensolchen Ecken.

Fig. 498.

Dass die kubischen Krystalle naturgemäss auf die Ebenen der letzterwähnten Form als Axenebenen zu beziehen sind, beweist die Erfahrung (die in ähnlicher Weise auch bei den andern Krystallsystemen gemacht wurde), dass den Krystallflächen um so günstigere Bedingungen zur Bildung zukommen, je kleiner die Summe der absoluten Werthe ihrer Indiceszahlen (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) ist, d. h. dass die durch ihre Häufigkeit, durch Spaltbarkeit u. s. w. wichtigsten Flächen die mit der Indicessumme 1, nämlich (100) u. s. w., sind, dann die mit der Summe 2, wie (110) u. s. w., mit der Summe 3, wie (111), (210), m. d. Summe 4 u. s. w. folgen. Ordnet man dementsprechend die in dieser Klasse möglichen Formen nach ihrer krystallographischen Wichtigkeit, so ergiebt sich folgende Uebersicht:

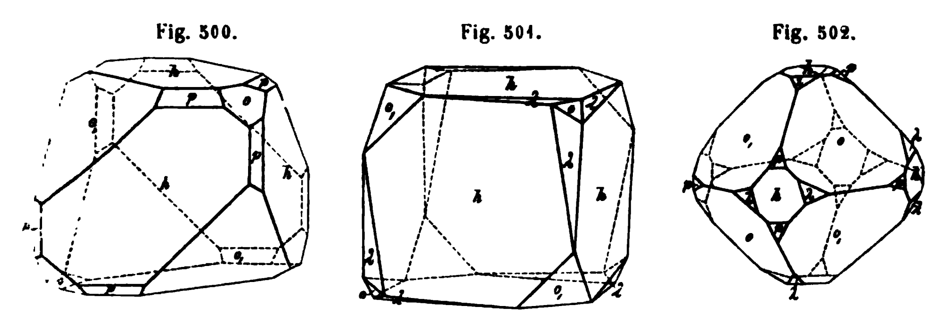
$\{100\}$ Hexaëder
$\{110\}$ Rhombendodekaëder
$\{111\}$ positives Tetraëder; $\{1\bar{1}1\}$ negatives Tetraëder
$\{hk0\}$ linkes Pentagondodekaëder; $\{kh0\}$ rechtes Pentagondodekaëder
$\{hkk\}$ positives Triakistetraëder, $\{h\bar{k}l\}$ negatives Triakistetraëder
$\{hhl\}$ positives Deltoiddodekaëder; $\{h\bar{h}l\}$ negatives Deltoiddodekaëder
$\{hkl\}$ linkes, $\{khl\}$ rechtes positives, $\{h\bar{k}l\}$ resp. $\{k\bar{h}l\}$ rechtes resp. linkes tetraëdrisches Pentagondodekaëder.

Beispiele. Baryumnitrat $= [NO^3]^2Ba$. Die gewöhnliche Form der aus wässriger Lösung entstehenden Krystalle ist eine Combination der beiden Tetraëder (Fig. 499), oft auch beide ungefähr gleich gross und mit $\{100\}$. Scacchi, welcher auch im Glanz der Flächen beider Tetraëder einen Unterschied fand, wies die Zugehörigkeit zu dieser Klasse zuerst nach durch Beobachtung einer Combination derselben Formen mit einem Pentagondodekaëder und einem $\{hkl\}$. Baumbauer beobach-


Fig. 499.

ete auf den Hexaëderflächen von Krystallen, welche beide Tetraëder mit einem 'entagondodekaëder combinirt zeigten, unsymmetrische Streifen und Aetz- iguren, welche einem linken positiven tetraëdrischen Pentagondodekaëder ntsprechen. Ausführliche Untersuchungen über die Krystallisation dieses Salzes tellte Wulff an. Derselbe erhielt aus reiner wässriger Lösung die in Fig. 500 largestellte Combination: $h = \{100\}$, $o_{,} = \{1\bar{1}1\}$, $o = \{111\}$, $p = \{201\}$, in velcher die Stellung des herrschenden Tetraëders zum Pentagondodekaëder lie gleiche ist, wie sie Scacchi und Baumhauer fanden. In derselben Lösung bildeten sich aber auch würfelförmige Krystalle, Fig. 501, mit Flächen

Fig. 500. Fig. 501. Fig. 502.



eines linken positiven tetraëdrischen Pentagondodekaëders λ. Gestalten, welche den von Scacchi beobachteten im Habitus ähnlich waren, wurden aus einer mit Natronsalpeter versetzten Lösung erhalten, nämlich Combinationen Fig. 502) der nur wenig verschiedenen Tetraëder mit untergeordnetem Hexaëder, Pentagondodekaëder p $\{201\}$ und einem linken positiven tetraëdrischen Pentagondodekaëder λ, welches ungefähr die Lage von $\{421\}$ hatte. Die complicirtesten Formen lieferten Lösungen, welche gleichzeitig mit Kalisalpeter, Natronsalpeter und Zucker versetzt waren; dieselben zeigten vorherrschend das positive Triakistetraëder $i = \{211\}$, das linke positive tetraëdrische Pentagondodekaëder λ und das rechte Pentagondodekaëder $p = \{201\}$, ein Krystall auch das negative Deltoiddodekaëder $\delta = \{2\bar{2}1\}$, s.

Fig. 503. Fig. 504.

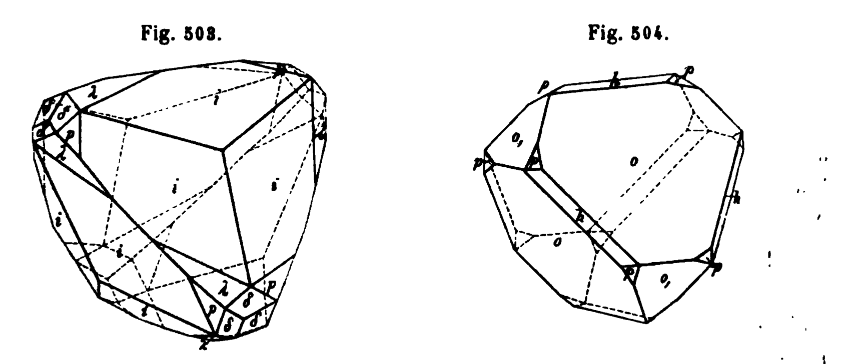
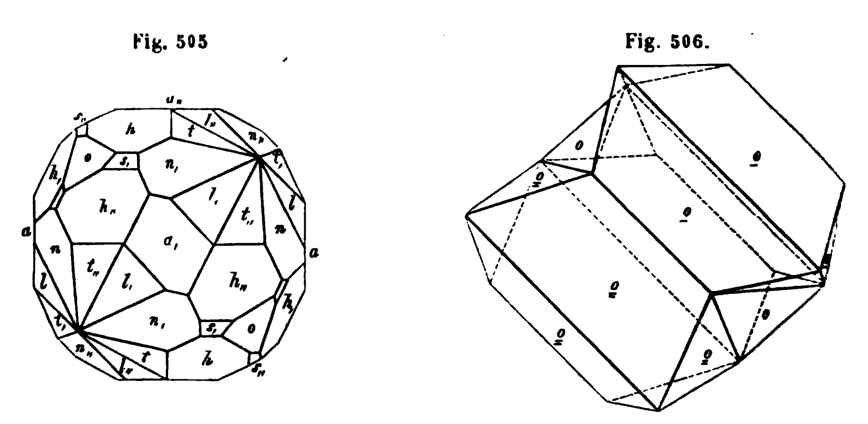


Fig. 503. In allen diesen Fällen sind die beobachteten tetraëdrischen Pentagondodekaëder solche, dass sie im Grenzfall des Parallelismus mit einer

Axe (d. h. wenn ein Index = 0 wird) in dasjenige Pentagondodekaëder übergehen, welches dem gleichzeitig beobachteten entgegengesetzt ist. Eine der Lösungen lieferte Krystalle von abweichender Form (Fig. 504), insofern das herrschende Tetraëder gegen das Pentagondodekaëder die umgekehrte Stellung hatte, als in Fig. 500 f. Die flächenreichste bisher beobachtete Combination des salpetersauren Baryum fand Lewis an einem zufällig gebildeten Krystalle. Derselbe ist in Fig. 505 in senkrechter Projection auf


Fig. 505. Fig. 506.

die vordere Hexaëderfläche (100) dargestellt und zeigt folgende Formen: $a = \{100\}$, $o = \{1\bar{1}1\}$, $l = \{311\}$, $s = \{2\bar{1}1\}$, $t = \{214\}$, $n = \{351\}$, $h = \{2\bar{1}4\}$. Es erscheinen also in den positiven Oktanten ein rechtes und ein linkes tetr. Pentagondodekaëder, aber von verschiedenem Zeichen, und in den negativen eines, h, welches einem der beiden positiven, t, enantiomorph ist. — Häufig Zwillinge nach $\{111\}$, zuweilen mit Wiederholung der Zwillingsbildung zu Drillingen, Fig. 506, wobei die Krystalle nach denjenigen Combinationskanten der beiden, gleich gross ausgebildeten, Tetraëder verlängert sind, welche der Zwillingsebene parallel gehen. — Brechungsindex für *Na*-Licht: $n = 1{,}5711$ Topsøe und Christiansen, 1,5716 Fock. Die Krystalle zeigen eine schwache anomale Doppelbrechung, indem sie, durch zwei gegenüberliegende Tetraëderflächen gesehen, zwischen gekreuzten Nicols in keiner Stellung vollständig dunkel erscheinen.

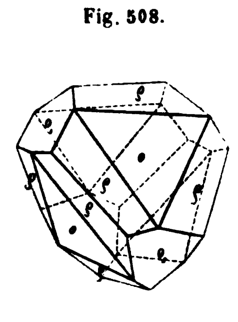
Strontiumnitrat = $[NO^3]^2Sr$. Combination der beiden Tetraëder, an Grösse wenig verschieden, mit dem Hexaëder, seltener mit kleinen Flächen des rechten Pentagondodekaëders (Fig. 504). Brechungsindex für *Na*-Licht: $n = 1{,}5667$ Fock. Optisches Verhalten wie beim vorigen Salz.

Bleinitrat = $[NO^3]^2Pb$. Bei schneller Verdunstung wässriger Lösungen entstehen trübe, milchweisse Oktaëder (Combinationen beider Tetraëder in gleicher Grösse), bei ziemlich langsamer Verdunstung dagegen durchsichtige Krystalle der Combination Fig. 504 (s. vor. S.): $o = \{111\}$, $o_, = \{1\bar{1}1\}$, $h = \{100\}$, $p = \{201\}$, an denen gewöhnlich die Flächen $o_,$ kleiner sind als o und ausserdem sich dadurch von letzteren unterscheiden, dass sie

matter sind und eine Trübung von ihnen ausgehend sich in das Innere des Krystalls erstreckt. Durch oberflächliches Lösen runden sich die Combinationskanten des Hexaëders mit dem positiven Tetraëder stärker ab, als diejenigen mit dem negativen, und lässt man alsdann die Krystalle wieder wachsen, so bilden sich an ersteren Kanten schmale Flächen eines Triakistetraëders und einzelne Flächen eines rechten positiven tetraëdrischen Pentagondodekaëders $\varrho = \{10.5.6\}$ (Fig. 507). Bei niedriger Temperatur

Fig. 507.

Fig. 508.



erhaltene Krystallisationen zeigen die letztere Form auch ziemlich vorherrschend, wie es Fig. 508 darstellt. In Bezug auf die relative Entwickelung der beiden Tetraëder verhalten sich also alle diese Combinationen umgekehrt, wie die gewöhnlichen Formen des Barytsalpeters. Doch bilden sich auch zuweilen bei gewöhnlicher Temperatur Krystalle, welche den letzteren entsprechen, wie der Umstand beweist, dass an solchen beim Weiterwachsen, nachdem die Kanten durch Auflösen abgerundet waren, die Ausbildung der Triakistetraëder am kleiner ausgebildeten Tetraëder erfolgte; Formen einer derartigen Krystallisation sind in Fig. 509 und 510 dargestellt. Beide Aus-

Fig. 509.

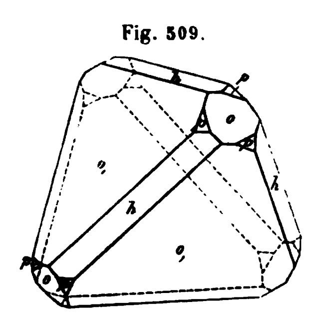
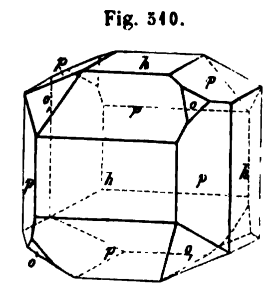


Fig. 510.



bildungsarten des Salzes zeigen also das gleiche, das rechte Pentagondodekaëder. Die beiden Tetraëder unterscheiden sich auch durch ihre Aetzfiguren, welche einem tetraëdrischen Pentagondodekaëder entsprechen und auf dem positiven Tetraëder gegen die symmetrische Lage zu den Kanten nach links, auf dem negativen Tetraëder nach rechts gedreht erscheinen (Wulff). Brechungsindices nach Topsøe und Christiansen:

Linie C $n = 1,7730$
- D - $1,7820$
- F - $1,8065$

Anomale Doppelbrechung meist sehr deutlich; eine Platte ‖ (111) zerfällt in sechs Sectoren, deren Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zu den Seiten, und deren Doppelbrechung von der Mitte nach dem Rande hin zunimmt; im convergenten Lichte zeigt die Mitte ein einaxiges Interferenzbild, welches nach dem Rande zu in ein zweiaxiges mit zunehmendem Axenwinkel übergeht (Klocke).

Natriumchlorat = ClO^3Na. Aus wässrigen Lösungen bei gewöhnlicher Temperatur grosse Krystalle, Combinationen des Hexaëders mit dem Rhombendodekaëder, einem Pentagondodekaëder {201} und einem Tetraëder. Die Krystalle zeigen stets Circularpolarisation*), und zwar bilden sich aus derselben Lösung neben einander rechtsdrehende und linksdrehende (s. S. 257), welche sich stets durch die gegenseitige Stellung des Pentagondodekaëders zum Tetraëder unterscheiden: betrachtet man das letztere als negatives, so erscheint an den rechtsdrehenden Krystallen das »rechte« Pentagondodekaëder, dessen hexaëdrische Kante vorn horizontal verläuft, an den linksdrehenden jedoch das entgegengesetzte, mit verticaler vorderer Kante. Fig. 511 *a* stellt somit die Form eines rechtsdrehenden, Fig. 511 *b* die eines linksdrehenden Krystalls dar. Noch niemals sind bisher an einer der beiden Formen zugleich Flächen des entgegengesetzten Pentagondodekaëders beobachtet worden, und da das Auftreten des einen regelmässig mit Rechtsdrehung, das des andern mit Linksdrehung verbunden ist, Krystalle ohne Circularpolarisation aber nicht beobachtet werden, so ist hieraus zu schliessen, dass die beiden Formen einander in Bezug auf ihr Vorkommen an demselben Krystall ausschliessen. Da das rechte Pentagondodekaëder die gemeinsame Grenzform des rechten positiven und des linken negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëders darstellt, so ist anzunehmen, dass auch nur diese beiden Formen an rechtsdrehenden Krystallen auftreten können, dagegen linke positive und rechte negative, deren gemeinsame Grenzform für $l = 0$ das linke Pentagondodekaëder, nur an linksdrehenden. Obgleich diese Annahme, da noch keine Formen $\{hkl\}$ am chlorsauren Natrium beobachtet wurden, noch nicht bewiesen ist, gewinnt dieselbe doch an Wahrscheinlichkeit wenn die daraus zu ziehenden Folgerungen berücksichtigt werden. Jede

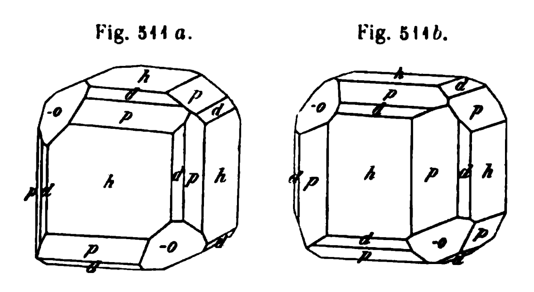


Fig. 511 *a*. Fig. 511 *b*.

*) Diese Eigenschaft und ihre gesetzmässige Beziehung zu den enantiomorphen Formen der Krystalle wurde von Marbach entdeckt.

der beiden Tetraëder ist die gemeinschaftliche Grenzform der rechten und der linken tetraëdrischen Pentagondodekaëder desselben Oktanten (vergl. S. 497), welche entgegengesetzten Drehungen entsprechen, also würde jedes der beiden Tetraëder an Krystallen beider Arten auftreten können. In der That beobachtet man zuweilen, wenn auch selten, Combinationen beider Tetraëder sowohl an rechts- wie an linksdrehenden Krystallen. Genau der gleiche Schluss gilt auch für die Triakistetraëder und die Deltoiddodekaëder. Damit übereinstimmend sind Krystalle, welche sich bei sehr niedriger Temperatur bilden und das Deltoiddodekaëder {332} allein oder mit {111} zeigen, theils rechts- theils linksdrehend. Dasselbe gilt für die Combinationen des Hexaëders mit dem Deltoiddodekaëder, welche sich aus ziemlich stark abgekühlter Lösung absetzen. — Die unter 0° erhaltenen Krystalle des Natriumchlorats, Deltoiddodekaëder oder Combinationen mit dem Tetraëder derselben Stellung oder reine Tetraëder, bilden sehr regelmässige Durchkreuzungs-Zwillinge nach dem Hexaëder (Fig. 512), und zwar sind die beiden Krystalle nicht nur geometrisch, sondern auch in physikalischer Beziehung symmetrisch zu einander in Bezug auf die Zwillingsebene, d. h. entgegengesetzt; es ist nämlich stets ein rechtsdrehender Krystall mit einem linksdrehenden verwachsen. — Die Aetzfiguren auf {100} gehören Pentagondodekaëdern an und haben daher bei rechts- und linksdrehenden Krystallen entgegengesetzte Lage: noch schärfer sind diejenigen auf {1$\bar{1}$1}, welche von den drei angrenzenden Flächen des Pentagondodekaëders gebildet werden, und deren Orientirung gegen die Kanten rechtsdrehende Krystalle von linksdrehenden zu unterscheiden gestattet, auch wenn das Pentagondodekaëder in der Combination fehlt (Baumhauer). Die vier polaren trigonalen Axen sind zugleich elektrische Axen, d. h. die abwechselnden Ecken der Hexaëder werden bei Temperaturänderungen entgegengesetzt elektrisch (Friedel und Curie). — Der Elasticitätsmodulus (= Dehnungswiderstand C s. S. 201) ist nach Koch:

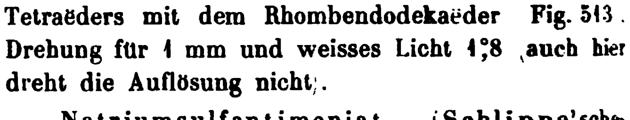
Fig. 512

parallel einer Hexaëdernormale	4047 kg
parallel einer Dodekaëdernormale	3190 -

Cohäsion nach verschiedenen Richtungen so wenig verschieden, dass keine Spaltbarkeit zu beobachten ist, und die Härtecurve auf allen Flächen als ein Kreis erscheint. — Betreffs der Drehung der Polarisationsebene und deren Aenderung mit der Temperatur s. S. 142 und 183.

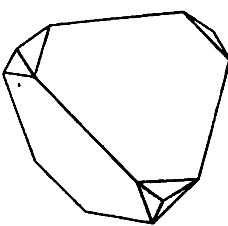
Natriumbromat = BrO^3Na. Beobachtete Formen: {111}, {1$\bar{1}$1}, {100}, {110}. Drehung für 1 m = 2°,8 im weissen Lichte mittlere Wellenlänge).

Essigsaures Uranylnatrium = $[C^2H^3O^2]^3UO^2Na$. Combination eines



Tetraeders mit dem Rhombendodekaëder (Fig. 513). Drehung für 1 mm und weisses Licht 1°,8 (auch hier dreht die Auflösung nicht).

Fig. 513.



Natriumsulfantimoniat (Schlippe'sches Salz) = $SbS^4Na^3.9H^2O$. Combination eines vorherrschenden Tetraëders {111} mit untergeordneten {1̄11}, {110} und einem rechten oder linken Pentagondodekaëder {201} oder {210}, zuweilen auch beide, aber von verschiedener Grösse. Drehung der Polarisationsebene für mittlere Farben 2°,7 (die Lösung ist optisch inactiv). Beziehung zwischen dem Sinn der Drehung und der enantiomorphen Krystallform wie beim Natriumchlorat, wenn nur ein Pentagondodekaëder auftrat; die wenigen Krystalle mit beiden zeigten meist die dem grösser ausgebildeten entsprechende Drehung (Marbach).

Natrium-Strontiumarseniat = $AsO^4SrNa.9H^2O$. Dieselben Combinationen wie chlorsaures Natrium (Fig. 511 *a* oder *b*), aber ohne Wirkung auf das polarisirte Licht (Dufet).

29. Pentagon-ikositetraëdrische Klasse.

(Plagiëdrische oder gyroëdrische Hemiëdrie des reg. Syst.)

Wenn zu den Symmetrieaxen der Krystalle der vorigen Klasse noch die Dodekaëdernormalen als zweizählige hinzutreten, und in Folge dessen (vergl. S. 490) die Normalen des Hexaëders tetragonale Axen werden, so existiren im allgemeinsten Falle 24 gleichwerthige Flächen von der Vertheilung, wie in untenstehend wiederholter Fig. 488. Dieselben bilden das

Fig. 514 *a*.

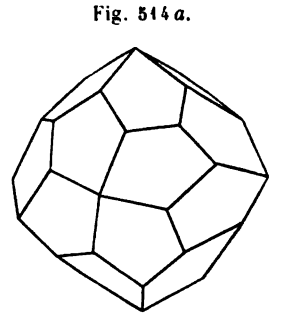
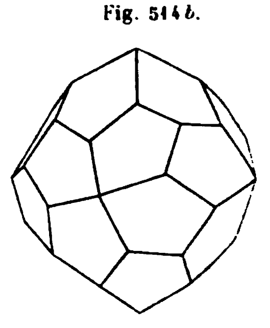


Fig. 514 *b*.



in Fig. 514 *a* dargestellte »linke« Pentagon-Ikositetraëder, so genannt, weil es aus den Flächen des linken positiven und linken negativen tetraëdrischen Pentagondodekaëders (s. S. 494) besteht. Ersetzt man alle Pole durch ○ und umgekehrt, so erhält man das enantiomorphe, aus den 24 entgegengesetzten Flächen bestehende »rechte« Pentagon-Ikositetraëder Fig. 514 *b*. Wie die allgemeine Form der ersten Klasse des kubischen

Systems, haben auch die Flächen dieser die Gestalt ungleichseitiger Fünfecke; während aber die gleichen trigonalen Ecken bei jener nur in den vier abwechselnden Oktanten wiederkehrten, ist dies hier in sämmtlichen acht Oktanten der Fall, so dass die Polarität der dreizähligen Axen hier wegfällt.

Diese allgemeine Form $\{hkl\}$ geht nun in speciellen Fällen der Indices in sechs besondere Formen über, welche in derselben Reihenfolge betrachtet werden sollen, wie S. 495 f.:

1. Wenn $k = l$, so fallen die Pole des rechten und linken Pentagon-ikositetraëders zusammen, und es entsteht ein symmetrisch gestaltetes Ikositetraëder Fig. 515, dessen acht dreikantige Ecken von Kanten gebildet werden, welche in den Ebenen des Rhombendodekaëders gelegen sind, während die anderen 24 Kanten, welche die sechs tetragonalen Ecken bilden, in den Ebenen des Hexaëders liegen.

2. Ist $h = k$, d. h. liegen die Pole auf den kürzeren Katheten der die Kugeloberfläche bildenden 48 sphärischen Dreiecke, so fallen wieder die rechte und linke allgemeine Form zu einer solchen von symmetrischer Gestalt zusammen; jetzt liegen aber die acht dreikantigen Ecken so, dass die Flächen zweier benachbarter Oktanten einander in Kanten schneiden,

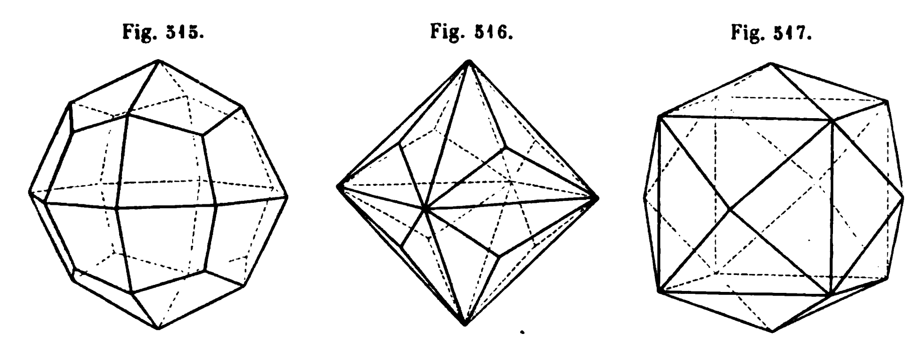


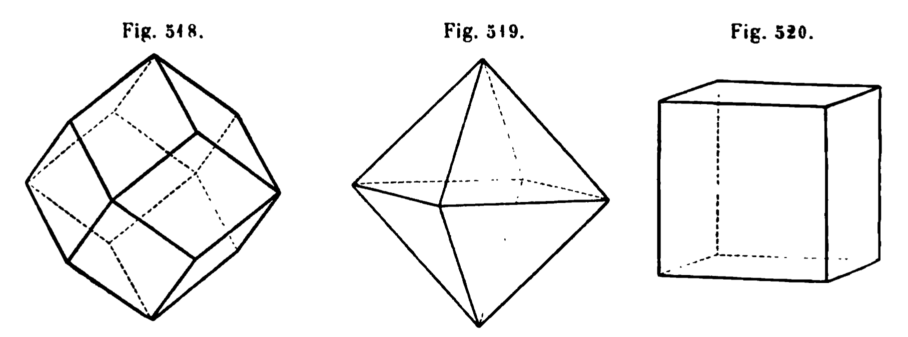
Fig. 515. Fig. 516. Fig. 517.

welche den Oktaëderkanten parallel gehen (wie unmittelbar aus der Projection zu ersehen, da ihre Pole in den Zonen zwischen den Polen je zweier Oktaëderflächen liegen); die resultirende Form, Fig. 516, ist also ein Triakisoktaëder, d. h. ein reguläres Oktaëder mit einer trigonalen Pyramide an Stelle jeder Oktaëderfläche (daher auch »Pyramidenoktaëder« genannt).

3. Auch der Fall $l = 0$ liefert eine gemeinsame Grenzform der rechten und linken Pentagon-Ikositetraëder, bestehend aus 24 Flächen, deren jede einer Krystallaxe parallel ist und die beiden andern in einem einfachen rationalen Parameterverhältniss schneidet. In Folge dessen liegen je acht Flächen in der Zone einer Hexaëderkante, und die Gesammtheit aller bildet ein Tetrakishexaëder Fig. 517, d. h. einen Würfel mit tetragonalen Pyramiden an Stelle der Flächen (daher auch »Pyramidenwürfel« genannt). Die hexaëdrischen Kanten dieser Form bilden mit den pyramidalen an Stelle der dreikantigen Ecken des Hexaëders ditrigonale Ecken,

welche in dem besonderen, in der Figur dargestellten Falle {210} hexagonale sind, d. h. von sechs Kanten mit gleichen Flächenwinkeln gebildet werden.

4. Je kleiner die Flächenwinkel der hexaëdrischen Kanten der letzterwähnten Formen sind, d. h. je näher die Pole der Mitte zwischen denen zweier vierzähliger Axen liegen, um so mehr nähern sich jene dem Rhombendodekaëder Fig. 518 (= Fig. 496 S. 497), da für $h = k$ und $l = 0$ je zwei Pole der allgemeinen Form zusammenfallen.


Fig. 518. Fig. 519. Fig. 520.

5. Ist $h = k = l$, so fallen je drei Pole der allgemeinen Form mit den Polen der trigonalen Axen zusammen, und es entsteht das reguläre Oktaëder (Fig. 519), welcher Form sich sowohl die rechten und linken Pentagon-Ikositetraëder, wie die Ikositetraëder (Fig. 515) und Triakisoktaëder Fig. 516 um so mehr in ihrer Gestalt nähern, je weniger die drei Indices von einander verschieden sind. Das Oktaëder hat 12 gleiche Kanten, deren Flächenwinkel = 70°32′, und seine Flächen sind gleichseitige Dreiecke.

6. Während das Rhombendodekaëder die eine Grenzform der Tetrakishexaëder bildet, ist die andere, welcher jene sich um so mehr nähern, je verschiedener h von k ist, das Hexaëder {100} Fig. 520 (= Fig. 498).

Die Uebersicht der Formen dieser Klasse, der S. 498 gegebenen entsprechend geordnet, gestaltet sich also folgendermassen:

{100} Hexaëder
{110} Rhombendodekaëder
{111} Oktaëder
{$hk0$} Tetrakishexaëder
{hkk} Ikositetraëder
{hhl} Triakisoktaëder
{hkl} linkes, {khl} rechtes Pentagon-Ikositetraëder.

Beispiele. Kupferoxydul (Cuprit) = Cu^2O. Die natürlichen Krystalle zeigen {111}, {100}, {110}, {211}, selten und untergeordnet das Pentagon-Ikositetraëder {896} (Miers).

Chlorammonium (Salmiak) = NH^4Cl. Die häufig beobachteten Formen sind: {211}, {110}, {100}, {111}, von denen namentlich die erste oft

in auffallender Verzerrung ausgebildet erscheint. Aus Lösung erhaltene grosse Krystalle, welche **Tschermak** untersuchte, zeigten {211} mit schmalen Abstumpfungen der Kanten (Fig. 521); diese erwiesen sich als schief und entsprachen ungefähr dem Pentagon-Ikositetraëder {875}. Ausserdem zeigten

Fig. 521.

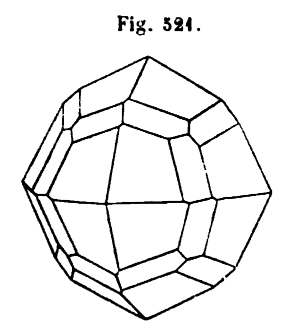
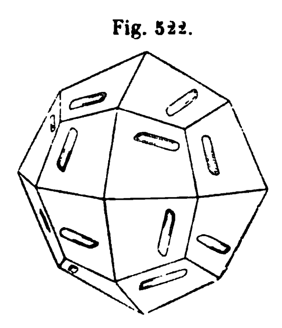


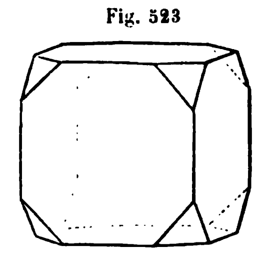
Fig. 522.



die Flächen des Ikositetraëders Aetzfiguren (in Fig. 522 vergrössert dargestellt), deren Gestalt auch ohne das Auftreten der vorerwähnten Form beweisen würde, dass der Krystall keine Ebenen der Symmetrie besitzt.

Chlorkalium (Sylvin) = KCl. Aus wässeriger Lösung {100}, aus roher Potaschelösung {111}; die natürlichen Krystalle sind Combinationen von {100} mit {111}, Fig. 523, oder mit einzelnen unvollkommenen Flächen $\{hkl\}$ (**Tschermak** beobachtete {421}, {854}) u. a. Aetzfiguren auf {100} tetragonale Vertiefungen, welche gegen die Hexaëderkanten gedreht sind und daher von den Flächen eines Pentagon-Ikositetraëders gebildet werden (**Brauns**, **Linck**). Spaltbar {100} vollkommen. Elasticitätsmodulus (= Dehnungswiderstand C s. S. 201) nach **Koch** parallel einer Hexaëdernormale 4009, parallel einer Dodekaëdernormale 2088, nach **Voigt** 3724 resp. 1960 kg. Brechungsindex $n = 1{,}4903$ (Na).

Fig. 523



Chlornatrium (Steinsalz) = $NaCl$. Aus reiner wässeriger Lösung nur {100}, aus harnstoffhaltiger {111}; die natürlichen Krystalle sind meist nur Hexaëder, selten Combinationen {100} {210} Fig. 524; die aus den Natronseen Aegyptens zeigen {111} {110} Fig. 525. Die Aetzfiguren auf {100} werden von Tetrakishexaëdern gebildet, doch beobachtete **Gill** (im Labor. d. Verfs). tetragonale Aetzhügel, welche einem Penta-

Fig. 524.

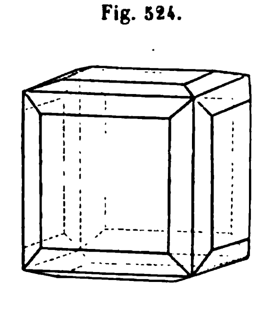
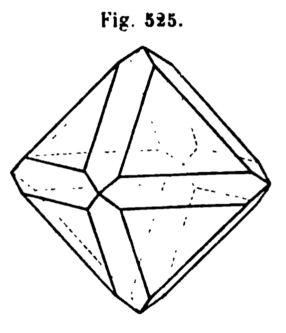


Fig. 525.



gon-Ikositetraëder entsprechen. Spaltbar {100} sehr vollkommen (vergl. S. 229); Gleitflächen {110} s. S. 223. Härtecurve auf {100}, s. S. 234, hat maximale und minimale Durchmesser, deren Verhältniss 1,3 : 1. Elasticitätsmodulus nach Voigt:

$$\perp \{100\}\ 4170, \quad \perp \{110\}\ 3400, \quad \perp \{111\}\ 3180 \text{ kg}.$$

Brechungsindex $n = 1{,}5442$ (Na). Grösste beobachtete Diathermansie (s. S. 165).

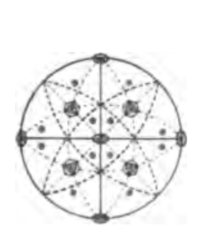
Chlorsilber = $AgCl$ gehört wahrscheinlich als isomorph mit vorigem ebenfalls hierher, obgleich die Krystallformen desselben, {111}, {100}, {110}, auch anderen Klassen des kubischen Systems entsprechen. In Folge der grossen Plasticität entstehen hier, wie beim Steinsalz, leicht wahre optische Anomalien (vergl. S. 220).

Bisher sind noch keine Repräsentanten dieser Klasse gefunden worden, welche im festen Zustande oder in Lösung optisch activ wären.

30. Dyakisdodekaëdrische Klasse.

(Pentagonal- oder parallelflächig-hemiëdrische Klasse.)

Diese Klasse wird dadurch charakterisirt, dass die Krystalle nach den Ebenen des Hexaëders symmetrisch sind. Vergleicht man die beiden Projectionen Fig. 487 und 489 S. 490 f., von denen die letztere untenstehend wiederholt ist, so sieht man, dass die zweite ausser den in die erste eingetragenen Polen noch diejenigen enthält, welche daraus durch Spiegelung nach den drei Axenebenen hervorgehen, und daher eine Form resultirt, die gleichsam eine Combination des linken positiven und des rechten nega-



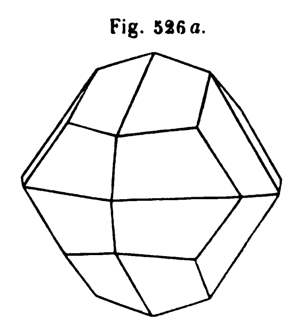


Fig. 526 a.

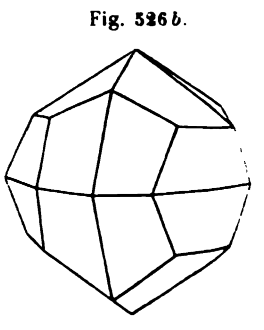


Fig. 526 b.

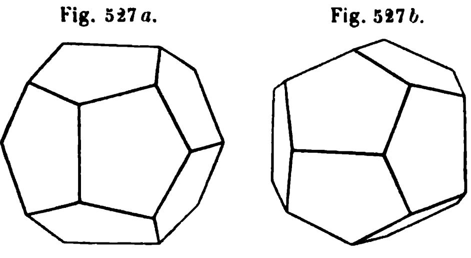
tiven tetraëdrischen Pentagondodekaëders ist und als »linke« bezeichnet werden möge. Diese, $\{hkl\}$, ist in Fig. 526 a abgebildet, während 526 b die gleichgestaltete, aber durch ihre Stellung verschiedene »rechte« Form $\{khl\}$ darstellt, deren Pole in den frei gelassenen Dreiecken der Projection liegen würden. Da jede dieser Formen aus 12 Paaren paralleler Flächen besteht, werden sie Dyakisdodekaëder genannt. Dieselben besitzen dreierlei Kanten, von denen die längsten und kürzesten in den Symmetrieebenen

liegen, während die mittleren in jedem Oktanten eine trigonale Ecke bilden, und zwar sind diese in zwei entgegengesetzten Oktanten von parallelen Flächen gebildet, also gleichsam einem Rhomboëder entsprechend, daher in diesem Falle die trigonalen Axen zugleich sechszählige Axen und die dazu senkrechten Flächen Ebenen der zusammengesetzten Symmetrie und demgemäss in der Projection bezeichnet sind. Bei besonderen Werthen der Indices gehen die Dyakisdodekaëder in folgende Formen über:

1. Ikositetraëder Fig. 515 (S. 505), wenn $k = l$, d. h. wenn ihre trigonalen Ecken symmetrisch zu den drei Krystallaxen liegen, in welchem Falle das rechte Dyakisdodekaëder mit dem linken zusammenfällt, wie auch unmittelbar aus der Projection zu ersehen ist.

2. Triakisoktaëder Fig. 516 (S. 505), wenn $h = k$, d. i. wenn die Kanten der trigonalen Ecken nach den Polen der Krystallaxen hin laufen, was der zweiten möglichen symmetrischen Lage der Flächen gegen jene und ebenfalls einer gemeinsamen Grenzform der rechten und linken Dyakisdodekaëder entspricht.

3. Anders gestaltet sich die Sache in dem dritten speciellen Falle $l = 0$, denn hier liefern die linken Dyakisdodekaëder (Fig. 526 *a*) durch Verschwinden der Flächenwinkel der längsten Kanten, d. i. durch Vereinigung je zweier Pole in den Symmetrieebenen der Projection, ein »linkes« Pentagondodekaëder Fig. 527 *a*, die rechten Dyakisdodekaëder 526 *b* dagegen ein »rechtes« Pentagondodekaëder Fig. 527 *b*. Diese Formen sind natürlich geometrisch mit den S. 497 betrachteten identisch.


Fig. 527 *a*. Fig. 527 *b*.

Wie aus der Projection a. vor. S. ohne Weiteres zu ersehen, führt die Coincidenz der Pole mit den drei Eckpunkten der bekannten sphärischen Dreiecke zu den drei einfachen S. 506 abgebildeten Formen des Rhombendodekaëders, Oktaëders und Hexaëders.

In ganz analoger Weise, wie in der ersten Klasse des kubischen Krystallsystems beim Natriumchlorat (S. 502), so können nach Obigem auch hier zwei Reihen von Formen unterschieden werden, von denen die eine die »rechten« Dyakisdodekaëder und Pentagondodekaëder, die andere die »linken« Formen derselben Art umfasst, während die Ikositetraëder, Triakisoktaëder und die drei zuletzt genannten, einfachsten Formen beiden Reihen gemeinsam sind. Wenn also Substanzen existiren, deren Krystalle dieser Klasse angehören, und welche fähig sind, zwei durch ihre Molekularbeschaffenheit verschiedene Modificationen darzustellen, so ist die Möglichkeit einer ähnlichen Beziehung der Krystallformen zu den physikalischen Differenzen der beiden Modificationen, wie beim Quarz, chlorsauren Natrium u. s. w., gegeben,

nur mit dem Unterschiede, dass hier jede derselben eine nach den Hexaëderebenen symmetrische Molekularstructur besitzen muss, und die beiderlei Formen in rein geometrischem Sinne nicht enantiomorph sind, daher physikalische Verschiedenheiten der Art, wie die entgegengesetzte Drehung circularpolarisirender Krystalle, hier ausgeschlossen sind. Unterscheiden sich jedoch die beiden Modificationen durch Eigenschaften, welche mit der erwähnten Symmetrie vereinbar sind, so führt eine Drehung von 90° um eine zweizählige Axe zwar zur geometrischen Congruenz der Krystallformen der einen mit denen der andern, aber nicht zur Identität der Krystalle selbst. Derartige Unterschiede zeigen sich nun in der That bei den dieser Klasse angehörigen metallischen Leitern der Elektricität, dem Pyrit, Kobaltin u. s. w., deren Krystalle, wie bereits S. 193 angegeben, aus je zwei thermoëlektrisch verschiedenen Arten bestehen, deren Formen, wie unter den Beispielen gezeigt werden wird, sich auch krystallographisch unterscheiden. Vorher sei noch die Zusammenstellung der in der vorliegenden Klasse möglichen Formen in der bisherigen Art gegeben:

{100} Hexaëder
{110} Rhombendodekaëder
{111} Oktaëder
{$hk0$} linke, {$kh0$} rechte Pentagondodekaëder
{hkk} Ikositetraëder
{hhl} Triakisoktaëder
{hkl} linke, {khl} rechte Dyakisdodekaëder.

Beispiel. Zinnjodid = SnJ^4. Aus Schwefelkohlenstoff Combinationen von {111} und {210} (Fig. 528 und 529, von denen die letztere beide Formen

Fig. 528.

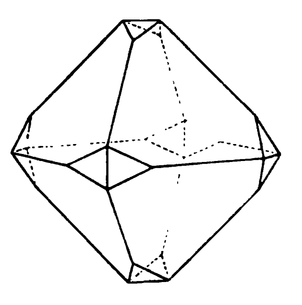
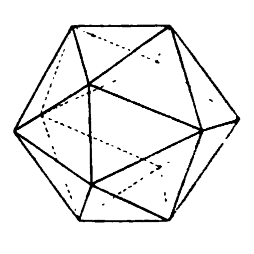


Fig. 529.



in ungefähr gleicher Grösse darstellt), ferner untergeordnet {100} und {211}.

Pyrit (Eisenkies) = FeS^2. Hexaëder, Oktaëder, Combinationen beider (Fig. 523 S. 507), ferner sehr häufig Pentagondodekaëder {210} oder {201} (Fig. 527 a, b), seltener ein Dyakisdodekaëder {321} oder {231} (Fig. 526 a, b), welche Formen dagegen häufiger in Combinationen auftreten, und zwar rechte {khl} nur mit rechten Pentagondodekaëdern, linke {hkl} nur mit linken

{$h\,k\,0$}. Im Folgenden sind einige der häufigsten Combinationen dieses Minerals abgebildet: Fig. 530: {100}, {210}; Fig. 531: {111}, {201}; Fig. 532: {100}, {321}, daher letzteres der Fig. 526 a entsprechend; Fig. 533: {210},

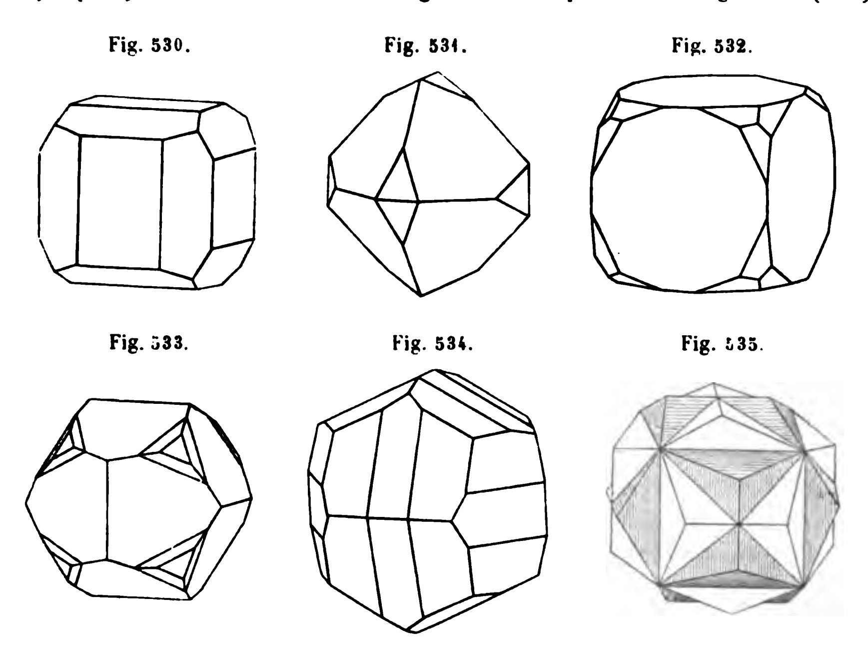


Fig. 530. Fig. 531. Fig. 532.

Fig. 533. Fig. 534. Fig. 535.

{111} und in der Zone beider dasselbe Dyakisdodekaëder {321}, wie in der vorigen Combination; Fig. 534: {201}, {412}, von denen erstere Form die längsten Kanten der zweiten gerade abstumpft. Häufig Durchwachsungszwillinge nach dem Gesetze: Zwillingsaxe die Normale zu einer Dodekaëderebene, von der Ausbildung der Fig. 535, in welcher der eine der beiden Krystalle durch Schraffirung von dem andern unterschieden ist. Wie aus den angeführten Beispielen hervorgeht, zeigen die Krystalle des Pyrit nur Formen einer der beiden S. 509 erwähnten Reihen mit einander combinirt; bestimmt man nun die Zugehörigkeit derselben zu den beiden, thermoëlektrisch verschiedenen Arten dieser Substanz (s. S. 193), so ergiebt sich (wie G. Rose und später Curie gezeigt haben), dass dieselben sich auch krystallographisch unterscheiden lassen; namentlich dadurch, dass das gewöhnliche Pentagondodekaëder der thermoëlektrisch positiven Krystalle eine Streifung parallel den hexaëdrischen Kanten zeigt (wie sie auf einem der beiden Krystalle des Zwillings Fig. 535 gezeichnet ist), während dasjenige der negativen Krystalle senkrecht dazu, d. i. parallel der Symmetrielinie der Pentagone, gestreift ist. Letztere Streifung entspricht einer alternirenden Ausbildung der in Fig. 534 abgebildeten Formen {201} und {412} oder einer solchen von {201} mit dem Ikositetraëder {211}, und dementsprechend finden sich die Formen {412} und {211} vorherrschend bei den thermoelektrisch negativen Krystallen. Andererseits charakterisiren das Dyakis-

dodekaëder {321} und das Hexaëder besonders die positiven Krystalle, und hiermit stimmt die positive Natur der horizontal gestreiften Pentagondodekaëder überein, denn diese entsteht durch Alterniren der Flächen desselben mit denen des Würfels. Darnach sind also die Combinationen Fig. 532 und 533 einerseits und die in Fig. 534 dargestellte andererseits als zwei verschiedenen Arten von Krystallen angehörig zu betrachten, und dementsprechend die beiden Pentagondodekaëder {210} in Fig. 533 und {201} in Fig. 534 nicht als identisch anzusehen; in der That können dieselben auch, obgleich ihre geometrische Form die gleiche ist, ihrer verschiedenen Streifung wegen nicht zur Congruenz gebracht werden. Scheinbare Ausnahmen von diesen Gesetzmässigkeiten werden durch regelmässige Verwachsungen von thermoëlektrisch positivem und negativem Pyrit verursacht, und zwar findet, wie Curie nachgewiesen hat, diese Verwachsung genau wie beim Quarz in dünnen, der Aussenform parallelen, entgegengesetzten Schichten statt, so dass anscheinend einfache Krystalle entstehen.

Kobaltin (Kobaltglanz) = $CoAsS$ (ein Theil des Co gewöhnlich durch Fe isomorph vertreten). Dieselben Formen und dieselben physikalischen Eigenschaften wie Pyrit; doch ist wegen der seltener deutlich auftretenden Streifung der Pentagondodekaëder die Unterscheidung der beiden Arten von Krystallen ohne thermoëlektrische Untersuchung meist nicht möglich.

Smaltin (Speiskobalt) = $CoAs^2$. Gewöhnliche Combination: {100}, {111}, weniger häufig mit {110} und {211}; äusserst selten Pentagondodekaëder, wie {310}, {510} und Dyakisdodekaëder. Die Krystalle sind thermoëlektrisch gegen Kupfer theils positiv, theils negativ, wie die vorigen.

Kalium-Alaun = $[SO^4]^2AlK.12H^2O$. Aus wässeriger Lösung {111}, untergeordnet {110}, {100}; aus alkalischer Lösung {100}; aus salzsaurer Lösung dieselben Formen mit {210}. Elasticitätsmodulus nach Beckenkamp:

parallel einer Würfelnormale . . 1886 kg
parallel einer Dodekaëdernormale 2009 -

Brechungsindices nach Ch. Soret:

Linie		
Linie	B	$n = 1,45284$
-	C	1,45383
-	D	1,45634
-	E	1,45919
-	F	1,46167
-	G	1,46615

Isomorph mit dem gewöhnlichen Alaun sind u. a. noch folgende analog zusammengesetzte Verbindungen:

Kaliumeisen-Alaun = $[SO^4]^2FeK.12H^2O$. Beobachtete Formen: {111}, {100}.

Chrom-Alaun = $[SO^4]^2CrK.12H^2O$. Leicht in sehr grossen Oktaëdern zu erhalten.

Cäsium-Alaun = $[SO^4]^2AlCs.12H^2O$. Combination: {111}, {100}, {210}.

Thallium-Alaun = $[SO^4]^2AlTl.12H^2O$. Oktaëder. Brechungsindex für *Na*-Gelb: $n = 1,4888$ Fock.

Ammonium-Alaun = $[SO^4]^2AlNH^4.12H^2O$. Damit isomorph auch die substituirten Alaune, d. h. solche, in denen der Wasserstoff des Ammoniums durch organische Radicale ersetzt ist. Besonders schön krystallisirt:

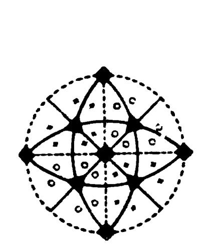
Trimethylamin-Alaun = $[SO^4]^2AlNH[CH^3]^3.12H^2O$. Combination Fig. 529): {111}, {210}.

Die Alaune bilden nach Brauns (vergl. auch S. 220) vollkommen einfachbrechende Krystalle, wenn sie chemisch rein sind, d. h. nur aus einem der oben genannten Salze bestehen, während die isomorphen Mischungen auch bei einem geringen Gehalte eines zweiten Alauns doppeltbrechend sind. Platten nach einer Hexaëderfläche zeigen vier, durch einfachbrechende, den beiden andern Würfelflächen parallele Zonen getrennte Felder; sechsseitige oktaëdrische Platten dagegen sechs Felder, deren Schwingungsrichtungen den Randkanten der Platte parallel sind.

31. Hexakistetraëdrische Klasse.

(Tetraëdrische oder geneigtflächige Hemiëdrie.)

Wenn zu den Symmetrieverhältnissen der ersten Klasse des kubischen Systems (Fig. 487) noch die Symmetrie nach den Ebenen des Dodekaëders hinzutritt (Fig. 490, untenstehend wiederholt), so bedingt dies zu je drei Flächen des tetraëdrischen Pentagondodekaëders drei in dem gleichen Oktanten liegende gleichwerthige, so dass eine Form entsteht, welche in den vier



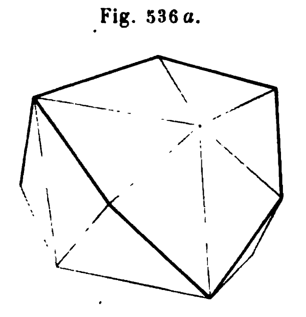


Fig. 536 *a*.

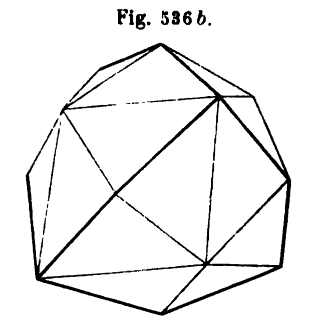


Fig. 536 *b*.

abwechselnden (einem Tetraëder entsprechenden) Oktanten je sechs Flächen besitzt und daher Hexakistetraëder genannt wird. In Fig. 536 *a* ist das »positive« Hexakistetraëder $\{hkl\}$, dessen Pole in der obigen Projection eingetragen sind, in Fig. 536 *b* das negative $\{h\bar{k}l\}$, welches, wenn die Indiceszahlen beider die gleichen sind, nur durch seine Stellung von dem ersten verschieden ist, abgebildet. Jede dieser Formen geht, wie auch aus der Projection zu ersehen, durch Drehung von 90° um eine der zweizähligen Axen und gleichzeitige Spiegelung nach der dazu senkrechten

Würfelebene in sich selbst über, also sind jene Axen zugleich vierzählige der zusammengesetzten Symmetrie und als solche in der Projection bezeichnet. Die Hexakistetraëder besitzen dreierlei Kanten, von denen die längsten und die kürzesten in den abwechselnden vier Oktanten je eine ditrigonale (bei gewissen Verhältnissen der Indices eine hexagonale) Ecke bilden, während die längsten und mittleren in den vier entgegengesetzten Oktanten zu je einer spitzeren ditrigonalen Ecke zusammentreffen, daher die dreizähligen Axen polar sind.

1. Ist $k = l$, so fallen die beiden in einer kürzesten Kante zusammenstossenden Flächen in eine Ebene und das positive Hexakistetraëder geht in

Fig. 537 *a*.

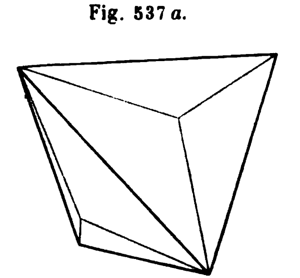
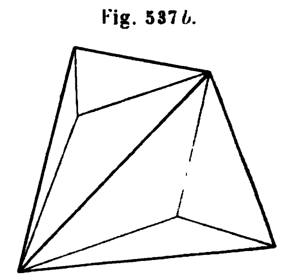


Fig. 537 *b*.



ein positives Triakistetraëder (Fig. 537 *a*), die negative allgemeine Form in die negative besondere (Fig. 537 *b*) über, welche mit den bereits S. 496 betrachteten geometrisch übereinstimmen.

2. Ist $h = k$, so verschwinden die längsten Kanten, und es entstehen aus den beiden Hexakistetraëdern das positive resp. negative Deltoiddodekaëder Fig. 538 *a*, *b* (vergl. S. 496).

Fig. 538 *a*.

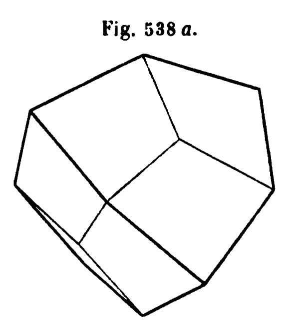
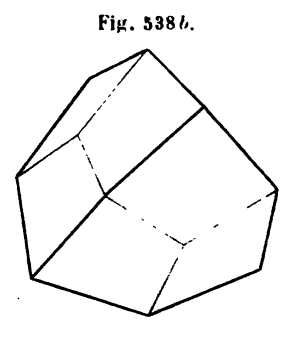


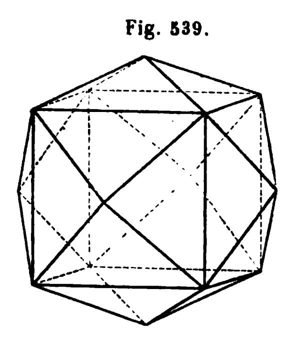
Fig. 538 *b*.



3. Während in den beiden vorhergehenden Fällen die positiven und negativen allgemeinen Formen zu verschiedenen besonderen führen, tritt im Falle $l = 0$ das Gegentheil ein, denn wenn man sich zu der Projection a. vor. S. die des negativen Hexakistetraëders denkt (indem man alle Pole × durch ○ ersetzt und umgekehrt), so werden beide identisch, sobald man die Pole in die punktirten Durchmesser resp. in den Grundkreis rückt. Dass das so entstehende Tetrakishexaëder Fig. 539 in der That die gemeinsame

Grenzform der positiven und negativen Hexakistetraëder für den Fall des Parallelismus der Flächen mit den Krystallaxen darstellt, geht unmittelbar aus der Vergleichung der Fig. 536 *a*, *b* mit Fig. 539 hervor, denn in diesem Falle geht der von je vier der längsten Kanten gebildete Rhombus der beiden ersteren in das von den hexaëdrischen Kanten gebildete Quadrat der letzteren und die dem Pol einer Krystallaxe entsprechende didigonale Ecke beider Hexakistetraëder in die gleiche vierkantige Ecke des Tetrakishexaëders über.

Fig. 539.



4. Die letzteren Formen fallen mit dem Rhombendodekaëder zusammen, wenn das Verhältniss $h : k$ den speciellen Werth 1 annimmt.

5. Ist $h = k = l$, so gehen die positiven Hexakistetraëder in das positive Tetraëder (Fig. 497 *a* S. 497), die negativen in das negative (Fig. 497 *b* l. c.) über.

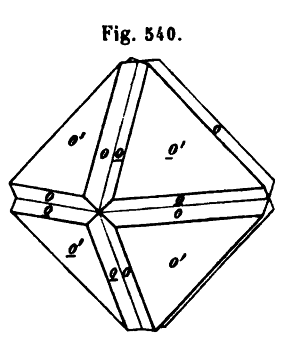
6. Fallen endlich die Pole der Flächen mit denen der Krystallaxen zusammen, so entsteht das Hexaëder als gemeinsame Grenzform der positiven und negativen Formen.

Somit ergiebt sich die folgende Uebersicht:

$\{100\}$ Hexaëder
$\{110\}$ Rhombendodekaëder
$\{111\}$ positives, $\{1\bar{1}1\}$ negatives Tetraëder
$\{hk0\}$ Tetrakishexaëder
$\{hkk\}$ positives, $\{h\bar{k}l\}$ negatives Triakistetraëder
$\{hhl\}$ positives, $\{h\bar{h}l\}$ negatives Deltoiddodekaëder
$\{hkl\}$ positives, $\{h\bar{k}l\}$ negatives Hexakistetraëder.

Beispiele. Diamant $= C''$. Einfache Tetraëder oder Hexakistetraëder selten; meist Zwillinge, wie Fig. 540. $o = \{111\}$, $o' = \{1\bar{1}1\}$; Zwillingsebene $\{100\}$; in Folge der Durchkreuzung erscheinen die Krystalle als Oktaëder, deren Kanten durch Rinnen ersetzt sind. Weniger häufige Formen sind $\{100\}$ und $\{110\}$. Spaltbarkeit $\{111\}$ vollkommen. Brechungsindex s. S. 29. Optische Anomalien s. S. 218 unten. Ausdehnung durch die Wärme sehr gering (kub. Ausdehnungscoëff. $= 0{,}000\,003\,54$).

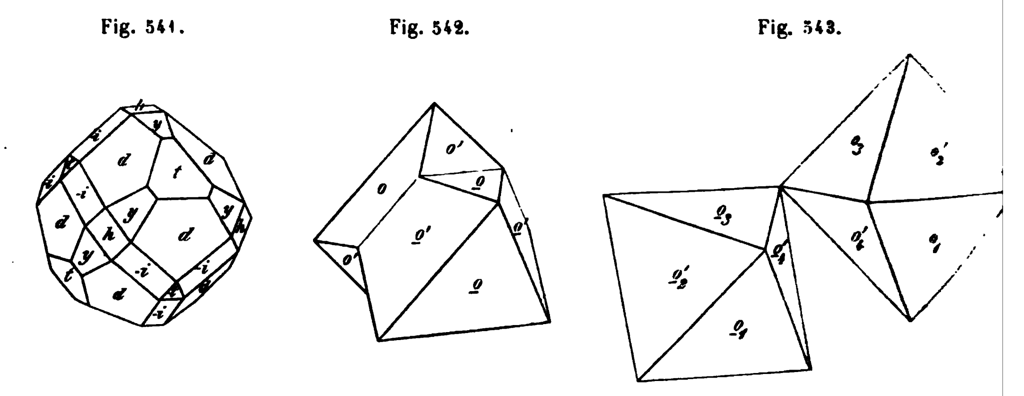
Fig. 540.



Zinkblende $= ZnS$. Fig. 541 stellt die folgende Combination gewisser Krystalle dieses Minerals dar: $d = \{110\}$, $t = \{111\}$ glänzend, $-t = \{1\bar{1}1\}$ meist matter, $y = \{311\}$, $-i = \{2\bar{1}1\}$, $h = \{100\}$. Sehr häufig Zwillinge, meist von ähnlicher Ausbildung, wie Fig. 542, so dass an der Zwillingsgrenze positive (o') und negative (o Tetraëderflächen einander gegenüberliegen;

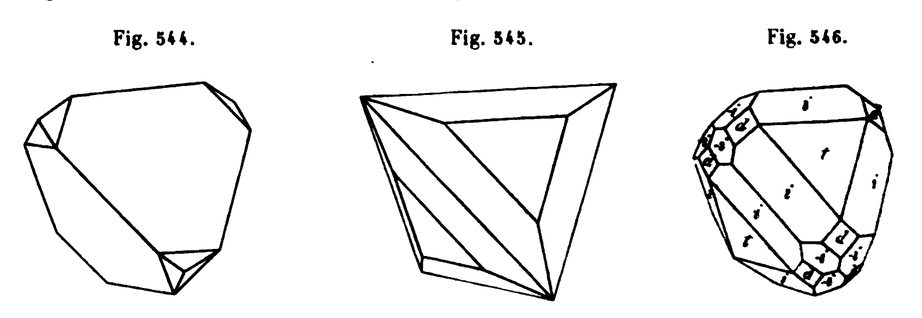
in Folge dessen erhält man zwar die Stellung des einen Krystalls, indem man ihn aus der mit dem zweiten parallelen Orientirung um die Normale zu {111} als Zwillingsaxe um 180° dreht, aber die beiden Krystalle sind nicht symmetrisch zu der Fläche, mit welcher sie verwachsen sind. Will man unter »Zwillingsebene« nur eine solche Fläche der Krystalle verstehen, nach welcher dieselben zu einander symmetrisch sind auch unter Berücksichtigung ihrer Oberflächenbeschaffenheit, so muss man den Zwilling als einen solchen nach ($\bar{1}12$) bezeichnen, denn nach dieser der Zone der Zwillingsaxe angehörigen Fläche sind die beiden Krystalle vollständig symmetrisch, wie

Fig. 541. Fig. 542. Fig. 543.



man leicht aus Fig. 543 ersieht, in welcher dieselben genau die gleiche Orientirung besitzen, wie in Fig. 542, und in welcher die Flächen des positiven Tetraëders ebenfalls durch Accente an *o* unterschieden sind. — Spaltbar vollkommen nach {110}. Diatherman. Die entgegengesetzten Enden jeder der vier trigonalen Axen werden entgegengesetzt elektrisch sowohl durch Temperaturänderung, als durch Druck (Friedel und Curie). Brechungsindices: $n = 2{,}341$ roth, $2{,}369$ gelb.

Fig. 544. Fig. 545. Fig. 546.



Fahlerz $= (As,Sb)^2S^7(Cu^2,Fe,Zn)^4$. Die häufigsten Combinationen sind Fig. 544: {111}, {110}; Fig. 545: {111}, {211}; nicht selten auch die in Fig. 546 dargestellte complicirtere Combination: $t = \{111\}$, $i = \{211\}$, $d = \{110\}$, $-i = \{2\bar{1}1\}$.

Boracit = $B^{16}O^{30}Cl^2Mg^7$. Combinationen Fig. 547: Tetraëder mit untergeordnetem Hexaëder; Fig. 548: {100}, {111}; dieselben Formen mit {110} und {1$\bar{1}$1} Fig. 11 Taf. III; Fig. 549: h = {100}, d = {110}, t = {111} glänzend, — t = {1$\bar{1}$1} klein und matt, — i = {2$\bar{1}$1} als sehr schmale Abstumpfung, endlich das nicht häufige Hexakistetraëder a = {531}. Die

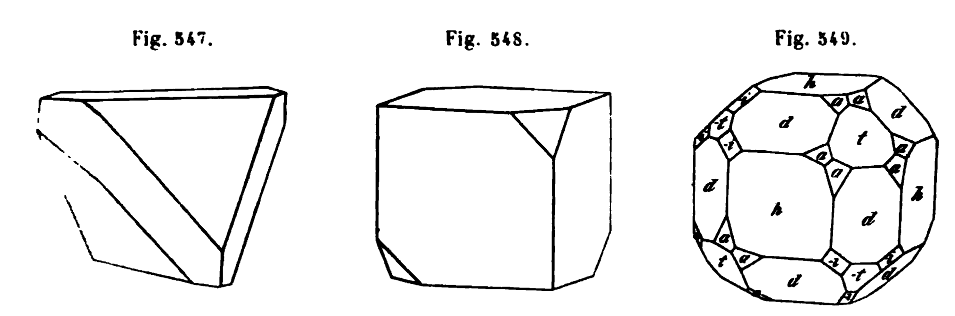


Fig. 547. Fig. 548. Fig. 549.

natürlichen Boracitkrystalle, obgleich in ihren Formen vollkommen kubisch und lange als ausgezeichnetes Beispiel für die Symmetrie der vorliegenden Klasse betrachtet, sind nur pseudokubisch (mimetisch) und in Wirklichkeit sehr complicirte Verwachsungen rhombischer Krystalle. Bei 265° C. verlieren dieselben jedoch plötzlich ihre Doppelbrechung und wandeln sich in einfachbrechende Krystalle um, so dass von da ab bis zum Schmelzpunkt äussere Form und optisches Verhalten übereinstimmen. Hiernach ist die Boracitsubstanz dimorph, und ihre rhombische Form besitzt Dimensionen, welche es gestatten, dass die Krystalle in ihren regelmässigen Verwachsungen pseudokubische Gestalten hervorbringen, welche durch Messung nicht von kubischen zu unterscheiden sind. Der früher als »optisch anomal« betrachtete Boracit war es, an welchem zuerst Mallard die Richtigkeit seiner Erklärung derartiger mimetischer Gebilde (s. S. 220 u. 279 f.) nachwies. Auch die Aetzfiguren stehen nach Baumhauer mit einer Zusammensetzung aus rhombischen Einzelkrystallen im Einklange. Diese Einzelkrystalle müssen aber, um einen Aufbau von den Symmetrieverhältnissen der Boracitkrystalle hervorzubringen, eine polare zweizählige Axe besitzen; da nun in der regelmässigen Verwachsung die beiden entgegengesetzten Pole derselben in ihrer Orientirung entgegengesetzten Polen der trigonalen Axen des mimetischen Gebildes entsprechen, so muss das letztere diese Polarität nicht nur krystallographisch (durch die erwähnte Verschiedenheit der Tetraëderflächen), sondern auch physikalisch, namentlich in pyroëlektrischer Beziehung, zeigen. In der That sind die trigonalen Axen des B. in ausgezeichneter Weise elektrische Axen, wie aus Fig. 11 Taf. III zu ersehen, welche das Resultat der Bestäubung eines sich abkühlenden Krystalls (nach Mack) darstellt.

Oxalsaures Aluminiumnatriumkalium = $(C^2O^4)^3AlNa^2K.4H^2O$. {211}, Fig. 537a, oder mit untergeordnetem {2$\bar{1}$1} (Beckenkamp).

32. Hexakisoktaëdrische Klasse.

(Holoëdrie des regulären Krystallsystems.)

Sind ausser den Flächen des Dodekaëders auch diejenigen des Hexaëders Symmetrieebenen, so werden die Flächen des negativen Hexakistetraëders (s. vor. Klasse) denen des positiven gleichwerthig, und die vollständige einfache Form (s. beistehende Projection) besitzt 48 Flächen, die höchste mögliche Zahl, entsprechend dem hier vorliegenden höchsten, an einem krystallographischen Polyëder möglichen Grade der Symmetrie (s. S. 490, 491). Da zu jedem der acht Oktanten sechs Flächen, deren Symbole man durch alle möglichen Vertauschungen der drei Indices erhält, gehören, so werden diese Formen $\{hkl\}$ Hexakisoktaëder genannt, deren für bestimmte Werthe der Indices, z. B. das in Fig. 550 dargestellte {321}, natürlich nur eines existiren kann. Aus der Gleichwerthigkeit der entgegengesetzten Flächen geht hervor, dass die trigonalen Axen zugleich sechszählige Axen der zusammengesetzten Symmetrie sind, daher die zu ihnen senkrechten Ebenen in der Projection entsprechend bezeichnet sind, während die Hexaëdernormalen tetragonale Symmetrieaxen und die Dodekaëdernormalen didigonale (auch »rhombische Axen« genannt) sind. Die Hexakisoktaëder besitzen dreierlei Kanten, mittlere (a) in den Hexaëderebenen gelegene, längste (b) und kürzeste (c), welche in den sechs, die Winkel der ersteren halbirenden Symmetrieebenen gelegen sind; ebenso sind die Ecken von drei Arten: ditetragonale (a, b) an den Polen der drei Krystallaxen, ditrigonale (b, c) an den Polen der Oktaëdernormalen und rhombische (2 + 2-kantige, a, c) an den Polen der Dodekaëdernormalen. Das oben abgebildete {321} hat gleiche Flächenwinkel der Kanten b und c, da die gerade Abstumpfung der entsprechenden Ecken, {111}, kein Ditrigon, sondern ein Hexagon liefert (wie sich leicht aus der Zugehörigkeit der Fläche (111) zur Zone [321, 123] ergiebt); ferner sind seine Kanten b parallel denen des Rhombendodekaëders, denn die Indices je zweier Flächen, z. B. (321) und (312), entsprechen der Zone [110, 101]. In Fig. 551 ist dagegen das Hexakisoktaëder {421} dargestellt, welches keine der beiden eben angeführten Eigenschaften, und in Folge der grösseren Verschiedenheit der Parameter stumpfere ditetragonale und spitzere ditrigonale und rhombische Ecken hat. Die dreierlei Flächenwinkel der beiden abgebildeten Formen sind folgende:

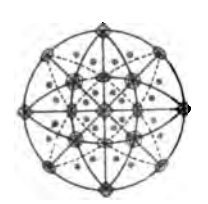


Fig. 550.

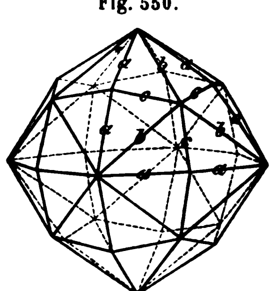
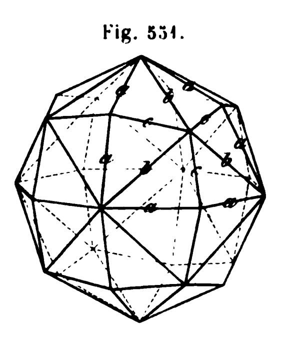


Fig. 551.



	a	b	c
{321}	31° 1′	21°47′	21°47′
{421}	25 13	17 45	35 57

Die Hexakisoktaëder nähern sich um so mehr einem Ikositetraëder Fig. 515 S. 505), je stumpfer die Kanten b werden, einem Triakisoktaëder (Fig. 516 ebenda), je kleiner der Flächenwinkel der Kanten c ist, endlich einem Tetrakishexaëder (Fig. 517), je weniger die in den Kanten a zusammentreffenden Flächen sich in ihrer Stellung von einander unterscheiden. Diese drei Arten von Grenzformen führen endlich, wie früher bereits erörtert, zu den drei einfachsten Formen des kubischen Systems (Fig. 518, 519, 520 S. 506), welche man somit auch als specielle Fälle der Hexakisoktaëder, für $h = k$, $l = 0$, für $h = k = l$ und für $k = l = 0$, ansehen kann. So ergeben sich die folgenden Formen als dem höchsten krystallographisch möglichen Grade der Symmetrie entsprechend:

{100} Hexaëder
{110} Rhombendodekaëder
{111} Oktaëder
{$hk0$} Tetrakishexaëder
{hkk} Ikositetraëder
{hhl} Triakisoktaëder
{hkl} Hexakisoktaëder.

Beispiele. α-Phosphor $= (P)^x$. Krystallisirt aus Chlorschwefel u. a. Lösungsmitteln in Rhombendodekaëdern, bei der Sublimation im Vacuum oder in sauerstofffreien Gasen in Combinationen von {110}, {111}, {100}, {311}, {421}.

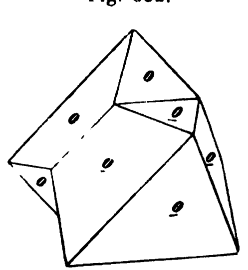


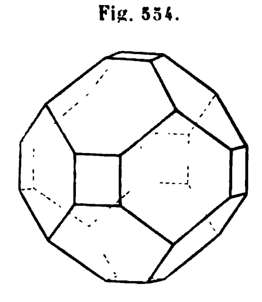
Fig. 552.

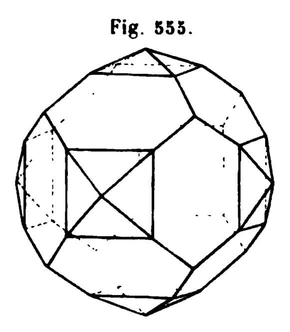
Silicium $= Si$. Schwarze, metallglänzende Oktaëder, meist Zwillinge nach {111} (Fig. 552), aber parallel einer Kante $o : \underline{o}$ zu Stäben mit rinnenförmig einspringenden Winkeln verlängert (ähnlich dem Drilling Fig. 506, S. 500).

Eisen $= Fe$. Kleine oktaëdrische, nach den vierzähligen Axen aneinander gereihte Krystalle in porös erstarrtem Roheisen; hexaëdrische Spaltbarkeit sehr deutlich in manchen Meteoreisen.

Kupfer $= Cu$. In Schlacken abgeschiedenes und galvanisch gefälltes zeigt meist {111}, die natürlichen Krystalle dagegen ausser den einfachen

Fig. 553.


Fig. 554.


Fig. 555.

Formen {100}, {110}, {210}, {310} u. a. sehr mannigfache Combinationen, wie Fig. 553: {100}, {110}; Fig. 554: {110}, {100}: Fig. 524 S. 507): {100} {310}; Fig. 555: {210}, {110} u. s. f. — Zwillinge nach {111}.

Fig. 556.

Blei = *Pb* erstarrt aus dem geschmolzenen Zustand in Oktaëdern oder Combinationen von {111} und {100}.

Quecksilber = *Hg* erstarrt in Oktaëdern.

Silber = *Ag*. Galvanisch abgeschiedene und natürliche Krystalle: {100}, {111}, {110}, {311} (Fig. 556) u. s. f. — Zwillinge nach {111}.

Gold = *Au* zeigt dieselben Formen und Zwillinge.

Platin = *Pt*. Natürlich {100}.

Bleisulfid (nat. Bleiglanz) = *PbS*. Künstliche {100}, natürliche Krystalle meist Combinationen von {100} und {111} (Fig. 523 S. 507 und Fig. 557).

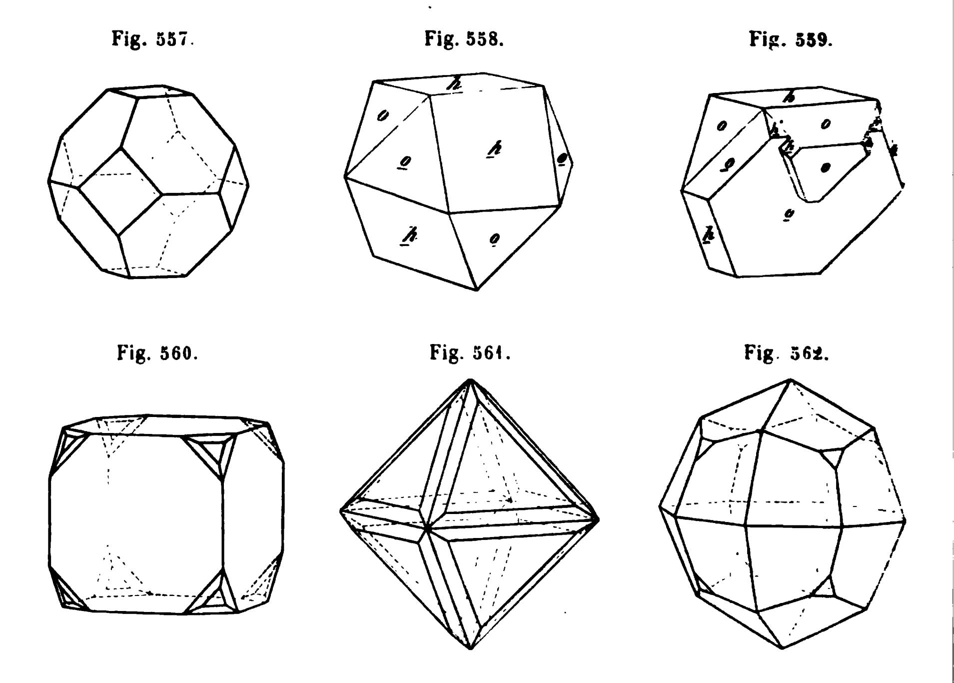


Fig. 557. Fig. 558. Fig. 559. Fig. 560. Fig. 561. Fig. 562.

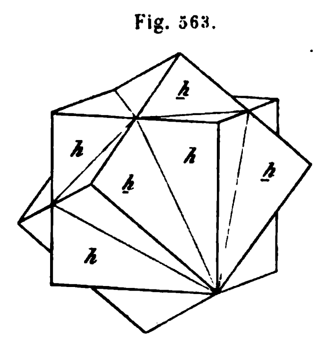
oft Zwillinge nach {111}, Figg. 558 und 559; *h* = {100}, *o* = {111}. Ferner {100}, {211}, {111} Fig. 560; {111}, {221} Fig. 561. Spaltbar {100} vollkommen.

Silbersulfid (nat. Silberglanz) = Ag^2S. Natürliche Krystalle {100}, {111}, {110}, {211} und Combination derselben wie Fig. 562: {211}, {111}.

Arsentrioxyd = As^2O^3. Aus Lösungen und sublimirt {111}.

Antimontrioxyd (nat. Senarmontit) = Sb^2O^3. Dieselbe Krystallform. Anomal doppeltbrechend.

Fig. 563.



Fluorcalcium (Flussspath) = CaF^2. Die gewöhnlichste Form dieses Minerals ist {100}, häufig in Zwillingen nach {111} Fig. 563. Nicht selten sind dessen Combinationen mit {310} (Fig. 524 S. 507) und mit dem Hexakisoktaëder {421} (Fig. 564), während die gleichen Formen mit {111} combinirt (Fig. 565 und 566) seltener vorkommen. Spaltbar nach {111}.

Fig. 564.

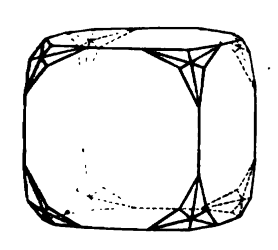


Fig. 565.

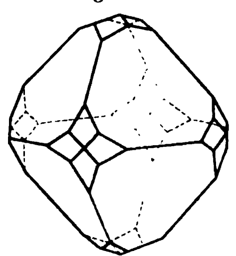
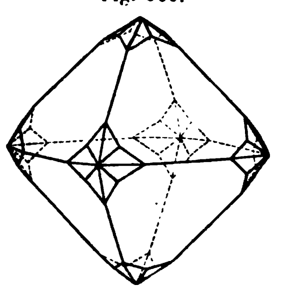
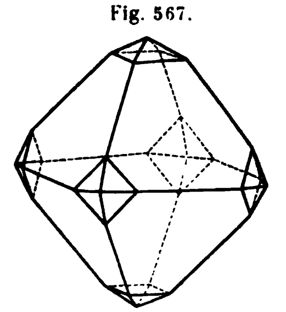


Fig. 566.



Kaliumplatinchlorid = $PtCl^6K^2$. Oktaëder. Dieselbe Form hat das analoge Ammoniumsalz, auch wenn der Wasserstoff des NH^4 durch organische Radicale ersetzt ist.

Fig. 567.



Spinell (nat.) = Al^2O^4Mg. {111} oder Comb. {111}, {311}, Fig. 567. Zwillinge nach {111}, Fig. 552 (S. 519).

Eisenoxydoxydul (nat. Magneteisenerz) = Fe^2O^4Fe. {111} oder {110}, {111} (Fig. 568), ferner: {110}, {311} (Fig. 569); selten die Combi-

Fig. 568.

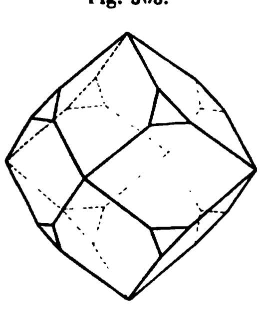


Fig. 569.

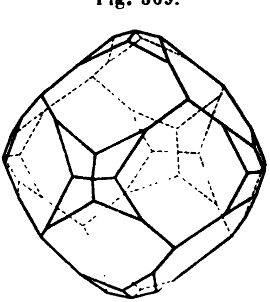
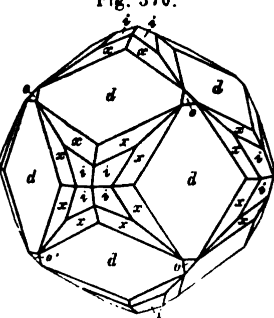


Fig. 570.



nation {110} {311} {531} {111} Fig. 570. Häufig Zwillinge gleich denen des Spinell.

Granat (nat.) = $Si^3 O^{12} \overset{..}{R}^2 \overset{...}{R}^3$, worin $\overset{..}{R}$ = *Ca*, *Mg*, *Fe* oder *Mn*, $\overset{...}{R}$ = *Al*, *Fe* oder *Cr*. Häufigste Formen: {110}, Fig. 496; {110}, {211} Fig. 571; {110} {321} Fig. 572; {110} {211} {321} Fig. 573. Brechungsindex n = 1.77 (roth) bei rothen Granaten. Oft anomal doppeltbrechend (C. Klein).

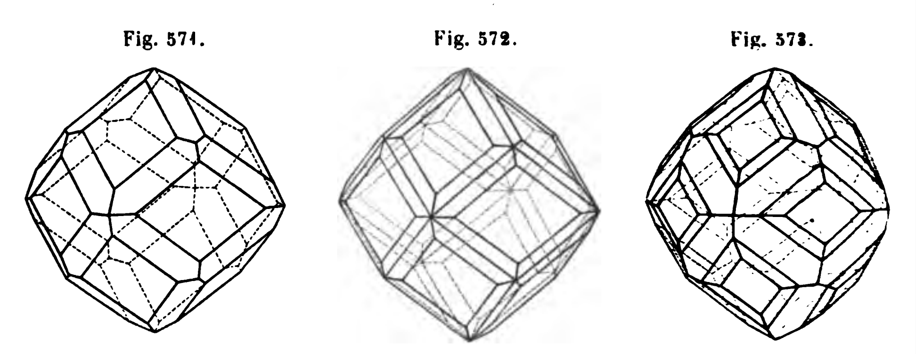


Fig. 571. Fig. 572. Fig. 573.

Leucit = $[SiO^3]^2 Al(K,Na)$. Aus dem Schmelzfluss vulkanischer Gesteine krystallisirt dieses Mineral in Ikositetraëdern {211}, wandelt sich aber während der Abkühlung in eine zweite dimorphe Modification um unter Erhaltung der äusseren Form, welche nun ein mimetisches Gebilde, zusammengesetzt aus zahlreichen doppeltbrechenden Zwillingslamellen nach {110}, darstellt. Durch Erhitzen auf über 400° kann man die umgekehrte Umwandlung in die einfachbrechende, kubische Modification hervorrufen (C. Klein).

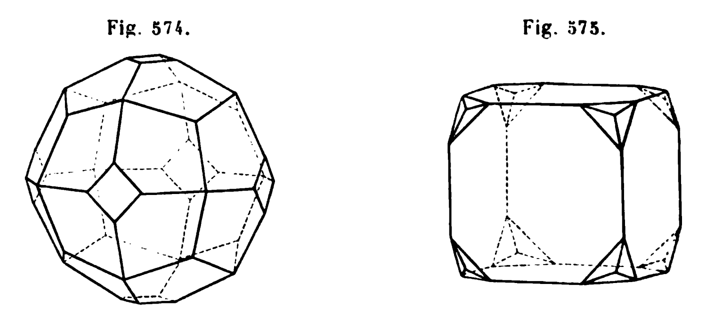


Fig. 574. Fig. 575.

Analcim = $[SiO^3]^2 AlNa.H^2O$. Combination: {211}, {100} Fig. 574 oder 575). Optisch anomal, ähnlich dem Alaun (S. 513).

Anhang.

Vergleichungstabelle der Systematik, Nomenclatur und Bezeichnung der Krystallformen

von

Miller, Weiss, Naumann und Lévy.

Die im Vorhergehenden erfolgte systematische Behandlung der Krystallographie ging von den einfachsten Krystallformen, d. h. denjenigen mit dem niedrigsten Grade der Symmetrie, aus und gelangte durch Hinzufügung weiterer Symmetrieelemente nach und nach zu der höchstsymmetrischen jener 32 Klassen, deren jede ein für sich bestehendes, durch bestimmte Symmetrieverhältnisse charakterisirtes Ganze darstellt. Die Zusammenfassung bestimmter Symmetrieklassen zu einer Gruppe (»Krystallsystem«), welche der leichteren Uebersicht wegen benutzt wurde, beruht auf rein praktischen Erwägungen und ist in gewissem Sinne sogar willkürlich. Diese Gruppen bildeten nun die Grundlage der bisherigen Darstellungen der Krystallographie, welche von der Betrachtung der höchstsymmetrischen Klasse eines Krystallsystems, d. h. von der flächenreichsten einfachen Krystallform desselben, ausgingen, diese als »holoëdrische« (ganzflächige) bezeichneten und aus ihr die Formen der folgenden Klassen durch »Hemiëdrie« (Halbflächigkeit) ableiteten, indem die nach einem bestimmten Gesetze ausgewählte Hälfte der Flächen als »vollständige einfache Form« betrachtet wurde; durch Combination zweier derartiger Gesetze konnte dann eine »tetartoëdrische« Form, welche ein Viertel der Flächen der holoëdrischen enthielt, construirt werden u. s. f. Waren die den beiden entgegengesetzten Polen einer Symmetrieaxe angehörigen Flächen ungleichwerthig, so bezeichnete man diese Eigenschaft der betreffenden Krystallform als »Hemimorphie«, deren Combination mit der Hemiëdrie einen niedrigeren Grad der Symmetrie hervorbrachte, wie ihn gewisse Krystalle in der That zeigten; solche Formen konnte man jedoch erhalten, wenn man von verschiedenen Gesetzen der Hemiëdrie ausging, daher Zweifel über die richtige Auffassung derselben entstanden, verursacht dadurch, dass der Herleitung der Krystallformen auf diesem

Wege überhaupt kein bestimmtes Princip zu Grunde lag, und daher in krystallographischen Lehrbüchern Gesetze der Hemiëdrie, d. h. Krystallformen, als möglich angegeben wurden, deren Unmöglichkeit schon 1830 in der S. 322 erwähnten Abhandlung Hessel's nachgewiesen worden war.

Auf der soeben erwähnten, eines Principes entbehrenden Systematik beruht nun auch die hauptsächlich von Naumann eingeführte Nomenclatur der Krystallformen, welche z. Z. noch in allen krystallographischen und mineralogischen Werken benutzt wird, obgleich seit lange erkannt ist, dass ein grosser Theil der Namen nicht nur überflüssig, sondern sogar höchst ungeeignet sei, weil dieselben (wie Hemipyramide, Tetartopyramide u. a.) zu ganz falscher Auffassung von Seiten des Lernenden führen. Von dieser Nomenclatur ist in der vorliegenden Behandlung nur der kleinere Theil welcher wirklich einwandfrei ist, beibehalten, und die übrige durch die weit einfachere, welche Fedorow vorgeschlagen und die im Wesentlichen der Verf. schon in seinen Vorlesungen benutzte, ersetzt worden. Die Zahl der dem Gedächtniss einzuprägenden termini technici der Krystallographie ist dadurch nahezu auf die Hälfte reducirt worden.

Auch für die Bezeichnung der Krystallformen durch Symbole ist noch keine Gleichmässigkeit erzielt, wenn auch die in vorliegendem Lehrbuche benutzten, sog. Miller'schen, welche (wie schon aus S. 303 u. 304 hervorgeht und in der III. Abtheil. noch eingehender gezeigt werden wird) die einzigen für eine rationelle Bestimmung der Krystallformen brauchbaren sind, von Jahr zu Jahr allgemeineren Eingang finden. Weiss, welcher zuerst den Begriff der krystallographischen Axen in die Wissenschaft einführte, bezeichnete eine Fläche durch ihr Parameterverhältniss, die Grundform, im Falle dreier ungleichwerthiger Axen z. B., mit $(a : b : c)$, eine davon abgeleitete Form mit $(a : nb : mc)$ oder $(na : b : mc)$, wo n und m rationale Zahlen oder Zahlenverhältnisse > 1, z. B. $\frac{3}{2}$, 2, 3 ... ∞ (im Falle des Parallelismus der Flächen mit der betr. Axe) waren. Später wurden die Weissschen Symbole, z. B. von G. Rose, auch so geschrieben, dass die Coëfficienten, mit denen die Axen der Grundform multiplicirt wurden, Brüche mit dem Zähler 1 waren, also $\left(\frac{1}{mn} a : \frac{1}{m} b : \frac{1}{n} c\right)$ oder $\left(\frac{1}{m} a : \frac{1}{mn} b : \frac{1}{n} c\right)$; alsdann kann aus denselben unmittelbar das Miller'sche Symbol abgeschrieben werden, denn die Nenner jener Brüche sind offenbar die Indices der betr. Fläche (s. S. 292). Zur Abkürzung der unbehülflich langen Weissschen Symbole führte nun Naumann die nach ihm benannte und noch vielfach, namentlich in deutschen mineralogischen Werken, benutzte Bezeichnung ein. Nach dieser erhält die Grundform das Zeichen P (Pyramide), im kubischen Krystallsysteme O (Oktaëder), und mit diesem werden die obigen Coëfficienten m und n, sobald sie von 1 verschieden sind, verbunden, z. B. mOn, mPn, ∞On etc. Durch besondere Zeichen werden die Axen charakterisirt, auf welche sich die betreffenden Coëfficienten beziehen, eine Bezeichnung, welche bei verschiedener Orientirung der Krystalle zu mannig-

fachen Verwirrungen Anlass gegeben hat. Ein solches Naumann'sches Symbol bezeichnet nun eine vollständige »holoëdrische« Form; zur Charakterisirung einer hemiëdrischen, hemimorphen oder tetartoëdrischen werden Symbole, wie $\frac{mOn}{2}$, $\frac{mOn}{4}$ benutzt, welche aber noch durch Zusätze von [ ] u. a. Zeichen complicirt werden müssen, um anzugeben, welche Art von Hemiëdrie u. s. w. gemeint sei*). Endlich sind in Frankreich noch vielfach die von Lévy eingeführten, im Wesentlichen auf den Bezeichnungsmethoden Hauy's begründeten, Symbole im Gebrauch. Diese beruhen darauf, dass an der Primitivform (d. i. dem Elementarparallelepiped S. 252) die dreierlei Flächen mit p, m, t, die sechs Kanten mit den Consonanten b, c, d, f, g, h, die vier Ecken mit den Vocalen a, e, i, o (im Falle der Gleichwerthigkeit mehrerer nur mit den ersten Buchstaben), ferner die Abstumpfung einer Kante z. B. b, mit $b^{\frac{y}{x}}$ ($y : x$ = dem Verhältniss der beiden andern Parameter), und die einer Ecke, wenn diese z. B. von den Kanten d, f, h gebildet wird, mit $\left(d^{\frac{1}{x}} f^{\frac{1}{y}} h^{\frac{1}{z}}\right)$, wo $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ das Verhältniss der auf den Kanten abgeschnittenen Längen bedeutet, bezeichnet werden.

In der folgenden Tabelle ist nun eine Vergleichung dieser verschiedenen Symbole und Benennungen gegeben, welche dazu dienen soll, die verschiedenen z. Z. noch im Gebrauche befindlichen Bezeichnungen leicht und rasch auf die im vorliegenden Lehrbuche benutzten zu beziehen, und ist hierbei die Reihenfolge gewählt worden, welche, der bisherigen Methode der Ableitung der Krystallformen entsprechend, z. Z. noch allgemein üblich ist, nämlich (gerade umgekehrt, wie in der vorhergehenden Behandlung des Gegenstandes) mit denjenigen Formen beginnend, welche den höchsten Grad der Symmetrie besitzen.

---

*) Welche man früher z. Th. auch den Miller'schen Zeichen in der in der Tabelle angegebenen Weise zu dem gleichen Zwecke hinzufügte.

I. Kubisches Krystallsystem.

Reguläres, tesserales oder isometrisches*) Krystallsystem).

	Zeichen nach			
	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Holoëdrische Formen:				
Oktaëder	$\{111\}$	$(a:a:a)$	O	a^1
Hexaëder	$\{100\}$	$(a:\infty a:\infty a)$	$\infty O \infty$	p
Rhombendodekaëder	$\{110\}$	$(a:a:\infty a)$	∞O	b^1
Tetrakishexaëder	$\{hk0\}$	$(a:na:\infty a)$	$\infty O n$	$b^{\frac{h}{k}} = b^n$
Triakisoktaëder	$\{hhl\}_{(h>l)}$	$(a:a:ma)$	mO	$a^{\frac{l}{k}} = a^{\frac{1}{m}}$
Ikositetraëder	$\{hkk\}_{(h>k)}$	$(a:ma:ma)$	mOm	$a^{\frac{h}{l}} = a^m$
Hexakisoktaëder	$\{hkl\}$	$(a:na:ma)$	mOn	$\left(b^{\frac{1}{h}} b^{\frac{1}{k}} b^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{mn}}\right)$
Hemiëdrische Formen**):				
Hexakistetraëder	$\varkappa\{hkl\}$	$\frac{1}{2}(a:na:ma)$	$\frac{mOn}{2}$	
Dyakisdodekaëder	$\pi\{hkl\}$	$\mp\frac{1}{2}(a:na:ma)$	$\left[\frac{mOn}{2}\right]$	$\frac{1}{2}\left(b^{\frac{1}{h}} b^{\frac{1}{k}} b^{\frac{1}{l}}\right)$ (for all three hemihedral forms)
Pentagon-Ikositetraëder	$\gamma\{hkl\}$	$\frac{1}{2}(a:na:ma)\,r, l$	$\frac{mOn}{2}\,r, l$	
Tetartoëdrische Formen:				
Tetraëdrisches Pentagondodekaëder	$\varkappa\pi\{hkl\}$	$\frac{1}{4}(a:na:ma)$	$\frac{mOn}{4}$	$\frac{1}{4}\left(b^{\frac{1}{h}} b^{\frac{1}{k}} b^{\frac{1}{l}}\right)$

u. s. w.

*) Dieser Name ist besonders ungeeignet, weil auch das trigonale System »isometrisch« ist.

**) Die Namen der einzelnen Arten der Hemiëdrie sind unter denjenigen der betr. Symmetrieklasse im Vorhergehenden jedesmal mit angeführt worden.

II. Hexagonales Krystallsystem.

(Sechsgliedriges System.)

	Zeichen nach			
	Bravais:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Holoëdrische Formen:				
Basis	$\{0001\}$	$(\infty a : \infty a : \infty a : c)$	$0P$	p
Hexagonale Pyramide 1. Art	$\{h0\bar{h}l\}$	$(a : a : \infty a : mc)$	mP	$b^{\frac{1}{m}} = b^{\frac{l}{h}}$
Hexagonale Pyramide 2. Art	$\{h.h.\bar{2h}.l\}$	$(a : 2a : 2a : mc)$	$mP2$	$a^{\frac{2}{m}} = a^{\frac{l}{h}}$
Dihexagonale Pyramide	$\{hikl\}$	$(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc)$	mPn	$\left(b^1 b^{n-1} h^{\frac{m(n-1)}{n}}\right) = \left(b^{\frac{1}{i}} b^{\frac{1}{k}} h^{\frac{1}{l}}\right)$
Hexagonales Prisma 1. Art	$\{10\bar{1}0\}$	$(a : a : \infty a : \infty c)$	∞P	m
Hexagonales Prisma 2. Art	$\{11\bar{2}0\}$	$(a : 2a : 2a : \infty c)$	$\infty P2$	h^1
Dihexagonales Prisma	$\{hik0\}$	$(a : na : \frac{n}{n-1} a : \infty c)$	∞Pn	$h^{\frac{1}{n-1}} = h^{\frac{k}{i}}$
Hemiëdrische Formen:				
Hexagonale Pyramide 3. Art	$\pi\{hikl\}$	$\frac{1}{2}(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc)$	$\frac{mPn}{2}$	$\frac{1}{2}\left(b^{\frac{1}{i}} b^{\frac{1}{k}} b^{\frac{1}{l}}\right)$
Hexagonales Trapezoëder	$\tau\{hikl\}$	$\frac{1}{2}(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc)\, r, l$	$\frac{mPn}{2}\, r, l$	
Tetartoëdrische Formen:				
Rhomboëder 3. Art	$\varkappa\pi\{hikl\}$	$\frac{1}{4}(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc) \frac{r}{l}, \frac{l}{r}$	$\frac{mPn}{4} \frac{r}{l}, \frac{l}{r}$	$\frac{1}{4}\left(b^{\frac{1}{i}} b^{\frac{1}{k}} b^{\frac{1}{l}}\right)$
Trigonales Trapezoëder	$\varkappa\tau\{hikl\}$	$\frac{1}{4}(a : na : \frac{n}{n-1} a : mc)\, r, l$	$\frac{mPn}{4}\, r, l$	

III. Trigonales Krystallsystem.

(Rhomboëdrisches Krystallsystem.)

Die wichtigste Klasse dieses System, die skalenoëdrische, wurde von den älteren Autoren meist als hemiëdrische Abtheilung des hexagonalen Krystallsystems aufgefasst, die Formen derselben aber von Naumann als holoëdrische mit dem primären Rhomboëder (R) als Grundform, bezeichnet; dabei ist mR ein Rhomboëder von m-facher Hauptaxe, mRn ein Skalenoëder, dessen Mittelkanten die Richtungen derjenigen des Rhomboëders mR besitzen, dessen Hauptaxe aber die n-fache des letzteren ist.

	Miller:	Naumann:	Lévy:
Basis	$\{111\}$	$0R$	a^1
Positives Rhomboëder, flacher als $R\{100\}$ . .	$\{h\,l\,l\}$ $(h > l)$	mR $(m < 1)$	$a^{\frac{h}{l}} = a^{\frac{2m+1}{1-m}}$
Positives Rhomboëder, spitzer als $R\{100\}$ . .	$\{h\,\bar{l}\,\bar{l}\}$ $(h > l)$	mR $(m > 1)$	$e^{\frac{h}{l}} = e^{\frac{2m+1}{1-m}}$
Negatives Rhomboëder, flacher als $-\frac{1}{2}R\{110\}$	$\{h\,l\,l\}$ $(h < l)$	$-mR$ $(m < \frac{1}{2})$	$a^{\frac{h}{l}} = a^{\frac{1-2m}{1+m}}$
Negatives Rhomboëder, spitzer als $-\frac{1}{2}R\{110\}$	$\{\bar{h}\,l\,l\}$	$-mR$ $(m > \frac{1}{2})$	$e^{\frac{h}{l}} = e^{\frac{1-2m}{1+m}}$
Positives Skalenoëder	$\{h\,k\,l\}$ $h = 2 + 3mn + m$, $k = 2(1 - m)$, $l = 2 - 3mn + m$	mRn	$\left(b^{\frac{1}{h}}\, b^{\frac{1}{k}}\, b^{\frac{1}{l}}\right)$ wenn h, k, l positiv; $\left(d^{\frac{1}{h}}\, d^{\frac{1}{k}}\, b^{\frac{1}{l}}\right)$ wenn l negativ, wird $b^{\frac{h}{k}}$, wenn $l = 0$,
Negatives Skalenoëder	$\{h\,k\,l\}$ $h = 2 + 3mn - m$, $k = 2(1 + m)$, $l = 2 - 3mn - m$	$-mRn$	$\left(b^{\frac{1}{h}}\, d^{\frac{1}{k}}\, d^{\frac{1}{l}}\right)$ wenn k und l negativ, wird $d^{\frac{h}{k}}$, wenn $l = 0$,
Hexagonales Prisma 1. Art	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$	∞R	e^2
Hexagonales Prisma 2 Art	$\{10\bar{1}\}$	$\infty P2$	d^1
Dihexagonales Prisma	$\{h\,\bar{k}\,\bar{l}\}$ $(h - k + l)$ $h = n + 1$, $k = n - 2$, $l = 1 - 2n$	∞Pn	$\left(b^{\frac{1}{h}}\, d^{\frac{1}{k}}\, d^{\frac{1}{l}}\right)$ . . $\left(b^{\frac{1}{n+1}}\, d^{\frac{1}{n-2}}\, d^{\frac{1}{1-2n}}\right)$

IV. Tetragonales Krystallsystem.

(Quadratisches System, viergliedriges System, pyramidales System, Système du prisme droit à base carrée.)

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Basis	$\{001\}$	$(\infty a : \infty a : c)$	$0P$	p
Primäre tetragonale Pyramide 1. Art . . .	$\{111\}$	$(a : a : c)$	P	$b^{\frac{1}{2}}$
Tetragonale Pyramide 1. Art	$\{hhl\}$	$(a : a : mc)$	mP	$b^{\frac{l}{2h}} = b^{\frac{1}{2m}}$
Ditetragonale Pyramide	$\{hkl\}$	$(a : na : mc)$	mPn	$\left(b^{\frac{1}{h-k}}\, b^{\frac{1}{h+k}}\, h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}}\, b^{\frac{1}{m(n+1)}}\, b^{\frac{1}{n}}\right)$
Primäre tetragonale Pyramide 2 Art. . . .	$\{101\}$	$(a : \infty a : c)$	$P\infty$	a^1
Tetragonale Pyramide 2. Art	$\{h0l\}$	$(a : \infty a : mc)$	$mP\infty$	$a^{\frac{l}{h}} = a^{\frac{1}{m}}$
Tetragonales Prisma 1. Art	$\{110\}$	$(a : a : \infty c)$	∞P	m
- - 2. Art	$\{100\}$	$(a : \infty a : \infty c)$	$\infty P\infty$	h^1
Ditetragonales Prisma	$\{hk0\}$	$(a : na : \infty c)$	∞Pn	$h^{\frac{h+k}{h-k}} = h^{\frac{n+1}{n-1}}$

Die Bezeichnung der hemiëdrischen Formen ist analog der im vorigen System. Das von den französischen Krystallographen angegebene Verhältniss $D : D : h$ ist unser $a : a : c$.

Anmerk. zu S. 530—534. Im vorliegenden Buche ist, entsprechend d m von Weiss eingeführten Gebrauche, die nach vorn gerichtete Axe mit a, die querlaufende mit b bezeichnet, während Miller dem umgekehrten Gebrauche folgte. In den auf folg. S. angeführten Miller'schen Symbolen des rhombischen Systems entspricht daher der zweite Index der Axe a, der Brachydiagonale der übrigen Autoren, welche diese als erste Axe betrachten. Im monoklinen und triklinen Krystallsystem dagegen ist die Reihenfolge der Axen bei allen Autoren die gleiche. Unser Axenverhältniss: $a : b : c$ ist gleich $d : D : h$ der französischen Krystallographen.

V. Rhombisches Krystallsystem.

(Zweigliedriges System, prismatisches System, Système du prisme rhomboïdal droit.)

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Basis	$\{001\}$	$(\infty a : \infty b : c)$	$0P$	p
Primäre Pyramide	$\{111\}$	$(a : b : c)$	P	$b^{\frac{1}{2}}$
Rhomb. Pyramide der verticalen Reihe	$\{hhl\}$	$(a : b : mc)$	mP	$b^{\frac{l}{2h}} = b^{\frac{1}{2m}}$
Rhomb. Pyramide der brachydiagonalen Reihe	$\{hkl\}$ $(h>k)$	$(na : b : mc)$	$m\breve{P}n$	$\left(b^{\frac{1}{h-k}} b^{\frac{1}{h+k}} g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}} b^{\frac{1}{m(n+1)}} g^{\frac{1}{n}}\right)$
Rhomb. Pyramide der makrodiagonalen Reihe	$\{hkl\}$ $(h<k)$	$(a : nb : mc)$	$m\bar{P}n$	$\left(b^{\frac{1}{k-h}} b^{\frac{1}{k+h}} h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}} b^{\frac{1}{m(n+1)}} h^{\frac{1}{n}}\right)$
Primäres Prisma	$\{110\}$	$(a : b : \infty c)$	∞P	m
Rhomb. Prisma der brachydiagonalen Reihe	$\{hk0\}$ $(h>k)$	$(na : b : \infty c)$	$\infty\breve{P}n$	$g^{\frac{k+h}{k-h}} = g^{\frac{n+1}{n-1}}$
Rhomb. Prisma der makrodiagonalen Reihe	$\{hk0\}$ $(h<k)$	$(a : nb : \infty c)$	$\infty\bar{P}n$	$h^{\frac{h+k}{h-k}} = h^{\frac{n+1}{n-1}}$
Brachydoma	$\{h0l\}$ $\left(\frac{h}{l} = m\right)$	$(\infty a : b : mc)$	$m\breve{P}\infty$	$e^{\frac{l}{h}} = e^{\frac{1}{m}}$
Makrodoma	$\{0kl\}$ $\left(\frac{k}{l} = m\right)$	$(a : \infty b : mc)$	$m\bar{P}\infty$	$a^{\frac{l}{k}} = a^{\frac{1}{m}}$
Brachypinakoid	$\{100\}$	$(\infty a : a : \infty c)$	$\infty\breve{P}\infty$	g^1
Makropinakoid	$\{010\}$	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty\bar{P}\infty$	h^1

VI. Monoklines Krystallsystem.

(Monosymmetrisches, zwei- und eingliedriges System, schief prismatisches oder klinorhombisches System, Système du prisme rhomboïdal oblique.)

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Basis	{0 0 1}	$(\infty a : \infty b : c)$	$0P$	p
Hintere primäre Hemipyramide	{$\bar{1}$ 1 1}	$(a' : b : c)$	$+P$	$b^{\frac{1}{2}}$
Vordere primäre Hemipyramide	{1 1 1}	$(a : b : c)$	$-P$	$d^{\frac{1}{2}}$
Hintere Hemipyramide der verticalen Reihe	$\{\bar{h}hl\}$	$(a' : b : mc)$	$+mP$	$b^{\frac{l}{2h}} = b^{\frac{1}{2m}}$
Vordere - - - -	$\{hhl\}$	$(a : b : mc)$	$-mP$	$d^{\frac{l}{2h}} = d^{\frac{1}{2m}}$
Hintere Hemipyramide der klinodiag. Reihe	$\{\bar{h}kl\}$ $(h<k)$	$(na' : b : mc)$	$+m\grave{P}n$	$\left(b^{\frac{1}{k-h}}\, d^{\frac{1}{k+h}}\, g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}}\, d^{\frac{1}{m(n+1)}}\, g^{\frac{1}{n}}\right)$
Vordere - - - -	$\{hkl\}$ $(h<k)$	$(na : b : mc)$	$-m\grave{P}n$	$\left(d^{\frac{1}{k-h}}\, b^{\frac{1}{k+h}}\, g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(d^{\frac{1}{m(n-1)}}\, d^{\frac{1}{m(n+1)}}\, g^{\frac{1}{n}}\right)$
Hintere - - orthodiag. -	$\{\bar{h}kl\}$ $(h>k)$	$(a' : nb : mc)$	$+m\bar{P}n$	$\left(b^{\frac{1}{h-k}}\, b^{\frac{1}{h+k}}\, h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}}\, b^{\frac{1}{m(n+1)}}\, h^{\frac{1}{n}}\right)$
Vordere - - - -	$\{hkl\}$ $(h>k)$	$(a : nb : mc)$	$-m\bar{P}n$	$\left(d^{\frac{1}{h-k}}\, d^{\frac{1}{h+k}}\, h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(d^{\frac{1}{m(n-1)}}\, d^{\frac{1}{m(n+1)}}\, h^{\frac{1}{n}}\right)$
Primäres Prisma	{1 1 0}	$(a : b : \infty c)$	∞P	m
Prisma der klinodiagonalen Reihe	$\{hk0\}$ $(h<k)$	$(na : b : \infty c)$	$\infty\grave{P}n$	$g^{\frac{k+h}{k-h}} = g^{\frac{n+1}{n-1}}$

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy.
Prisma der orthodiagonalen Reihe	$\{hk0\}_{(h>k)}$	$(a : nb : \infty c)$	$\infty \bar{P} n$	$h^{\frac{h+k}{h-k}} = h^{\frac{n+1}{n-1}}$
Klinodoma	$\{0kl\}$	$(\infty a : b : mc)$	$m \grave{P} \infty$	$e^{\frac{l}{k}} = e^{\frac{1}{m}}$
Hinteres Hemidoma	$\{\bar{h}0l\}$	$(a' : \infty b : mc)$	$+m \bar{P} \infty$	$a^{\frac{l}{h}} = a^{\frac{1}{m}}$
Vorderes Hemidoma	$\{h0l\}$	$(a : \infty b : mc)$	$-m \bar{P} \infty$	$o^{\frac{l}{h}} = o^{\frac{1}{m}}$
Orthopinakoid.	$\{100\}$	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty \bar{P} \infty$	h^1
Klinopinakoid.	$\{010\}$	$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty \grave{P} \infty$	g^1

VII. Triklines Krystallsystem.

(Asymmetrisches System, klinorhomboidisches System, eingliedriges System, Système du prisme doublement oblique ou anorthique.)

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Basis	$\{001\}$	$(\infty a : \infty b : c)$	$0P$	p
Rechte obere primäre Tetartopyramide . . .	$\{111\}$	$(a : b : c)$	P'	$f^{\frac{1}{2}}$
Linke - - - . . .	$\{1\bar{1}1\}$	$(a : b' : c)$	$'P$	$d^{\frac{1}{2}}$
Rechte untere - - . . .	$\{\bar{1}\bar{1}1\}$	$(a' : b' : c)$	$P_{,}$	$b^{\frac{1}{2}}$
Linke - - - . . .	$\{\bar{1}11\}$	$(a' : b : c)$	$_{,}P$	$c^{\frac{1}{2}}$
Rechte obere Tetartopyramide d. vertic. Reihe	$\{hhl\}$	$(a : b : mc)$	mP'	$f^{\frac{l}{2h}} = f^{\frac{1}{2m}}$
Linke - - - - -	$\{h\bar{h}l\}$	$(a : b' : mc)$	$m'P$	$d^{\frac{l}{2h}} = d^{\frac{1}{2m}}$
Rechte untere - - - -	$\{\bar{h}\bar{h}l\}$	$(a' : b' : mc)$	$mP_{,}$	$b^{\frac{l}{2h}} = b^{\frac{1}{2m}}$
Linke - - - - -	$\{\bar{h}hl\}$	$(a' : b : mc)$	$m_{,}P$	$c^{\frac{l}{2h}} = c^{\frac{1}{2m}}$

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lóvy:
Rechtes primäres Hemiprisma	$\{1\,1\,0\}$	$(a : b : \infty c)$	$\infty P'_{,}$	t
Linkes - -	$\{1\,\bar{1}\,0\}$	$(a : b' : \infty c)$	$\infty'_{,}P$	m
Rechte obere Tetartopyr. d. makrodiag. Reihe	$\{h\,k\,l\}_{(h>k)}$	$(a : nb : mc)$	$m\bar{P}'n$	$\left(f^{\frac{1}{h-k}} d^{\frac{1}{h+k}} h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(f^{\frac{1}{m(n-1)}} d^{\frac{1}{m(n+1)}} h^{\frac{1}{n}}\right)$
Linke - - - - -	$\{h\,\bar{k}\,l\}$	$(a : nb' : mc)$	$m'\bar{P}n$	$\left(d^{\frac{1}{h-k}} f^{\frac{1}{h+k}} h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(d^{\frac{1}{m(n-1)}} f^{\frac{1}{m(n+1)}} h^{\frac{1}{n}}\right)$
Rechte untere - - - -	$\{\bar{h}\,\bar{k}\,l\}$	$(a' : nb' : mc)$	$m\bar{P}_{,}n$	$\left(b^{\frac{1}{h-k}} c^{\frac{1}{h+k}} h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}} c^{\frac{1}{m(n+1)}} h^{\frac{1}{n}}\right)$
Linke - - - - -	$\{\bar{h}\,k\,l\}$	$(a' : nb : mc)$	$m_{,}\bar{P}n$	$\left(c^{\frac{1}{h-k}} b^{\frac{1}{h+k}} h^{\frac{1}{l}}\right) = \left(c^{\frac{1}{m(n-1)}} b^{\frac{1}{m(n+1)}} h^{\frac{1}{n}}\right)$
Oberes makrodiagonales Hemidoma	$\{h\,0\,l\}$	$(a : \infty b : mc)$	$m'\bar{P}'\infty$	$o^{\frac{l}{h}} = o^{\frac{1}{m}}$
Unteres - -	$\{\bar{h}\,0\,l\}$	$(a' : \infty b : mc)$	$m_{,}\bar{P}_{,}\infty$	$a^{\frac{l}{h}} = a^{\frac{1}{m}}$
Rechte obere Tetartopyr. d. brachydiag. Reihe	$\{h\,k\,l\}_{(h<k)}$	$(na : b : mc)$	$m\breve{P}'n$	$\left(f^{\frac{1}{k-h}} c^{\frac{1}{k+h}} g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(f^{\frac{1}{m(n-1)}} c^{\frac{1}{m(n+1)}} g^{\frac{1}{n}}\right)$
Linke - - - - -	$\{h\,k\,l\}$	$(na : b' : mc)$	$m'\breve{P}n$	$\left(d^{\frac{1}{k-h}} b^{\frac{1}{k+h}} g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(d^{\frac{1}{m(n-1)}} b^{\frac{1}{m(n+1)}} g^{\frac{1}{n}}\right)$

	Miller:	Weiss:	Naumann:	Lévy:
Rechte untere Tetartopyr. d. brachydiag. Reihe	$\{\bar{h}\bar{k}l\}_{(h<k)}$	$(na' : b' : mc)$	$m\breve{P}_{,}n$	$\left(b^{\frac{1}{k-h}} d^{\frac{1}{k+h}} g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(b^{\frac{1}{m(n-1)}} d^{\frac{1}{m(n+1)}} g^{\frac{1}{n}}\right)$
Linke - - - - -	$\{\bar{h}kl\}$	$(na' : b : mc)$	$m_{,}\breve{P}n$	$\left(c^{\frac{1}{k-h}} f^{\frac{1}{k+h}} g^{\frac{1}{l}}\right) = \left(c^{\frac{1}{m(n-1)}} f^{\frac{1}{m(n+1)}} g^{\frac{1}{n}}\right)$
Rechtes oberes brachydiagonales Hemidoma .	$\{0kl\}$	$(\infty a : b : mc)$	$m_{,}\breve{P}'\infty$	$i^{\frac{l}{k}} = i^{\frac{1}{m}}$
Linkes - - - .	$\{0k\bar{l}\}$	$(\infty a : b' : mc)$	$m'\breve{P}_{,}\infty$	$e^{\frac{l}{k}} = e^{\frac{1}{m}}$
Rechtes Hemiprisma der makrodiag. Reihe. .	$\{hk0\}_{(h>k)}$	$(a : nb : \infty c)$	$\infty\bar{P}'n$	$h^{\frac{h+k}{h-k}} = h^{\frac{n+1}{n-1}}$
Linkes - - - - . .	$\{h\bar{k}0\}$	$(a : nb' : \infty c)$	$\infty{}'\bar{P}n$	$h^{\frac{h+k}{h-k}} = h^{\frac{n+1}{n-1}}$
Rechtes - - brachydiag. - . .	$\{hk0\}_{(h<k)}$	$(na : b : \infty c)$	$\infty\breve{P}'n$	$g^{\frac{k+h}{k-h}} = g^{\frac{n+1}{n-1}}$
Linkes - - - - . .	$\{h\bar{k}0\}$	$(na : b' : \infty c)$	$\infty{}'\breve{P}n$	$g^{\frac{k+h}{k-h}} = g^{\frac{n+1}{n-1}}$
Brachypinakoid	$\{010\}$	$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty\breve{P}\infty$	g^1
Makropinakoid	$\{100\}$	$(a : \infty b : \infty c)$	$\infty\bar{P}\infty$	h^1

III. ABTHEILUNG.

KRYSTALLBERECHNUNG.

APPARATE UND METHODEN ZU KRYSTALLOGRAPHISCH-PHYSIKALISCHEN UNTERSUCHUNGEN.

Berechnung und graphische Darstellung der Krystallformen.

§ 1. **Einleitung.** Zur Charakterisirung einer krystallisirten Substanz gehört die Bestimmung folgender Eigenschaften:

1) Der Symmetrieklasse, welcher ihre Krystalle angehören. Diese Bestimmung kann erschwert werden durch unvollkommene Beschaffenheit der Krystallflächen und daraus folgende Ungenauigkeit der Messungen, welche alsdann auch für gleichwerthige Kanten erheblich verschiedene Flächenwinkel liefern, so dass es unentschieden bleiben kann, ob zwei Kanten gleiche oder nur sehr ähnliche Winkel besitzen, ob zwei Flächen einen rechten oder einen nur wenig schiefen Winkel mit einander bilden etc. Falls nicht die Existenz sehr vollkommener Spaltungsflächen diesen Mangel zu ersetzen im Stande ist, sind bei durchsichtigen Krystallen vor Allem die optischen Eigenschaften zur Entscheidung herbeizuziehen; in sehr vielen Fällen genügt schon die Erkennung der schiefen Orientirung der Schwingungsrichtungen im parallelen polarisirten Lichte gegen eine Kante des Krystalls oder die unsymmetrische Lage des durch ein Paar paralleler Flächen gesehenen Interferenzbildes im convergenten Lichte, um bestimmte Symmetrieverhältnisse als unmöglich auszuschliessen. Aber auch bei einer Flächenbeschaffenheit des Krystalls, welche die genauesten Messungen gestattet, kann die Bestimmung der Symmetrieverhältnisse eine zweifelhafte sein, wenn jener nämlich nur solche einfache Formen zeigt, welche mehreren Symmetrieklassen gemeinsam sind, z. B. das Hexaëder, in welchem Falle der Krystall jeder der fünf Klassen des kubischen Systems angehören kann, oder ein hexagonales Prisma mit dazu senkrechter Basis, eine Combination, welche in nicht weniger als zehn Klassen des trigonalen und hexagonalen Krystallsystems möglich ist. In solchen Fällen sind in erster Linie die Aetzfiguren zur Bestimmung der Symmetrieverhältnisse von praktischer Wichtigkeit, weil diese sehr häufig von Flächen mit weniger einfachen Indices gebildet werden, d. h. solchen Formen entsprechen, welche für eine bestimmte Symmetrieklasse charakteristisch sind. Ergiebt sich z. B. durch Behandlung eines hexaëdrischen Krystalls mit verschiedenen Lösungsmitteln, dass eines derselben Aetzfiguren hervorruft, welche weder nach {100}, noch nach {110} symmetrisch sind, so kann der Krystall nur einer der beiden ersten Klassen des kubischen Systems angehören; die Unterscheidung zwischen diesen beiden ist durch den Nachweis geliefert, ob die trigonalen Axen polar sind oder

nicht; erweisen dieselben sich z. B. bei Anwendung der Kundt'schen Methode als elektrische Axen, oder zeigen die abwechselnden Ecken des Würfels deutlich verschiedene Lösungsgeschwindigkeit (ungleiche Prärosionsflächen, s. S. 240), so ist die Frage definitiv zu Gunsten der tetraëdrisch-pentagondodekaëdrischen Klasse entschieden. Bei dem zweiten angeführten Beispiele, dem eines hexagonalen Prismas mit Basis, würde zunächst schon die Existenz dreier zur Hauptaxe geneigter Ebenen der Spaltbarkeit genügen, um die fünf Klassen des hexagonalen Systems auszuschliessen, während die vollständige Bestimmung der Symmetrieverhältnisse des Krystalls meist die Verbindung der Aetzmethode mit der pyroëlektrischen Untersuchung erfordert, wie aus zahlreichen Beispielen des trigonalen und hexagonalen Systems hervorgeht. Da die erwähnten Krystallformen zu den mit den einfachsten Indices, d. h. zu denjenigen gehören, welche sich am leichtesten bilden (s. S. 295), so liegen derartige Fälle sehr häufig vor, besonders bei der krystallographischen Untersuchung von Substanzen, welche nur aus einem einzigen Lösungsmittel krystallisirt werden können, während es in andern Fällen gelingt, unter abweichenden Krystallisationsbedingungen auch flächenreichere Krystalle zu erhalten, welche eine directe Erkennung der Symmetrieverhältnisse gestatten.

2) Die zweite zur krystallographischen Charakterisirung einer Substanz zu lösende Aufgabe ist die Berechnung der Elemente. Diese erfordert, wie aus der II. Abtheilung hervorgeht, im triklinen Systeme die Messung von mindestens fünf Winkeln, welche Zahl sich im monoklinen Systeme auf drei, im rhombischen auf zwei, im hexagonalen, tetragonalen und trigonalen auf eins reducirt, während endlich im kubischen Systeme die Elemente durch die Symmetrieverhältnisse selbst gegeben sind. Die vollständige Bestimmung derselben kann nun ebenso, wie diejenige des Symmetriegrades, unmöglich gemacht werden durch zu grosse Einfachheit der Ausbildung eines Krystalls, in Folge deren nicht die erforderliche minimale Anzahl von Messungen an demselben vorgenommen werden kann. Besteht z. B. eine trikline Combination nur aus drei Pinakoiden, so können nur drei von den fünf Elementen bestimmt werden, z. B. die Grössen α, β, γ, wenn jene drei Flächenpaare als $\{100\}$, $\{010\}$ und $\{001\}$ angenommen werden; die monokline Combination eines Prismas mit einem nicht dessen Zone angehörenden Pinakoid gestattet nur die Berechnung zweier Elemente, denn wenn man jene Formen als $\{110\}$ und $\{001\}$ auffasst, so bleibt die Axe c unbestimmt; die rhombische Combination der drei Pinakoide $\{100\}$, $\{010\}$ und $\{001\}$ liefert nur die drei Axenwinkel, und ein hinzutretendes Prisma würde nur das Verhältniss zweier Axenlängen zu bestimmen gestatten; im trigonalen, tetragonalen und hexagonalen Krystallsysteme endlich bleibt das Axenverhältniss $a : c$ (resp. der charakteristische Winkel α der Axen) unbekannt, wenn nur Flächen auftreten, welche parallel oder senkrecht zur Hauptaxe sind. Andererseits können auch mehr Flächen an den zu untersuchenden Krystallen vorhanden sein, als zur vollständigen Bestimmung der

Elemente erforderlich ist, und in solchen Fällen kann die Berechnung der letzteren auf zwei Wegen vorgenommen werden: a) unter Zugrundelegung nur der ausreichenden Anzahl von Winkeln, welche alsdann möglichst genau bestimmt werden müssen (als Mittel der Messungen an einer möglichst grossen Zahl von Krystallen), oder b) mit Benutzung einer grösseren Zahl beobachteter Winkel durch das sogenannte Ausgleichungsverfahren, welches weiterhin besprochen werden soll.

3) Die Bestimmung der Symbole der auftretenden Formen. Diese erfolgt für diejenigen Formen, welche der Berechnung zu Grunde gelegt werden, gleichzeitig mit der Bestimmung der Elemente, für die übrigen nach Feststellung der letzteren. Sie erfordert in vielen Fällen nur den bei Gelegenheit der goniometrischen Untersuchung erbrachten Nachweis der Lage einer Fläche der betreffenden Form in zwei Zonen (s. S. 304 und 305); Formen, deren Flächen nur einer einzigen am Krystall beobachteten Zone angehören, erfordern zur Bestimmung ihrer Indices die Messung eines Winkels zu einer bereits bekannten Fläche dieser Zone, — während endlich solche, für die sich ein Kantenparallelismus mit bekannten Flächen nicht nachweisen lässt, sich aus den Winkeln ergeben, welche sie mit zwei Ebenen des Krystalls, deren Symbole vorher bestimmt sind, bilden. Da die aus den beobachteten Winkeln berechneten Verhältnisse des Indices natürlich nur angenäherte sind, so hat man stets nach S. 294 Anmerk. zu verfahren und eventuell die gefundenen Werthe der Indices auch noch dadurch zu controliren, dass man diejenigen Zonenverhältnisse auf ihr Vorhandensein am Krystall prüft, welche sich aus ihnen ergeben, aber in Folge Nichterscheinens der betr. Kanten bei der vorhergehenden Untersuchung des Krystalls sich der Beobachtung entzogen haben. Sind so die Symbole sämmtlicher beobachteter Formen festgestellt, so ist zur Charakterisirung der Substanz von besonderer Wichtigkeit der Nachweis, welche derselben unter bestimmten Krystallisationsbedingungen sich bilden, d. h. die Anordnung der beobachteten Formen nach ihrer Bedeutung für das Wachsthum der Krystalle, weil diese Verhältnisse es sind, welche in erster Linie Anhaltspunkte für die Erkenntniss der Molekularstructur der betr. krystallisirten Substanz und für die rationelle Wahl der Elementarflächen zu machen gestatten (vgl. S. 295).

4) Wie ferner aus S. 251 f. hervorgeht, sind für die zuletzt erwähnten Gesichtspunkte von wesentlicher Bedeutung die Cohäsionsverhältnisse, daher deren Bestimmung zu den wichtigsten Aufgaben einer krystallographischen Untersuchung gehört. Dazu kommt, dass nicht selten sehr vollkommene Spaltungsflächen eine genauere Bestimmung der Elemente gestatten, als die natürlichen Krystallflächen. Ausser der Orientirung und dem Grade der Vollkommenheit der Spaltungsebenen sind etwa vorhandene Gleitflächen, endlich auch die Härte in den wichtigsten Richtungen zu bestimmen.

5) Die optischen Eigenschaften einer krystallisirten Substanz sind diejenigen, mittelst deren sie am häufigsten, besonders in mikroskopischen

Krystallen, bestimmt wird, welche ferner die sicherste Entscheidung über die Symmetrieverhältnisse liefern, wenn diese aus den Winkelmessungen nicht mit völliger Sicherheit zu ermitteln sind (s. oben S. 537), und welche namentlich gestatten, äusserlich einfachen Krystallen gleichende Gebilde als Zwillingsverwachsungen zu erkennen und diese auch im Falle grosser Complication zu entziffern. Mit jeder krystallographischen Untersuchung einer Substanz ist daher eine möglichst eingehende Bestimmung der optischen Constanten für mehrere Farben vorzunehmen, bei zweiaxigen Krystallen mindestens aber (falls die Kleinheit derselben Weiteres nicht gestattet) die angenäherte Messung des Winkels der optischen Axen und der Orientirung der drei Hauptschwingungsrichtungen für Natriumlicht, endlich die Prüfung der Dispersion der Axen im weissen Lichte. Von besonderer Wichtigkeit ist natürlich der Nachweis der Circularpolarisation und die Messung des Betrages derselben, falls es sich um eine enantiomorph krystallisirende Substanz handelt.

6) Endlich kann es in einzelnen Fällen nothwendig werden, auch die elektrischen, thermischen u. a. physikalischen Eigenschaften bei krystallographischen Untersuchungen herbeizuziehen. Betreffs der Pyroëlektricität wurde dies bereits unter 1) erwähnt, und ebenso könnten auch genaue Messungen der Aenderung der Winkel mit der Temperatur, oder an Stelle der optischen Eigenschaften die Orientirung der Senarmont'schen Schmelzfigur auf den Flächen eines undurchsichtigen (metallischen) Krystalls Anhaltspunkte zur Bestimmung der Symmetrieverhältnisse liefern.

Da man es in den weitaus meisten Fällen mit durchsichtigen Krystallen zu thun hat und daher die optischen Eigenschaften bei der Bestimmung zu Hülfe nehmen kann, so wird der Gang einer krystallographischen Untersuchung im Allgemeinen am geeignetsten der folgende sein: Aus einer vorliegenden Krystallisation werden zunächst die am besten und vollständigsten ausgebildeten Krystalle ausgewählt und ihren Formen nach dem Augenmaasse, eventuell mit Hülfe der Lupe, eine bestimmte krystallographische Deutung zu geben versucht. Diese hypothetische Bestimmung wird dann auf optischem Wege geprüft, indem ein Krystall in das Polarisationsinstrument gebracht, und eine ungefähre Bestimmung der Auslöschungsrichtungen vorgenommen, sowie die Wahrnehmung etwaiger Interferenzbilder optischer Axen durch die vorherrschenden Flächen versucht wird*). Ist das Ergebniss

*) Benutzt man für beide Zwecke das gewöhnliche verticale Polarisationsinstrument (Fig. 33 S. 47), indem man dessen oberes verstellbares Rohr einmal so hoch stellt, dass man den Krystall erblickt, das andere Mal bis zur Einstellung der Interferenzfigur hinabgeht, so darf man nicht unberücksichtigt lassen, dass man im ersteren Falle den Krystall verkehrt sieht, den Ort der im Gesichtsfelde sichtbaren Interferenzbilder der optischen Axen also mit dem umgedreht, d. h. in seiner wirklichen Lage gedachten Krystalle zu vergleichen hat.

dieser Prüfung in irgend einem Punkte im Widerspruch mit der angenommenen Auffassung der Krystallform, zeigen z. B. die Flächen eines für rhombisch gehaltenen Prismas schiefe Auslöschungen, oder lässt eine vermeintlich zu einer Symmetrieebene senkrechte Fläche das Bild nur einer optischen Axe seitwärts von der vermutheten Symmetrieebene erkennen, so ist die erste Hypothese über die Krystallform als falsch erkannt und muss durch eine andere ersetzt werden. Stimmen dagegen alle optischen Beobachtungen, welche die Ausbildung der Krystalle ohne weiteres gestattet, mit der gemachten Hypothese überein, so kann dieselbe, als sehr wahrscheinlich richtig, vorläufig angenommen und zur Messung übergegangen werden. Von jedem der goniometrischen Untersuchung unterworfenen Krystalle (welcher, mit einer Nummer versehen, getrennt aufbewahrt wird, bis die ganze Untersuchung beendigt ist, um jederzeit noch eine nachträgliche Controle zu ermöglichen) ist zunächst eine Skizze in der vorläufig adoptirten Orientirung zu zeichnen, in welcher die ungleiche relative Ausdehnung, etwaige Unvollkommenheiten u. s. f. so weit zur Darstellung gebracht sind, dass mit deren Hülfe jede einzelne Fläche später wieder identificirt werden kann. Zu dem gleichen Zwecke werden die Flächen in der Zeichnung je durch einen Buchstaben bezeichnet, wobei die nach der vorläufigen Bestimmung angenommenen Beziehungen passend Berücksichtigung finden, z. B. die vier Flächen einer als Prisma betrachteten Form als m_1, m_2, m_3, m_4 unterschieden werden etc. Nach jeder Einstellung einer Fläche am Goniometer ist neben der Ablesung des Kreises resp. Nonius die erwähnte Bezeichnung der Fläche und ausserdem eine Angabe über die Beschaffenheit des eingestellten Reflexes zu notiren, aus welcher die Genauigkeit der Einstellung jederzeit ersehen werden kann.

Bezeichnet man z. B. ein tadelloses, scharfes Bild des Signals mit a, ein verwaschenes mit b, eine Gruppe in einander übergehender Bilder (mehrfacher Knickung der eingestellten Fläche entsprechend) mit c, so würde das Messungsprotokoll für die Zone eines Prismas etwa folgende Form erhalten:

Fläche:	Ablesung:	Reflex:	Differenzen (Flächenwinkel):			Mittel:
m_1	267°18′	a				
			—	71°34½′	a—b (2)	71°37½′ ± 3′
m_2	195 43½	b				
			(108°22½′)	71 37½	b—a (1)	
m_3	87 21	—b				
			—	71 40	a—b (2)	
m_4	15 41	a b				
			(108 22½)	71 37½	a (3)	
m_1	267 18½	a				

Die in diesem Beispiel ausgeführte ganze Umdrehung, d. h. die schliessliche Wiedereinstellung der ersten Fläche, ist nothwendig, um etwa zufällig eingetretene Aenderungen der Stellung des Krystalls auf dem Goniometer zu erkennen und um von jeder der vier Kanten des Prismas eine eigene Messung (Differenz zweier auf einander folgender Einstellungen) zu besitzen. Diese vier Zahlen sind in der letzten Columne so angegeben, wie sie einander entsprechen und in geeigneter Weise, unter Berücksichtigung ihrer Genauigkeit, zu einem Mittelwerth vereinigt werden können. Dieser wurde so erhalten, dass die beste Messung dreimal, die beiden weniger guten zweimal und die mindestgute einmal in Rechnung gezogen wurden; die zugefügte Angabe ± 3′ entspricht dem

Betrage der Schwankungen der einzelnen Winkel und ist daher ein Maass für die Genauigkeit des Mittelwerthes.

Sind in Folge der Flächenbeschaffenheit die einzelnen Einstellungen von geringer Genauigkeit oder durch Störungen des Krystallbaues die entgegengesetzten Flächen nicht parallel (was man unmittelbar aus den Ablesungen ersehen kann, deren Differenzen alsdann erheblicher von 180° abweichen, als $m_1 - m_3$, $m_2 - m_4$ in obigem Beispiele), so wird durch Wiederholung der Messung an demselben Krystall kein wesentlich genaueres Resultat erhalten, wohl aber durch die Untersuchung einer Reihe von Krystallen, wobei die zufälligen Störungen der einzelnen Flächen sich im Mittel um so mehr ausgleichen, je mehr gleichwerthige Zonen der Messung unterworfen wurden.

Die Messungen jeder Zone, deren einzelne Winkel von einander abhängig sind (d. h. die einen die Supplemente der andern, wie in obigem Beispiele, oder deren Hälfte, wie es beim Hinzutreten einer geraden Abstumpfung zu einem Prisma der Fall ist), werden in der a. vor. S. angegebenen Art zu einem Mittelwerth vereinigt, dessen Genauigkeit abhängt von den Differenzen der einzelnen gemessenen Winkel, d. h. von mehr oder weniger grossen Unvollkommenheiten in der Ausbildung des betreffenden einzelnen Krystalls. Die Differenzen dagegen, welche diese Mittelwerthe entsprechender Winkel an verschiedenen gemessenen Krystallen zeigen, liefern einen Maassstab zur Beurtheilung derjenigen Vollkommenheit, mit welcher die untersuchte Krystallisation überhaupt ausgebildet ist. Je geringer jene Differenzen sind, d. h. je vollkommener jeder einzelne gemessene Krystall sich erwies, mit einer desto geringeren Zahl untersuchter Krystalle kann man sich daher begnügen.

Wie bei der Vereinigung der sich auf gleichwerthige Kanten eines Krystalls beziehenden Einzelmessungen zu einem Mittel, so ist es auch bei der Vereinigung dieser Mittelwerthe zu einem der Rechnung zu Grunde zu legenden Generalmittel erforderlich, die Einzelwerthe je nach ihrem Gewichte mehr oder weniger auf das Resultat einwirken zu lassen. Im Allgemeinen dürfte es genügen, ungenaue Messungen (c) je einmal, mittelmässige (b) zweimal, gute ($a - b$) dreimal, ausgezeichnete (d. h. aus zwei a-Einstellungen gewonnene) viermal zu nehmen, während ganz unvollkommene Reflexe bei der Berechnung der Mittelwerthe am besten vollständig ausgeschlossen werden.

Nach der Zusammenstellung der Messungsresultate und Berechnung der Mittelwerthe kann nun zu der Bestimmung der Elemente des Krystalls und der Symbole seiner Flächen geschritten werden. Von den hierbei möglichen beiden, S. 539 erwähnten Wegen der Berechnung wird der erste, einfachere, gewöhnlich benutzt, wenn es sich um die krystallographische Bestimmung einer Substanz handelt, welche keine sehr genauen Messungen gestattet und nur eine beschränkte Anzahl von Formen zeigt, so dass ausser den zur Berechnung der Elemente ausreichenden Winkeln nur einer oder zwei weitere gemessen werden können; alsdann werden diese letzteren aus den Elementen berechnet und neben den beobachteten Werthen angegeben; die Differenzen beider lassen den Grad der Genauigkeit, mit welcher die Krystallform des Körpers bestimmt ist, erkennen. Der Gang einer solchen Rechnung ist nicht nur von der betreffenden Combination, sondern vor Allem auch von der Art der Elemente, d. h. von dem Krystallsystem abhängig, daher die hierbei in Betracht kommenden Rechnungsmethoden in den folgenden Paragraphen nach den einzelnen Systemen getrennt behandelt werden sollen. Um während der Berechnung fortwährend eine Uebersicht über den Gang derselben und die Zonenverhältnisse des Krystalls zu

haben und dadurch etwa überflüssige Rechnungen zu vermeiden, ist es erforderlich, eine Projection anzufertigen und in diese nicht nur die Pole und Zonenkreise, sondern auch die beobachteten, resp. berechneten Winkel an den betr. Bögen einzutragen. Es soll daher im Folgenden die Anleitung zur Construction der stereographischen Projection der Krystalle des betreffenden Systems mit derjenigen zur Berechnung verbunden, aber der Einfachheit halber stets nur eine Halbkugel projicirt werden, da man bei der Berechnung der Winkel ja jede Fläche durch die entgegengesetzte (parallele) ersetzen kann. Für den erwähnten praktischen Zweck ist es übrigens in vielen Fällen ausreichend, diese Projection nur aus freier Hand zu entwerfen.

Ist dagegen eine möglichst genaue Bestimmung der Elemente von theoretischer Bedeutung, und sind die Krystalle flächenreicher und so ausgebildet, dass sie gute Messungen einer grösseren Zahl von Flächenwinkeln auszuführen gestatten, so empfiehlt sich die Berechnung auf dem zweiten Wege, d. h. die Ableitung derjenigen Elemente, welche sämmtlichen genau beobachteten Flächenwinkeln am nächsten entsprechen. Dieser umständlichere Weg der Krystallberechnung, das sogenannte Ausgleichungsverfahren, soll daher in einem besonderen § am Schlusse besprochen werden.

Nach Vollendung der Rechnung ist eine perspectivische Abbildung der Krystalle (oder, wenn an denselben verschiedene Combinationen beobachtet wurden, mehrere) anzufertigen, wozu ebenfalls in einem weiteren Paragraphen Anleitung gegeben wird.

Wenn endlich auch die erforderlichen physikalischen Untersuchungen abgeschlossen sind, so kann eine krystallographische Beschreibung*) des Körpers gegeben werden, welche am geeignetsten in derselben Reihenfolge anzuordnen wäre, wie sie Eingangs dieses Paragraphen für die einzelnen Bestimmungen eingehalten wurde, also folgende Angaben enthalten würde:

Symmetrieklasse.

Elemente.

Aufzählung der beobachteten Formen und Beschreibung des Habitus der Krystalle (hierzu die Abbildung derselben), sowie etwa beobachteter Zwillingsbildungen; hierzu gehört auch die Angabe der Verhältnisse, d. h. des Lösungsmittels, der Temperatur u. s. w., welche für die Ausbildung der einzelnen Formen massgebend sind.

Tabelle der beobachteten und berechneten Winkel.

Cohäsionsverhältnisse und Aetzfiguren.

Optische Eigenschaften.

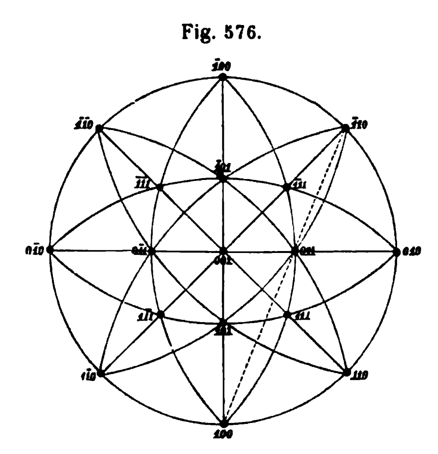
Eventuell: Anderweitige physikalische (elektrische u. a.) Eigenschaften.

*) Als Beispiele solcher können die zahlreichen Beschreibungen chemischer, namentlich organischer Verbindungen dienen, welche fortlaufend in der »Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie« (Leipzig, Engelmann, seit 1877) publicirt werden.

§ 2. **Berechnung und Projection kubischer Krystallformen.** Im kubischen Krystallsystem fällt die Berechnung der Elemente fort, da dieselben durch die Symmetrieverhältnisse gegeben und allen kubisch krystallisirenden Substanzen gemeinsam sind. Wenn also ein Krystall, sei es durch Messung, sei es auf physikalischem Wege (z. B. durch den Nachweis einfacher Lichtbrechung), als kubisch erkannt ist, so handelt es sich nur darum, die Symbole der an demselben auftretenden Formen aus beobachteten Winkeln und nach Feststellung jener umgekehrt aus den Indices die theoretischen Winkel zu berechnen, um sie mit den beobachteten vergleichen zu können. Im Folgenden soll nun mit der Berechnung der theoretischen Winkel der einfachsten Formen dieses Systems an der Hand der stereographischen Projection begonnen werden.

Die kubischen Krystalle werden am geeignetsten auf eine Hexaëderfläche als Ebene des Grundkreises projicirt. Alsdann sind offenbar die in Fig. 576 mit (100), (1̄00), (010), (01̄0), (001) bezeichneten Punkte*) die Pole der diesen Symbolen entsprechenden Hexaëderflächen.

Fig. 576.



Nach diesen durch ihre Bogenabstände von 90° unmittelbar gegebenen Polen sollen zunächst diejenigen der Rhombendodekaëderflächen eingetragen werden. Von diesen fallen vier, (110), (11̄0), (1̄1̄0), (1̄10), in den Grundkreis und in die Mitte zwischen zwei Hexaëderpolen, da die Dodekaëder-Normalen ja den Winkel zwischen zwei Axen halbiren. Die vier weiter noch darzustellenden oberen Dodekaëderflächen (101), (011), (1̄01), (01̄1) liegen in den Zonen [100, 001] resp. [010, 001], also ihre Pole auf denjenigen beiden grössten Kreisen der Kugel, welche in der Projection als Durchmesser, den Axen parallel laufend, erscheinen. Um den Abstand eines solchen Poles von (001) zu finden, hat man sich durch einen der beiden Durchmesser eine senkrechte Ebene gelegt zu denken, welche die Kugel ebenfalls in einem grössten Kreise schneidet, auf diesem von dem obersten Punkte, dem Pol der Fläche (001), ab 45° aufzutragen und diesen Pol mit dem untersten Punkte des grössten Kreises durch eine Gerade zu verbinden; wo diese den horizontalen Durchmesser schneidet, liegt die Projection des Poles (vergl. S. 307). Zu dieser Hülfsconstruction kann man aber auch die Fig. 576 selbst benutzen, indem man z. B. die Punkte (100) und (1̄10) verbindet; wo die Verbindungsgerade den Durchmesser (010):(01̄0) schneidet, muss ein Dodekaëderpol liegen.

*) In den Figg. sind, um dieselben nicht zu überladen, die ( ) weggelassen.

Nachdem so die in der Zeichnungsebene darzustellenden Dodekaëderpole sämmtlich eingetragen sind, kann man dieselben unter einander durch Zonenkreise, wie [110, 101, 0$\bar{1}$1, $\bar{1}\bar{1}$0], verbinden, und es sind alsdann auch die Projectionen derjenigen sphärischen Dreiecke dargestellt, welche zur Berechnung des Winkels zweier benachbarter Dodekaëderflächen erforderlich sind. Suchen wir z. B. den Winkel zwischen den Flächen (101) und (011), so dient dazu das sphärische Dreieck: (001), (011), (101); dieses hat in (001) einen rechten Winkel, und ausserdem sind seine Seiten (001):(011) und (001):(101) bekannt, nämlich beide gleich 45°; der gesuchte Winkel der beiden Dodekaëderflächen, d. i. die dem rechten Winkel des Dreiecks gegenüberliegende Seite c, ist demnach gegeben durch die Formel:

$$\cos c = \cos 45^\circ \cos 45^\circ = \tfrac{1}{2} ,$$

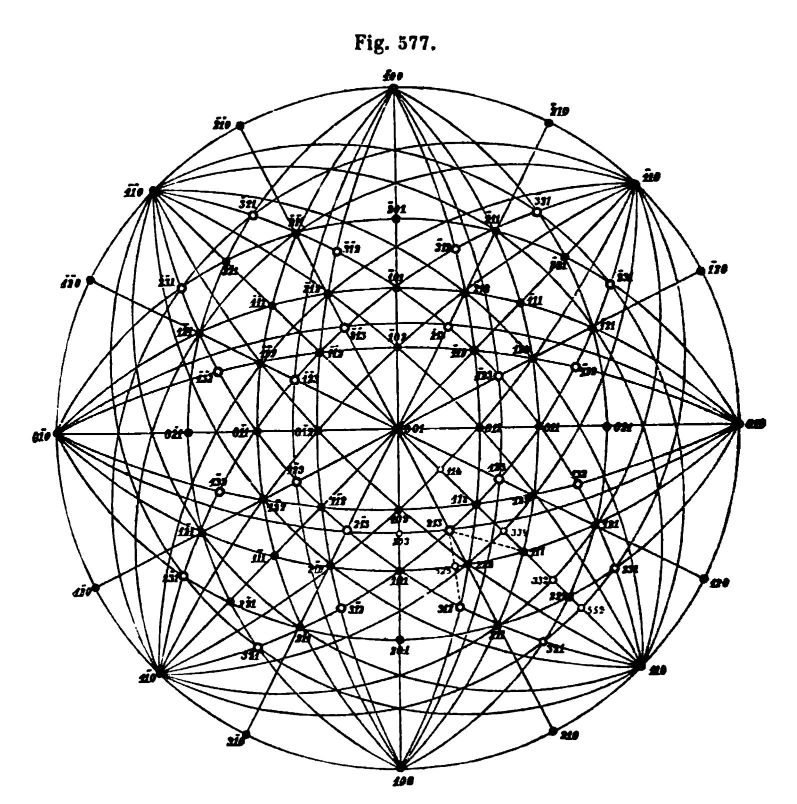
c ist also $= 60^\circ$, wie auch direct aus der Dreizähligkeit der Zonenaxe folgt.

Um die Lage des Pols (111) einer Oktaëderfläche zu finden, hat man sich nur zu erinnern, dass dieselbe sowohl in der Zone [100, 011], als in [010, 101] liegt. Construirt man diese und sämmtliche entsprechenden Zonenkreise, so erhält man als Durchnittspunkte derselben die gesuchten Oktaëderpole (111), (1$\bar{1}$1) u. s. w. Durch jeden derselben geht noch ein dritter Zonenkreis, der in der Projection als Durchmesser erscheint, denn (111) gehört noch der Zone [001, 110] an u. s. f. Ziehen wir auch diese Linien, d. h. die diagonalen Durchmesser von (110) nach ($\bar{1}\bar{1}$0) und von (1$\bar{1}$0) nach ($\bar{1}$10), so enthält nunmehr die Projection auch diejenigen sphärischen Dreiecke, welche zur Bestimmung des Oktaëderwinkels führen. Als solcher sei z. B. gesucht der Winkel zwischen (111) und (1$\bar{1}$1), so ist die Hälfte desselben gleich dem Bogen (111) : (101) und dieser die Seite des in (101) rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks (101), (111), (001), in welchem der Winkel an (001) gleich 45° und ausserdem die Seite (001) : (101) = 45° bekannt sind. Die tang des gesuchten Bogens ist $= \sin 45^\circ \tan 45^\circ = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$; daraus ergiebt sich der ganze Bogen (111) : (1$\bar{1}$1) = 70° 31,'8, ferner der Abstand der Pole (111) und (001) = 54° 44,'1 (das halbe Supplement des vorigen) und der Winkel zwischen den Zonenkreisen [001, 111] und [101, 111] = 60°. Der letzte Werth folgt ausserdem auch daraus, dass die Ebenen dieser beiden Zonenkreise parallel den beiden Dodekaëderflächen (1$\bar{1}$0) resp. ($\bar{1}$01) sind, sowie daraus, dass in dem Pole (111) sich die drei Zonenkreise [001, 110] [100, 011] [010, 101] unter gleichen Winkeln, also unter 60°, schneiden müssen.

Von den drei einfachsten Formen soll nunmehr zu den Vierundzwanzigflächnern übergegangen und mit den in den Zonen der Hexaëderkanten, d. h. der Axen, liegenden Tetrakishexaëdern $\{hk0\}$ begonnen werden. Da die Normale z. B. zu der Fläche $(k0h)$ in der Ebene (010) liegt, ihr Pol also zwischen (001) und (101) fällt (um so näher an (001), je mehr die Form des Pyramidenwürfels dem Hexaëder ähnelt), so lehrt eine einfache Ueberlegung, dass sein Abstand von (001) dadurch bestimmt ist, dass dessen

tang $= k : h$. So ergiebt sich z. B. (102) : (001) = 26°33,′9, woraus für (102) : (101) = 18°26,′1 und für (102) : (201) = 36°52,′2 folgt. Trägt man (Fig. 577) mit demselben Abstande von (001) auch den Pol (012) ein, so kann man den Winkel einer Kante zweiter Art am Tetrakishexaëder, nämlich (102) : (012), unmittelbar aus den beiden gleichen Bögen (102) : (001) und (012) : (001) ableiten, da dieselben mit dem gesuchten Bogen ein rechtwinkeliges sphärisches Dreieck bilden. Handelt es sich darum, umgekehrt das Verhältniss $k : h$, also das Zeichen des Tetrakishexaëders, aus einem gemessenen Winkel zu berechnen, so leuchtet ein, dass die hexaëdrische Kante, z. B. $(h0k) : (k0h)$, unmittelbar den Winkel $(k0h) : (001)$ giebt, dessen tang das gesuchte Verhältniss ist. Liegt dagegen die Messung einer Kante der zweiten Art vor, wie eine solche in Fig. 577 durch den Bogen (102) : (012)

Fig. 577.



repräsentirt ist, so halbirt man den gemessenen Werth und hat dann in demselben die Seite eines rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks, in welchem ausserdem noch der gegenüberliegende Winkel = 45° bekannt ist (ein solches Dreieck ist das in der Figur von (001), (102), (114) gebildete); man berechnet in demselben die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite, d. h. den Abstand des Poles einer Tetrakishexaëderfläche von (001), dessen tang nach Obigem das gesuchte Verhältniss $k : h$ ist.

Als Beispiel der Berechnung eines Ikositetraëders mag diejenige der durch die Zonen [101, 011] und [001, 111] gegebenen Form {211} dienen. Sei von derselben der durch eine Hexaëderfläche halbirte Winkel einer Kante 1. Art, z. B. (112) : (1$\bar{1}$2), zu berechnen, so ist dieser das Doppelte des Bogens (112) : (102), welcher sich leicht aus dem rechtwinkelig sphärischen Dreiecke (112), (102), (001) ergiebt, dessen Winkel an (001) = 45° und dessen Seite (001) : (102) bekannt ist (s. vorher unter Tetrakishexaëder). Diese Methode ist aber auch für jedes andere Ikositetraëder gültig, da alle Pole (kkh) zwischen (001) und (111) liegen und mit ($k0h$), d. h. einer Fläche des Pyramidenwürfels, welcher dieselben Werthe h und k besitzt, je ein ähnliches sphärisches Dreieck bilden, dessen Seite ($k0h$) : (001) unmittelbar durch das Verhältniss $k : h$ gegeben ist. Sie kann also auch umgekehrt dazu dienen, um aus dem gemessenen Winkel der Ikositetraëderkante, resp. aus der Hälfte derselben, d. i. dem Bogen (kkh) : ($k0h$), den Abstand des letzteren Pols von (001) und daraus die Indices zu berechnen. Um eine Kante der 2. Art, z. B. (211) : (121), aus dem gegebenen Zeichen der Form herzuleiten, hat man in demselben Dreieck den Abstand des Poles (112) (allgemein kkh) von (001) zu berechnen und diesen von dem Bogen (001) : (111) = 54°44,'1 (s. S. 545) abzuziehen; der so erhaltene Bogen (112) : (111) (kkh : 111) ist gleich (211) : (111) (hkk : 111) = (121) : (111) (khk : 111); der gesuchte Winkelabstand (211) : (121) (allgemein hkk : khk) ist also die dritte Seite in dem gleichschenkeligen Dreieck (211), (121), (111), in welchem die beiden gleichen Seiten und der zwischenliegende Winkel = 120° (da in (111) sich die Zonenkreise unter 60° schneiden) bekannt sind. Dieses Dreieck aber wird von dem Zonenkreise [111, 110] symmetrisch halbirt, daher von demselben in zwei rechtwinkelige sphärische Dreiecke getheilt, deren rechter Winkel im vorliegenden Falle an dem Pol (332) liegt, dessen Indices aber auch in jedem andern Falle durch die beiden daselbst sich kreuzenden Zonen gegeben sind; in einem solchen rechtwinkeligen Dreiecke, z. B. (211), (111), (332), sind nunmehr die Seite (211) : (111) und der Winkel an (111) (= 60°) bekannt, daher am einfachsten aus diesem der Bogen (211) : (332), d. i. die Hälfte des Winkels einer Kante 2. Art am Ikositetraëder, berechnet werden kann. Soll umgekehrt aus dem Winkel einer solchen Kante das Zeichen der Form hergeleitet werden, so benutzt man das gleiche rechtwinkelige Dreieck, in welchem aber diesmal die dem Winkel von 60° gegenüberliegende Seite (= dem halben gemessenen Winkel) bekannt, und die anliegende, d. i. die Neigung der Ikositetraëder- zur Oktaëderfläche zu berechnen ist; aus letzterer ergiebt sich dann direct diejenige zur Würfelfläche (001) und aus dieser der Winkel der Kante 1. Art, sowie die Neigung des zugehörigen Tetrakishexaëders zu (001), welche letztere unmittelbar das Verhältniss der Indices liefert.

Die Flächen der Triakisoktaëder {hhk} liegen zwischen denen des Oktaëders und des Rhombendodekaëders, also ihre Pole auf den Zonenkreisen [111, 101] u. s. w., je nach dem Verhältniss ihrer Indices $h : k$ näher dem

einen oder dem andern Pole. In Fig. 577 sind ausser dem, einem Pyramidenoktaëder angehörigen, bereits benutzten Pole (332) diejenigen des häufigsten Triakisoktaëders {221} vollständig eingetragen. Will man den Winkel der oktaëdrischen Kanten einer solchen Form berechnen, z. B. (212) : (2̄12), so ist hierzu nur erforderlich die Berechnung von (212) : (101), da dieses die Hälfte jenes ist; dieser letztere Bogen ist aber eine Seite des rechtwinkeligen Dreiecks (001), (101), (212), in welchem ausser der Seite (001) : (101) = 45° auch der Winkel an (001) gegeben ist: die Verlängerung des Zonenkreises (001) : (212) [allgemein : (001) : (*hkh*)] trifft nämlich den Grundkreis in einem Pole, dessen Symbol = (210) [(allgemein (*hk*0)], worin das Verhältniss *h* : *k* gleich dem des Pyramidenoktaëders); der Winkel (100) : 210 dessen tang = *k* : *h*, ist nun aber offenbar gleich dem Winkel zwischen den Zonenkreisen [001 : 210] und [001 : 100]. Soll umgekehrt das Zeichen {*hhk*} aus der Messung des Winkels einer oktaëdrischen Kante berechnet werden, so benutzt man dasselbe Dreieck, wie vorher, indem man aus der Seite (101) : (*hkh*) (der Hälfte des gemessenen Winkels) den gegenüberliegenden Winkel sucht, der gleich dem Bogen (100) : (*hk*0) auf dem Grundkreis ist und daher durch seine tang das gesuchte Verhältniss *k* : *h* giebt. Zur Berechnung des Winkels einer Kante zweiter Art am Pyramidenoktaëder, z. B. (212) : (122), hat man zunächst nach Obigem den halben Winkel der oktaëdrischen Kante zu berechnen, aus dem sich unmittelbar der Winkel zum Oktaëder, z. B. (212) : (111) ergiebt; dieser ist gleich (122) : (111), also ist der gesuchte Bogen (212) : (122) die dritte Seite in dem gleichschenkeligen Dreieck (212), (122), (111), in welchem der an (111) anliegende Winkel = 120°. Da der Zonenkreis [001 : 110] dieses Dreieck in zwei rechtwinkelige theilt, so ist es einfacher, die Hälfte des gesuchten Bogens aus einem Dreieck der letzteren Art, z. B. (212), (334), (111), in welchem natürlich der Winkel an (111) nun = 60° ist, herzuleiten. Ein ebensolches Dreieck benutzt man auch bei der Berechnung des Zeichens eines Triakisoktaëders aus der Messung einer Kante zweiter Art, indem man nunmehr umgekehrt aus dem Bogen, welcher dem Winkel von 60° gegenüberliegt, d. i. aus der Hälfte des gemessenen Winkels, denjenigen der Triakisoktaëderfläche zu (111) bestimmt, daraus durch Subtraction den derselben Fläche zu (101) d. h. den halben Winkel der oktaëdrischen Kante und aus diesem die Indices wie oben berechnet.

In Fig. 577 sind nun endlich noch sämmtliche Pole der 24 oberen Flächen des häufigsten Hexakisoktaëders {321} eingetragen, und soll an diesem Beispiel zunächst gezeigt werden, wie man bei der Berechnung der Winkel eines solchen zu verfahren hat. Die gerade Abstumpfung der dreierlei Kanten einer jeden derartigen Form wird von den Flächen je eines Vierundzwanzigflächners gebildet; es werden nämlich die mittleren Kanten abgestumpft durch ein Tetrakishexaëder, die längsten von einem Ikositetraëder und die kürzesten von einem Triakisoktaëder, deren Zeichen durch dasjenige des Achtundvierzigflächners in bekannter Weise bestimmt sind.

So liegt z. B. zwischen den Flächen (213) und (2$\bar{1}$3) als Abstumpfung einer mittleren Kante die Fläche (203), deren Polabstand von (001) durch ihre Indices gegeben ist; dieser Abstand bildet aber eine Seite in dem rechtwinkeligen sphärischen Dreieck (001), (203), (213), in welchem ausserdem der spitze Winkel an (001) bekannt ist; derselbe ist nämlich gleich dem Abstand zwischen (100) und demjenigen im Grundkreis gelegenen Pole, dessen Indices der Zone [001, 213] genügen, d. i. (210), also ist seine tang $= \frac{1}{2}$. Die diesem Winkel gegenüberliegende Seite des angeführten Dreiecks ist aber die Hälfte des gesuchten Winkels der mittleren Kanten am Hexakisoktaëder. Es ist leicht einzusehen, dass dieselbe Rechnungsmethode für jedes Hexakisoktaëder gilt, nur führen die beiden benutzten Zonen für eine andere Form auf ein anderes Tetrakishexaëder als Abstumpfung oder auf einen andern Pol im Grundkreis oder sie ergeben beides verschieden. Ganz analog ist die Berechnung der längsten Kante, welche durch ein Ikositetraëder abgestumpft wird. In dem in Fig. 577 gewählten speciellen Falle ist dieses {211}, und man erhält die Hälfte des gesuchten Winkels, z. B. den Bogen (213) : (112), aus dem rechtwinkeligen Dreieck, in welchem die Seite (001) : (112) und der spitze Winkel an (001) durch die Zugehörigkeit von (213) zur Zone [001, 210] bestimmt ist. Ebenso einfach ist auch die Herleitung des Winkels der kürzesten Kante, z. B. derjenigen zwischen (321) und (231), mittelst der abstumpfenden Fläche (552), denn die Hälfte des gesuchten Winkels, d. i. der Bogen (321) : (552), bildet die Seite eines rechtwinkeligen Dreiecks (321), (552), (110), in welchem der Bogen (552) : (110) leicht aus den Indices der ersteren Fläche zu berechnen ist, und der spitze Winkel an (110) gleich dem Bogen (001) : (1$\bar{1}$2), allgemein: gleich der Neigung desjenigen Ikositetraëders zum Hexaëder, welches in den Zonen [hkl, 110] und [001, 1$\bar{1}$0] liegt und offenbar durch das Zeichen des Hexakisoktaëders vollkommen bestimmt ist.

Handelt es sich jedoch darum, das Zeichen eines Hexakisoktaëders aus seinen Winkeln zu berechnen, so leuchtet ein, dass hierzu die Messungen zweier verschiedener Kanten vorliegen müssen, andererseits aber auch genügen, da das Verhältniss der drei Indices $h : k : l$ nur zwei Unbekannte enthält. Seien z. B. die Winkel der mittleren und der längsten Kanten gemessen worden, so sind damit an der in Fig. 577 projicirten Form die Bögen (213) : (203) und (213) : (112), als die Hälften jener Winkel, bestimmt. Jeder dieser beiden Bögen bildet mit (001) ein rechtwinkeliges sphärisches Dreieck, und diese Dreiecke haben die Seite (001) : (213) gemeinsam; werde die letztere mit c, der im ersten Dreieck dem Bogen (213) : (203) $= a$ gegenüberliegende Winkel mit A, der im zweiten Dreieck dem Bogen (213) : (112) $= a'$ gegenüberliegende Winkel mit A' bezeichnet, so ist

$$\sin c = \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin a'}{\sin A'},$$

daraus folgt:

$$\frac{\sin A'}{\sin A} = \frac{\sin a'}{\sin a}$$

und da $A' = 45^\circ - A$, so ist

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\ \text{cotang}\ A - \tfrac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sin a'}{\sin a},$$

somit
$$\text{cotang}\ A = \frac{\sin a'}{\sin 45^\circ \sin a} + 1\ .$$

Nachdem in dieser Weise A aus den bekannten Grössen a und a' berechnet ist, ergiebt sich unmittelbar der Bogen (001) : (203), d. h. allgemein dasjenige Tetrakishexaëder, welches die mittleren Kanten des Hexakisoktaëders abstumpft, wodurch zwei Indices des letzteren gegeben sind; der dritte folgt alsdann aus dem Winkel A, denn dieser bestimmt einen Pol auf dem Grundkreis, dessen Verbindungslinie mit (001) den Pol (213), [allgemein (klh)] enthält. Noch einfacher gestaltet sich die Rechnung, wenn eine mittlere und eine kürzeste Kante gemessen wurde: die Hälfte der ersteren ist die Seite a eines rechtwinkeligen Dreiecks, welches bei dem in Fig. 577 gewählten Beispiele die Eckpunkte (203), (213), (101) hat; der die kürzeste Kante repräsentirende Bogen (213) : (312) wird von dem Zonenkreise [101, 111], weil dieser einer Dodekaëderfläche parallel ist, symmetrisch halbirt, daher der punktirt angedeutete Bogen (213) : (525) die Seite a' eines ebenfalls rechtwinkeligen Dreiecks (525), (213), (101) ist, welches mit dem ersten die jedesmal dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite (101) : (213) $= c$ gemeinsam hat. Wie im vorigen Falle, gilt also für die beiden an (101) anliegenden Winkel die Gleichung

$$\frac{\sin A'}{\sin A} = \frac{\sin a'}{\sin a}\ .$$

Da hier aber $A + A' = 90^\circ$, so ist

$$\text{cotang}\ A = \frac{\sin a'}{\sin a}\ .$$

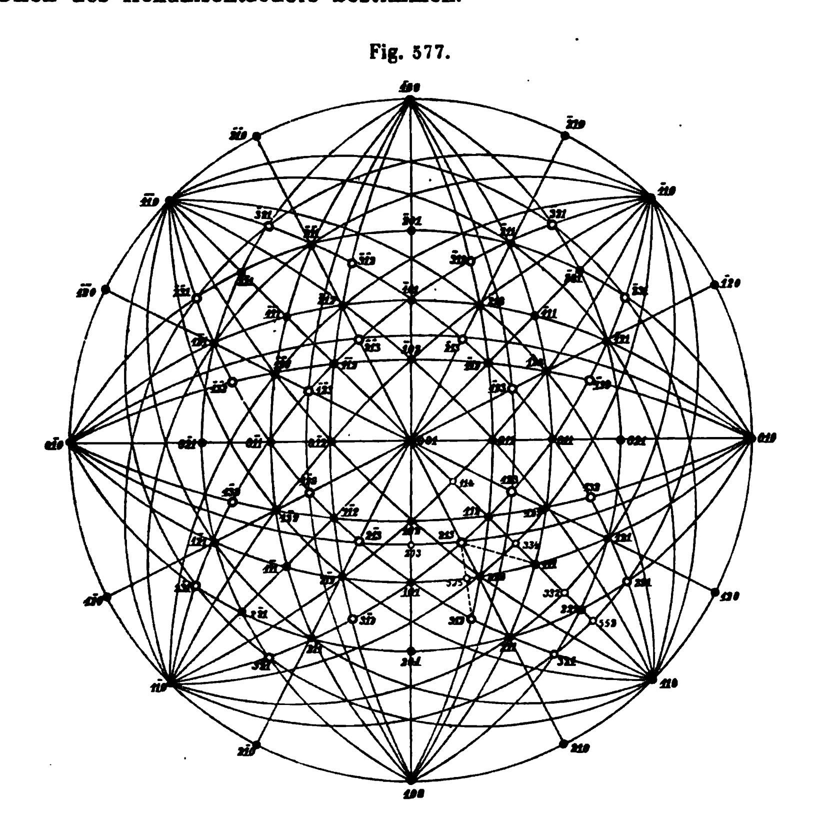
Hiermit sind nun die beiden sphärischen Dreiecke vollständig bestimmt, also auch die beiden Bögen (101) : (203) und (101) : (525), d. h. allgemein die Zeichen der beiden die gemessenen Kanten abstumpfenden Vierundzwanzigflächner, aus denen sich das Zeichen des Hexakisoktaëders in leicht ersichtlicher Weise ergiebt. In ganz ähnlicher Art verfährt man endlich, wenn eine längste und eine kürzeste Kante gemessen wurde, deren Hälften wieder mit a und a' bezeichnet werden mögen: alsdann ist (s. Fig. 577) (213) : (112) $= a$, (213) : (525) $= a'$, und auch diese Bögen bilden, diesmal mit (111), zwei rechtwinkelige Dreiecke mit einer gemeinsamen Seite (213) : (111) (in der Figur punktirt); ihre Sinus verhalten sich also wiederum ebenso, wie die Sinus des einem jeden gegenüberliegenden Winkels A und A', deren Summe in diesem Falle 60° beträgt; folglich ist

$$\text{cotang}\ A = \frac{\sin a'}{\sin 60^\circ \sin a} + \tfrac{1}{2}.$$

Durch die Berechnung von A und A' sind wieder die beiden sphärischen Dreiecke und damit die Symbole der beiden die gemessenen Kanten

abstumpfenden Vierundzwanzigflächner bekannt, welche in allen Fällen das Zeichen des Hexakisoktaëders bestimmen.

Fig. 577.



Erheblich einfacher gestaltet sich die Berechnung eines Hexakisoktaëders, wenn dessen Flächen in einer bekannten Zone gelegen sind, wie folgende Beispiele zeigen.

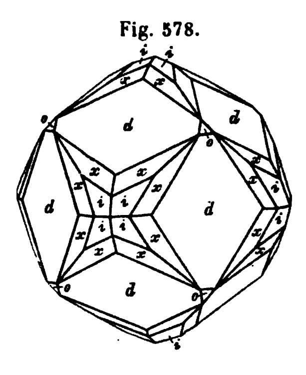
Das Hexakisoktaëder liegt in der Zone der Rhombendodekaëder-Kanten (Fig. 572, 573 S. 522). Alsdann müssen seine Indices $\{hkl\}$ der aus der Zone $[101,\ 110] = [\bar{1}11]$ sich ergebenden Gleichung: $-h + k + l = 0$ entsprechen, z. B. $\{321\}$, $\{431\}$ u. s. w. Der dritte Index ist also bekannt, wenn das Verhältniss zweier durch eine Messung in der Zone einer Dodekaëderkante bestimmt wird, z. B. durch diejenige des Bogens (101), (213) Fig. 577, denn hieraus ergiebt sich unmittelbar (213) : (112), allgemein $(klh) : (112) = \frac{1}{2}(klh) : (lkh)$, da (101) : (112) = 30°; der Bogen (213) : (112) ist aber eine Seite des rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks (001), (213), (112), in welchem die Seite (001) : (112) bekannt ist*), also der Winkel an (001) berechnet werden kann; letzterer ist aber gleich dem Bogen (210) : (110),

*) Dieselbe ist = 35° 16′, d. h. die Hälfte des Oktaëderwinkels, weil $(112):(\bar{1}\bar{1}1) = 90°$ (da $(\bar{1}\bar{1}1)$ zu allen Flächen der Zone [101, 011] senkrecht steht). und $(\bar{1}\bar{1}1):(001) = 54°44′$.

allgemein $(kl0):(110)$, auf dem Grundkreise, welcher direct das Verhältniss zweier Indices bestimmt.

Als zweites Beispiel möge endlich die Berechnung der in Fig. 578 dargestellten Form dienen, wie sie die Krystalle des Magneteisens zuweilen zeigen. An derselben sind die Formen $d = \{110\}$ und $o = \{111\}$ ohne Berechnung zu constatiren. Zur Bestimmung der übrigen Formen genügt die Messung einer einzigen Zone $d\,x\,i$; diese nach Maassgabe der Flächenbeschaffenheit auf $\pm$ 5' genau, habe ergeben:

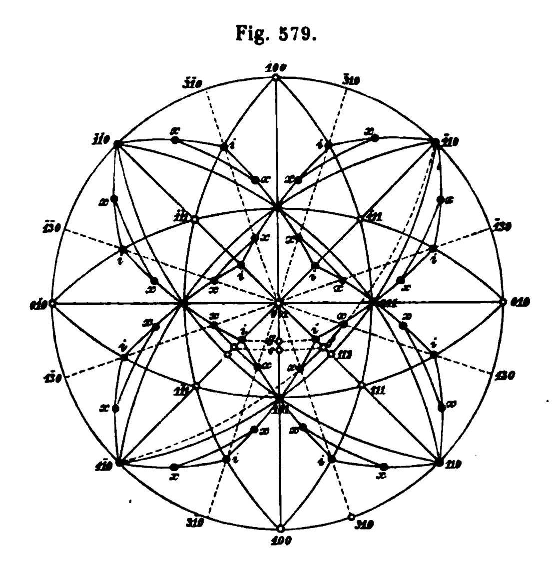
Fig. 578.



$$d:x = 16°58' \qquad x:i = 14°33'$$
$$\text{folglich: } d:i = 31°31'.$$

Die Form i ist offenbar ein Ikositetraëder, dessen $h:k > 2$, und dessen Zeichen zunächst berechnet werden soll. In Fig. 579, in welcher alle Flächen der Combination und sämmtliche durch Kanten an derselben repräsentirte Zonen eingetragen und von den nur zur Hülfe benutzten Zonen und Flächenpolen unterschieden sind. ist der Bogen $(101):i$, gleich dem gemessenen Winkel 31°31'. eine Seite des rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks $(101).(112), i$, in welchem ausserdem die Seite $(101):(112) = \frac{1}{2}(101):(011) = 30°$ bekannt ist. Hieraus ergiebt sich die Seite $i:(112) = 10°8\frac{1}{2}'$, und da $(112):(001) = 35°16'$*, so ist $(001):i = 25°7\frac{1}{2}'$. Aus diesem Werthe folgt mittelst des rechtwinkeligen Dreiecks $(001).i, g$, in welchem der Winkel an $(001) = 45°$, der Bogen $(001):g = 18°21'$, dessen cotang, d.i. $h:k, = 3{,}012$, d.h. unzweifelhaft $= 3$. Setzt man

Fig. 579.



letzteren Werth ein und berechnet auf demselben Wege rückwärts $i:d$, so findet man dafür den Werth 31°29', also eine Differenz zwischen Rechnung und Beobachtung von nur 2'. Um nunmehr auch das Zeichen des Hexakisoktaëders x zu bestimmen, bedarf es zunächst der Kenntniss der Richtung des Zonenkreises $[i, (101)]$, auf welchem x liegt; diese ist gegeben durch den Winkel $(101)\cdot i\cdot(112)$ des oben benutzten Dreiecks und folgt aus

*) S. Anmerk. S. 551.

den angeführten Daten $= 73^\circ 2'$. Derselbe Winkel gehört aber zugleich dem ebenfalls rechtwinkeligen Dreieck xif an, in welchem durch Einführung des gemessenen Bogens $x : i$ sich ergiebt: $x : f = 13^\circ 54'$ und $i : f = 4^\circ 20'$. Hierdurch ist nun in dem Dreieck $x, f,$ (001) ausser der Seite xf auch die Seite f : (001) $= 29^\circ 27\frac{1}{2}'$ bekannt, woraus der Winkel desselben an (001) zu $26^\circ 43'$ folgt. Durch letzteren ist aber der Pol des Grundkreises bestimmt, welcher in der Zone [(001), x] liegt; aus seinem Abstande von (100), welcher $45^\circ - 26^\circ 43' = 18^\circ 17'$ beträgt, ergeben sich nämlich die Indices desselben $k : h = 1 : 3{,}027$, also ist dieser Pol derjenige der Fläche (310). Aus dem rechtwinkeligen Dreieck (001), e, f folgt (001) : $e = 21^\circ 46'$, dessen cotang $= 1 : 2{,}504$, daher die Indices des Poles $e = 205$ und das Symbol der Ikositetraëderfläche, deren Pol der Punkt f_1 = (225). Diese stumpft aber die längste Kante des Hexakisoktaëders x ab, von dessen Indices bereits das Verhältniss zweier ($= 1 : 3$) bekannt ist; setzen wir daher die Indices der rechts und links von f liegenden Flächen desselben $= (31x)$ und $(13x)$ so ergiebt sich als Symbol ihrer Zone $[\bar{x}, \bar{x}, 4]$, und da in dieser Zone die Fläche (225) liegt, so muss $4x = 20$ sein, d. h. $x = 5$. Das gesuchte Symbol des Hexakisoktaëders ist {531}. Die Rückberechnung desselben liefert für den Winkel $x : i$ den Werth $14^\circ 27\frac{1}{2}'$.

Die vorstehenden Erörterungen beziehen sich sämmtlich auf die höchst symmetrischen Formen des kubischen Krystallsystems, diejenigen der 32. Klasse. Da die Formen der übrigen Klassen jedoch aus denselben Ebenen, nur in geringerer Anzahl, bestehen, so sind die Berechnungsmethoden für diese sämmtliche in den oben behandelten mit enthalten.

Zum Schluss soll eine Reihe von Formeln zusammengestellt werden, welche eine schnelle Berechnung einzelner Flächenwinkel kubischer Krystalle direct aus den Indices gestatten (dieselben können sehr einfach aus bekannten Formeln der analytischen Geometrie abgeleitet werden).

Für eine beliebige Fläche (hkl) eines kubischen Krystalls gelten, wenn man $\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = s$ setzt, folgende Relationen:

$$\cos (hkl):(100) = \frac{h}{s} \qquad \cos (hkl):(010) = \frac{k}{s} \qquad \cos (hkl):(001) = \frac{l}{s}$$

und für den Winkel zwischen zwei beliebigen Flächen (hkl) und (pqr):

$$\cos (hkl):(pqr) = \frac{hp + kq + lr}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}\,\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}} .$$

Hieraus ergeben sich folgende specielle Formeln:

Für die längsten, mittleren und kürzesten Kanten eines Hexakisoktaëders $\{hkl\}$:

$$\cos (hkl):(hlk) = \frac{h^2 + 2kl}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hlk):(h\bar{l}k) = \frac{h^2 + k^2 - l^2}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hkl):(khl) = \frac{2hk + l^2}{h^2 + k^2 + l^2} .$$

Für die dreierlei Kanten eines Dyakisdodekaëders:

$$\cos (hkl):(klh) = \frac{hk + kl + lh}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hlk):(h\bar{l}k) = \frac{h^2 + k^2 - l^2}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hkl):(h\bar{k}l) = \frac{h^2 - k^2 + l^2}{h^2 + k^2 + l^2} .$$

Für die Kanten eines Hexakistetraëders:

$$\cos (hkl):(hlk) = \frac{h^2 + 2kl}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hlk):(h\bar{k}\bar{l}) = \frac{h^2 - 2kl}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad \cos (hkl):(khl) = \frac{2hk + l^2}{h^2 + k^2 + l^2}.$$

Für die Kanten erster und zweiter Art eines Triakisoktaëders $\{hhk\}$:

$$\cos (hkh):(h\bar{k}h) = \frac{2h^2 - k^2}{2h^2 + k^2} \qquad \cos (hkh):(khh) = \frac{h^2 + 2hk}{2h^2 + k^2}.$$

Für diejenigen eines Deltoiddodekaëders:

$$\cos (hkh):(h\bar{h}\bar{k}) = \frac{h^2 - 2hk}{2h^2 + k^2} \qquad \cos (hkh):(khh) = \frac{h^2 + 2hk}{2h^2 + k^2}.$$

Für die zweierlei Kanten eines Ikositetraëders $\{hkk\}$:

$$\cos (hkk):(h\bar{k}k) = \frac{h^2}{h^2 + 2k^2} \qquad \cos (hkk):(khk) = \frac{2hk + k^2}{h^2 + 2k^2}.$$

Für diejenigen eines Trigondodekaëders:

$$\cos (hkk):(h\bar{k}k) = \frac{h^2 - 2k^2}{h^2 + 2k^2} \qquad \cos (hkk):(khk) = \frac{2hk + k^2}{h^2 + 2k^2}.$$

Für die hexaëdrischen und die pyramidalen Kanten eines Tetrakishexaëders $\{hk0\}$:

$$\cos (h0k):(k0h) + \frac{2hk}{h^2 + k^2} \qquad \cos (h0k):(hk0) = \frac{h^2}{h^2 + k^2}.$$

Für diejenigen eines Pentagondodekaëders:

$$\cos (hk0):(h\bar{k}0) = \frac{h^2 - k^2}{h^2 + k^2} \qquad \cos (hk0):(k0h) = \frac{hk}{h^2 + k^2}.$$

§ 3. Berechnung und Projection tetragonaler Krystallformen

Der Berechnung kubischer Krystallformen schliesst sich am nächsten diejenige der tetragonalen an, deren drei Axen ebenfalls zu einander senkrecht sind. Dadurch aber, dass hier eine der letzteren, die Hauptaxe, nicht den beiden andern gleichwerthig ist, ergiebt sich die Nothwendigkeit, zuerst die Elemente, d. h. das Axenverhältniss $a : c$ einer als $\{111\}$ angenommenen Form, zu berechnen, wozu, da es sich nur um eine Unbekannte handelt, eine Messung ausreicht.

Um einen Ueberblick über die Symmetrie der Zonenverhältnisse zu erhalten, werden die tetragonalen Formen stets auf die Basis als Ebene des Grundkreises projicirt. Es sind daher (s. Fig. 580 folg. S.) der Pol von $\{001\}$ in die Mitte des Grundkreises und die Pole der beiden tetragonalen Prismen $\{110\}$ und $\{100\}$ mit 90° resp. 45° Abstand auf dem Umfange desselben einzutragen. Der Durchmesser $(001):(110)$ enthält dann die Pole der Pyramiden erster Art, $(001):(100)$ diejenigen der Pyramiden zweiter Art, zu deren Projicirung also nur die Kenntniss ihrer Neigung zur Hauptaxe nöthig ist. Seien (111) u. s. f. die aus dem erwähnten Winkel in einer aus dem Principe der stereographischen Projection sich unmittelbar ergebenden Weise*) zu construirenden Pole der primären Pyramide erster Art, so giebt

*) Wozu man auch hier direct den Grundkreis benutzen kann, indem man auf demselben jenen Winkel von $(\bar{1}10)$ nach abwärts aufträgt und den Endpunkt dieses Bogens mit $(1\bar{1}0)$ geradlinig verbindet; wo diese Verbindungslinie den Durchmesser $(110):(\bar{1}\bar{1}0)$ schneidet, liegt der Pol (111).

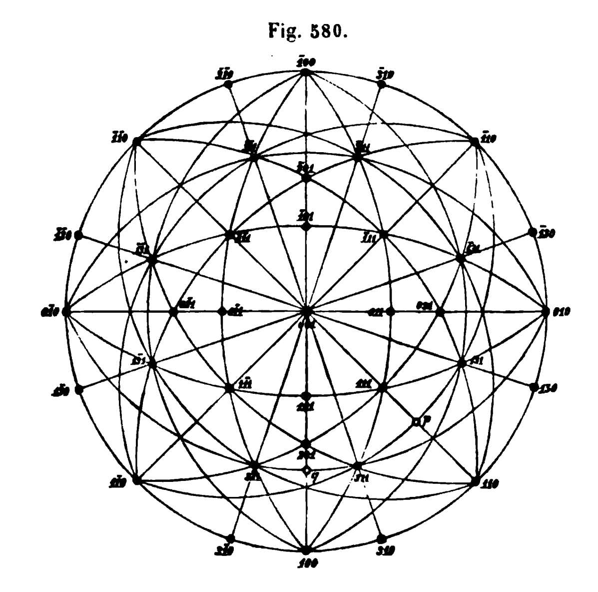
die Zone zweier derselben, z. B. (111) und $(1\bar{1}1)$, in welcher zugleich die Prismenflächen (010) und $(0\bar{1}0)$ liegen, den Pol (101) und ebenso die übrigen der zugehörigen Pyramide zweiter Art, welche die Polkante jener abstumpft. Ist der Basiskantenwinkel der letzteren gemessen, so liefert dieser direct das Parameterverhältniss c ($a = 1$ gesetzt), denn dieses ist offenbar gleich der tang des Winkels (001):(101), d. h. des halben Supplementes vom Winkel der Basiskante der Form {101}.

Handelt es sich um Berechnung des Axenverhältnisses aus der Pyramide erster Art, so muss dazu entweder der Winkel ihrer Polkanten oder ihrer Basiskanten gemessen sein. Im ersteren Falle ist der Bogen (111):(101) [allgemein $(hhl):(h0l)$] $= \alpha$ als Hälfte des gemessenen Winkels gegeben, und damit (101) resp. $(h0l)$:(001) $= \beta$ bestimmt, da $\sin \beta = \text{tang}\, \alpha \cdot \text{cotang}\, 45^{\circ}$ d. i. tang α, und das gesuchte Axenverhältniss $c = \text{tang}\, \beta$. Hat man die Basiskante gemessen, so folgt daraus unmittelbar (111) [allgemein (hhl)]:(001) $= \gamma$ und das Axenverhältniss $c = \text{tang}\, \beta = \text{tang}\, \gamma \cdot \cos 45^{\circ}$. Dasselbe rechtwinkelige Dreieck (001), (111), (101) benutzt man natürlich ebenfalls, wenn umgekehrt aus dem Axenverhältniss, d. i. aus β, die beiden andern Seiten desselben, d. h. die Winkel der Pol- und der Basiskante der Pyramide berechnet werden sollen.

Da {111} die Polkanten von {201} abstumpft, in deren Zone zugleich das Prisma erster Art liegt, so sind durch die Pole der ersten und letzten Form diejenigen von {201} gegeben, z. B. der Pol (201) als Durchschnittspunkt der Zonen $[1\bar{1}0, 111]$ mit [001, 100] u. s. f.

In der Polkantenzone einer Pyramide, z. B. zwischen (111) und $(\bar{1}11)$, liegen nun sämmtliche ditetragonale Pyramiden, welche die Polkanten der ersteren zuschärfen, in derselben Zone, aber zwischen (111) und (100), eine Reihe spitzerer ditetragonaler Pyramiden, welche in den Combinationen als Abstumpfungen der Kanten der Pyramide erster Art mit dem Prisma zweiter Art erscheinen (s. d in Fig. 369 S. 428); eine dieser Formen liegt zugleich in der Zone (201):(110), wodurch sich unmittelbar ihr Zeichen als {311} ergiebt. Trägt man die Pole dreier benachbarter Flächen dieser Form in der Projection ein (s. Fig. 580), so ist durch je zwei eine Polkantenzone der

Fig. 580.



ditetragonalen Pyramide bestimmt, und der betreffende Zonenkreis mit Hülfe der in dieselbe Zone fallenden Prismenflächen leicht zu construiren. Einer dieser Kreise, z. B. (311):(131), schneidet den Durchmesser (001):(110) in einem Punkte p, dem Pol derjenigen Pyramide erster Art, welche die nach den Zwischenaxen herablaufenden Polkanten der ditetragonalen Pyramide abstumpft, der Kreisbogen (311):(3$\bar{1}$1) dagegen bestimmt den Pol q derjenigen Pyramide zweiter Art, welche die andern Polkanten der ditetragonalen abstumpft. Endlich ist durch (311) auch der Pol (310) auf dem Grundkreise bestimmt. Dadurch sind die sphärischen Dreiecke gegeben, durch welche die Winkel jeder beliebigen ditetragonalen Pyramide aus ihrem Symbol berechnet werden können, wie an dem Beispiele der Form {311} gezeigt werden soll.

Aus dem Symbol {311} ergiebt sich $p = (221)$ und $q = (301)$; aus dem Axenverhältniss der Substanz sind alsdann leicht die beiden Bögen (001):(221) und (001):(301) zu berechnen. Der Bogen (100):(310), dessen cotg = 3, ist zugleich der Winkel der beiden Zonenkreise (001):(100) und (001):(310). Damit sind in dem rechtwinkeligen Dreieck (001), q, 311) der Winkel an (001) und die Seite (001) : q gegeben, aus denen der halbe Polkantenwinkel (311) : q einfach abzuleiten ist. Die Hälfte des andern Polkantenwinkels (311) : p findet man durch das ebenfalls rechtwinkelige Dreieck (001), p, (311), dessen Winkel an (001) die Differenz des entsprechenden Winkels im vorigen Dreieck von 45° ist, und in welchem man den Bogen (001) : p kennt. Der beiden Dreiecken angehörige und daher in einem derselben mit zu berechnende Bogen (001):(311) liefert unmittelbar die Basiskante von {311}.

Soll dagegen aus den beobachteten Winkeln einer ditetragonalen Pyramide deren Parameterverhältniss und somit das Zeichen derselben berechnet werden, so benutzt man die gleichen Dreiecke umgekehrt. Sei (311) : $q = a$ und (311) : $p = a'$ gemessen, so gilt für die diesen Bögen gegenüberliegenden Winkel an (001) genau dieselbe Beziehung, wie für die entsprechenden Dreiecke in Fig. 577 (s. S. 550), d. h.:

$$\text{cotang } A = \frac{\sin a'}{\sin a \cdot \sin 45^\circ} + 1$$

und da $A = (100):(310)$, so ist allgemein die cotang A gleich dem Verhältniss $h : k$ des zu der Pyramide zugehörigen ditetragonalen Prismas, d. h. dasjenige der ditetragonalen Pyramide selbst. Das Verhältniss $h : l$ derselben folgt aus dem Zeichen der Pyramide q, welche mit ihr dieses Verhältniss gemeinsam haben muss. Man hat daher nur nöthig, mit Hülfe des Winkels A und der Seite q : (311) den Bogen (001) : q zu berechnen und daraus das Symbol von q herzuleiten. Ist statt der Polkante (311) : p die Basiskante der ditetragonalen Pyramide gemessen worden, so giebt deren Hälfte, von 90° subtrahirt, die Seite (311):(001) in dem rechtwinkeligen Dreieck (001), (311), q, in welchem die andere Polkante, d. h. (311) : q, bekannt ist;

es können daher die Seiten (001) : q und der Winkel an (001) berechnet werden, welche direct zum gesuchten Zeichen der ditetragonalen Pyramide führen.

Liegt zur Bestimmung der letzteren statt zweier nur eine Winkelmessung vor, aber in einer bekannten Zone, z. B. in [111, 100], so hat man zuerst in dem rechtwinkeligen Dreieck (111), (110), (100) den Winkel an (111) zu berechnen. Derselbe gehört zugleich dem rechtwinkeligen Dreieck (111), (311), p an; ist also die Neigung zwischen den Flächen (111) und (311) gemessen, so folgt daraus der Bogen (111) : p, d. h. das Zeichen von p und damit eine zweite Zone zur Bestimmung der Indices der ditetragonalen Pyramide.

Die vorstehenden Rechnungsmethoden umfassen sämmtliche pyramidalen und bipyramidalen Formen des tetragonalen Krystallsystems. Sie lassen sich jedoch auch verwenden zur Berechnung der Mittelkanten eines Bisphenoids, Trapezoëders oder Skalenoëders, weil in der Zone jeder derartigen Kante eine prismatische Fläche liegt, welche den Flächenwinkel an jener Kante halbirt. Man findet also die Hälfte des gesuchten Winkels, wenn man in ähnlicher Weise, wie im Vorhergehenden angegeben, den Bogen zwischen der oberen Fläche der betreffenden Form und jener prismatischen Fläche als Seite eines passend gewählten sphärischen Dreiecks berechnet.

Diejenigen Formeln der analytischen Geometrie, welche in derselben Weise, wie die am Schlusse des vorhergehenden Paragraphen zusammengestellten, die unmittelbare Berechnung von Winkeln aus den Indices gestatten, enthalten selbstverständlich hier noch die Grösse $c = \text{tang}\,(101):(001)$. Für eine beliebige Fläche (hkl) eines tetragonalen Krystalls gilt die Relation:

$$\text{tang}\,(hkl):(001) = \frac{\sqrt{h^2 + k^2}}{l}\, c\,.$$

Sei also der Winkel $(hkl):(001) = F$ gemessen, so ergiebt sich daraus direct das Axenverhältniss der Substanz nach der Gleichung:

$$c = \frac{l}{\sqrt{h^2 + k^2}}\, \text{tang}\, F\,.$$

Unabhängig von c findet man alsdann den Winkel G einer beliebigen andern Fläche (pqr) zu (001) aus der Gleichung:

$$\frac{r}{\sqrt{p^2 + q^2}}\, \text{tang}\, G = \frac{l}{\sqrt{h^2 + k^2}}\, \text{tang}\, F\,,$$

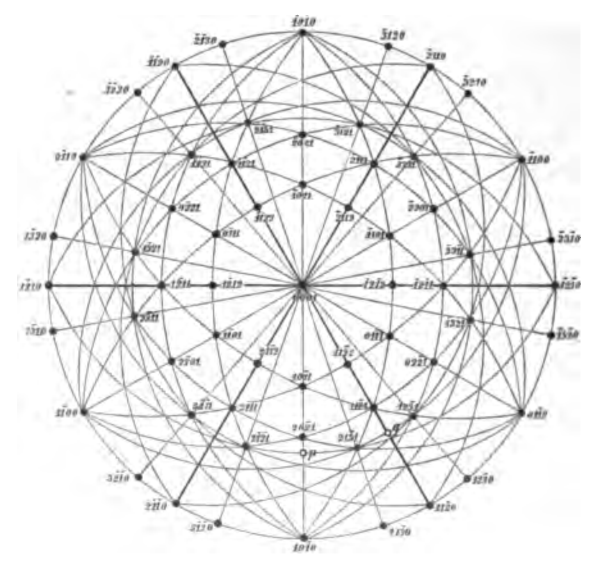
welche sich unmittelbar aus der vorigen ableiten lässt.

Um den Winkel zwischen den beiden beliebigen Flächen (hkl) und (pqr) zu berechnen, hat man nur zu erwägen, dass derselbe die dritte Seite eines sphärischen Dreiecks ist, dessen beide andern Seiten F und G sind, und in welchem ausser letzteren der zwischen beiden liegende Winkel an (001) bekannt ist, da er sich direct aus den Verhältnissen der Indices $h : k$ und $p : q$ ergiebt.

§ 4. **Berechnung und Projection hexagonaler Krystallformen.** Sehr ähnlich der Berechnung tetragonaler Formen gestaltet sich diejenige der hexagonalen, und auf dieselben Methoden lässt sich auch die Berechnung trigonaler Krystallformen zurückführen, wenn man dieselben auf die Hauptaxe und drei gleichwerthige, in der zu jener senkrechten Ebene einander unter 60° schneidende, Nebenaxen bezieht, während bei der den Miller'schen Symbolen zu Grunde liegenden Wahl der Axen (s. S. 433) der Gang der Rechnung naturgemäss ein ganz anderer und daher in einem besonderen Paragraphen zu behandeln ist.

Wie im tetragonalen Systeme, so kann es auch hier nicht zweifelhaft sein, dass eine Projection auf die Basis diejenige sein wird, welche am vollkommensten die Symmetrieverhältnisse der projicirten Flächen und Zonen zur Darstellung bringt; eine solche soll daher der Erläuterung der Zonenverhältnisse und der Berechnung zu Grunde gelegt werden. Der Grundkreis enthält alsdann offenbar die Pole der Flächen aller Prismen, von welchen diejenigen des 1. und 2. Prismas direct durch ihre Abstände von 60°, resp. 30° einzutragen sind (s. Fig. 581). Den Mittelpunkt der Projection bildet der Pol der Basis (0001), und mittelst der sechs den Neben- und Zwischenaxen parallelen Durchmesser sind die Zonen zwischen (0001) und dem Prisma erster Art, in welchen sämmtliche Pyramiden erster Art liegen, sowie die Zonen zwischen Basis und Prisma zweiter Art, d. h. die Zonen der Pyramiden zweiter Art, gegeben. Um die Pole einer Pyramide zu construiren, bedarf es also nur der Kenntniss ihrer Neigung zur Hauptaxe, resp. des Abstandes zwischen dem Pol einer ihrer Flächen und dem der Basis, welchen man auf einem Kreise vom Durchmesser des Grundkreises abträgt und so in bekannter Weise die Länge des Bogens auf der Projection findet. Seien $(10\bar{1}1)$, $(01\bar{1}1)$ u. s. f. die in dieser Weise bestimmten sechs Pole der primären Pyramide, so ergeben sich aus der Zone je zweier (in welcher jedesmal noch die beiden gegenüberliegenden Pole zweier, der Halbirungsebene der von den beiden Pyramidenflächen gebildeten Polkante parallelen, Prismenflächen erster Art liegen) direct die Pole der Flächen der primären Pyramide

Fig. 581.



zweiter Art {11$\bar{2}$2}, welche die Polkanten von {10$\bar{1}$1} abstumpft. Ist der Winkel der Basiskante letzterer Pyramide bekannt, folglich auch der Winkel derselben zu (0001) (d. i. die Hälfte von dessen Supplement), so dient das rechtwinkelige sphärische Dreieck: (0001), (10$\bar{1}$1), (11$\bar{2}$2), in welchem der Winkel an (0001) = 30°, dazu, den Polkantenwinkel derselben Pyramide zu berechnen — denn die Seite (10$\bar{1}$1):(11$\bar{2}$2) ist offenbar die Hälfte desselben — ebenso umgekehrt, um aus dem bekannten Winkel der Polkante denjenigen der Basiskante herzuleiten. Zur Berechnung des Axenverhältnisses c aus einem dieser beiden Winkel hat man nur den Bogen (0001) : (11$\bar{2}$2), d. h. allgemein: die Neigung derjenigen Pyramide zweiter Art zu berechnen, welche die Polkante der Pyramide erster Art, deren Axenverhältniss man sucht, abstumpft. Wie im tetragonalen Systeme ist die tang jenes Bogens das gesuchte Axenverhältniss c *). Hat man endlich den Basiskantenwinkel einer Pyramide zweiter Art selbst gemessen, so ergiebt dieser ohne Berechnung direct das Parameterverhältniss der Pyramide, derjenige der primären also das Axenverhältniss der Substanz. Ist umgekehrt dieses Axenverhältniss gegeben, und sollen aus demselben die Winkel der Pyramiden berechnet werden, so verfährt man genau ebenso, nur dass in dem benutzten rechtwinkeligen Dreieck die früher unbekannte Seite nunmehr die gegebene ist, und die vorher bekannte gesucht wird.

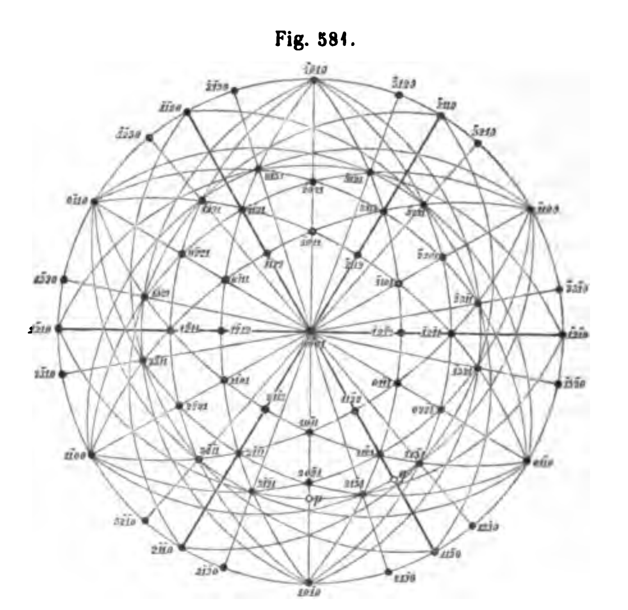
Durch die bisherigen Zonenkreise sind weiterhin noch bestimmt die Pole derjenigen Pyramide zweiter Art, welche in der Zone der vorderen Fläche der primären (10$\bar{1}$1) und der rechts angrenzenden Fläche des ersten Prisma (01$\bar{1}$0), sowie in der Zone der rechts anliegenden Pyramidenfläche (01$\bar{1}$1) und der vorderen Prismenfläche (10$\bar{1}$0) liegt, also der in Fig. 486 (S. 488) mit q bezeichneten Form. Die Zonengleichung giebt für diese das Symbol {11$\bar{2}$1}; allgemein hat eine Pyramide zweiter Art die doppelte Hauptaxe von derjenigen erster Art, mit welcher sie in dem angegebenen Zonenverbande steht. Da die Pyramide {11$\bar{2}$1} die Polkanten derjenigen erster Art abstumpft, welche die doppelte Hauptaxe der primären besitzt, so sind die Pole der letzteren dadurch gegeben, dass sie in den durch {11$\bar{2}$1} und die jene Polkanten halbirenden Prismenflächen gegebenen Zonen liegen; so ergiebt sich z. B. der Pol (20$\bar{2}$1) durch die Zone [11$\bar{2}$1, 1$\bar{1}$00]. In derselben Weise kann man weiter aus der Zone [20$\bar{2}$1, 01$\bar{1}$0] den Pol (22$\bar{4}$1) und mittelst dieses (40$\bar{4}$1) finden u. s. f.

Geben wir nunmehr zur Projection dihexagonaler Pyramiden über, so sei als Beispiel gewählt die häufigste {3$\bar{1}\bar{2}$1}, welche in den Zonen [2$\bar{1}\bar{1}$1, 10$\bar{1}$0] und [20$\bar{2}$1, 1$\bar{1}$00] liegt. Da die erstere dieser beiden Zonen zugleich die Polkantenzone der primären Pyramide ist, also eine der wichtigsten Zonen, welche an flächenreichen Krystallen häufig durch eine Reihe von

*) Die cotang jenes Bogens ist = cos γ · tang 30°, wenn γ = (0001) : ($h0\bar{h}l$), d. h. wenn der Basiskantenwinkel der Pyramide erster Art gemessen worden ist; aus deren halben Polkantenwinkel α = ($h0\bar{h}l$) : ($kk\bar{h}l$) findet man seinen sin = $\frac{\cos 30^\circ}{\cos \alpha}$ ·

Formen repräsentirt wird, so soll an dieser Stelle die Bedingung allgemein entwickelt werden, welche erfüllt sein muss, damit eine dihexagonale Pyramide zwischen den Flächen $(2\bar{1}\bar{1}1)$ und $(10\bar{1}0)$ mit parallelen Kanten liege. Die Indices der Zone der beiden angeführten Flächen, bezogen auf die vorderen beiden Hälften der Nebenaxen A_1 und A_3, diese positiv genommen (vergl. S. 432), sind $[\bar{1}11]$, die auf die gleichen Axenlängen bezogenen Indices hkl der dihexagonalen Pyramide $\{hi\bar{k}l\}$ müssen also die Bedingung erfüllen, dass $h = k + l$, wie es in der That bei der Pyramide $\{3\bar{1}\bar{2}1\}$, ebenso bei $\{4\bar{1}\bar{3}1\}$, $\{6\bar{1}\bar{5}1\}$ u. s. w. der Fall ist. — Trägt man die Pole dreier benachbarter Flächen der dihexagonalen Pyramide, z. B. $(3\bar{1}\bar{2}1)$, $(2\bar{1}\bar{3}1)$ und $(1\bar{2}\bar{3}1)$, in die Projection ein, so ist durch je zwei derselben eine Polkantenzone der Form bestimmt, und der betreffende Zonenkreis leicht zu construiren, da er zugleich durch den Pol derjenigen Prismenfläche erster oder zweiter Art geht, welche die bezügliche Polkante der dihexagonalen Pyramide halbirt. Da wo einer dieser Zonenkreise einen Durchmesser $(0001):(10\bar{1}0)$ etc. senkrecht durchschneidet, z. B. in p, liegt ein Pol derjenigen Pyramide erster Art, welche die nach den Zwischenaxen herablaufenden Polkanten (bei dem gewählten Beispiele sind es die schärferen) der dihexagonalen Pyramide abstumpft, in den Schnittpunkten von der Lage q liegen die Pole der Pyramide zweiter Art, welche die nach den Nebenaxen herablaufenden Kanten abstumpft. Die Zeichen dieser beiden Pyramiden sind durch die Indices der dihexagonalen gegeben, ebenso das Zeichen des dihexagonalen Prisma, welches das gleiche Verhältniss der Nebenaxen besitzt und dessen Pole daher in den Zonen $[0001, hi\bar{k}l]$ liegen. Aus Fig. 581, in welcher die Pole des zu $\{3\bar{1}\bar{2}1\}$ gehörigen dihexagonalen Prismas vollständig eingetragen sind, ersieht man sofort, dass man die Pole jeder beliebigen dihexagonalen Pyramide aus ihrem Zeichen finden kann, indem man die Pole einer der beiden Abstumpfungen ihrer Polkanten und diejenigen des zugehörigen dihexagonalen Prisma einträgt und die betreffenden Zonenkreise construirt. Damit sind zugleich die sphärischen Dreiecke gegeben, durch welche für jede beliebige dihexagonale Pyramide resp. Bipyramide

Fig. 581.



die Berechnung ihrer Winkel zu erfolgen hat, wie an dem Beispiel der in Fig. 581 eingetragenen Form gezeigt werden soll.

Aus dem Zeichen $\{3\bar{2}\bar{1}1)$ der dihexagonalen Pyramide folgt, dass ihre schärferen Polkanten abgestumpft werden durch $\{50\bar{5}2\}$. Die Länge der Hauptaxe dieser abgeleiteten Pyramide erhalten wir, indem wir das Axenverhältniss der Substanz c mit $\frac{5}{2}$ multipliciren, und können also in der weiter oben angegebenen Weise die Entfernung ihres Poles p von (0001) berechnen. Ebenso findet man als Abstumpfung der stumpferen Polkanten die Pyramide zweiter Art $\{33\bar{6}2\}$ und dadurch den Abstand des Poles q von (0001). Für die Fläche des dihexagonalen Prisma endlich, welche dieselben Indices der Nebenaxen hat, z. B. $(21\bar{3}0)$, allgemein: $(k i h 0)$, ergiebt sich der Polabstand von $(10\bar{1}0)$ durch eine einfache Berechnung:

$\frac{1}{k}$ und $\frac{1}{h}$ sind die Parameter der Fläche auf den beiden benachbarten Seiten der Nebenaxen, welche 60° mit einander einschliessen und mit der Trace der Fläche $(k i h 0)$ auf der Basis ein ebenes Dreieck bilden. Die vom Schnittpunkt der beiden ersteren Seiten dieses Dreiecks auf die dritte gefällte Senkrechte ist die Normale zur Fläche $(k i h 0)$, deren Richtung durch jenes Dreieck d. h. durch die Längen $\frac{1}{k}$ und $\frac{1}{h}$ bestimmt ist. Für $k : h = 2 : 3$ z. B. ist der Abstand des Poles $(21\bar{3}0)$ von $(10\bar{1}0) = 19° 6\frac{1}{2}'$ von $(11\bar{2}0)$ daher $= 10° 53\frac{1}{2}'$.

Der Bogen $(10\bar{1}0):(21\bar{3}0)$ ist nun offenbar gleich dem Winkel an (0001) in dem Dreieck $(0001):(21\bar{3}1)$, p, und seine Differenz von 30°, d. i. Bogen $(21\bar{3}0):(11\bar{2}0)$, gleich dem entsprechenden Winkel im Dreieck (0001), $(21\bar{3}1)$, q. Aus diesen Winkeln und den bekannten Bögen $(0001) : p$ und $(0001) : q$ können in jenen Dreiecken, da dieselben rechtwinkelige sind, die Seiten $(21\bar{3}1) : p$, $(21\bar{3}1) : q$ und $(21\bar{3}1):(0001)$ berechnet werden. Die beiden ersten sind die halben Polkantenwinkel von $\{21\bar{3}1\}$, die letzte giebt von 90° subtrahirt den Bogen $(21\bar{3}1):(21\bar{3}0)$, d. h. den halben Winkel der Basiskante der Bipyramide.

Soll dagegen aus den gemessenen Winkeln einer dihexagonalen Pyramide, deren Parameterverhältniss und somit ihr Zeichen berechnet werden, so benutzt man natürlich dieselben Dreiecke in umgekehrter Weise. Seien z. B. die beiden Polkantenwinkel, also die Bögen $a = p : (21\bar{3}1)$ (allgemein: $k i \bar{h} l$) und $a' = q : (21\bar{3}1)$, gegeben, so folgt genau so wie S. 549:

$$\frac{\sin A'}{\sin A} = \frac{\sin a'}{\sin a}$$

und da hier $A' = 30° - A$, so ist

$$\frac{1}{2} \operatorname{cotang} A - \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\sin a'}{\sin a} ,$$

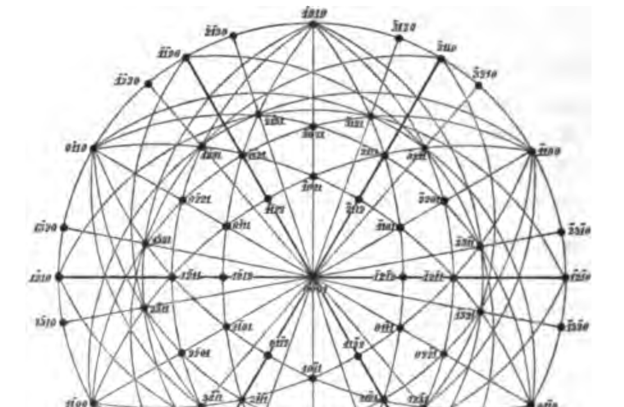
folglich

$$\operatorname{cotang} A = \frac{2 \sin a'}{\sin a} + \sqrt{3} .$$

Das so gefundene A ist gleich dem Bogen $(10\bar{1}0):(21\bar{3}0)$ (allgemein: $k i \bar{h} 0$), aus welchem sich mittelst ebener Trigonometrie das Verhältniss $h : k$

berechnen lässt. Das Verhältniss $h : l$ gilt zugleich für die abstumpfende Pyramide zweiter Art q, man hat also nur den Bogen (0001) : q (aus dem Dreieck: (0001), q, $(21\bar{3}1)$) zu berechnen und die hieraus sich ergebende Länge der Hauptaxe der Pyramide q durch c, die Hauptaxenlänge der Grundform, zu dividiren; der dem gefundenen Quotienten nächstliegende rationale Werth wird für $h : l$ eingesetzt. Sind statt der beiden Polkanten der dihexagonalen Pyramide nur eine und der Winkel der Basiskanten gemessen, so gestaltet sich die Berechnung des Zeichens noch einfacher: Aus dem halben Basiskantenwinkel erhält man durch Subtraction von 90° den Bogen $(0001):(21\bar{3}1)$ allgemein: $(0001):(kihl)$: dieser bildet mit der halben gemessenen Polkante, z. B. mit dem Bogen p: $(21\bar{3}1)$ und mit dem Bogen $(0001) : p$ ein rechtwinkeliges Dreieck, in welchem somit die letzterwähnte Seite und der Winkel an (0001) (s. vor. S. mit A bezeichnet) ohne Weiteres berechnet werden können. Damit sind aber für die Fläche $(21\bar{3}1)$ (allgemein: $(kihl)$) zwei Zonen bestimmt, nämlich $[p, \bar{1}2\bar{1}0]$ und $[0001, 21\bar{3}0]$, aus welchen ihre Indices sich ergeben.

Fig. 581.

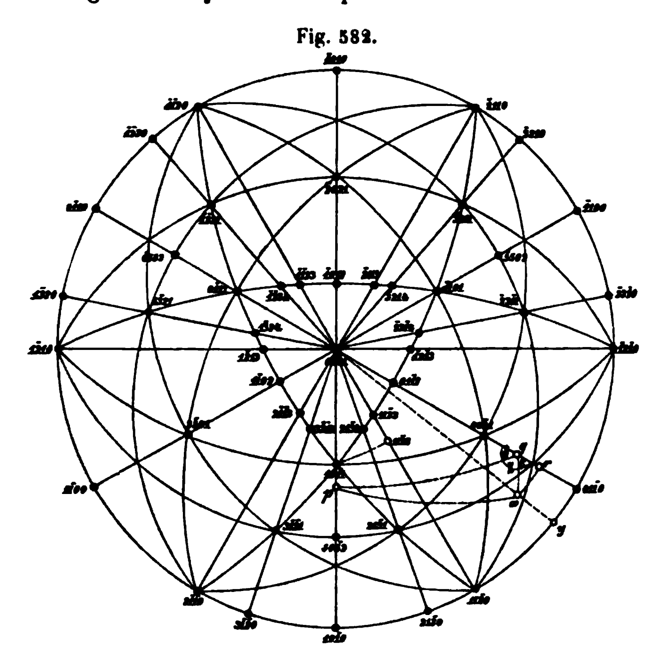


In den meisten Fällen hat man zur Berechnung des Zeichens einer dihexagonalen Pyramide nur eine Winkelmessung nöthig, wenn ihre Flächen nämlich in einer bekannten Zone liegen. Auch das alsdann einzuschlagende Verfahren der Rechnung lässt sich leicht an dem Beispiel Fig. 581 erläutern. Sei z. B. der Bogen $(11\bar{2}1):(21\bar{3}1)$*) gemessen worden, so bildet dieser eine Seite des rechtwinkeligen Dreiecks $(11\bar{2}1)$, $(21\bar{3}1)$, q, in welchem noch der Winkel an $(11\bar{2}1)$ bekannt ist, da derselbe zugleich dem Dreieck $(11\bar{2}1)$, $(11\bar{2}0)$, $(10\bar{1}0)$ angehört und daher aus dem Axenverhältniss der Substanz berechnet werden kann. In dem ersteren Dreieck lässt sich daher der Bogen $(11\bar{2}1)$: q und aus diesem das Zeichen der Pyramide q bestimmen. Die Indices dieser letzteren, zusammen mit der Bedingungsgleichung für die Lage in der Zone $[11\bar{2}1, 10\bar{1}0]$ (vergl. S. 560), liefern das Zeichen der dihexagonalen Pyramide.

*) Es ist dies an den S. 482 resp. 488 abgebildeten Combinationen des Apatit resp. Beryll der Winkel $q : s$ in der bekannten Zone $q : m$.

Die Anwendung der vorhergehenden Methoden auf die Berechnung rigonaler und ditrigonaler Pyramiden, resp. der Rhomboëder und Skalenoder, geht unmittelbar aus der Betrachtung der Fig. 582 hervor. Ist $(10\bar{1}1)$ in Pol einer trigonalen Pyramide resp. eines Rhomboëders erster Art und

Fig. 582.



$(10\bar{1}1):(0001) = \gamma$, so ist: $\sin\gamma \cdot \sin 60^\circ = \sin (10\bar{1}1):(01\bar{1}2)$; letzterer Bogen ist aber die Hälfte des Flächenwinkels der Polkante jener Form. Ferner ist: $\tang \gamma \cos 30^\circ = \tang (0001):(11\bar{2}2) = c$ (d. i. das Axenverhältniss derselben nach S. 559). Seien an einem Skalenoëder (resp. einer ditrigonalen Pyramide) die beiden Polkanten gemessen worden, so sind deren Hälften die Winkel zwischen einer Skalenoëderfläche und den beiden Rhomboëderflächen, welche die längere resp. kürzere Polkante gerade abstumpfen, z. B. die Bögen $a = (21\bar{3}1):(50\bar{5}2)$ resp. $a' = (21\bar{3}1):(02\bar{2}1)$. Aus den beiden Dreiecken, welche diese Bögen mit (0001) bilden, kann man in derselben Weise, wie S. 561, die beiden Winkel an letzterem Pol, deren Summe $= 60^\circ$, berechnen nach der Gleichung:

$$\operatorname{cotang} (10\bar{1}0):(21\bar{3}0) = \frac{\sin a'}{\sin a \cdot \sin 60^\circ} + \frac{1}{2 \sin 60^\circ},$$

ebenso die Abstände der beiden Pole $(50\bar{5}2)$ und $(02\bar{2}1)$ von (0001), und hat damit alle Daten für die Indices des Skalenoëders. Ist der Winkel einer Polkante und derjenige der Mittelkante gemessen, so hat man zu erwägen, dass die Hälfte des letzteren gleich dem Winkel des Skalenoëders zu dem Prisma zweiter Art ist, da dieses die Mittelkanten aller Skalenoëder abstumpft. Will man also z. B. das Zeichen des Skalenoëders $\{21\bar{3}1\}$ aus dem Bogen $(21\bar{3}1):(11\bar{2}0) = \beta$ und dem halben Polkantenwinkel $(21\bar{3}1):(50\bar{5}2) = a$

berechnen, so sind in dem sphärischen Dreiecke $(21\bar{3}1)$, $(\bar{1}2\bar{1}0)$, $(11\bar{2}0)$ die drei Seiten $= 90^\circ - \alpha$, 60° und β, gegeben; der hieraus folgende Winkel an $(\bar{1}2\bar{1}0)$ ist nun offenbar gleich dem Bogen $(50\bar{5}2):(10\bar{1}0)$, aus welchem man mit Hinzunahme von α das Zeichen des Skalenoëders berechnen kann, wie vorher. Dass man bei der umgekehrten Berechnung eines Skalenoëders aus seinen Parameterverhältnissen von den beiden abstumpfenden Rhomboëdern ausgeht, und wie man aus deren Neigungen zu (0001) die halben Polkantenwinkel des Skalenoëders findet, versteht sich nach Obigem von selbst. Der halbe Winkel der Mittelkante, d. i. bei dem in Fig. 582 gewählten Beispiele der Bogen $(21\bar{3}1):(11\bar{2}0)$, wird alsdann am einfachsten aus dem rechtwinkeligen Dreieck $(21\bar{3}1)$, $(11\bar{2}0)$, $(21\bar{3}0)$ berechnet, in welchem $(11\bar{2}0):(21\bar{3}0)$ und der Winkel an $(11\bar{2}0)$ durch die Indices des Skalenoëders bestimmt sind, da letzterer Winkel zugleich dem rechtwinkeligen Dreieck $(11\bar{2}0)$, $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}1)$ angehört, in welchem der zuletzt angeführte Pol ebenfalls aus dem Zeichen des Skalenoëders folgt.

Meist ist zur Berechnung eines Skalenoëders nur eine Messung erforderlich, wenn die Flächen desselben nämlich einer bekannten Zone angehören, z. B. die Flächen $(21\bar{3}1)$ und $(21\bar{3}4)$ in Fig. 582, aus welcher nach dem Vorhergehenden leicht ersichtlich ist, wie aus dem Winkel zu $(10\bar{1}1)$ das Symbol desselben abzuleiten ist.

Liegt dagegen keinerlei Zone zur Bestimmung einer unbekannten Fläche x (Fig. 582) vor, und seien deren Winkel zu zwei bekannten Flächen p und q gemessen worden, so kennt man in dem sphärischem Dreiecke pqx alle drei Seiten und kann daher den Winkel χ berechnen. Da δ bekannt ist, folgt hieraus ε und in dem rechtwinkeligen Dreiecke qxr die Länge qr, d. h. das Zeichen desjenigen Rhomboëders, welches eine Polkante des Skalenoëders abstumpft, dem die Fläche x angehört; in dem ebenfalls rechtwinkeligen Dreiecke (0001), $(01\bar{1}0)$, y kann alsdann der Winkel an (0001), d. h. die Lage des Poles y berechnet werden, welche mit derjenigen von r die Indices der Flächen x bestimmen.

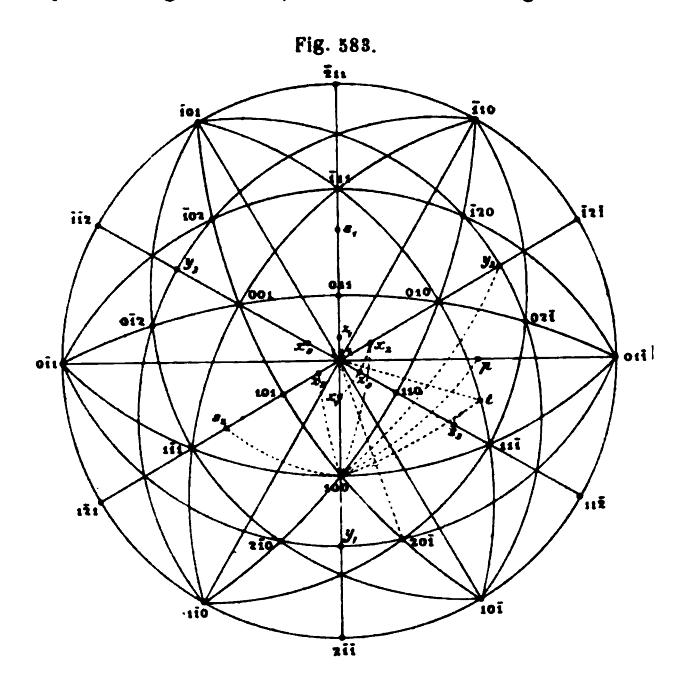
Um endlich den Winkel irgend zweier Flächen eines hexagonalen oder trigonalen Krystalls aus deren Indices zu finden, hat man für jede derselben den Winkel zu (0001) zu berechnen, was stets mittelst eines durch die Indices gegebenen rechtwinkeligen Dreiecks möglich ist, wie z. B. in Fig. 582 $(21\bar{3}1):(0001)$ in dem Dreiecke (0001), $(50\bar{5}2)$, $(21\bar{3}1)$ und $(11\bar{2}3):(0001)$ in dem Dreiecke (0001), $(01\bar{1}2)$, $(11\bar{2}3)$; alsdann sind die beiden Seiten eines sphärischen Dreiecks gegeben, dessen dritte Seite der gesuchte Flächenwinkel ist, während der ihr gegenüberliegende Winkel aus den Symbolen folgt. Das Verfahren der Rechnung entspricht also genau dem am Schlusse des vorigen Paragraphen angegebenen.

§ 5. Berechnung und Projection trigonaler Krystallformen. Wenn die Formen eines trigonalen Krystalls nach S. 433 auf die drei Kanten einer trigonalen Pyramide, resp. eines Rhomboëders, als Axen bezogen werden,

› **besteht die Berechnung der Elemente** in derjenigen der Axenwinkel ($= \beta = \gamma$) aus dem Flächenwinkel jener Form.

Die zur Uebersicht während der Berechnung eines solchen Krystalls ienende Projection Fig. 583 ist, wie in den vorhergehenden Paragraphen,

Fig. 583.



so construirt, dass die Basis (111) als Projectionsebene dient, der Grundkreis also alle Flächen enthält, deren Indices die Bedingung $p + q + r = 0$ erfüllen. Seien (100), (010), (001) die Pole der als Axenebenen gewählten oberen trigonalen Pyramide, so ist klar, dass je einer der Bögen (100):(010), (010):(001), (001):(100) mit zweien der Bögen (111):(100), (111):(010), (111):(001) ein gleichschenkeliges sphärisches Dreieck bildet, in welchem der Winkel an (111) 120° beträgt. Jede der beiden gleichen Seiten eines derartigen Dreiecks ist gleich dem Winkel zwischen je einer Fläche der trigonalen Pyramide und der Basis, und die dritte Seite gleich dem Winkel der Polkante dieser Form; ein der letzteren Seite anliegender Winkel dagegen, z.B. derjenige zwischen den Bögen (100):(111) und (100):(010), ist offenbar gleich dem Winkel, welchen die beiden durch diese grössten Kreise bestimmten Ebenen, also auch deren Normalen, d. h. die betreffenden Zonenaxen, einschliessen. Die Axe der Zone [100, 010] ist aber die Polkante (100):(010) der trigonalen Pyramide, Fig. 584 (S. 567), diejenige der Zone [100, 111] die Kante zwischen (100) und der Basis, resp. an einem Rhomboëder die horizontale Flächendiagonale, welche auf den beiden Polkanten (Krystallaxen) gleiche Längen abschneidet; es ist daher der Winkel zwischen diesen beiden Kanten das halbe Supplement des gesuchten Winkels α

zwischen zwei Krystallaxen. Die Berechnung des Winkels jener beider Zonenkreise erfolgt am einfachsten in dem rechtwinkeligen sphärischen Dreiecke (100), (110), (111), dessen Winkel an (111) = 60°, und zwar, wenn der Winkel der Polkante (100):(010) gegeben ist, aus der Hälfte desselben nach der Formel:

$$\sin \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos (100):(110)} = \frac{1}{2 \cos (100):(110)} .$$

Ist dagegen der Winkel (100):(111), d. i. die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite jenes Dreiecks, gemessen worden, so ergiebt sich α aus der Gleichung:

$$\operatorname{cotang} \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \cos (100):(111) \cdot \operatorname{tang} 60^\circ = \cos (100):(111) \cdot \sqrt{3} .$$

Wurde endlich die Neigung der Fläche (110), der Abstumpfung der Polkante der Primärform, zur Basis gemessen, so kann der Axenwinkel auch aus der dritten Seite jenes Dreiecks berechnet werden, wie folgt:

$$\cos \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \cos (110):(111) \cdot \sin 60^\circ = \cos (110):(111) \cdot \tfrac{1}{2} \sqrt{3} .$$

Nachdem so die Elemente des Krystalls bestimmt sind, können die Symbole der übrigen beobachteten Formen aus den Messungen ihrer Flächenwinkel berechnet werden, falls dieselben nicht ohne Weiteres aus den beobachteten Zonenverhältnissen folgen.

Handelt es sich um eine Form, deren Flächen in der Zone (100):(111) resp. (010):(111) u. s. f. liegen, also einer trigonalen Pyramide oder eines Rhomboëders erster Art, und ist deren Winkel zu (111) oder zu (010) in jener Zone gemessen worden, so verfährt man zur Berechnung der Indices derselben, von denen natürlich zwei gleich gross sind, folgendermassen: Liegt der Pol x_2 (Fig. 583) einer derartigen Fläche (qpq) zwischen (010) und (111), so würde dieselbe, durch die Kante $A_1'A_3'$ (Fig. 584) gelegt, die dritte Axe A_2' in dem Punkte X schneiden, wobei $OA_2' : OX = p : q$; dieses Verhältniss folgt aber aus der Grösse des Winkels $XA_3'A_2'$, d. h. des Winkels, welchen die Axen, also auch die Ebenen, der beiden Zonen [100, x_2] und [100, 111] mit einander bilden, und dieser ist gleich dem an (100) anliegenden Winkel des sphärischen Dreiecks (100), (111), x_2, in welchem der Winkel an (111) = 120°. Liegt der Pol y_2 Fig. 583 dagegen zwischen (010) und $(\bar{1}2\bar{1})$, so wird diese Fläche, wieder durch $A_1'A_3'$ in Fig. 584 gelegt gedacht, die Axe OA_2 in Y schneiden, und das Symbol $(\bar{q}p\bar{q})$ ist bekannt, wenn der Winkel $YA_3'A_2'$, welcher gleich dem an (100) anliegenden Winkel des sphärischen Dreiecks (100), (111), y_2, berechnet ist. In derselben Zone, wie die bisher betrachteten positiven Formen, aber zwischen (111) und $(1\bar{2}1)$, liegen ferner die den sogen. negativen trigonalen Pyramiden und Rhomboëdern angehörigen Pole, von denen z_2 ein solcher zwischen (111) und (101) sei, dessen Winkel zu einer dieser beiden Flächen gemessen worden sei. Denken wir uns die Ebene z_2 ebenfalls durch die Kante $A_1'A_3'$ gelegt, so schneidet sie A_2' in Z, und ihre Indices (pqp)

resp. $(\bar{p}\bar{q}\bar{p})$ folgen aus dem Verhältniss $OZ : OA_2' = p : q$, d. h. aus dem Winkel $A_2'A_3'Z$, welcher demjenigen gleich ist, den die beiden Zonen [100, 111] und [100, z_2] mit einander bilden, also dem an (100) liegenden Winkel des sphärischen Dreiecks (100), (111), z_2, in welchem der Winkel an (111) = 60°. Ist endlich s_2 ein Pol einer negativen Form, welche steiler als {101} ist, so würde eine solche Ebene, durch $A_1'A_3'$ gelegt, die Axe A_2 in S schneiden, und das Symbol $(p\bar{q}p)$ würde sich aus dem Winkel $A_2'A_3'S$, d. i. dem an (100) anliegenden Winkel des sphärischen Dreiecks (100), (111), s_2, ergeben. Wurde an einer trigonalen Pyramide oder einem Rhomboëder erster Art nicht der Winkel zur Basis, sondern derjenige einer Polkante gemessen, so muss zunächst der erstere berechnet werden. Offenbar ist die Hälfte des gemessenen Winkels der Polkante die Seite eines rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks, in welchem der gegenüberliegende Winkel an (111) = 60°; also folgt z. B. für x die Neigung zur Basis aus der Formel:

Fig. 583.

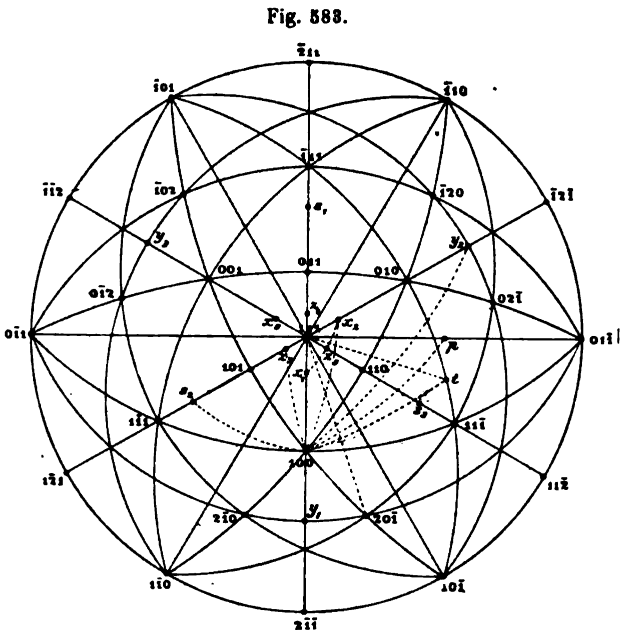
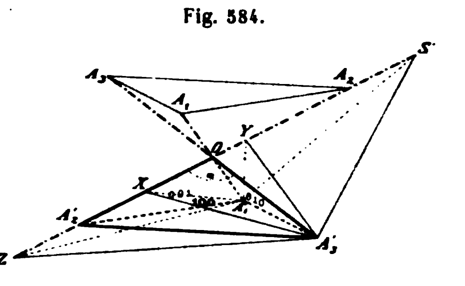


Fig. 584.



$$\sin(111) : x_1 = \frac{\sin x_1 z_3}{\sin 60^\circ} = \frac{\sin x_1 z_3}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} .$$

Einfacher gestaltet sich die Berechnung einer Form zweiter Art, deren einer Pol also beispielsweise, wie p in Fig. 583, auf dem Zonenkreise (111):(01$\bar{1}$) liegt. Aus dem Winkel zu (111) folgt nämlich alsdann mittelst eines rechtwinkeligen sphärischen Dreiecks der Winkel (111) (100) p, und dieses ist der Winkel, welchen die beiden Kanten (100):(111) und (100) : p einschliessen, und aus dem das Verhältniss zweier Indices sich ergiebt, während der dritte aus der Bedingungsgleichung $p + q = 2r$ (s. S. 434) folgt.

Die Bestimmung der Indices einer beliebigen Form dritter Art, z. B. der Fläche t Fig. 583, erfordert die Messung zweier Winkel, z. B. t : (100) und t : (010). Man sieht dann sofort, dass die sphärischen Dreiecke (100), (111), t und (010), (111), t eine Seite gemeinsam haben, und die Summe ihrer Winkel an (111) bekannt ist (= 120°), daher die vorliegende Aufgabe in ähnlicher Weise gelöst werden kann, wie diejenige der Berechnung eines Hexakisoktaëders aus zwei Winkeln (S. 549 f.). Es muss jedoch bemerkt werden, dass an flächenreicheren Krystallen mit derartigen Formen gewöhnlich mindestens eine Zone zur Bestimmung derselben gegeben ist, und sich dadurch die Berechnung wesentlich vereinfacht. So würde z. B. die Fläche t wegen ihrer Lage in der Zone [010, $10\bar{1}$] nur der Messung des Winkels zu (010) bedürfen; aus dem in diesem Falle rechtwinkeligen Dreiecke (111), (010), t würde die Hypotenuse (111) : t und der Winkel an (111) zu berechnen sein, und daraus in dem Dreiecke (111), t, (100) der an (100) anliegende Winkel, welcher das Verhältniss zweier Indices bestimmt, während der dritte aus der Zone [010, $10\bar{1}$] folgt. Gehört eine Fläche dritter Art einem Skalenoëder an, so sind die Indices derselben bestimmt, wenn zwei verschiedene Kanten dieser Form gemessen wurden. In Fig. 583 sind z. B. die sechs oberen Pole der häufigen Kalkspathform {$20\bar{1}$} (Fig. 435 S. 467) eingetragen, deren beide Polkanten ($2\bar{1}0$) : ($20\bar{1}$) und ($20\bar{1}$) : ($0 2\bar{1}$) gemessen sein mögen; die Hälfte derselben, die Bögen ($20\bar{1}$) : y_1 und ($20\bar{1}$) : ($11\bar{1}$), sind Seiten der beiden rechtwinkeligen sphärischen Dreiecke (111), y_1, ($20\bar{1}$) und (111), ($20\bar{1}$), ($11\bar{1}$), welche die Hypotenuse gemeinsam haben und deren Winkelsumme an (111) 60° beträgt; es ist daher sehr einfach möglich, den Bogen (111) : y_1 zu berechnen und, da (111) : (100) bekannt ist, aus (100) : y_1 den Winkel der beiden Zonenkreise [111, 100] und [100, $20\bar{1}$], wodurch zwei Indices des Skalenoëders bestimmt sind, während der dritte aus dem gleichzeitig sich ergebenden Symbol von y_1 folgt. Wurde dagegen nur eine Polkante und die Mittelkante des Skalenoëders gemessen, so verfährt man

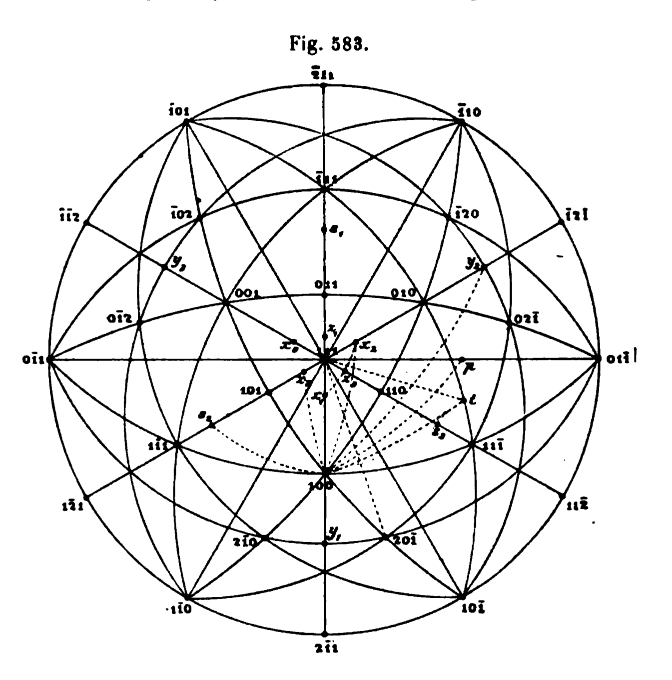


Fig. 583.

folgendermassen: Die Hälfte der Polkante sei $(20\bar{1}):y_1$, so ist hierdurch dessen Complement, d. i. der Bogen $(20\bar{1}):(01\bar{1})$ bekannt; die Hälfte des Winkels der Mittelkante ist der Bogen $(20\bar{1}):(10\bar{1})$; da $(10\bar{1}):(01\bar{1}) = 60^\circ$, so sind die drei Seiten des sphärischen Dreiecks $(20\bar{1})$, $(01\bar{1})$, $(10\bar{1})$ bekannt, und es kann daher dessen Winkel an $(01\bar{1})$ berechnet werden; dieser ist aber gleich dem Bogen $(2\bar{1}\bar{1}):y_1$, wodurch die Lage von y_1 und somit alles Weitere bestimmt ist.

Sollen die Winkel einer bekannten Form aus dem Symbol derselben berechnet werden, so können natürlich die im Vorhergehenden erläuterten Methoden im umgekehrten Sinne benutzt werden, doch ist es meist einfacher, die betreffenden Winkel direct aus den Werthen der Indices zu berechnen mit Hülfe von Formeln, welche die Abhängigkeit derselben von den letzteren in ähnlicher Weise ergeben, wie die S. 553 f. für die kubischen Formen zusammengestellten, daher die wichtigsten dieser Formeln (nach Miller) hier angeführt werden mögen. Selbstverständlich können diese auch umgekehrt dazu dienen, aus gemessenen Winkeln die Indices zu berechnen.

Sei (pqr), worin der algebraische Werth $p > q > r$, eine beliebige Fläche, und werden die Winkel, welche der Bogen $(pqr):(111)$ mit den Zonenkreisen $(111):(100)$, resp. $(111):(010)$ und $(111):(001)$ bildet, durch ϑ resp. φ und ψ bezeichnet, so ist:

$$\tang \vartheta = \sqrt{3}\,\frac{q-r}{2p-q-r}$$

$$\tang \varphi = \sqrt{3}\,\frac{r-p}{2q-r-p}$$

$$\tang \psi = \sqrt{3}\,\frac{p-q}{2r-p-q}$$

und

$$\tang (pqr):(111) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}[(q-r)^2+(r-p)^2+(p-q)^2]}}{p+q+r}\,\tang (100):(111).\text{*)}$$

Gehört die Fläche (pqr) einer trigonalen Pyramide oder einem Rhomboëder dritter Art an, so folgt alsdann aus dem Winkel $(pqr):(111)$ derjenige der Polkante dieser Form nach derselben Gleichung, wie bei einer trigonalen Pyramide erster Art (s. S. 567), nämlich:

$$\sin \tfrac{1}{2}(pqr):(qrp) = \sin 60^\circ \sin (pqr):(111).$$

Bildet die Fläche (pqr) jedoch mit den ihr gleichwerthigen ein Skalenoëder, so ergeben sich Dessen drei Arten von Flächenwinkeln aus $(pqr):(111)$, nach Berechnung der Werthe von ϑ, φ, ψ (s. oben), mittelst rechtwinkeliger sphärischer Dreiecke, welche für den speciellen Fall $p = 2$, $q = -1$, $r = 0$ in Fig. 583 eingezeichnet sind, in folgender Weise:

a) die Hälfte des Flächenwinkels an der stumpfen Polkante ist gegeben durch

$$\sin \tfrac{1}{2}(pqr):(prq) = \sin \vartheta \sin (pqr):(111);$$

*) Hieraus kann auch umgekehrt, wenn der Winkel einer beliebigen Fläche, deren Indices bekannt sind, zur Basis vorliegt, der Winkel $(100):(111)$, d. h. die Elemente des Krystalls, berechnet werden.

b) die Hälfte des Flächenwinkels an den schärferen Polkanten durch

$$\sin \tfrac{1}{2} (prq):(rpq) = \sin \psi \sin (prq):(111);$$

c) endlich findet man das Supplement des Winkels der Mittelkanten $(prq):(qrp)$, aus der Formel:

$$\sin \tfrac{1}{2}(prq):(qrp) = \sin \varphi \sin (prq):(111).$$

Die allgemeinste Aufgabe, den Winkel zwischen zwei beliebigen Flächen (pqr) und $(p_1 q_1 r_1)$, welche also auch verschiedenen einfachen Formen angehören können, aus ihren Indices zu berechnen, ist in folgender Weise zu lösen: Man berechnet sowohl für (pqr), als für $(p_1 q_1 r_1)$ nach den a. vor S. angegebenen Formeln ϑ resp. ϑ_1, sowie $(pqr):(111)$ und $(p_1 q_1 r_1):(111)$. Die beiden letzteren Bögen sind zwei Seiten des sphärischen Dreiecks (111), (pqr), $(p_1 q_1 r_1)$, und der von ihnen eingeschlossene Winkel ist, je nach der Lage der beiden Pole, entweder $\vartheta - \vartheta_1$, oder $\vartheta + \vartheta_1$, also kann die gegenüberliegende Seite $(pqr):(p_1 q_1 r_1)$ nach bekannter Formel der sphärischen Trigonometrie gefunden werden.

Sind (pqr) und $(p'q'r')$ die Symbole zweier Flächen, in deren Zone die Basis (111) gelegen ist, so gilt die Gleichung:

$$\frac{q-r}{p+q+r} \operatorname{tang} (pqr):(111) = \frac{q'-r'}{p'+q'+r'} \operatorname{tang} (p'q'r'):(111).^{*})$$

Ist $(p0q)$ eine Fläche in der Zone $[100, 10\bar{1}]$ (d. i. z. B. beim Calcit die Zone der gewöhnlichsten Skalenoëder, wie $\{20\bar{1}\}$ (Fig. 583), so ist:

$$\operatorname{tang} (p0q):(10\bar{1}) = \frac{p+q}{p-q} \operatorname{tang} (100):(10\bar{1}).$$

Ist $(pq\bar{q})$ eine Fläche in der Zone $[11\bar{1}, 01\bar{1}]$ (d. i. die Zone der häufigeren negativen Skalenoëder beim Calcit), so gilt die Formel:

$$\operatorname{tang} (pq\bar{q}):(01\bar{1}) = \frac{p}{q} \operatorname{tang} (11\bar{1}):(01\bar{1}).$$

Die letzteren Formeln gestatten offenbar umgekehrt die einfachste Art der Berechnung der Indices eines Skalenoëders, welches in der Kantenzone der Rhomboëder $\{100\}$ oder $\{11\bar{1}\}$ liegt, auf Grund einer einzigen Messung, wenn die Winkel jener Rhomboëder bekannt sind. Die Symbole der beiden Rhomboëder, welche die stumpfen und schärferen Polkanten eines Skalenoëders gerade abstumpfen, ergeben sich einfach durch Addition der entsprechenden Indices der beiden in der betreffenden Kante zusammenstossenden Flächen, z. B. ist die Abstumpfung der Kante $(2\bar{1}0):(20\bar{1})$ das Rhomboëder $\{4\bar{1}\bar{1}\}$.

Der Winkel einer Rhomboëderfläche erster Art (pqq) zur Basis ist gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} (pqq):(111) = \frac{p-q}{p+2q} \operatorname{tang} (100):(111),$$

* Setzt man in diese Gleichung für $p'q'r'$ die S. 440 angegebenen Werthe ein, so ergeben sich die beiden Winkel $(pqr):(111)$ und $(p'q'r'):(111)$ gleich gross und entgegengesetzt.

in welcher die beiden tang entgegengesetztes Vorzeichen erhalten, wenn der Pol (pqq) auf der (100) entgegengesetzten Seite von (111) gelegen ist (wie z_1 und s_1 in Fig. 583). Umgekehrt kann man mittelst derselben Gleichung das Verhältniss $p : q$, d. i. das Symbol des Rhomboëders, berechnen, wenn man dessen Neigung zur Basis und die Elemente des Krystalls kennt, oder die letzteren, d. h. den Winkel (100):(111), aus der Neigung eines bekannten Rhomboëders zur Basis.

Der Polkantenwinkel eines Rhomboëders folgt aus dessen Neigung zur Basis nach der bereits S. 569 benutzten Formel:

$$\sin \tfrac{1}{2}(pqq):(qpq) = \sin 60^\circ \sin (pqq):(111).$$

Für den Winkel endlich, welchen eine Fläche (pqr) in dem speciellen Fall, dass $p + q + r = 0$, d. h. dem eines ditrigonalen oder dihexagonalen Prismas, mit der Fläche $(2\bar{1}\bar{1})$ des Prismas erster Art einschliesst, gilt die Gleichung:

$$\text{tang}\,(pqr):(2\bar{1}\bar{1}) = \sqrt{3}\,\frac{q-r}{2p-q-r},$$

mit Hülfe deren auch umgekehrt die Indices einer solchen Form aus deren Messung hergeleitet werden können.

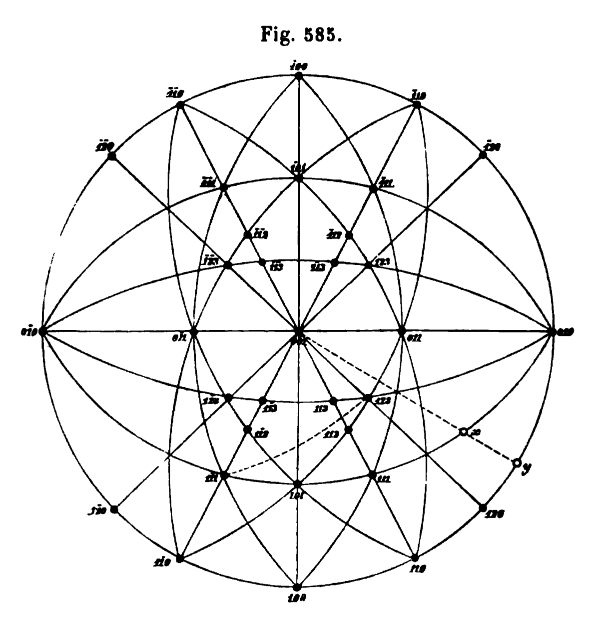
§ 6. **Berechnung und Projection rhombischer Krystallformen.** Die Formen des rhombischen Krystallsystems werden zur Gewinnung einer übersichtlichen Darstellung ihrer Zonenverhältnisse auf eine der drei, zu einander senkrechten Axenebenen, z. B. auf (001), projicirt. Alsdann fallen die Pole der Flächen aller Prismen dritter Art in den Grundkreis und können unmittelbar mittelst ihrer Winkel zu (100) und (010) eingetragen werden. In Fig. 585 ist dies in Betreff der beiden Prismen {110} und {120} geschehen, welche der in Fig. 306 (S. 399) dargestellten Combination des Topas entsprechen, und sind ausserdem die Projectionen der Formen {100} und {010}, deren Flächen die Prismenwinkel halbiren, hinzugefügt. Die Durchmesser (110):(001) u. s. w. enthalten die Pole aller Flächen, deren ersten beiden Indices gleich gross sind; es genügt also die Kenntniss des Winkels einer solchen Fläche zur Basis, um nach bekannter Methode den Pol derselben zu finden. In dieser Weise sind in der Projection die drei Bipyramiden {111}, {112} und {113} der Fig. 306 eingetragen. Das zu einer Bipyramide gehörige Prisma zweiter Art, welches ihre stumpfen Polkanten abstumpft, ergiebt sich aus dem Zonenkreise, welcher durch die beiden Pyramidenflächen und (010) als Halbirungsebene der Polkanten bestimmt ist; ebenso das zugehörige Prisma erster Art aus dem Zonenkreise durch die beiden, in der scharfen Polkante einander schneidenden Pyramidenflächen und (100). In dieser Weise sind die Pole der beiden zu {111} zugehörigen Prismen {101} und {011} in der Projection eingetragen. Fig. 306 zeigt noch eine abgeleitete Bipyramide x, welche in den Zonen [113, $1\bar{1}3$] und [112, 011] (d. i. = der Zone [101, 011]) liegt; hieraus ergiebt sich das Zeichen {123} und somit ihre Zugehörigkeit zu der Zone [001, 120]. Durch

zwei der entsprechenden Zonenkreise kann also ihr Pol in der Projection gefunden werden und in ähnlicher Weise derjenige jeder andern abgeleiteten Bipyramide eines rhombischen Krystalls.

Die Berechnung der Elemente eines rhombischen Krystalls erfordert die Messung zweier von einander unabhängiger Winkel. Der einfachste Fall ist der, dass die Winkel zweier Prismen verschiedener Art gegeben sind. Werde die eine derselben als diejenige dritter Art $\{110\}$ genommen, so ergiebt der Winkel $(110):(100) = A$, d. i. die Hälfte des stumpfen Prismenwinkels, direct das Parameterverhältniss $a:b$ oder, wenn $b = 1$ gesetzt wird, die Axenlänge $a = \text{tang}\, A$. In derselben Weise führt der gemessene Winkel eines Prismas anderer Art zur Axenlänge c; denn wenn $B = (011):(001) = \frac{1}{2}(011 : 0\bar{1}1)$ gegeben ist, so folgt $c = \text{tang}\, B$; wurde dagegen der Winkel $(101):(\bar{1}01)$ gemessen, dessen Hälfte $C = (101):(001)$, so ist $c = a \cdot \text{tang}\, C$.

Die einfache Beziehung, welche somit zwischen den Axenlängen und den Bögen A, B und C besteht, wird auch benutzt, wenn es sich darum handelt, aus zwei gemessenen Winkeln einer rhombischen Bipyramide deren Axenverhältniss zu berechnen. Man leitet nämlich aus diesen Winkeln zunächst jene Bögen, d. h. die Winkel derjenigen Prismen ab, welche die Kanten der Bipyramide abstumpfen, und findet dann aus diesen das Parameterverhältniss. Seien z. B. von der Bipyramide $\{111\}$ die beiden Winkel an den Polkanten $(111):(1\bar{1}1) = 2P$ und $(111):(\bar{1}11) = 2Q$ gemessen, so ist $P = (111):(101)$ und $Q = (111):(011)$. Diese beiden Bögen sind, wie aus Fig. 585 ersichtlich, Seiten zweier rechtwinkeliger sphärischer Dreiecke, welche die Hypotenuse $(111):(001) = R$ gemeinsam haben. Von den Bögen A, B, C, welche ihre vorige Bedeutung behalten sollen, ist A zugleich der Winkel zwischen den Zonenkreisen $[001, 100]$ und $[001, 111]$, daher aus jenen beiden rechtwinkeligen Dreiecken folgt:

Fig. 585.



$$\sin A = \frac{\sin P}{\sin R}$$

$$\sin(90^\circ - A) = \cos A = \frac{\sin Q}{\sin R}$$

und schliesslich

$$\text{tang}\, A = \frac{\sin P}{\sin Q}.$$

Der Werth tang A ist (da A, wie oben angegeben, der halbe stumpfe

Prismenwinkel) gleich der Axenlänge a. Zur Berechnung von c benutzt man nun den Bogen $B = (001):(011)$, welcher sich aus dem Dreieck (001), (011), (111), dessen Winkel an $(001) = 90^\circ - A$ nunmehr bekannt ist, unmittelbar ergiebt durch die Gleichung:

$$\sin B = \operatorname{tang} Q \cdot \operatorname{cotang}(90^\circ - A) = \operatorname{tang} Q \cdot \operatorname{tang} A .$$

Ist dagegen einer der Winkel an den Polkanten, $2P$ oder $2Q$, und derjenige an der Basiskante gemessen, so ist durch letzteren der Bogen (111):(110) (gleich der Hälfte desselben) und damit, durch Subtraction von 90°, auch R bestimmt. Aus P und R oder Q und R findet man aber, nach einer der beiden Gleichungen S. 572 unten, A und damit die Axenlänge a. Mit Hülfe von A oder dessen Complement ergiebt sich dann in einem der oben erwähnten rechtwinkeligen Dreiecke der Bogen B oder C und damit das zweite Parameterverhältniss.

Handelt es sich um die Bestimmung der Indices einer abgeleiteten Pyramide oder Bipyramide, welche nicht durch zwei Zonen gegeben ist, so können hierzu entweder die Messungen zweier ihrer Winkel benutzt und daraus, wie bei der primären Pyramide, das Parameterverhältniss berechnet werden, welches durch Division in dasjenige der Grundform die Indices liefert — oder es genügt eine Winkelmessung zur Herleitung des Zeichens wenn die Pyramide nämlich in einer bekannten Zone liegt. Sei z. B. die Kante (111):(010) eines Krystalls durch eine derartige Fläche abgestumpft, so liegt der Pol x derselben auf dem Zonenkreise (111):(010); ist nun der Winkel x : (010) oder x : (111) gemessen worden, so kann man, da die Bögen (101):(111) und (101):(001) durch das Zeichen der bekannten Pyramide, in diesem Falle {111}, gegeben sind, in dem rechtwinkeligen Dreiecke (101), (001), x aus den beiden Seiten (101):(001) und (101) : x den der letzteren gegenüberliegenden Winkel an (001) berechnen; dieser ist gleich dem Bogen (100) : y, aus welchem direct das Zeichen des zur Pyramide x zugehörigen Prisma y folgt. Mit letzterem hat x die beiden ersten Indices gemein, mit der Pyramide, in deren Polkantenzone sie liegt, im vorliegenden Beispiele {111}, das Verhältniss des ersten und dritten; somit sind ihre Indices sämmtlich bekannt.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen ergeben sich die sehr einfachen Formeln, welche dazu dienen, die Winkel einer rhombischen Krystallform aus den Indices zu berechnen, wenn die Elemente bekannt sind, d. h. der Winkel (110):(100), dessen tang $= a : b$, und der Winkel (101) : (001), dessen tang $= c : a$. Es ist nämlich für eine beliebige Fläche (hkl) der Winkel φ, welchen die Zonenkreise $(001):(hkl)$ und (001):(100) einschliessen, gegeben durch

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{k}{h} \operatorname{tang}(110):(100) = \frac{k}{h} a .$$

Für die dreierlei Winkel einer rhombischen Bipyramide gelten alsdann die folgenden Gleichungen:

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (hkl):(hk\bar{l}) = \frac{l}{h} \cot (101):(001) \cdot \cos \varphi = \frac{l}{h} \cdot \frac{a}{c} \cos \varphi$$

$$\sin \tfrac{1}{2} (hkl):(h\bar{k}l) = \cos \tfrac{1}{2} (hkl):(hk\bar{l}) \cdot \cos \varphi$$

$$\sin \tfrac{1}{2} (hkl):(\bar{h}kl) = \cos \tfrac{1}{2} (hkl):(hk\bar{l}) \cdot \sin \varphi .$$

Handelt es sich um die Berechnung des Winkels zwischen zwei beliebigen Flächen (hkl) und (pqr), so berechnet man für jede derselben den Winkel φ und die Neigung zur Basis (d. i. das Complement des halben Winkels der Basiskante der betr. Bipyramide). Man hat alsdann in dem sphärischen Dreiecke (001), (hkl), (pqr) die beiden Seiten $(001):(hkl)$ und $(001 : (pqr)$ und den von ihnen eingeschlossenen Winkel, welcher, je nach der Lage der betr. Pole, entweder die Summe oder die Differenz der beiden Werthe von φ ist; man kann also die dem letzteren gegenüberliegende Seite, d. h. den Bogen $(hkl):(pqr)$, berechnen.

Endlich gilt für den Winkel eines rhombischen Prismas erster Art:

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (0kl):(0\bar{k}l) = \frac{k}{l} \text{ tang } (011):(001) ,$$

für denjenigen eines Prismas zweiter Art:

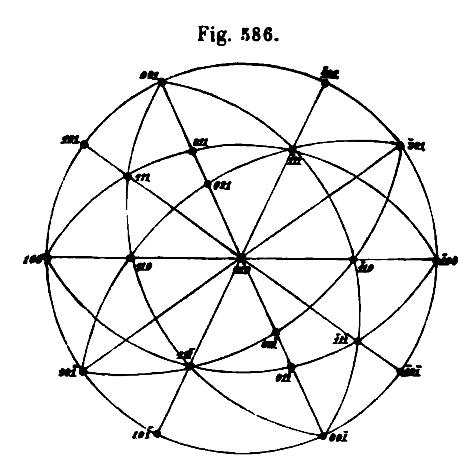
$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (h0l):(\bar{h}0l) = \frac{h}{l} \text{ tang } (101):(001)$$

und für den Winkel eines Prismas dritter Art:

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} (hk0):(h\bar{k}0) = \frac{k}{h} \text{ tang } (110):(100) .$$

§ 7. **Berechnung und Projection monokliner Krystallformen.** Die monoklinen Formen können zur übersichtlichen Darstellung der Zonenverhältnisse sowohl auf (010), als auf eine dazu senkrechte Ebene projicirt werden. Wählt man die erstere, d. h. die Symmetrieebene resp. die zur Symmetrieaxe senkrechte Ebene, als diejenige der Projection (Fig. 586), so enthält der Grundkreis die Pole aller Flächen, welche der Krystallaxe b parallel sind, z. B. (100), (101), (001); diese können also direct mittelst der Winkel, welche sie mit einander bilden, eingetragen werden. Da der Pol von (010) in der Mitte des Grundkreises liegt, so erscheinen alle Zonenkreise, denen der Pol (010) angehört, als Durchmesser. Der Pol einer beliebigen Fläche (hkl) liegt also auf dem Durchmesser $(010):(h0l)$ in derjenigen Entfernung von der Mitte des Grundkreises, welche dem Winkel $(hkl):(010)$ entspricht; z. B. (111) auf dem Durchmesser $(010):(101)$ u. s. f. Die Figur stellt die Projection eines Kry-

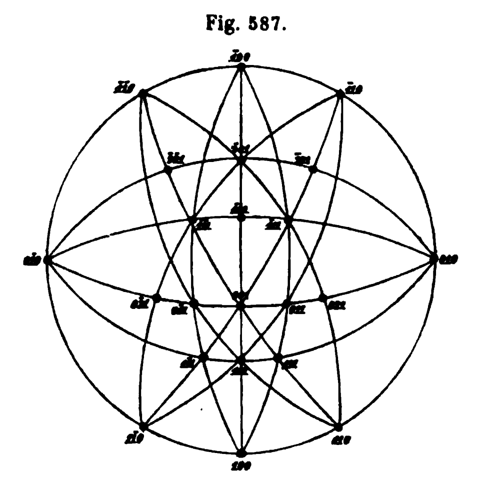
Fig. 586.



stalls der 5. Klasse, nämlich der in Fig. 239 (S. 368) abgebildeten Combination des Orthoklas mit Hinzufügung der Formen {111}, {101} und {011} dar. In Folge der Symmetrieverhältnisse der prismatischen Klasse ist daher zu jedem Pol ein zweiter, auf demselben Durchmesser gleichweit von (010) entfernt, vorhanden.

Dieselbe monoklin-prismatische Combination ist in Fig. 587 auf eine zu (010) senkrechte, und zwar auf die zur c-Axe normale, Ebene projicirt. Da in dieser die Normalen aller Flächen liegen, welcher der Verticalaxe parallel gehen, so sind deren Pole, wie (100), (110), (010), mit Hülfe ihrer Winkel unmittelbar in den Grundkreis einzutragen. Alsdann enthält der verticale Durchmesser die Pole aller Flächen, welche der Axe b parallel sind, wie (100), (101), (001) u. s. f., deren Ort aus ihrer Neigung zu (100) gefunden wird, wenn man diesen Winkel von (100) nach links auf dem Grundkreise aufträgt und den Endpunkt desselben mit dem Pole (010) durch eine Gerade verbindet, z. B. liegt der Pol (001) auf der Geraden von (010) nach dem Endpunkte eines Bogens von 63° 57′ (180° — β), auf dem Grundkreise in der angegebenen Richtung von (100) aus aufgetragen.

Fig. 587.



Jeder Pol auf dem verticalen Durchmesser bestimmt nun mit (010) und (0$\bar{1}$0) einen Zonenkreis, auf welchem die Pole derjenigen Prismen liegen, deren erster und dritter Index in demselben Verhältnisse stehen; z. B. liegen auf dem Kreisbogen (010):(001):(0$\bar{1}$0) alle Prismen erster Art, auf (010):($\bar{2}$01):(0$\bar{1}$0) alle Prismen vierter Art, deren $h : l = -2 : 1$, u. s. f. Der Abstand der Pole von dem senkrechten Durchmesser der Projection wird im vorliegenden Beispiele durch Construction weiterer Zonenkreise gefunden, so (111) aus der Zone [001, 110], (011) und ($\bar{1}$11) aus der Zone [100, 111], ($\bar{2}$21) aus der Zone [001, $\bar{1}$10] u. s. f.

An der Hand der letzteren Projection sollen nun die wichtigsten Fälle der **Berechnung der Elemente** eines monoklinen Krystalls betrachtet werden.

1. Es seien zwei Flächen am Krystall beobachtet, welche der Axe b parallel sind, und diese sollen als (100) und (001) angenommen werden, ferner zwei Prismen (resp. Domen oder Sphenoide), welche in den Zonen [100, 010] resp. [001, 010] gelegen sind und als {110} und {011} betrachtet werden sollen. Alsdann giebt die Messung (100):(001) direct den Axenwinkel β, denn dieser ist das Supplement jenes Winkels, also = (001):($\bar{1}$00). Zur Berechnung der beiden weiteren Unbekannten sind zwei Messungen

erforderlich, nämlich diejenige der Winkel (001):(011) und (100):(110) = $(\bar{1}00):(\bar{1}10)$; aus ersterem kann in dem rechtwinkeligen sphärischen Dreieck (011), (001), $(\bar{1}00)$ der Winkel an $(\bar{1}00)$ berechnet werden, d. h. der Winkel, welchen die Zone, also die Kante $[\bar{1}00, 011]$, mit der Kante $[\bar{1}00, 001]$, d. i. der Axe *b*, bildet; die tang dieses Winkels ist das Verhältniss der Axen *c* : *b*. Ebenso folgt in dem rechtwinkeligen sphärischen Dreieck (001), $(\bar{1}00)$, $(\bar{1}10)$ der Winkel an (001), d. h. derjenige zwischen den Kanten $[001, \bar{1}10]$ und $[001, \bar{1}00]$, dessen tang = *a* : *b*.

2. Sind nur die beiden Prismen {110} und {011} vorhanden, so muss auch β berechnet werden. Es seien gemessen die Winkel $(110):(\bar{1}10)$, $(011):(0\bar{1}1)$ und $(011):(\bar{1}10)$. Alsdann sind, da $(010):(\bar{1}10) = \frac{1}{2}(110):(\bar{1}10)$ und $(011):(010) = 90^\circ - \frac{1}{2}(011):(0\bar{1}1)$, die drei Seiten des sphärischen Dreiecks (011), $(\bar{1}10)$, (010) gegeben, daher der an (010) anliegende Winkel = β berechnet werden kann. Damit ist der Bogen $(001):(\bar{1}00)$ bekannt, und das Axenverhältniss der Grundform kann nunmehr in der unter 1. angegebenen Weise gefunden werden.

3. Es seien mit einem Prisma {110} zwei der Axe *b* parallele Flächen combinirt, welche als (001) und (101) betrachtet werden sollen. Es seien zunächst gemessen die Winkel $(110):(1\bar{1}0)$ und (110):(001); da (100):(110) $= \frac{1}{2}(110):(1\bar{1}0)$, so sind in dem rechtwinkeligen sphärischen Dreiecke (110), (100), (001) zwei Seiten bekannt; die Berechnung der dritten Seite (100): (001) liefert den Werth von β und diejenige des Winkels an (001) die Neigung der Kante [001, 110] zur Kante [001, 100], d. i. der Winkel, welchen erstere Kante mit der Axe *b* bildet, dessen tang also = *a* : *b*. Zur Berechnung der *c*-Axe dient endlich die Messung des Winkels (101):(001), welcher einem ebenen Dreieck angehört, dessen Seiten die Parameter *a* und *c* sind und in welchem ausserdem der von letzteren eingeschlossene Winkel $180^\circ - \beta$ bekannt ist (läge $(\bar{1}01)$ statt (101) vor, so wäre dieser Winkel = β). Fehlt eine derartige zweite, der Axe *b* parallele Krystallfläche, so kann die dritte Axe nicht berechnet werden, und die Bestimmung der Elemente muss eine unvollständige bleiben. Wäre das Prisma als dasjenige erster Art {011} betrachtet worden, so würde der gleiche Fall die Axe *a* betreffen und nur das Verhältniss *b* : *c* bestimmt werden können.

4. Sind nur solche Flächen am Krystall vorhanden, welche der Axe *b* parallel oder dazu senkrecht sind, so ist der Parameter *b* der Grundform nicht bestimmbar, dagegen β und das Verhältniss *a* : *c*, wenn wenigstens drei der Axe *b* parallele Flächen beobachtet sind. Am einfachsten gestaltet sich die Bestimmung der erwähnten Elemente, wenn von den letzteren Flächen eine als (100), eine zweite als (001) und die dritte als (101) oder $(\bar{1}01)$ angenommen wird, da dann β direct gemessen werden kann, und *a* : *c* aus der Berechnung eines ebenen Dreiecks folgt. Sollen dagegen an einem derartigen Krystall, wie ihn Fig. 588a darstellt, die drei zur vorherrschenden Form {010} senkrechten Pinakoide als {100}, $\{\bar{1}01\}$, {101} angenommen werden, so ist β zu berechnen, und zwar, da die gemessenen

Winkel zwischen jenen Pinakoiden zugleich diejenigen ihrer Kanten mit (010) **sind**, in den ebenen Dreiecken Fig. 588b, in welcher die zu berechnende **Axe** a, d. h. die Richtung eingetragen ist, **auf** der $d = [101, 010]$ und $r = [\bar{1}01, 010]$ **gleiche** Längen (a) abschneiden. Bedeuten v' **und** w' die Supplemente von v und w, so **ist**, wie aus der Figur unmittelbar ersichtlich,

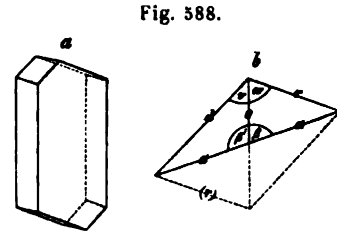


Fig. 588.

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin(w' - \beta)}{\sin w} = \frac{\sin(v' - \beta')}{\sin v} .$$

Die Entwickelung dieser Gleichung nach β giebt

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{2 \sin w \sin v}{\sin(w - v)} .$$

Diese Methode der Berechnung ist auch anzuwenden, wenn in der unter 3. besprochenen Combination keine der beiden, der Axe b parallelen Flächen als (001) betrachtet werden soll.

5. Wird die Combination zweier Prismen als {110}, {111} aufgefasst, so liefert die Messung der Winkel (110):(1$\bar{1}$0), (111):(1$\bar{1}$1) und (111):(110) die Kenntniss der drei Seiten des sphärischen Dreiecks (010), (111), (110), so dass der Winkel zwischen den Zonenkreisen [110, 100] und [110, 111] berechnet werden kann. Dieser gestattet dann im rechtwinkeligen Dreiecke (001), (100), (110) die Berechnung der Seite (001):(100) u. s. w. Einfacher noch gestaltet sich die Bestimmung der Elemente, wenn zu jenen beiden Formen noch {001} hinzutritt, indem dann die Messungen der Winkel (110): (001) und (110):(1$\bar{1}$0) nach 3. die Werthe von β und $a : b$ liefern, während c mittelst des rechtwinkeligen Dreiecks (001), (101), (111) aus der Messung des Winkels (111):(001) folgt.

6. Seien endlich die Axenebenen (100), (010), (001) und eine Fläche 111) oder ($\bar{1}$11) beobachtet, so giebt die Messung von (100):(001) den Winkel β, diejenige der Neigung der Grundform gegen zwei Axenebenen das Parameterverhältniss der ersteren. Seien z. B. gemessen die Winkel (111):(100) und (111):(010), so sind dies zwei Seiten eines sphärischen Dreiecks, dessen dritte Seite (100):(010) $= 90°$ ist; die Berechnung des Winkels an (010) liefert den Bogen (100):(101) und damit das Verhältniss $a : c$, während der berechnete Winkel desselben Dreiecks an (100) gestattet, in dem rechtwinkeligen Dreiecke (100), (001), (011), welches das Complement jenes Winkels enthält, den Bogen (001):(011), dessen tang $= c$, zu berechnen.

Sind die Elemente eines monoklinen Krystalls vollständig bestimmt, so können, wenn dies auf einem der unter 1—5 angeführten Wege geschah, jedenfalls die Winkel (100):(101), (101):(001) und (111):(010) berechnet werden, oder sie sind z. Th., wie unter 6. angenommen, die der Rechnung zu Grunde gelegten Fundamentalwinkel. Mit Hülfe dieser drei Winkel ergeben sich aber die Indices einer beliebigen Fläche ($h k l$) aus folgenden Gleichungen:

$$\frac{h}{l} = \frac{\sin(100):(101)}{\sin(101):(001)} \frac{\sin[(100):(001) - (100):(h0l)]}{\sin(100):(h0l)}$$

$$\frac{k}{l} = \frac{\sin(100):(101)}{\sin(100):(h0l)} \frac{\operatorname{tang}(111):(010)}{\operatorname{tang}(hkl):(010)},$$

wenn der Winkel der Fläche (hkl) zu (010) und die Neigung der geraden Abstumpfung der Kante $(hkl):(h\bar{k}l)$, d. h. des Pinakoids $(h0l)$, zu (100) gemessen sind. Wurden statt dessen die Winkel der Fläche (hkl) zu zweien der drei Ebenen (100), (010) und (001) beobachtet, so bilden die betreffenden beiden Bögen in der Projection stets zwei Seiten eines sphärischen Dreiecks, dessen dritte Seite bekannt ist — in zwei Fällen ist dieselbe $= 90°$, im dritten $= (100):(001)$ —, aus welchem also die erwähnten beiden Grössen und daher die Indices berechnet werden können.

Handelt es sich umgekehrt um die Berechnung der angularen Position einer Fläche (hkl), deren Indices bekannt sind, und sei $(h0l)$ der im verticalen Durchmesser einer Projection von der Art der Fig. 587 gelegene Pol des Zonenkreises $[010, hkl]$, so folgt der Winkel $(100):(h0l)$ aus der Formel:

$$\operatorname{cotang}(100):(h0l) - \operatorname{cotang}(100):(001) = $$
$$= \frac{h}{l}(\operatorname{cotang}(100):(101) - \operatorname{cotang}(100):(001))$$

oder aus der für logarithmische Rechnung geeigneteren Gleichung:

$$\operatorname{tang}((100):(h0l) - \tfrac{1}{2}(100):(001)) = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(100):(001) \cdot \operatorname{tang}(45° - \Theta),$$

worin:

$$\operatorname{tang}\Theta = \frac{h}{l} \frac{\sin(101):(001)}{\sin(101):(100)},$$

Für die Winkel der Fläche (hkl) zu den drei Axenebenen ergiebt sich alsdann:

$$\operatorname{tang}(hkl):(010) = \frac{l}{k} \frac{\sin(100):(101)}{\sin(100):(h0l)} \operatorname{tang}(111):(010),$$

$$\cos(hkl):(100) = \sin(hkl):(010) \cdot \cos(100):(h0l),$$

$$\cos(hkl):(001) = \sin(hkl):(010) \cdot \cos(001):(h0l).$$

Diese Gleichungen können natürlich auch umgekehrt benutzt werden, um aus den Winkeln einer beliebigen Fläche mit bekannten Indices (hkl) die Elemente des Krystalls, d. h. die Winkel $(100):(101)$, $(101):(001)$ und $(111):(010)$ zu berechnen. Zu dem Zwecke würden zunächst aus den beiden letzten die Winkel $(100):(h0l)$ und $(001):(h0l)$ hergeleitet; aus deren Summe, d. i. $(100):(001)$, folgt $(100):(101)$ mittelst der Gleichung:

$$\operatorname{tang}((100):(101) - \tfrac{1}{2}(100):(001)) = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(100):(001) \cdot \operatorname{tang}(45° - \Theta),$$

worin:

$$\operatorname{tang}\Theta = \frac{l}{h} \frac{\sin(001):(h0l)}{\sin(100):(h0l)},$$

und endlich $(111):(010)$ aus der ersten der drei Gleichungen.

Ferner können die obigen Formeln dazu dienen, den Winkel zwischen

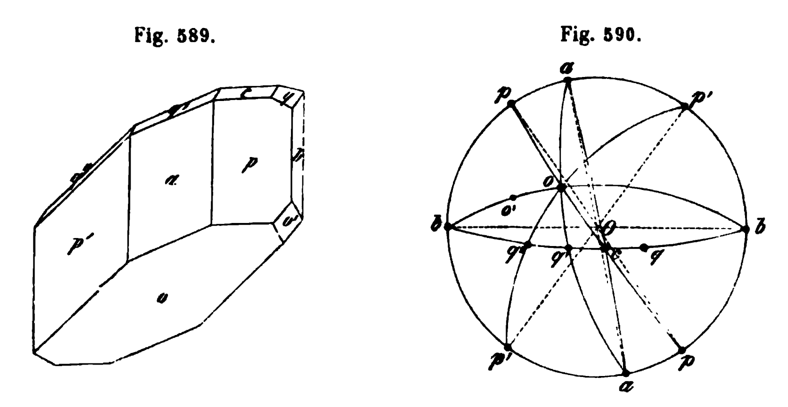
zwei beliebigen Flächen (hkl) und (pqr) zu berechnen. Zu dem Zwecke werden mittelst derselben einerseits die Winkel $(h0l):(100)$ und $(p0r):(100)$, andererseits die Winkel $(hkl):(010)$ und $(pqr):(010)$ berechnet; die letzteren sind die beiden Seiten eines sphärischen Dreiecks, dessen von ihnen eingeschlossener Winkel, je nach der Lage der beiden Pole, gleich der Summe oder der Differenz der beiden Winkel $(h0l):(100)$ und $(p0r):(100)$. In dem speciellen Falle, dass (hkl) und (pqr) auf einem Zonenkreise liegen, welcher durch (010) geht, ist

$$\frac{\operatorname{tang}(hkl):(010)}{\operatorname{tang}(pqr):(010)} = \frac{ql}{kr} = \frac{qh}{kp}.$$

Statt der vorhergehenden Methode kann in vielen Fällen auch die Formel angewendet werden, welche im Allgemeinen die Abhängigkeit der Winkel tautozonaler Flächen von deren Indices bestimmt und daher die Berechnung einzelner Winkel ohne Kenntniss der Elemente gestattet (s. am Schlusse des nächsten §).

§ 8. Berechnung und Projection trikliner Krystallformen. Die stereographische Projection eines triklinen Krystalls als allgemeinsten Fall einer solchen wurde bereits S. 307 f. behandelt, und wie dort, so soll auch bei der im Folgenden zur Erläuterung der Rechnungsmethoden benutzten Projection als Ebene des Grundkreises diejenige gewählt werden, welche zur Krystallaxe c senkrecht ist, also die Normalen aller Pinakoide (resp. Pedia) dritter Art enthält. Es sei z. B. der in Fig. 589 abgebildete Krystall von Kupfervitriol in der angegebenen Weise zu projiciren, so werden zunächst die Pole der Pinakoide $a\{100\}$, $b\{010\}$, $p\{110\}$, $p'\{1\bar{1}0\}$ mittelst ihrer

Fig. 589. Fig. 590.



gemessenen Winkel in den Grundkreis eingetragen. Hierauf folgt die Aufsuchung der Lage eines weiteren Poles, z. B. desjenigen von $c(001)$: seien A und B die gemessenen Winkel $b:c = (010):(001)$ und $a:c = (100):(001)$, so verlängere man in Fig. 590 die beiden Durchmesser aa und bb nach vorn resp. nach rechts und trage von der Mitte O des Grundkreises aus auf Oa die Länge

$$OK = \frac{r}{\cos B},$$

auf Ob die Länge

$$OL = \frac{r}{\cos A}$$

auf, wo r den Radius des Grundkreises bedeutet. Von dem Punkte K aus wird alsdann ein Kreis mit dem Radius

$$Kc = r \cdot \text{tang}\, B,$$

von L aus ein solcher mit dem Radius

$$Lc = r \cdot \text{tang}\, A$$

construirt. Diese beiden Kreise schneiden einander innerhalb des Grundkreises in dem Punkte c, und dieser stellt den gesuchten Pol der Fläche (001) dar*).

In derselben Weise könnte auch jeder der übrigen Flächenpole aus den Winkeln der Fläche zu a und b construirt werden; weit einfacher findet man denselben jedoch unter Benutzung der Zonenverhältnisse, und zwar auf einem bereits vorliegenden Zonenkreise, welchem der gesuchte Pol angehört, mittelst des Winkels der Fläche zu einer der bekannten Flächen derselben Zone, oder durch zwei bereits eingetragene Zonenkreise, wenn die Fläche in beiden betr. Zonen liegt. Während im letzteren Falle der Pol unmittelbar als Durchschnittspunkt der beiden Zonenkreise gegeben ist, bedarf es im ersteren Falle, um auf dem betreffenden Zonenkreise den gesuchten Punkt zu finden, noch einer Construction, welcher die folgende Eigenschaft der stereographischen Projection zu Grunde liegt: Nennt man »Pol eines Zonenkreises« denjenigen Punkt auf der Kugelfläche, welcher von allen Punkten des Zonenkreises 90° Abstand besitzt (d. i. der Pol der zur Zonenaxe senkrechten Ebene), so gilt der Satz: »Verbindet man den Pol eines Zonenkreises mit den Polen zweier Flächen der betreffenden Zone durch Gerade und verlängert diese, bis sie den Grundkreis treffen, so schneiden sie auf diesem einen Bogen ab, welcher gleich dem Winkel zwischen den beiden Flächen ist.«

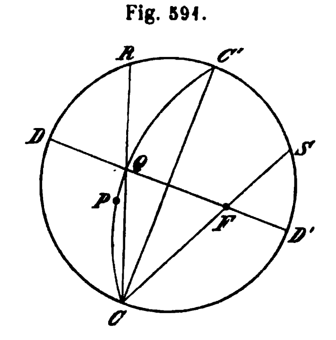
Der Pol eines Zonenkreises wird auf die folgende Art durch Construction gefunden: In Fig. 591 ist der Kreis durch C, C', D, D' der Grundkreis, C und P die Pole zweier Krystallflächen; dann ist auch die zu C parallele Gegenfläche zur Zone CP gehörig, und deren Pol ist offenbar C' (CC' Durchmesser); es sind demnach drei Pole der Zone [C, P, C'] gegeben, und der Kreisbogen CPC' kann also auf bekannte Art construirt werden. Der gesuchte Pol dieses Zonenkreises muss auf der Geraden DD' liegen

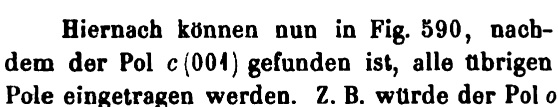
---

*) Die beschriebene Construction ist in Fig. 590, welche überhaupt nur noch die allernöthigsten Hülfslinien enthält, nicht mehr dargestellt, weil sie zu viel Raum beanspruchen würde. In dem gewählten Beispiel sind nämlich die Winkel $c : a = 74°22'$, $c : b = 85°38'$, $r = 20$ Millimeter, daher $OK = 74,2$, $OL = 262,7$ Millimeter. Will man nicht mit so grossen Distanzen construiren, so muss man statt des Poles von c zuerst denjenigen einer Fläche suchen, deren Winkel zu a und b kleiner sind. Die übrige Construction wird dadurch nur in der Reihenfolge der einzelnen Operationen geändert.

DD' durch die Mitte und $\perp CC'$), denn diese ist die Projection des auf dem Grundkreise normal stehenden Zonenkreises, der sämmtliche, 90° von C abstehende Punkte enthält. Ferner muss aber jener Pol nicht nur von C, sondern auch von jedem andern Punkte des Zonenkreises CP, z. B. von Q, einen Abstand von 90° haben; es muss also nach dem a. vor. S. angeführten Satze die Gerade zwischen ihm und C mit der von Q nach C, da dieses letztere Pol der Zone DQD' ist, auf dem Grundkreise einen Bogen von 90° abschneiden. Man ziehe folglich CQ bis R, schneide von dem Grundkreis einen Bogen $RS = 90°$ ab und verbinde S mit C, so ist F der gesuchte Pol des Zonenkreises CPC'.

Fig. 591.





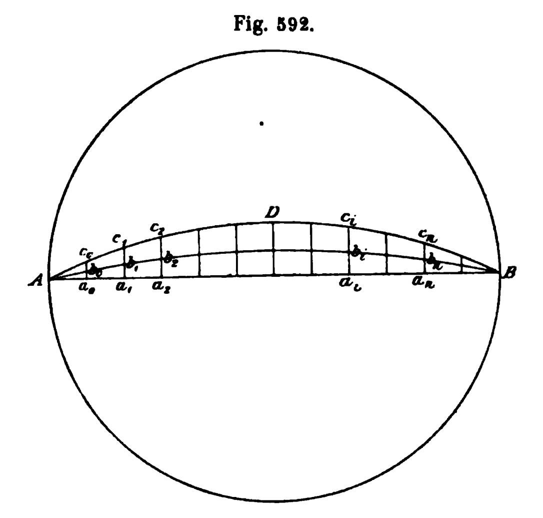
Hiernach können nun in Fig. 590, nachdem der Pol $c\,(001)$ gefunden ist, alle übrigen Pole eingetragen werden. Z. B. würde der Pol o auf dem Zonenkreise pcp sich ergeben, indem der Pol des letzteren nach dem angegebenen Verfahren aufgesucht, von $p(\bar{1}\bar{1}0)$ aus nach links auf dem Grundkreise der gemessene Winkel po aufgetragen, und der Endpunkt mit dem Pole der Zone durch eine Gerade verbunden wird; o' auf dem Zonenkreise $[bob]$ und q auf $[bcb]$ können in analoger Weise aus den Winkeln $o' : b$ und $q : b$ construirt werden, während q' und q'' sich direct als Schnittpunkte des Zonenkreises $[bcb]$ mit $[aoa]$ und $[p'op']$ ergeben.

Anmerkung. Bei der Anfertigung einer derartigen stereographischen Projection handelt es sich oft um Construction sehr flacher Kreisbögen, wie aca und pcp in Fig. 590; für diese wurde von G. Wulff folgende Methode angegeben. Seien A, b_i und B (Fig. 592) die drei Punkte, durch welche der Kreisbogen gehen soll, so ziehe man zunächst einen beliebigen, weniger flachen Kreisbogen ADB und dann eine Reihe zu AB senkrechter Geraden a_0c_0, a_1c_1, ... a_nc_n; aus der Länge von a_ib_i wird das Verhältniss $a_ic_i : a_ib_i$ festgestellt und dann alle Punkte $b_0, b_1, \ldots b_n$ aufgesucht, welche der Proportionalität

$$\frac{a_0c_0}{a_0b_0} = \frac{a_1c_1}{a_1b_1} = \cdots = \frac{a_ic_i}{a_ib_i} = \cdots = \frac{a_nc_n}{a_nb_n}$$

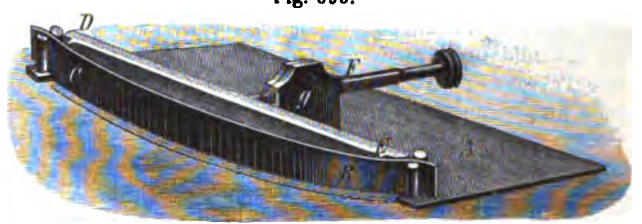
genügen. Der durch die Punkte $A, b_0, b_1, \ldots b_i, \ldots b_n, B$ gehende (eigentlich elliptische) Bogen lässt sich mit genügender Genauigkeit als ein Kreisbogen ansehen. — Zu dem gleichen Zwecke kann ferner das von Fedorow beschriebene Kreislineal Fig. 593 benutzt werden. Dasselbe besteht aus einer Metallplatte A und einem etwas schräg gestellten stählernen Streifen BC, welcher durch Anziehen der Schraube F mittelst der keilartigen Ansätze D und E gebogen wird; die Schraubenmutter g ist mit der Platte A

Fig. 592.



fest verbunden (über die Theorie dieses Instrumentes und dessen Verwendung zur Conwendung von Kreisbögen, welche über die Länge desselben hinausgehen, s. Zeitschr. f. Krystallogr. **21**, 618).

Fig. 593.



An der Projection Fig. 594, welche ausser den in Fig. 590 eingetragenen Po en noch diejenigen einer Reihe anderer Krystallflächen mit einfachen Indices enthält, soll nun im Folgenden die Berechnung trikliner Krystallformen erläutert werden.

Zur Bestimmung der Elemente eines triklinen Krystalls sind offenbar vier Flächen ausreichend, wenn nicht drei derselben in einer Zone liegen. weil andernfalls nicht fünf von einander unabhängige Winkel gemessen werden können. Der einfachste Fall der Berechnung liegt vor. wenn drei von jenen vier Flächen als Axenebenen (100), (010), (001) und die vierte als Grundform (111) oder (1$\bar{1}$1) u. s. w. angenommen werden. Wenn alsdann von den Winkeln der drei ersten und denjenigen. welche die Grundform mit zweien derselben bildet, z. B. (111):(100) und (111):(010). Messungen vorliegen, so sind in dem sphärischen Dreiecke (100), (001), (010) die drei Seiten gegeben, daher die drei Winkel desselben berechnet werden können; von letzteren ist der an (100) anliegende derjenige, welchen die Ebenen der Zonenkreise [010] und [001], deren Normalen die Krystallaxen b und c sind. einschliessen; sein Supplement ist also der Axenwinkel α im rechten oberen vordern Oktanten der Axenebenen; ebenso ergeben sich die Axenwinkel β und γ aus den beiden andern Winkeln jenes Dreiecks. Die ferner gemessenen Winkel (111):(100) und (111):(010) bilden mit (100):(010) ein sphärisches Dreieck, in welchem somit ebenfalls die drei Seiten bekannt sind; der an (100) anliegende Winkel desselben ist der ebene Winkel in (100), unter welchem die Kanten (100):(111) und (010):(100) einander schneiden; letzterer gehört aber dem ebenen Dreieck an, welches von der ersteren dieser beiden Kanten und den Axenlängen b und c gebildet wird; da der Winkel zwischen den letzteren $= \alpha$ bekannt ist, so erfolgt die Berechnung des Axenverhältnisses $b : c$ nach der ebenen Trigonometrie. Aus dem Winkel zwischen den

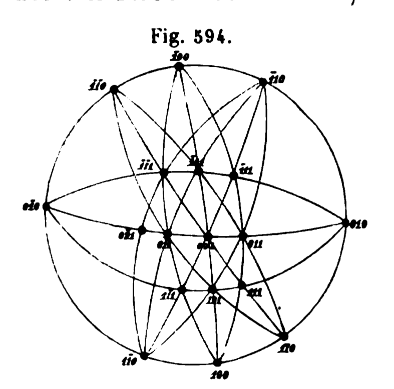


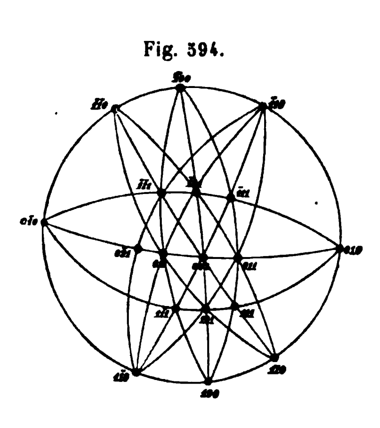
Fig. 594.

Bögen (010):(100) und (010):(111), d. i. dem Winkel zwischen den Kanten der gleichnamigen Flächen mit der Ebene (010), welchen man in demselben sphärischen Dreiecke wie vorher berechnet, ergiebt sich in der gleichen Weise das Axenverhältniss $a : c$. Es leuchtet ein, dass man bei der Berechnung ganz analog zu verfahren hat, wenn statt (111) eine andere Einheitsfläche, z. B. $(\bar{1}11)$, gemessen worden ist, indem man statt des Dreiecks (100), (010), (001) alsdann das von den Bögen $(\bar{1}00)$:(010), $(\bar{1}00)$:(001), (010):(001) gebildete zu benutzen hat. Soll dagegen die Combination der vier beobachteten Flächen als {111}, $\{1\bar{1}1\}$, $\{\bar{1}11\}$, $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ betrachtet werden, ein Fall, wie ihn Fig. 190 unter Weglassung von c darstellen würde, so ist klar, dass die Ebenen, welche durch je zwei Kanten dieser Combination bestimmt sind, den Axenebenen entsprechen, z. B. die Ebene durch $o' : {}'o$ und $o, : ,o$ dem Pinakoid {010} u. s. w. Der Gang der Rechnung erläutert sich an der Projection Fig. 594 folgendermassen: Gemessen sind die vier Seiten des sphärischen Vierecks (111), $(1\bar{1}1)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(\bar{1}11)$ und eine der Diagonalen desselben z. B. (111):$(\bar{1}\bar{1}1)$; mittelst der beiden Dreiecke (111), $(\bar{1}11)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$ und (111), $(1\bar{1}1)$, $(\bar{1}\bar{1}1)$ ist es nun leicht, alle Winkel des sphärischen Vierecks und aus (111):$(1\bar{1}1)$, (111) : $(\bar{1}11)$ und dem zwischenliegenden Winkel auch die andere Diagonale $(1\bar{1}1)$: $(\bar{1}11)$, welche als Controlwinkel dient, zu berechnen. Denkt man sich die Bögen $(\bar{1}11)$:(111) und $(\bar{1}\bar{1}1)$:$(1\bar{1}1)$ nach vorn und die Bögen $(1\bar{1}1)$:(111) und $(\bar{1}\bar{1}1)$:$(\bar{1}11)$ nach rechts verlängert, so schneiden dieselben einander in (100), resp. (010); es können also die Dreiecke (100), (111), $(1\bar{1}1)$ und (010), (111), $(\bar{1}11)$ vollständig berechnet werden, da je zwei ihrer Winkel die Supplemente von Winkeln des vorerwähnten sphärischen Vierecks und die zwischenliegenden Seiten solche des letzteren sind. Aus den Bögen (111):(100) und (111):(010) nebst dem eingeschlossenen Winkel folgt aber (100):(010), und da die Lage von (001) auf dem Zonenkreise (111):$(\bar{1}\bar{1}1)$ leicht zu berechnen ist (z. B. durch Dreieck (111), $(1\bar{1}1)$, (001), in welchem die Seite (111):$(1\bar{1}1)$ und die beiden anliegenden Winkel bekannt sind), so kann man ferner aus (001):(111), (111):(100) und dem zwischenliegenden Winkel den Bogen (100):(001) und aus diesem, aus (100):(010) und dem eingeschlossenen Winkel endlich den Bogen (010):(001) ableiten, wodurch die Winkel der drei Axenebenen bestimmt sind, und nunmehr mittelst zweier der drei Bögen (111):(001), (111):(010) und (111):(100) das Axenverhältniss wie im vorhergehenden Falle berechnet werden kann.

Sind an einem triklinen Krystalle nicht vier Flächen vorhanden oder zu Fundamentalmessungen geeignet, welche der Eingangs erwähnten Bedingung genügen, sondern ausser drei zu Axenebenen gewählten Flächen nur solche, welche in der Zone je zweier der ersteren liegen, also Pinakoide (resp. Pedia) erster, zweiter oder dritter Art, so müssen noch zwei solcher Flächen, welche verschiedenen Krystallaxen parallel sind, also fünf Flächen zur vollständigen Bestimmung der Elemente herangezogen werden. Seien z. B. die Winkel (100):(110) und (010):(011) gemessen; im Dreieck (100), (110), (001) sind alsdann bekannt die Seiten (100):(110), (100):(001)

und der zwischenliegende Winkel $= 180° - \alpha$; man berechne den Winkel an (001), d. i. den ebenen Winkel der Kanten (001):(100) und (001): 110 auf der Fläche (001); damit sind nunmehr in dem ebenen Dreieck, welches von den Axenlängen a und b und der Kante (001):(110) gebildet wird, die drei Winkel bekannt, so dass das Axenverhältniss $a:b$ berechnet werden kann. Dasselbe Dreieck (100), (110), (001) dient auch zur Berechnung des Bogens (001):(110), welcher als Controlwinkel zu benutzen ist. Ganz ebenso hat man in dem Dreieck (100), (010), (011) aus den Seiten (010):(011) und (010):(100) nebst dem zwischenliegenden Winkel den der Seite (010):(011) gegenüberliegenden Winkel zu berechnen, welcher das Axenverhältniss $b:c$ liefert, während der Bogen (100):(011) einen Controlwinkel bildet.

Fig. 594.



Wenn von den an einer derartigen Combination beobachteten Flächen jedoch nicht drei, sondern etwa nur zwei als Axenebenen angenommen. resp. deren Winkel der Rechnung zu Grunde gelegt werden sollen, so wird die Position der dritten am geeignetsten mittelst der Formel für das sogen. »Doppelverhältniss« (s. S. 306) von vier Flächen einer Zone bestimmt. Seien $A = (efg)$, $B = (hkl)$, $C = (pqr)$ drei beliebige Flächen einer Zone, deren Pole in der angegebenen Reihenfolge auf dem betr. Zonenkreise liegen, und $D = (mno)$ irgend eine weitere Fläche derselben Zone, so gilt für die von A aus in derselben Richtung gemessenen Winkel der Satz:

$$P\,(\text{cotang } AD - \text{cotang } AC) = Q\,(\text{cotang } AB - \text{cotang } AC)\,,$$

worin

$$P = \frac{fo - gn}{nr - oq} = \frac{gm - eo}{op - mr} = \frac{en - fm}{mq - np}\ ^{*)}$$

und

$$Q = \frac{fl - gk}{kr - lq} = \frac{gh - el}{lp - hr} = \frac{ek - fh}{hq - kp}\ ^{*)}\,,$$

*) Es sind hier drei identische Verhältnisse angegeben, weil häufig eines oder zwei derselben den unbestimmten Werth $\frac{0}{0}$ annimmt.

In einer für logarithmische Rechnung noch bequemeren Form lässt sich die obige Beziehung auch folgendermassen ausdrücken:

$$\text{tang}\,(AD - \tfrac{1}{2}AC) = \text{tang}\,\tfrac{1}{2}AC \cdot \text{tang}\,(45° - \Theta)\,,$$

worin
$$\text{tang}\,\Theta = \frac{Q}{P} \cdot \frac{\sin BC}{\sin AB}\,.$$

Für den speciellen Fall, dass die drei gegebenen Flächen (100), (101) und $(\bar{1}01)$ sind. und die Position von (001) gesucht wird, ergiebt sich $P = 1$, $Q = \frac{1}{2}$ und durch Einsetzung dieser Werthe die gleiche Formel für tang (100):(001), wie sie S. 577 für die entsprechenden Flächen des monoklinen Systems entwickelt wurde.

Mit Hülfe dieser Formel kann man aus den Winkeln zwischen drei Flächen einer Zone stets die Position einer vierten von bestimmtem Symbol berechnen, ohne die Elemente des Krystalls zu kennen. Sei z. B. an dem in Fig. 589 abgebildeten Krystall die Fläche $b = (010)$ nicht ausgebildet, so dass eine directe Messung des Winkels $a : b = (100):(010)$ nicht möglich ist, so berechnet man den Winkel $p' : b$ nach Obigem aus den Winkeln von $p' = (1\bar{1}0)$ zu $a = (100)$ und $p = (110)$. Sind ausser diesen auch die Winkel $(100):(001)$ und $(110):(001)$ gemessen, so kann auch $(001):(010)$ berechnet werden, und zur vollständigen Bestimmung der Elemente bedarf es nur noch einer fünften Fundamentalmessung, z. B. des Winkels $(001):(011)$.

Sind ausser den vier oder fünf Flächen mit willkürlich angenommenen Indices, welche auf einem der angegebenen oder einem ähnlichen Wege zur Bestimmung der Elemente des Krystalls gedient haben, an letzterem noch weitere Formen vorhanden, so sind deren, aus der erfolgten Wahl der Elementarflächen sich ergebende Symbole nunmehr festzustellen. Handelt es sich dabei um eine Fläche, welche in keiner bekannten Zone liegt, so müssen wenigstens zwei Winkel derselben zu bekannten Flächen vorliegen, mit Hülfe deren ihr Winkel zu zwei Axenebenen berechnet werden kann, oder die letzteren selbst, aus welchen alsdann das Verhältniss ihrer Parameter genau so abgeleitet werden kann, wie dasjenige der Grundform (S. 582); die Division der so gefundenen Axenlängen in diejenigen der Grundform liefert dann die Indices der Fläche. Meist liegt jedoch für die Bestimmung des Symbols einer Fläche wenigstens eine bekannte Zone vor, und alsdann genügt die Messung des Winkels zu einer der tautozonalen Ebenen; sind deren drei A, B, C vorhanden und die Winkel AB und AC bekannt, so ergeben sich zwei von den Indices (mno) der Fläche D durch Einsetzung des beobachteten Winkels AD in die Gleichung a. vor. S. als Functionen der bekannten Indices von A, B und C, während der dritte aus der Zonengleichung nach S. 303 folgt. Gehört endlich eine Fläche zwei bekannten Zonen des Krystalls an, so ist bekanntlich ihr Symbol ohne Winkelmessung gegeben.

Handelt es sich endlich um die Rückberechnung der Winkel einer triklinen Combination aus den Symbolen resp. den Parameterverhältnissen ihrer Flächen, so ist im Allgemeinen derselbe Weg im umgekehrten Sinne einzuschlagen. Die den Fundamentalwinkeln entsprechenden Werthe der wichtigsten Controlwinkel ergeben sich zwar der Mehrzahl nach, wie aus der Betrachtung der oben angegebenen Rechnungsmethoden hervorgeht, bereits bei der Berechnung der Elemente, aber es ist wünschenswerth, einige derselben direct aus den Elementen neu herzuleiten, um nicht nur die Genauigkeit der Winkelmessungen, sondern auch die Richtigkeit der Berechnung der Elemente selbst einer vollständigen Controle zu unterziehen. Sind in dieser Weise ausser den fünf Fundamentalwinkeln noch die aus ihnen berechneten Werthe einiger anderer Winkel festgestellt, so kann man jeden weiteren, wenn er einer Zone angehört, in welcher bereits zwei Winkel zwischen drei Flächen bekannt sind, mittelst der a. vor. S. angegebenen

Formel aus den Indices berechnen. Bleiben dann noch einzelne Flächen übrig, für welche eine solche Zone nicht vorliegt, so verfährt man am geeignetsten folgendermassen: Sei D eine derartige Fläche und gesucht ihr Winkelabstand von einer Fläche A, deren Winkel zu den andern Flächen bereits berechnet ist; alsdann wird der Zonenkreis DA von irgend zwei bekannten Zonenkreisen in den Polen B und C geschnitten, deren Symbole nach S. 304 gegeben sind; aus diesen können daher die beiden Bögen AB und AC berechnet werden, wodurch die nöthigen Werthe zur Berechnung von AD nach S. 584 vorhanden sind. Ein analoges Verfahren kann auch benutzt werden zur Lösung der allgemeinsten Aufgabe, den Winkelabstand zweier beliebiger Flächen D und E aus ihren Indices zu bestimmen: Der Zonenkreis DE schneide drei bekannte Zonenkreise in den Punkten A, B und C, deren entsprechende Indices dadurch gegeben sind; mit Hülfe der Winkel AD und AC berechnet man nun einmal, wie vorher, AD und das andere Mal nach derselben Methode AE; die Differenz beider ist der gesuchte Bogen DE. Ist von einem der Pole D oder E der Winkelabstand zu einer der Elementarflächen bereits berechnet, so kann es einfacher sein, auch den Winkel der andern zu derselben Fläche und den zwischen beiden Zonenkreisen eingeschlossenen Winkel zu rechnen; der gesuchte Bogen ist dann die dem letzteren gegenüberliegende Seite des von D, E und jener Elementarfläche gebildeten sphärischen Dreiecks.

Wie für die Berechnung der einfachen, so bietet auch für diejenige der Zwillings-Krystalle das trikline System den allgemeinsten Fall dar, aus welchem sich die speciellen Fälle der übrigen Krystallsysteme leicht herleiten lassen. Unter den verschiedenen Arten regelmässiger Verwachsung zweier Krystalle (vergl. S. 336 f.) ist von besonderer Wichtigkeit derjenige, in welchem die Zwillingsebene eine mögliche Krystallfläche ist, weil dieser alsdann in Bezug auf die Molekularbeschaffenheit des Krystalls eine besondere Bedeutung zukommt, und es daher bei einem triklinen Krystalle angezeigt erscheint, von ihr als einer der Elementarflächen auszugehen. Falls dieselbe nun an dem Krystall nicht oder wenigstens nicht so ausgebildet ist, dass sie genaue Messungen gestattet, so kann ihre Position auf folgende Art berechnet werden: Seien P und $\underline{P}$, sowie Q und $\underline{Q}$ je zwei einander entsprechende Flächen der beiden Krystalle, so wird offenbar sowohl der Bogen $P\underline{P}$, als $Q\underline{Q}$ von der Zwillingsebene halbirt, daher die letztere der Zone $[P\underline{P}]$, wie der Zone $[Q\underline{Q}]$ angehört; der Pol S der Zwillingsebene (resp. der Punkt, in welchem deren Normale, die Zwillingsaxe, die Kugeloberfläche trifft) ist also der Schnittpunkt jener beiden Zonenkreise, und zwar ist $PS = 90^\circ + \frac{1}{2}P\underline{P}$ und $QS = 90^\circ + \frac{1}{2}Q\underline{Q}$. Hat man also die beiden Winkel $P\underline{P}$ und $Q\underline{Q}$ gemessen und kennt man den Winkelabstand der beiden Flächen P und Q des einen Krystalls, so sind die drei Seiten des sphärischen Dreiecks PQS gegeben und daher die Position der Zwillingsebene genau so bestimmt, wie die irgend einer andern Fläche desselben Krystalls durch ihre Winkel zu zwei bekannten Flächen. Werden alsdann

die Pole des zweiten Krystalls in die Projection des ersten so eingetragen, dass sie gegen diese um die Zwillingsaxe 180° gedreht erscheinen, so ergeben sich ohne Weiteres diejenigen sphärischen Dreiecke, welche dazu dienen können, den Winkel irgend einer Fläche des einen Krystalls zu irgend einer des andern zu berechnen und durch Vergleichung des Resultates mit dem beobachteten Werthe sowohl die Richtigkeit der Bestimmung des Zwillingsgesetzes, als die Genauigkeit der betreffenden Messungen zu controliren.

§ 9. **Berechnung durch das Ausgleichungsverfahren.** Wenn auf Grund der Messung einer Anzahl von gleichartigen Krystallen die Mittelwerthe für eine Art von Flächenwinkeln nach S. 542 zu einem Generalmittel vereinigt werden, so möge dieses als der »beobachtete Werth« des betreffenden Flächenwinkels oder kurz als »Beobachtung« bezeichnet werden; demselben kann unter Berücksichtigung der Zahl und Güte der Einzelmessungen ein »Gewicht« g zugeschrieben werden*). Hat man nun m solcher »Beobachtungen« und ist diese Zahl grösser, als die zur Berechnung der Elemente des Krystalls erforderliche Zahl n, so sind jene m Winkel von einander abhängig, d. h. aus je n derselben folgen die übrigen, aber je nach der Wahl der zur Rechnung benutzten n Winkel würden sich für die übrigen $m - n$ etwas verschiedene Werthe ergeben; es bestehen also zwischen den m Beobachtungen Widersprüche. Der Zweck der hier zu besprechenden Methode ist nun, diese Widersprüche auszugleichen, d. h. diejenigen Werthe der m Winkel zu berechnen, welche sich allen Beobachtungen am nächsten anschliessen. Bezeichnet man die Differenz zwischen einem so berechneten und dem beobachteten Werthe als den Fehler des betreffenden Winkels, so sind nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung diejenigen Werthe die wahrscheinlichsten, bei denen die Summe der Quadrate aller Fehler ein Minimum ist. Darnach wird das Ausgleichungsverfahren auch die »Methode der kleinsten Quadrate« genannt**). Dieselbe setzt voraus, dass die Beobachtungsfehler »zufällige« sind, d. h. ebenso leicht im positiven

*) Wenn alle Einzelbeobachtungen $a_1, a_2, \ldots$ bis a_n gleich gut sind, so ist der wahrscheinlichste Werth das arithmetische Mittel

$$M = \frac{a_1 + a_2 \cdots + a_n}{n}.$$

Setzt man dann das Gewicht einer Einzelbeobachtung $= 1$, so ist das Gewicht des Mittels $= n$. Haben die Gewichte der Beobachtungen einen gemeinsamen Theiler, so darf man natürlich durch diesen dividiren.

Bezeichnet man die Differenzen $M - a_1$, $M - a_2$, ... $M - a_n$ mit $c_1, c_2, \ldots c_n$, so heisst die Grösse $m = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \cdots + c_n^2}{n-1}}$ der mittlere Fehler.

) Die für die Krystallographie in Betracht kommende Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate ist hauptsächlich bearbeitet worden in der Abhandlung von Beckenkamp, Zeitschr. f. Kryst. **22, 376, welcher das Folgende mit einigen vom Verf. selbst vorgeschlagenen Aenderungen entlehnt ist.

wie im negativen Sinne erfolgen können, und dass die »Beobachtungen« entweder gleich gut oder, wenn dies nicht der Fall, ihre »Gewichte« in einem bestimmten Zahlenverhältnisse stehen. Bei den krystallographischen Messungen treten nun zu diesen, den eigentlichen Beobachtungsfehlern, noch andere hinzu, welche durch Unvollkommenheiten der Ausbildung der Krystalle bedingt sind, und wenn letztere einseitige Abweichungen von der idealen Form bewirken, so können solche Fehler natürlich durch jene Berechnungsmethode nicht eliminirt werden. Aus diesem Grunde ist es geeignet, nur solche Formen eines Krystalls dieser Berechnung zu unterwerfen, welche sehr vollkommen ausgebildet erscheinen, d. h. deren Flächen einfache und tadellose Reflexe liefern, deren je zwei entgegengesetzte Flächen sich durch die Messung als streng parallel erweisen, und welche endlich an verschiedenen Krystallen sehr gut übereinstimmende Winkel zeigen. Bei dieser Beschränkung wird die Zahl m der »Beobachtungen« meist nicht viel grösser sein als n, die zur Berechnung der Elemente nothwendige, und nur für diesen, verhältnissmässig einfacheren Fall, soll auch im Folgenden der Gang der Rechnung angegeben werden. Hat man mit Hülfe derselben statt der »beobachteten« m Winkel eines Krystalls die »berechneten«, d. h. die wahrscheinlichsten Werthe gefunden, so existiren nun zwischen ihnen keine Widersprüche mehr, daher es gleichgültig ist, aus welchen n derselben man schliesslich die Elemente des Krystalls berechnet (selbstverständlich wählt man hierzu diejenigen, welche nach den vorhergehenden Paragraphen die einfachste Berechnung ermöglichen).

Triklines Krystallsystem. Es seien vier Flächen P_1, P_2, P_3, P_4, von denen nicht drei in einer Zone liegen, gleich gut messbar, und die sämmtlichen möglichen Winkel zwischen ihnen beobachtet, nämlich $P_1 P_2 = a_1$, $P_1 P_3 = a_2$, $P_1 P_4 = a_3$, $P_2 P_3 = a_4$, $P_2 P_4 = a_5$, $P_3 P_4 = a_6$, wobei es gleichgültig ist, ob der Pol P_4 innerhalb des von $P_1 P_2 P_3$ gebildeten Dreiecks liegt (Fig. 595) oder nicht (Fig. 596).

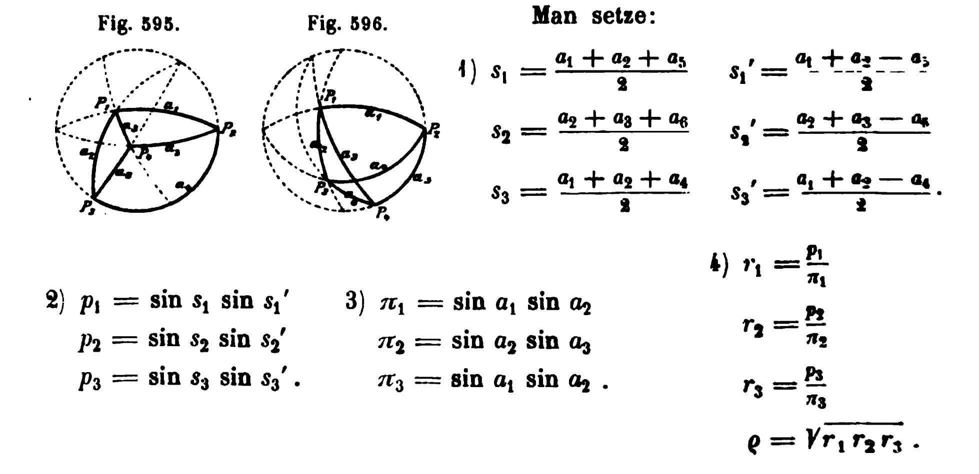


Fig. 595. Fig. 596.

Man setze:

$$1)\quad s_1 = \frac{a_1 + a_2 + a_5}{2} \qquad s_1' = \frac{a_1 + a_2 - a_5}{2}$$

$$s_2 = \frac{a_2 + a_3 + a_6}{2} \qquad s_2' = \frac{a_2 + a_3 - a_6}{2}$$

$$s_3 = \frac{a_1 + a_2 + a_4}{2} \qquad s_3' = \frac{a_1 + a_2 - a_4}{2}.$$

$$2)\quad p_1 = \sin s_1 \sin s_1' \qquad 3)\quad \pi_1 = \sin a_1 \sin a_2$$

$$p_2 = \sin s_2 \sin s_2' \qquad \pi_2 = \sin a_2 \sin a_3$$

$$p_3 = \sin s_3 \sin s_3'. \qquad \pi_3 = \sin a_1 \sin a_2 .$$

$$4)\quad r_1 = \frac{p_1}{\pi_1} \qquad r_2 = \frac{p_2}{\pi_2} \qquad r_3 = \frac{p_3}{\pi_3}$$

$$\varrho = \sqrt{r_1 r_2 r_3} .$$

$$5) \quad w = \frac{r_1 + r_2 + r_3 - 2\varrho - 1}{2} \text{*)}.$$

$$6) \quad \delta_1 = \frac{r_1 - \varrho}{4} \qquad \delta_2 = \frac{r_2 - \varrho}{4} \qquad \delta_3 = \frac{r_3 - \varrho}{4}.$$

$$7) \quad q_1 = \frac{\sin(s_1 + s_1')}{p_1} \qquad q_1' = \frac{\sin(s_1 - s_1')}{p_1}$$

$$q_2 = \frac{\sin(s_2 + s_2')}{p_2} \qquad q_2' = \frac{\sin(s_2 - s_2')}{p_2}$$

$$q_3 = \frac{\sin(s_3 + s_3')}{p_3} \qquad q_3' = \frac{\sin(s_3 - s_3')}{p_3}.$$

$$8) \quad \delta_1 q_1 = \lambda_1 \qquad \delta_2 q_2 = \lambda_2 \qquad \delta_3 q_3 = \lambda_3$$

$$k_1 = \lambda_1 + \lambda_3 - 2(\delta_1 + \delta_3) \operatorname{cotang} a_1$$

$$k_2 = \lambda_2 + \lambda_3 - 2(\delta_2 + \delta_3) \operatorname{cotang} a_2$$

$$k_3 = \lambda_1 + \lambda_2 - 2(\delta_1 + \delta_2) \operatorname{cotang} a_3$$

$$k_4 = -\delta_3 q_3' \qquad k_5 = -\delta_1 q_1' \qquad k_6 = -\delta_2 q_2'.$$

$$9) \quad -F = \frac{w}{\frac{k_1^2}{g_1} + \frac{k_2^2}{g_2} + \cdots + \frac{k_6^2}{g_6}},$$

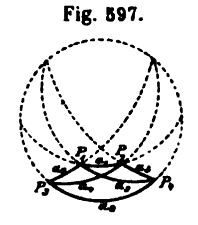
wo $g_1, g_2, \ldots g_6$ die Gewichte der sechs beobachteten Winkel $a_1, a_2, \ldots a_6$. Alsdann sind die berechneten (ausgeglichenen oder wahren) Werthe der sechs Winkel:

$$P_1 P_2 = a_1 + \frac{k_1 F}{g_1 i}, \quad P_1 P_3 = a_2 + \frac{k_2 F}{g_2 i}, \cdots, P_3 P_4 = a_6 + \frac{k_6 F}{g_6 i},$$

in welchen Formeln der Factor $i = 0{,}00029089$, wenn die Correctionen der beobachteten Werthe $a_1, a_2, \ldots a_6$ in Minuten und deren Bruchtheilen angegeben werden sollen.

Monoklines Krystallsystem. a) Es seien die sechs Winkel $a_1, a_2, \ldots a_6$ s. Fig. 597) zwischen vier Flächen, $P_1 P_2$, $P_3 P_4$, zweier Prismen gemessen. Von diesen sind aber a_4 mit a_3 und a_5 mit a_2 gleichwerthig und werden mit denselben zu einem Mittelwerth vereinigt, der mit a_3 resp. a_2 bezeichnet werden soll, so dass also vier beobachtete Werthe a_1, a_2, a_3, a_6 vorliegen. Die Gewichte von a_2 und a_3 sind je die Summe der Gewichte von a_2 und a_5 resp. a_3 und a_4, während diejenigen von a_1 und a_6 vierfach zu nehmen sind, weil bei der folgenden Rechnung ihre halben Werthe in Betracht kommen, und nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung das Gewicht für $\frac{1}{n}$ eines gemessenen Winkel n^2-mal so gross zu nehmen ist. Setzt man nun

Fig. 597.



$$a_1' = 90^\circ - \tfrac{1}{2}a_1 \qquad a_6' = 90^\circ - \tfrac{1}{2}a_6$$

so gestaltet sich die Berechnung der vier Beobachtungen folgendermassen:

*) Diese Gleichung heisst diejenige des Widerspruchs, weil $w = 0$ sein müsste, wenn die sechs Beobachtungen fehlerfrei wären, d. h. wenn man statt der beobachteten Werthe $a_1, a_2, \ldots$ die wahren einsetzen könnte.

$$w = \cos a_1' \cos a_6' - \sin \tfrac{1}{2}(a_3 + a_2) \sin \tfrac{1}{2}(a_3 - a_2)$$
$$k_1' = - \sin a_1' \cos a_6'$$
$$k_2 = + \tfrac{1}{2} \sin a_2$$
$$k_3 = - \tfrac{1}{2} \sin a_3$$
$$k_6' = - \cos a_1' \sin a_6'$$
$$- F = \frac{w}{\frac{k_1'^2}{g_1'} + \frac{k_2^2}{g^2} + \frac{k_3^2}{g_3} + \frac{k_6'^2}{g_6'}}.$$

Alsdann sind zu den vier beobachteten Werthen a_1', a_2, a_3, a_6' folgende Correctionen zu addiren:

$$\frac{k_1' F}{g_1' i} \quad \frac{k_2 F}{g_2 i} \quad \frac{k_3 F}{g_3 i} \quad \frac{k_6' F}{g_6' i}.$$

b) Es seien die Winkel eines Prismas $P_2 P_3$ und zweier zu (010) senkrechter Flächen $P_1 P_4$, von denen keine in der Prismenzone liegt, gemessen Fig. 598. Alsdann ist $a_1 = a_2$, $a_5 = a_6$ und $a_4' = \frac{a_4}{2}$. Die Rechnung erfolgt nach den Gleichungen:

$$w = \cos^2 a_1 + \cos^2 a_5 - \sin^2 a_3 \cos^2 a_4' - 2 \cos a_1 \cos a_3 \cos a_5$$
$$k_1 = 2 \sin a_1 \cos a_3 \cos a_5 - 2 \sin a_1 \cos a_1$$
$$k_3 = 2 \cos a_1 \sin a_3 \cos a_5 - 2 \sin a_3 \cos a_3 \cos^2 a_4'$$
$$k_4' = 2 \sin^2 a_3 \sin a_4' \cos a_4'$$
$$k_5 = 2 \cos a_1 \cos a_3 \sin a_5 - 2 \sin a_5 \cos a_5$$
$$- F = \frac{w}{\frac{k_1^2}{g_1} + \cdots + \frac{k_5^2}{g_5}}.$$

Fig. 598.

Wird schliesslich mit a_n ein beobachteter Werth bezeichnet, so ist der zugehörige wahre Werth $= a_n + c_n$, worin $c_n = \frac{k_n F}{g_n i}$.

Rhombisches Krystallsystem. a) Es sind die vier Flächen $P_1 P_2 P_3 P_4$ einer rhombischen Pyramide gemessen worden (s. Fig. 599). Dann ist:

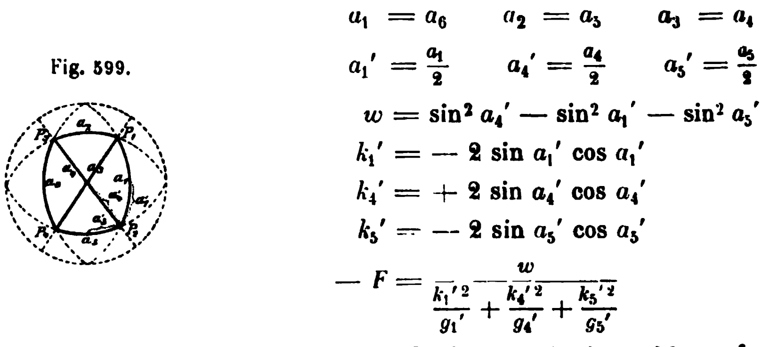


Fig. 599.

$$a_1 = a_6 \qquad a_2 = a_5 \qquad a_3 = a_4$$
$$a_1' = \frac{a_1}{2} \qquad a_4' = \frac{a_4}{2} \qquad a_5' = \frac{a_5}{2}$$
$$w = \sin^2 a_4' - \sin^2 a_1' - \sin^2 a_5'$$
$$k_1' = - 2 \sin a_1' \cos a_1'$$
$$k_4' = + 2 \sin a_4' \cos a_4'$$
$$k_5' = - 2 \sin a_5' \cos a_5'$$
$$- F = \frac{w}{\frac{k_1'^2}{g_1'} + \frac{k_4'^2}{g_4'} + \frac{k_5'^2}{g_5'}}$$

und die Correction, welche zu einem beobachteten Werthe a_n hinzuzufügen ist,

$$c_n = \frac{k_n F}{g_n i}.$$

b) Sind dagegen die Winkel zwischen vier Flächen zweier Prismen, welche verschiedenen Axen des Krystalls parallel sind, gemessen worden,

Fig. 600.

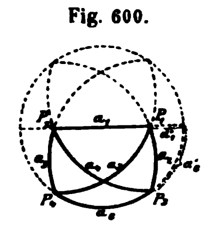


Fig. 601.

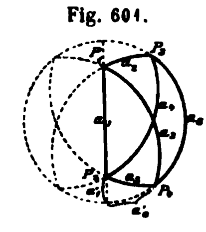
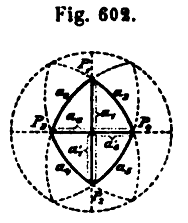


Fig. 602.



so können jene entweder so liegen, wie in Fig. 600 und 601 angegeben ist, oder so, wie die Pole in Fig. 602 angeordnet sind. Man setzt nun für den ersteren Fall:

$$a_1' = 90^\circ - \frac{a_1}{2} \qquad a_6' = 90^\circ = \frac{a_6}{2},$$

für den letzteren:

$$a_1' = \frac{a_1}{2} \qquad a_6' = \frac{a_6}{2}.$$

Ferner ist

$$a_2 = a_5 = 180^\circ - a_3 = 180^\circ - a_4$$

und es gelten die Formeln:

$$w = \cos a_2 - \cos a_1' \cos a_6'$$

$$k_1' = + \sin a_1' \cos a_6' \qquad k_2 = - \sin a_2 \qquad k_6' = + \cos a_1' \sin a_6'$$

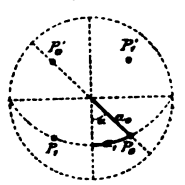
$$- F = \frac{w}{\frac{k_1'^2}{g_1'} + \frac{k_2^2}{g_2} + \frac{k_6'^2}{g_6'}},$$

endlich die Correctionen:

$$c_n = \frac{k_n F}{g_n i}.$$

Tetragonales Krystallsystem. a) An einer tetragonalen Pyramide (s. Fig. 603) sind die zweierlei Winkel $P_0 P_0' = 2 a_0$ und $P_0 P_1 = 2 a_1$ gemessen und α (= 45°) bekannt. Alsdann ist

Fig. 603.



$$w = \sin \alpha \cdot \sin a_0 - \sin a_1$$

$$k_0 = + \sin \alpha \cdot \cos a_0 \qquad k_1 = - \cos a_1$$

$$- F = \frac{w}{\frac{k_0^2}{g_0} + \frac{k_1^2}{g_1}}$$

und die corrigirten Werthe von a_0 und a_1:

$$a_0 + \frac{k_0 F}{g_0 i} \qquad \text{und} \qquad a_1 + \frac{k_1 F}{g_1 i}.$$

b) Seien an einer ditetragonalen Pyramide $\{hkl\}$ (Fig. 604) durch die Messung gegeben der Winkel zur Basis $a_0 = \frac{1}{2} P_0 P_0'$ und die halben Polkantenwinkel $a_1 = \frac{1}{2} P_0 P_1$ und $a_2 = \frac{1}{2} P_0 P_2$, so sind diese Winkel durch zwei Bedingungsgleichungen verknüpft wegen des rationalen Verhältnisses $h : k$; es ergeben sich demnach zwei Gleichungen des Widerspruchs u. s. f. Setzt man

Fig. 604.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{k} \qquad \alpha_1 = \beta - 45^\circ \qquad \alpha_2 = 45^\circ - \alpha_1 ,$$

so ist

$$w^{\mathrm{I}} = \sin \alpha_1 \sin a_0 - \sin a_1 \qquad w^{\mathrm{II}} = \sin \alpha_2 \sin a_0 - \sin a_2$$
$$k_0{}^{\mathrm{I}} = \sin \alpha_1 \cos a_1 \qquad k_0{}^{\mathrm{II}} = \sin \alpha_2 \cos a_0$$
$$k_1{}^{\mathrm{I}} = -\cos a_1 \qquad k_2{}^{\mathrm{II}} = -\cos a_2 .$$

Ferner:

$$-F^{\mathrm{I}} = \frac{\varkappa_{22} w^{\mathrm{I}} - \varkappa_{12} w^{\mathrm{II}}}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}} \qquad -F^{\mathrm{II}} = \frac{\varkappa_{11} w^{\mathrm{II}} - \varkappa_{12} w^{\mathrm{I}}}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}} ,$$

worin

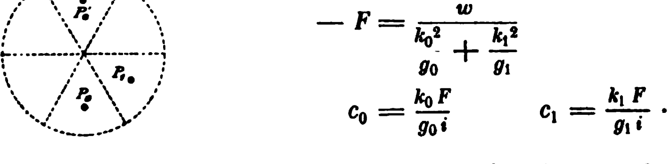
$$\varkappa_{11} = \frac{k_1^{\mathrm{I}} k_1^{\mathrm{I}}}{g_1} + \frac{k_0^{\mathrm{I}} k_0^{\mathrm{I}}}{g_0} \qquad \varkappa_{12} = \frac{k_0^{\mathrm{I}} k_0^{\mathrm{II}}}{g_0}$$
$$\varkappa_{21} = \frac{k_0^{\mathrm{II}} k_0^{\mathrm{I}}}{g_0} \qquad \varkappa_{22} = \frac{k_2^{\mathrm{II}} k_2^{\mathrm{II}}}{g_2} + \frac{k_0^{\mathrm{II}} k_0^{\mathrm{II}}}{g_0}$$

und die den beobachteten Werthen a_0, a_1 und a_2 hinzuzufügenden Correctionen

$$c_0 = \frac{k_0^{\mathrm{I}} F^{\mathrm{I}} + k_0^{\mathrm{II}} F^{\mathrm{II}}}{g_0 i} \qquad c_1 = \frac{k_1^{\mathrm{I}} F^{\mathrm{I}}}{g_1 i} \qquad c_2 = \frac{k_2^{\mathrm{II}} F^{\mathrm{II}}}{g_2 i} .$$

Hexagonales Krystallsystem. a) Gegeben sind $a_0 = \frac{1}{2} P_0 P_0'$ und $a_1 = \frac{1}{2} P_0 P_1$ einer hexagonalen Pyramide (s. Fig. 605); wenn $\alpha = 30^\circ$, so ist

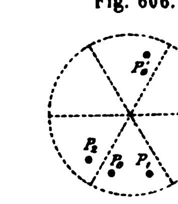
Fig. 605.

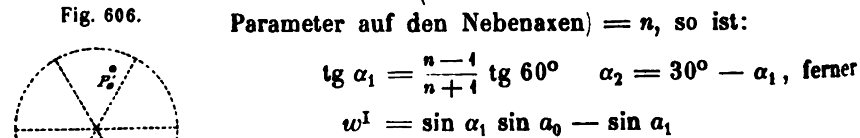


$$w = \sin \alpha \sin a_0 - \sin a_1$$
$$k_0 = \sin \alpha \cos a_0 \qquad k_1 = -\cos a_1$$
$$-F = \frac{w}{\frac{k_0{}^2}{g_0} + \frac{k_1{}^2}{g_1}}$$
$$c_0 = \frac{k_0 F}{g_0 i} \qquad c_1 = \frac{k_1 F}{g_1 i} .$$

b) An einer dihexagonalen Pyramide $\{hikl\}$ seien die dreierlei Kanten gemessen und zwar: $a_0 = \frac{1}{2} P_0 P_0'$, $a_1 = \frac{1}{2} P_0 P_1$, $a_2 = \frac{1}{2} P_0 P_2$ (s. Fig. 606). Setzt man $h : \bar{k}$ (d. i. das Verhältniss zweier benachbarter Parameter auf den Nebenaxen) $= n$, so ist:

Fig. 606.





$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{n-1}{n+1} \operatorname{tg} 60^\circ \qquad \alpha_2 = 30^\circ - \alpha_1 , \text{ ferner}$$

$$w^{\mathrm{I}} = \sin \alpha_1 \sin a_0 - \sin a_1$$
$$w^{\mathrm{II}} = \sin \alpha_2 \sin a_0 - \sin a_2$$
$$k_0^{\mathrm{I}} = \sin \alpha_1 \cos a_0 \qquad k_1^{\mathrm{I}} = -\cos a_1$$
$$k_0^{\mathrm{II}} = \sin \alpha_2 \cos a_0 \qquad k_2^{\mathrm{II}} = -\cos a_2$$

$$\varkappa_{11} = \frac{k_1^I k_1^I}{g_1} + \frac{k_0^I k_0^I}{g_0}, \quad \varkappa_{12} = \varkappa_{21} = k_0^I k_0^{II},$$

$$\varkappa_{22} = \frac{k_2^{II} k_2^{II}}{g_2} + \frac{k_0^{II} k_0^{II}}{g_0}.$$

$$-F^I = \frac{\varkappa_{22} w^I - \varkappa_{12} w^{II}}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}} \qquad -F^{II} = \frac{\varkappa_{11} w^{II} - \varkappa_{12} w^I}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}}$$

$$c_0 = \frac{k_0^I F^I + k_0^{II} F^{II}}{g_0 i} \qquad c_1 = \frac{k_1^I F^I}{g_1 i} \qquad c_2 = \frac{k_2^{II} F^{II}}{g_2 i}.$$

Trigonales Krystallsystem. Da an einem Rhomboëder nur eine Art von Winkeln möglich ist, so kann Ausgleichung nur stattfinden an einem Skalenoëder (s. Fig. 607). Sind durch Messung gegeben dessen drei Arten von Kanten, nämlich: $a_0 = \frac{1}{2} P_0 P_0'$, $a_1 = \frac{1}{2} P_0 P_1$ und $a_2 = \frac{1}{2} P_0 P_2$, und habe n dieselbe Bedeutung, wie im vorigen Falle, so ist:

$$\text{tang}\, \alpha_0 = \frac{n-1}{n+1} \text{tang}\, 60^\circ \qquad \alpha_1 = 60^\circ - \alpha_0 \qquad \alpha_2 = 60^\circ + \alpha_0$$

$$w^I = \sin \alpha_0 \sin a_1 - \sin \alpha_1 \sin a_0$$

$$w^{II} = \sin \alpha_0 \sin a_2 - \sin \alpha_2 \sin a_0$$

$$k_1^I = \sin \alpha_0 \cos a_1 \qquad k_0^I = -\sin \alpha_1 \cos a_0$$

$$k_0^{II} = \sin \alpha_0 \cos a_2 \qquad k_2^{II} = -\sin \alpha_2 \cos a_0$$

$$\varkappa_{11} = \frac{k_1^I k_1^I}{g_1} + \frac{k_0^I k_0^I}{g_0} \qquad \varkappa_{12} = \frac{k_0^I k_0^{II}}{g_0}$$

$$\varkappa_{21} = \frac{k_0^{II} k_0^I}{g_0} \qquad \varkappa_{22} = \frac{k_2^{II} k_2^{II}}{g_2} + \frac{k_0^{II} k_0^{II}}{g_0}$$

$$-F^I = \frac{\varkappa_{22} w^I - \varkappa_{12} w^{II}}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}} \qquad -F^{II} = \frac{\varkappa_{11} w^{II} - \varkappa_{12} w^I}{\varkappa_{11}\varkappa_{22} - \varkappa_{12}\varkappa_{21}}$$

$$c_1 = \frac{k_1^I F^I}{g_1 i} \qquad c_2 = \frac{k_2^{II} F^{II}}{g_2 i} \qquad c_3 = \frac{k_0^I F^I + k_0^{II} F^{II}}{g_0 i}.$$

Fig. 607.

Im Vorstehenden sind die einfachsten Fälle der Ausgleichungsrechnung angegeben und damit zugleich diejenigen, welche praktisch zunächst in Frage kommen, wenn es sich darum handelt, die Elemente eines Krystalls etwa mit einer Genauigkeit auf eine Einheit der 4. Decimale, resp. 0,'1—0,'2, also einer etwas grössern, als der gewöhnlichen, S. 292 erwähnten, zu bestimmen. Wo auch diese noch nicht ausreicht, z. B. bei Untersuchungen über die Aenderungen der Winkel durch die thermische Ausdehnung der Krystalle, müssen unter Umständen noch mehr Winkel herbeigezogen werden, und alsdann gestaltet sich die Rechnung auch erheblich umständlicher. Für solche Fälle und für Weiteres über die Methode überhaupt sei hingewiesen auf die Arbeiten von J. Beckenkamp, Zeitschr. f. Krystallographie und Mineralogie **5**, 463 und **22**, 376.

§ 10. **Zeichnung der Krystallformen.** Die perspectivischen Bilder, durch welche in der II. Abtheilung die Formen der Krystalle dargestellt wurden, sind Projectionen, bei denen das Auge in unendlicher Entfernung (weshalb alle am Krystall parallelen Kanten es auch in der Zeichnung

bleiben) und ausserdem um eine bestimmte Grösse seitwärts von der nach vorn laufenden Axe und endlich wieder um einen gewissen Winkel erhoben über die horizontale Ebene gedacht wird, so dass die oberen Flächen, und zwar verkürzt, sichtbar werden.

Um eine solche Zeichnung anzufertigen, bedarf es zuerst der richtigen Projection der drei zu Axen gewählten Richtungen, und zwar wollen wir von derjenigen dreier, zu einander rechtwinkeliger, gleich langer Axen (kubisches Krystallsystem) ausgehen. Die in der II. Abtheilung angewendete Projection erhält man auf folgende Art:

Man ziehe zwei, einander unter 90° schneidende Gerade KK' und LL', Fig. 608, theile die erstere in sechs gleiche Theile und ziehe durch K und K', sowie durch den zweiten und vierten Theilpunkt Parallelen zu LL'; dann trage man die Länge eines solchen Theiles von K' aus nach unten auf; verbindet man den so erhaltenen Punkt R mit O und verlängert RO jenseits, so ist der zwischen den beiden mittleren Verticalen enthaltene Theil dieser Geraden, AA', die Projection der nach vorn laufenden horizontalen Axe. Durch A ziehe man $AS \parallel OK$ und verbinde S mit O, so erhält man in der zweiten Verticalen einen Schnittpunkt T; man ziehe ferner $TB \parallel OK$, verbinde B mit O und verlängere nach der andern Seite, so ist BB' die Projection der querlaufenden horizontalen Axe. Um endlich die richtige Länge der vertical bleibenden dritten Axe zu finden, mache man OC und $OC' = OR$, so sind C und C' die gesuchten Endpunkte der verticalen Axe.

Fig. 608.

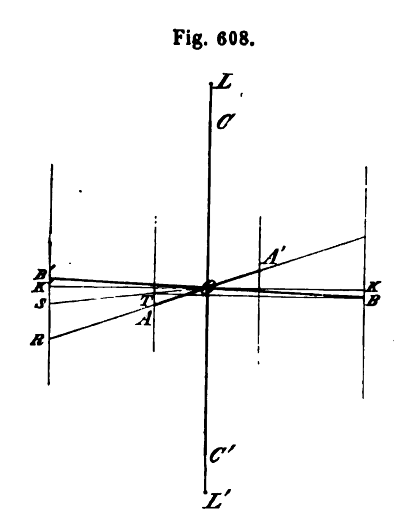
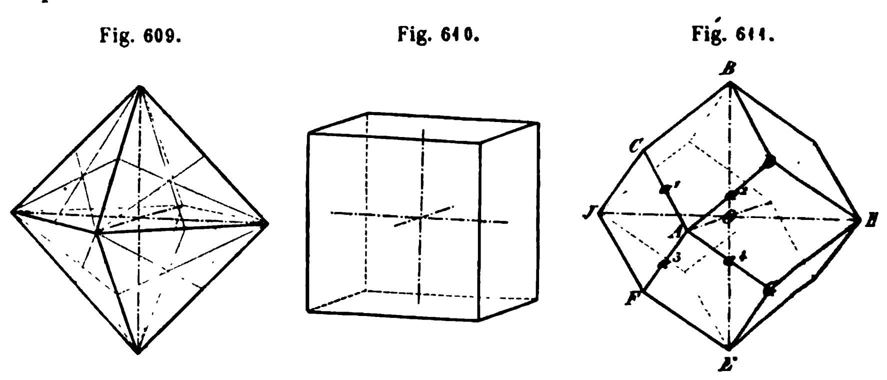


Fig. 609. Fig. 610. Fig. 611.



Verbindet man A mit B, A mit C, B mit C u. s. f., so erhält man das Bild des Oktaëders, vergl. Fig. 609. Wie man dasjenige des Hexaëders

construirt, geht unmittelbar aus Fig. 610 hervor. Die Kanten des Rhombendodekaëders, Fig. 611, erhält man auf folgende Weise: Zieht man durch *B*, *E*, *H*, *J* Gerade ∥ *BE* und *HJ*, so bilden diese den Durchschnitt der vier im Punkte *A* einander schneidenden Dodekaëderflächen mit der Axenebene *BOH*; die vier Kanten $a_1 a_2 a_3 a_4$ sind also die Verbindungslinien des Punktes *A* mit den Eckpunkten des von jenen vier Geraden gebildeten Vierecks. Verdoppelt oder verdreifacht man die Längen *OA*, *OB*, *OC*, so kann man die Durchschnitte der Flächen von Ikositetraëdern u. s. w. mit den Axenebenen einzeichnen, und wie man daraus die ganze Form erhält, lässt sich aus der Fig. 612 leicht erkennen, welche die Construction des Ikositetraëders {311}, dessen Parameter sich verhalten, wie 1 : 3 : 3, zeigt. Ebenso ist in Fig. 613 diejenige des Triakisoktaëders {221} mit den Parametern *OA*, *OM* = 2 · *OA* u. s. f., in Fig. 614 die des Tetrakishexaëders {210}, endlich in Fig. 615 die Construction des Hexakisoktaëders {321} mit den Parametern $OA : \frac{3}{2} OA : 3 OA$ dargestellt.

Fig. 612.

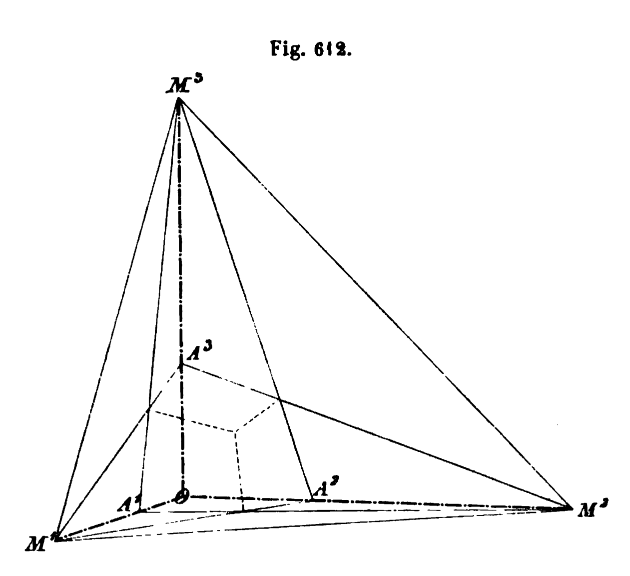
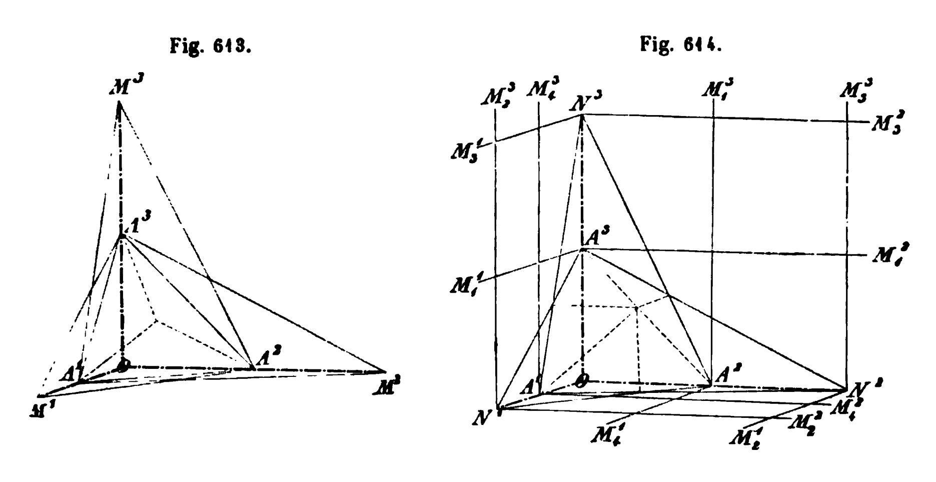


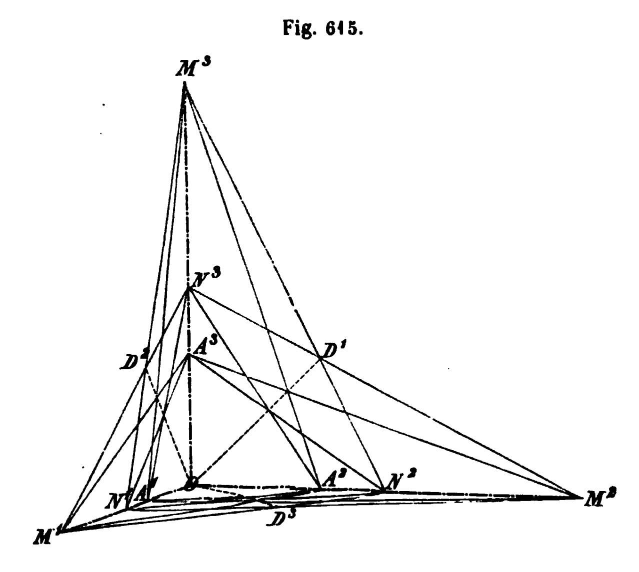
Fig. 613. Fig. 614.



Will man eine tetragonale Form zeichnen, so multiplicire man die Länge *OC* (Fig. 608) mit der Zahl *c*, welche das Verhältniss der Hauptaxe

zu den Nebenaxen angiebt, und trage die neue Länge von O aus nach oben und unten auf der verticalen Axe auf; verbindet man die neuen Endpunkte dieser mit denen der Nebenaxen, A, A', B, B', so erhält man die Kanten der primären tetragonalen Bipyramide {111} (vergl. Fig. 341).

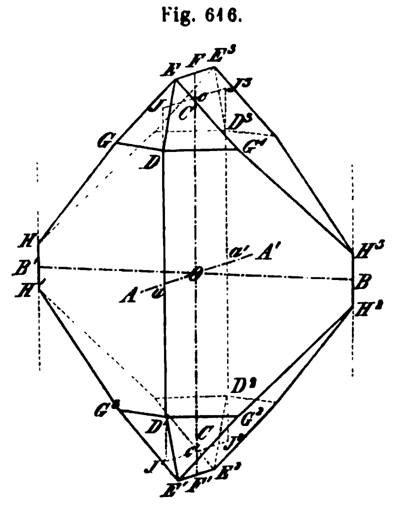
Fig. 615.



Hat man die Zeichnung einer rhombischen Combination auszuführen, so lässt man BB' unverändert, da wir den Parameter dieser Axe stets = 1 gesetzt haben, multiplicirt die Länge OA mit dem Werthe der Axe a und OC mit dem der verticalen c, und erhält so das Axenkreuz dreier rechtwinkeliger Axen $a : 1 : c$, deren Endpunkte, mit einander verbunden (vergl. Fig. 279), die Kanten der entsprechenden primären rhombischen Bipyramide liefern.

Wie nun die Zeichnung einer Combination mehrerer Formen weiterhin vorgenommen wird, soll an einem bestimmten Beispiel erläutert werden, und zwar wollen wir dazu einen rhombischen Krystall der bipyramidalen Klasse nehmen, da sich alsdann das Verfahren bei der Zeichnung eines tetragonalen oder kubischen Krystalls von selbst ergiebt.

Fig. 616.



Es soll die Combination: $p = \{110\}$, $o = \{111\}$, $q = \{011\}$ des Quecksilberchlorids, Fig. 290 S. 391, abgebildet werden. Zuerst wird auf die S. 594 angegebene Art das kubische Axenkreuz construirt; dieses sei in Fig. 616 dargestellt durch die Geraden AA', BB', CC'; das Axenverhältniss des Quecksilberchlorids ist nach S. 391: $a : b : c = 0{,}7254 : 1 : 1{,}0688$; wir müssen also die Länge OA mit 0,7254, die Länge OC mit 1,0688 multipliciren, um das Axenkreuz dieses Körpers zu erhalten; es ergeben sich die Projectionen der drei Axen aa', BB' (wie vorher), cc'. Ziehen wir nun

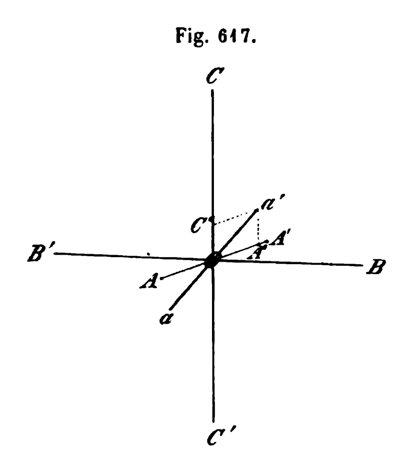
durch die Punkte aa', BB' Verticalen, so sind dies offenbar die Kanten des Prismas {110} für den hier anzunehmenden Fall, dass seine vier Flächen gleich gross ausgebildet seien. Trägt man nun von a aus auf der Prismenkante eine willkürlich gewählte Länge aD, ebenso nach unten aD^1, endlich auch, von a' aus, $a'D^2$ und $a'D^3$ auf, und sollen von diesen Punkten D aus die stumpferen Polkanten der Bipyramide o beginnen, so hat man nur $DE \parallel ac$, $D^1E^1 \parallel ac'$, $D^2E^2 \parallel a'c'$, $D^3E^3 \parallel a'c$ zu ziehen; nimmt man dann von O aus auf der Verticalaxe nach oben und unten eine gleich grosse willkürliche Länge $OF = OF'$ an und legt durch die Punkte F und F' Gerade, parallel der Axe aa', bis dieselben jene Polkanten der Bipyramide schneiden, so stellen erstere die obere und untere Kante des Prismas {011} dar. Von den Schnittpunkten E, E^1, E^2, E^3 aus hat man nun die Combinationskanten zwischen o und q zu construiren; diese sind aber parallel den schärferen Polkanten von o, da q diese abstumpft; also ziehe man $EG \parallel cB^1$, $EG' \parallel cB$, $E^1G^2 \parallel c'B$, $E^1G^3 \parallel c'B^1$ und ebenso dazu Parallele von E^2 und E^3 aus. Von D, D^1, D^2 und D^3 aus sind ferner zu ziehen die Combinationskanten zwischen {111} und dem Prisma {110}; da aber letzteres dasselbe $a : b$ hat, wie die Bipyramide, so muss $DG^1 \parallel D^1G^2 \parallel aB$ und ebenso links, und die entsprechenden Kanten auf der punktirt ausgeführten Hinterseite des Krystalls; so werden als Durchschnittspunkte der Kanten $o : q$ und $o : p$ die Punkte G, G^1, G^2, G^3 und die entsprechenden vier der Rückseite erhalten. Von diesen ausgehend, hat man endlich die Kanten $q : p$, d. h. GH, G^1H^3 u. s. f. zu construiren. Die Richtung von GH findet man auf folgende Art: Die linke obere Fläche $(0\bar{1}1)$ von q schneidet, wenn sie in den richtigen Abstand von der Mitte des Axenkreuzes gerückt wird, die Axenebene aOc in der Geraden JJ^3, die linke Prismenfläche dritter Art $(1\bar{1}0)$ unter derselben Bedingung (durch die Zeichnung schon erfüllt) in JJ^1; der Punkt J, in welchem die Durchschnitte beider Flächen mit der erwähnten Axenebene einander schneiden, muss demnach ein Punkt ihrer Combinationskante sein. Die Axenebene $B'Oc$ wird von $(1\bar{1}0)$ in einer Verticalen durch B', von $(0\bar{1}1)$ in einer Geraden $B'c$ geschnitten; diese beiden Durchschnitte haben den Punkt B' gemein, also ist dieser ein zweiter Punkt der Combinationskante, die somit bekannt ist. Man hat also, ihrer Richtung $B'J$ parallel, die Gerade GH zu ziehen, bis sie die durch B' gehende verticale Prismenkante schneidet, ebenso $G^1H^3 \parallel JB$, $G^2H^2 \parallel J'B$ u. s. f. Die hinteren und vorderen Kanten $q : p$ müssen einander in Punkten schneiden, welche genau in den durch B und B' gehenden Verticalen liegen, durch welche Uebereinstimmung die Genauigkeit der Zeichnung controlirt wird.

Die soeben auseinandergesetzte Methode zur Bestimmung der Richtung einer Combinationskante wird nun allgemein für diesen Zweck angewandt; man denkt sich die Flächen stets in der richtigen Lage zum Axenkreuz, also z. B. eine Fläche (221) durch die Punkte gelegt, welche von der Mitte um $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, c oder um a, b und $2c$ abstehen, — sucht dann die Durchschnitte der beiden zu combinirenden Flächen mit einer Axenebene und

bestimmt den Schnittpunkt derselben, nimmt das Gleiche in einer zweiten Axenebene vor und verbindet beide Schnittpunkte durch eine Gerade, deren Richtung die gesuchte Combinationskante ist.

Um einen hexagonalen Krystall mit dem Axenverhältniss 1 : 1 : 1 : zu zeichnen, entwirft man zuerst das Axenkreuz eines rhombischen, dessen b-Axe $= 1$, dessen a-Axe $= 1,732$ und dessen Verticale $= c$ des hexagonalen ist; nachdem man die Endpunkte der Axen a und b verbunden und so die Projection eines Rhombus von genau 120° Winkel (an der Seite erhalten hat, halbirt man die beiden Seiten der Axe a und zieht durch die Mittelpunkte Geraden parallel der Axe b, bis dieselben die Seiten des Rhombus schneiden; da sie mit diesen ebenfalls 120° bilden, so ist hierdurch ein Hexagon construirt, dessen Ecken, mit der Mitte verbunden, die drei Nebenaxen, in richtigem Längenverhältniss zur Hauptaxe c stehend, liefern. Die weitere Construction, nachdem einmal das Axenkreuz gegeben ist, bedarf keiner speciellen Erläuterung mehr; man hat einfach alle Kanten, welche nicht direct durch die Endpunkte und Richtungen der Axen bestimmt sind, auf die angeführte Art mittelst ihrer Durchschnitte mit zwei Axenebenen zu construiren.

Fig. 617.



Aus diesem Grunde ist auch für das monokline und trikline System nur nöthig, die Construction ihres Axenkreuzes anzugeben, da alsdann alles Uebrige sich von selbst versteht.

Sei in Fig. 617 AA', BB', CC' das kubische Axenkreuz, und sei dasjenige eines monoklinen Krystalls zu construiren, dessen a-Axe nach vorn geneigt ist, und mit c den Winkel β einschliesst. Man trägt von der Mitte aus nach oben die Länge

$$OC'' = OC \cdot \cos (180° - \beta)^{*})$$

und nach hinten diejenige

$$OA'' = OA' \cdot \sin \beta$$

auf, vollendet das Parallelogramm $OA''a'C''$ und macht $Oa = Oa'$, so sind aa', BB', CC' die drei Axen des betreffenden Krystalls für den Fall, dass dieselben gleiche Länge haben; man hat also nur nöthig, Oa und Oc

*) Die Multiplication der Längen mit den trigonometrischen Functionen hier und beim triklinen Systeme kann man, nach dem Vorschlage von A. J. Moses, durch ein graphisches Verfahren ersetzen, wenn man mit der Einheit des zum Abstechen der Längen benutzten Maassstabes als Radius einen Quadranten construirt, in welchen die zu den Winkeln von 5° zu 5° gehörigen cos und sin durch horizontale und verticale Gerade eingetragen sind.

mit den betreffenden Werthen des Axenverhältnisses zu multipliciren, um das definitive Axenkreuz zu erhalten*).

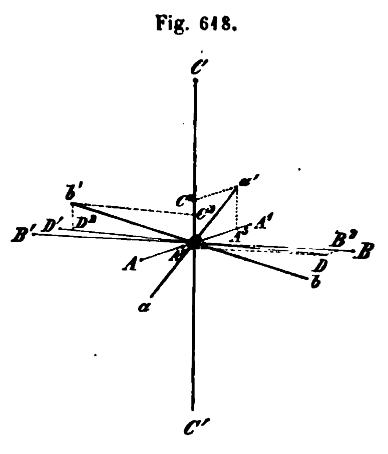
Um nun endlich das Axenkreuz eines triklinen Krystalls zu finden, dessen drei Axenwinkel α (Axe b : Axe c), β und γ sind, gehe man wieder von dem kubischen Axenkreuze AA', BB', CC', Fig. 618, aus, trage auf OB die Länge

$$OA^2 = OA \cdot \cos C$$

und auf OB die Länge

$$OB^2 = OB \cdot \sin C$$

auf, wobei C den Winkel (100) : (0$\bar{1}$0) bedeutet, so ist, wenn man das Parallelogramm OA^2DB^2 gezogen hat, die Ebene COD die projicirte Ebene (100), wenn (010) unverändert geblieben ist, und OD eine in derselben befindliche Horizontale von der Länge 1. Man nehme nun in OC die Längen


Fig. 618.

$$OC^3 = OC \cdot \cos(180^\circ - \beta)$$
$$OC^2 = OC \cdot \cos\alpha\,,$$

ferner in OA^1

$$OA^3 = OA^1 \cdot \sin\beta$$

und in OD^1 (wenn der spitze Axenwinkel α links, andernfalls in OD)

$$OD^2 = OD^1 \cdot \sin\alpha\,,$$

vollende die Parallelogramme $OA^3a'C^3$ und $OD^2b'C^2$, ziehe deren Diagonalen und verlängere sie jenseits O um denselben Werth, so sind aa', bb', CC' die Projectionen der drei Axen der betreffenden Krystallform, wenn $a : b : c = 1$; man hat also bb' unverändert zu lassen und aa' mit a, CC' mit c zu multipliciren, um das Axenkreuz des Krystalls mit dem Parameterverhältniss $a : b : c$ zu erhalten.

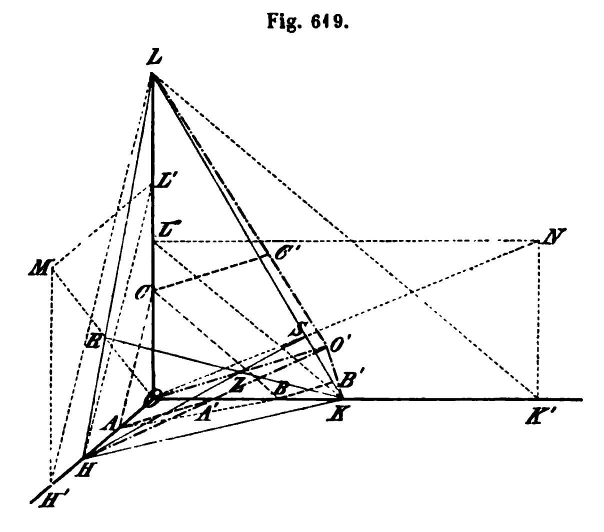
Zeichnung der Zwillingskrystalle. Um diese in derselben Weise zu projiciren, hat man erstens das Axenkreuz des einen Krystalls in der richtigen

*) Bei Krystallen von der Ausbildung des Epidots (s. S. 365) erscheinen zuweilen bei der zur Construction der rechtwinkeligen Axen (Fig. 608) gewählten Drehung die Seitenflächen des Krystalls so verkürzt, dass die Zeichnung undeutlich wird. Dann wählt man zweckmässig eine stärkere Drehung des Krystalls gegen die Projectionsrichtung, wie man sie z. B. auf folgende Art erhält: Man theilt KK' (Fig. 608) in vier gleiche Theile und trägt einen solchen Theil von K aus nach unten ab; die Verbindung des Endpunktes dieser Länge mit O ist die gedrehte Axe b. Alsdann trägt man von O nach K' die Länge $\frac{3}{4} \cdot OK'$ auf und vom Endpunkte dieser Strecke senkrecht nach abwärts die Hälfte jener Länge; der Endpunkt, mit O verbunden, giebt die gedrehte Axe a. Die so erhaltenen Richtungen sind die Projectionen dreier gleich langer, rechtwinkeliger Axen; die Drehung der Axe a in die Richtung, welche mit c den Winkel β bildet, erfolgt dann ganz ebenso, wie a. vor. S. für die gewöhnliche Projectionsmethode angegeben ist.

Stellung zu construiren, zweitens dasjenige des zweiten in einer Stellung, in welcher es gegen eine bestimmte Krystallfläche des ersten (die Zwillingsebene) symmetrisch liegt.

Sei in Fig. 619 OA, OB, OC das Axenkreuz des ersten Krystalls, seien OH, OK, OL die Parameter der Krystallfläche, welche die Zwillingsebene bildet, so suche man den Punkt Z, in welchem eine aus O auf die Ebene HKL gefällte Normale diese trifft. Diesen Punkt findet man folgendermassen: Ziehe HL' und $LH' \parallel AC$, KL'' und $LK' \parallel BC$, construire die Parallelogramme $OH'ML'$ und $OK'NL''$ und deren Diagonalen OM und ON; den Punkt R, wo OM und HL sich schneiden, verbinde man mit K, so ist KR eine Höhenlinie des Dreiecks HKL; den Punkt S, in welchem ON und KL sich schneiden, verbinde man mit H, so ist SH eine zweite Höhenlinie jenes Dreiecks; Z ist der Schnittpunkt dieser beiden Höhenlinien, also ist OZ die Projection der Normalen von O aus auf die Ebene HKL. Verlängert man OZ jenseits Z um seine eigene Länge, so erhält man einen Punkt O', welchen man durch Gerade mit H, K und L verbindet; alsdann sind $O'H$, $O'K$ und $O'L$ die Richtungen der drei Axen a, b, c des in Zwillingsstellung befindlichen zweiten Krystalls, und ihre Längen gleich den Parametern der Zwillingsfläche HKL, welche dann für beide Krystalle identisch ist, nur dass diese umgekehrt gegen sie liegen. Will man nun das primäre Axenkreuz, d. h. die Parameterlängen der Grundform haben, so braucht man nur durch A, B und C Parallelen zu OZ zu legen, bis sie die Axen des zweiten Krystalls schneiden, so ist $O'A'$, $O'B'$, $O'C'$ die Projection des Axenkreuzes für den zweiten, in Bezug auf HKL gegen den ersten symmetrisch liegenden Krystall. Mit Hülfe dieses Axenkreuzes zeichnet man nun diesen nach derselben Methode wie den ersten, und verschiebt ihn, parallel sich selbst, so weit, wie es der natürlichen Ausbildung der Zwillingskrystalle entspricht.

Fig. 619.



Sehr viel einfacher gestaltet sich die Construction, wenn die Zwillingsebene einer Axe eines rhombischen oder monoklinen Krystalls parallel ist. Seien AA', BB', CC' die Axen eines monoklinen Krystalls (der Fall eines rhombischen würde sich nur dadurch unterscheiden, dass der Winkel AOC

gleich dem in Fig. 608 und 616 wäre), und seien OA' und OC die Parameter der, der Axe B parallelen, Zwillingsebene, durch deren Symbol die Winkel x und y gegeben sind. Legt man nun durch C die in der Figur kurz angedeuteten Richtungen der kubischen Axen a und c und trägt auf der verticalen die Länge

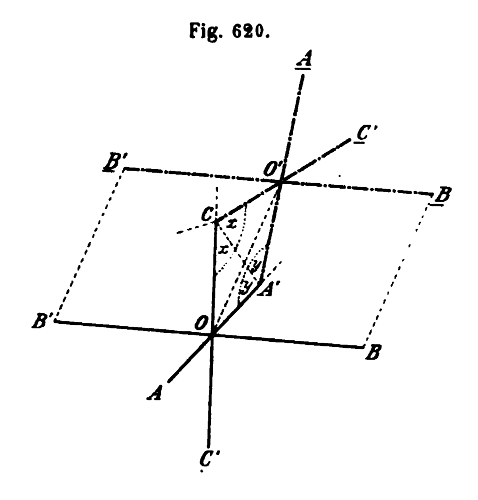
$$c \cdot \cos(180^\circ - 2x),$$

auf der andern (a) nach rückwärts

$$a \cdot \sin 2x$$

auf, so erhält man die strichpunktirte Richtung, welche in der Ebene $A'CO$ mit $A'C$ den gleichen Winkel nach der andern Seite einschliesst, wie OC, also symmetrisch zu OC in Bezug auf die Zwillingsebene liegt. Unter Benutzung des Winkels y erhält man durch die analoge Construction (welche im Princip derjenigen der Fig. 617 entspricht) die zu OA' symmetrische Richtung und als Schnittpunkt beider den Axenmittelpunkt O' des in Zwillingsstellung befindlichen zweiten Krystalls. Zieht man schliesslich durch O' eine Parallele zu BB' und macht $B\underline{B}$ und $B'\underline{B}' \parallel OC'$, so sind $\underline{A}A'$, $\underline{B}\underline{B}'$, $C\underline{C}'$ die Axen des zweiten Krystalls, und zwar sind die Parameter $O'\underline{A}$, $O'\underline{B}$, $O'C$ gleich denjenigen des ersten, nämlich OA, OB, OC.

Fig. 620.



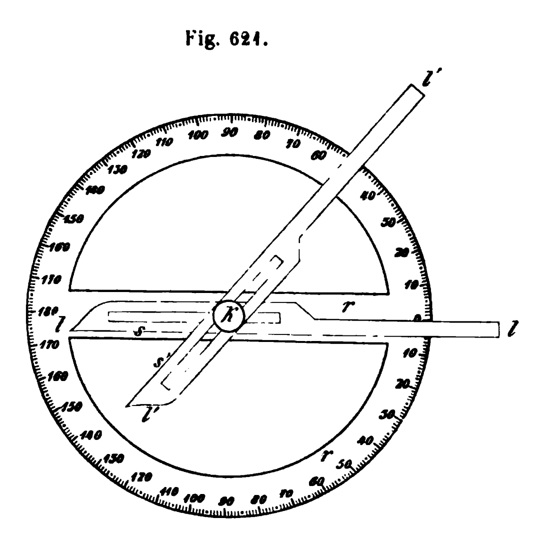
Wie schon auf S. 599 Anmerk. erwähnt, bietet zuweilen die übliche, im Vorhergehenden angegebene Methode der Projection kein übersichtliches Bild des Krystalls dar, und namentlich ist dies bei Zwillingen der Fall, welche nicht selten eine andere Stellung erfordern, um die Art der Verwachsung deutlich hervortreten zu lassen. In solchen Fällen ist es erforderlich, mit Hülfe der Lehrsätze der darstellenden Geometrie die specielle Art der Projection aufzusuchen, welche für die gegebenen Elemente des Krystalls die geeignetste ist; eine durch zahlreiche Beispiele illustrirte Anleitung hierzu gab St. Jolles in »Orthogonale Projection krystallographischer Axensysteme« (Zeitschr. f. Kryst. u. Min. **22**, 1 f. u. 5. Taf.).

Krystallmessung. Goniometer und Refractometer.

§ 11. Contactgoniometer.

1) Das Anlegegoniometer. Das Instrument, mit welchem zuerst Krystallwinkel gemessen wurden, ist das Anlegegoniometer, welches im vorigen Jahrhundert von dem Künstler Carangeot, der für den französischen Krystallographen Romé de l'Isle Krystallmodelle anfertigte, erfunden wurde. Dasselbe, in Fig. 621 in einer der jetzt üblichen Formen abgebildet, besteht aus zwei Linealen, *ll* und *l'l'*, welche um eine zu ihrer Ebene normale Axe drehbar sind. Dieselben können mittelst des Knopfes *k* von dem Kreise *r*, um dessen Centrum sie drehbar sind, abgehoben werden. Bringt man nun die zu messende Krystallkante so zwischen die beiden Schneiden *s* und *s'*, dass sie normal zu deren Ebene steht, und dreht die Schenkel der Lineale so weit, dass *s* auf der einen, *s'* auf der andern Krystallfläche genau aufliegt (was man am besten sehen kann, wenn man das Ganze dabei gegen das Licht hält), so bilden die beiden Lineale offenbar denselben Winkel mit einander, welchen die beiden, in der zu messenden Kante einander schneidenden Krystallflächen einschliessen. Steckt man nun die Axe derselben wieder in die im Centrum des Kreises *r* befindliche kreisrunde Oeffnung und dreht sie, bis der eine Schenkel an den Stift *o* anschlägt, so zeigt die durch das Centrum gehende Schneide des anderen unmittelbar auf dem Kreise den gesuchten Winkel an. Oft verbindet man auch das eine Lineal fest mit der Kreistheilung, nimmt aber alsdann nur einen Halbkreis. Um auch aufgewachsene Krystalle messen zu können, bei denen oft ein Auflegen der Schenkel wegen der benachbarten Krystalle nicht möglich wäre, kann man dieselben beliebig verkürzen durch Parallelverschiebung beider Lineale.

Fig. 621.



Dieses Instrument kann natürlich nur bei sehr grossen und ganz ebenen Flächen eine grössere Genauigkeit geben, als etwa auf 1°; es dient daher nur zur Anfertigung von Krystallmodellen, oder höchstens zur Orientirung an sehr grossen, für andere Goniometer etwa zu unbehülflichen Krystallen, während man sich sonst stets des Reflexionsgoniometers (s. S. 16) bedient. Dieses setzt aber voraus, dass die Flächen, deren relative Neigung man bestimmen will, spiegelnde seien, ist also nicht anwendbar, wenn es sich, wie es z. B. bei einzelnen Mineralien (Feldspath) der Fall ist, um matte, wenn auch ebene Flächen handelt. Man hat verschiedene Verfahren eingeschlagen, um solche Krystalle der Messung mit dem Reflexionsgoniometer zugänglich zu machen: entweder fertigt man von denselben Abdrücke, z. B. in Siegellack, an denen alsdann die Messung vorgenommen wird, oder man überzieht die Krystallflächen mit einer Harzlösung, welche nach dem Trocknen eine glänzende Oberfläche zeigt, oder endlich, man bedeckt sie mit Plättchen von dünnem Deckglase, welche durch möglichst wenig zwischengebrachten flüssigen Canadabalsam darauf festgehalten werden. Es leuchtet ein, dass die Genauigkeit der Messung bei Benutzung solcher künstlich hergestellter glänzender Flächen davon abhängt, bis zu welchem Grade die letzteren den eigentlichen Flächen des Krystalls parallel sind; die Abweichung beider vom Parallelismus kann unter Umständen eine recht beträchtliche sein. und es giebt kein Mittel, dieselbe genau zu bestimmen.

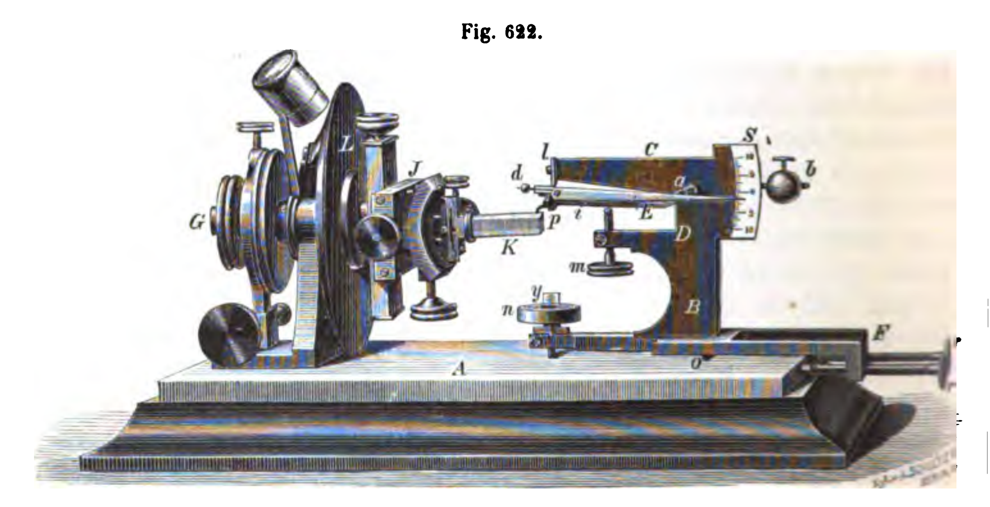
Ein anderes Verfahren, um spiegelungslose Flächen der Messung zu unterwerfen, hat J. Hirschwald (s. N. Jahrb. für Min., Geol. u. s. w. 1879, 301 u. 539, 1880, 156 und Zeitschr. f. Kryst. 4, 219, s. auch ebenda 8, 16) vorgeschlagen. Derselbe benutzt ein Mikroskop, welches in einer zu seiner Axe senkrechten Ebene parallel verschiebbar ist, und bestreicht damit die von oben beleuchtete Krystallfläche. Diese ist jener Ebene genau parallel, wenn sie bei der Verschiebung des Mikroskops von rechts nach links und von vorn nach hinten immer in gleicher Entfernung vom Objectiv bleibt, was man dadurch erkennt, dass ihre Umrisskanten und etwa auf der Fläche befindliche Unebenheiten, Aetzfiguren etc. oder ein darauf gestreutes feines Pulver immer in gleicher Schärfe sichtbar bleiben, während das Mikroskop mittelst zweier, in zu einander senkrechten Richtungen wirkender, Schrauben über dieselbe hinbewegt wird. Hat man nun den Krystall centrirt und justirt (vergl. S. 16) auf der Axe eines Theilkreises angebracht, welcher mit dem Mikroskopträger in fester Verbindung steht, so kann man durch Drehung jener Axe eine zweite Krystallfläche in das Gesichtsfeld des Mikroskopes und auf gleiche Weise in dieselbe Lage bringen, welche vorher die erste Fläche einnahm. Werden nun beide Stellungen des Kreises am Nonius abgelesen, so ist die Differenz beider Ablesungen offenbar der gesuchte Winkel. Es liegt aber auf der Hand, dass die Genauigkeit dieses Verfahrens davon abhängt, innerhalb welcher Grenzen die Entfernung der Fläche vom Objectiv des Mikroskopes variiren kann, ohne dass dieselbe aufhört, scharf sichtbar zu sein. Für manche

Personen sind diese Grenzen sehr enge, für andere, welche eine grosse Accommodationsfähigkeit des Auges besitzen, ziemlich weite, daher die Genauigkeit der Messung mit diesem ziemlich complicirten, von seinem Erfinder »Mikroskopgoniometer« genannten Instrumente von subjectiven Verhältnissen abhängt.

Der geeignetste Apparat, um matte Flächen mit einer weit grösseren Genauigkeit, als mittelst des Anlegegoniometers, zu messen, ist das von R. Fuess erfundene »Fühlhebelgoniometer«, welches daher an dieser Stelle ausführlicher beschrieben werden soll.

2) **Das Fühlhebelgoniometer.** Auf einer matt und vollkommen eben geschliffenen Glasplatte, der »Grundplatte« *A* Fig. 622, ist ein Theilkreis *L*, dessen Ebene genau senkrecht zur Grundplatte steht, befestigt. Derselbe

Fig. 622.



ist um eine zu *A* parallele Axe drehbar mittelst der grösseren der beiden links davon sichtbaren, am Rande gekerbten Messingscheiben*), wobei sich zugleich die innerste, durch den Knopf *G* auch unabhängig davon drehbare Axe mit bewegt, welche an ihrem andern Ende die Centrir- und Justirvorrichtung *J* und den Krystall *K* trägt. Die erstere besteht zunächst dem Kreise aus zwei gekreuzten Schlitten, welche durch je eine Schraube eine Parallelverschiebung in zwei zu einander senkrechten Richtungen und damit die Centrirung des Krystalls *K* gestatten, ferner aus zwei cylindrischen Schlitten, welche durch Drehung der an denselben angebrachten Schrauben eine Neigung in zwei zu einander senkrechten Ebenen und damit die Justirung der betreffenden Kante ermöglichen (Näheres über diese Vorrichtungen s. § 12). Die Stellung des Kreises kann an einem Nonius durch die mittelst eines Armes mit der Goniometeraxe verbundene Lupe abgelesen werden.

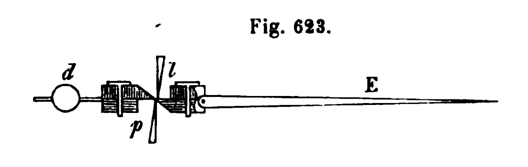
*) Oder mittelst der darunter befindlichen Feinstellschraube, deren Einrichtung und Gebrauch im nächsten Paragraphen beschrieben werden soll.

Hat man nun eine von zwei Krystallflächen gebildete Kante auf diesem Instrumente centrirt und justirt*), so ist man im Stande, durch Drehung des Limbus *L* einmal die eine, das andere Mal die andere Fläche der Grundplatte parallel zu stellen, und offenbar ist alsdann die Differenz der beiden Ablesungen am Nonius der gesuchte Flächenwinkel. Es handelt sich also bei dieser Messung darum, den Parallelismus einer Fläche des am Goniometer befestigten Krystalls mit der horizontalen Grundplatte genau zu prüfen. Dies geschieht mit der Fuess'schen Fühlhebelvorrichtung, welche auf die rechte Seite der Grundplatte aufgesetzt wird. Dieselbe besteht aus einem Messingstativ *B*, welches mit drei konischen stählernen Füsschen, zwei festen *o* (von denen nur eines in der Figur sichtbar ist) und einem durch die Schraube *n* verstellbaren, auf der Grundplatte aufruht. Von dem Stativ *B* laufen nach links zwei Arme *C* und *D* aus, von denen der erstere am Ende ein Stahlstück *l* trägt, dessen unterster Theil eine horizontale, senkrecht zur Zeichnungsebene verlaufende Schneide bildet. Durch den Arm *D* geht die mit einem feinen Gewinde versehene Schraube *m*, auf welcher das Hebelsystem *i* aufruht. Dieses besteht aus zwei parallelen und gleich gestalteten, nach rechts aufgebogenen Stahlstäbchen, von denen das hintere in der Figur durch das vordere verdeckt ist, und welche bei *p* und *a* durch horizontale Querstücke verbunden sind; das erstere von diesen trägt in der Mitte eine Fortsetzung, welche in ein nach unten gebogenes Messingstiftchen, im Folgenden als »Fühler« bezeichnet, ausläuft, während auf ihrer Oberseite eine der Schneide *l* parallele, aber nach oben gerichtete Schneide befestigt ist; die rechte, bei *a* gelegene Querverbindung der Rahmentheile geht durch eine, unter *a* befindliche, nur halb sichtbare Durchbohrung des Statives *B*, welche so weit ist, dass sie jener eine kleine Bewegung gestattet, hindurch. Die beiden dem Arme *C* parallelen Stäbchen setzen noch fort bis zu einer ganz wenig rechts von der vorigen (siehe unter *a* rechts abwärts) befindlichen Durchbohrung, in welcher ein horizontaler Stahlcylinder befestigt ist, an dessen Enden die beiden Stäbchen mit kleinen Schraubenzapfen anliegen, so dass das ganze Hebelsystem *i* um die Axe jenes Stahlcylinders drehbar ist. Während der vordere Theil desselben an dieser Stelle aufhört, setzt sich der hintere nach rechts in einen langen Stahlstab fort, welcher die verschiebbare Kugel *b* trägt, mittelst deren das ganze Hebelsystem *i* balancirt werden kann. Zwischen der an

*) Dies geschieht bei diesem Instrumente mittelst eines in der Figur nicht mit abgebildeten Hülfsapparates, bestehend aus einer scharfen Stahlschneide, welche an einem Messingarme befestigt ist, dessen Untersatz auf drei Schrauben ruht, während eine seitliche Fortsetzung noch zwei horizontale Schräubchen trägt. Die Schneide befindet sich genau in der Richtung der Goniometeraxe, wenn man den kleinen Apparat so auf die Grundplatte aufsetzt, dass die beiden horizontalen Schrauben die vordere Randfläche desselben berühren. Der Krystall *K* wird nun mittelst der an *J* befindlichen Schrauben so gerichtet, dass die zu messende Kante die Stahlschneide fast berührt und ihr genau parallel läuft.

diesem befestigten und daher mit demselben beweglichen Schneide p und der früher erwähnten festen Schneide l befindet sich nun frei schwebend der eigentliche Fühlhebel E, dessen Construction aus Fig. 623 ersichtlich ist. Derselbe besteht aus zwei Stahlplatten (in der Figur ungleich schraffirt), welche durch Schrauben fest verbunden sind. Aus beiden ist in ihrem mittleren Theile auf gleiche Art ein viereckiges Stück mit drei senkrechten und einer schiefen Seitenfläche ausgeschnitten; die Platten sind so aneinander gelegt, dass die schiefen Seiten des ausgeschnittenen Theiles parallel sind und beinahe in eine Ebene fallen. An dem so gebildeten Rahmen ist an einer Seite ein circa 7 cm langer, aus Elfenbein hergestellter Arm E, der »Zeiger«, befestigt, welcher auf der andern Seite durch eine kleine verschiebbare Metallkugel d balancirt werden kann. Die ganze Vorrichtung wird so zwischen die beiden Schneiden eingelegt, dass Schneide l auf der oberen Seite der unteren Platte und Schneide p auf der unteren Seite der oberen Platte aufliegt. Da die Schneide l fest ist, so bildet sie die Drehungsaxe des Hebels E, dessen beide Theile durch Verschiebung der Kugel d so balancirt werden, dass der linke ein sehr kleines Uebergewicht besitzt. Am Niedersinken wird derselbe dadurch verhindert, dass die bewegliche Schneide p von unten her ihn berührt, ein Contact, welcher durch die Stellung der Schraube m bewirkt wird (vergl. Fig. 622); das mit der Schneide p in Verbindung stehende Hebelsystem i ist durch die Kugel b so genau balancirt, dass die leiseste Berührung des an p befindlichen »Fühlers« sofort eine Hebung der linken und eine Senkung der rechten Seite zur Folge hat. Dadurch wirkt die Schneide p auf den Fühlhebel, indem sie dessen linke Seite hebt, und da der horizontale Abstand der beiden Schneiden p und l ein äusserst geringer ist, so entspricht einer sehr kleinen Aufwärtsbewegung der ersteren ein grosser Ausschlag des Zeigers E nach unten. Hat also die Schraube m diejenige Stellung, bei welcher die bewegliche Schneide p nur eben den Fühlhebel in einer solchen Lage schwebend erhält, dass der Zeiger E desselben auf den Nullpunkt der bei S auf dem Stativ angebrachten Theilung gerichtet ist, so genügt offenbar die leiseste Berührung des Fühlers, um einen merkbaren Ausschlag des Zeigers auf der Scala hervorzubringen*).

Fig. 623.



*) Betreffs der Fig. 622 muss bemerkt werden, dass an den neueren Fuess'schen Instrumenten sich der Nullpunkt am oberen Ende der Theilung, in der Mitte also 10 und unten 20, befindet, so dass die Gleichgewichtsstellung des Fühlhebels nicht, wie in der Figur, horizontal, sondern eine schräg nach rechts ansteigende ist. Da es sich nur um die Beobachtung von abwärts gerichteten Ausschlägen handelt, ist diese unerhebliche Aenderung der in Fig. 622 abgebildeten Anordnung vorzuziehen. Am unteren

Diese Empfindlichkeit wird nun benutzt, um den Parallelismus einer horizontal gestellten Krystallfläche mit der Grundplatte zu prüfen. Ist die zu messende Kante des Krystalls genau justirt, d. h. der Grundplatte parallel, so genügt es offenbar, den Parallelismus einer zur Kante senkrechten, in der Krystallfläche gelegenen Geraden mit der genannten Platte zu constatiren. Zu diesem Zwecke kann man den ganzen Fühlhebelapparat von vorn nach hinten verschieben, wobei derselbe mit den Enden der beiden Stahlschrauben r, welche durch die Verlängerungen F des Statives B gehen, an der der Ebene des Theilkreises parallelen Seitenfläche der Grundplatte entlang gleitet. Dabei beschreibt der Fühler auf der Krystallfläche eine Gerade, welche die erforderliche, zur Kante senkrechte Richtung besitzt, und wird bei vollkommenem Parallelismus der Fläche mit der Grundplatte, welcher durch Drehung des Krystalls mittelst der Feinstellschraube bewirkt wird, an allen Stellen die Fläche eben berühren, vorausgesetzt, dass vorher dem Fühler durch Heben oder Senken mittelst der Schraube n, wobei sich der ganze Fühlhebelapparat um die beiden festen Stahlspitzen o dreht, die erforderliche Höhenstellung ertheilt ist. Ein solches Gleiten ist aber natürlich nur auf einer sehr glatten Fläche möglich. Die matten Flächen der hier in Betracht kommenden Krystalle besitzen nun häufig Hervorragungen und andere Unebenheiten und erfordern deshalb das folgende Verfahren: Der Fühler wird durch die Schraube n so hoch gestellt, dass er über alle Stellen der Fläche frei hinweg gehen kann, aber derselben stets sehr nahe bleibt; nun sucht man auf der Krystallfläche nahe der Kante und möglichst entfernt davon in der dazu senkrechten Richtung zwei möglichst ebene Stellen aus, bringt den Fühler über die eine und senkt ihn durch Drehung der Schraube n bis zur Berührung. n ist eine Mikrometerschraube, deren Windungen je 0,5 mm hoch sind und deren Rand in 100 Theile getheilt ist, so dass eine Hebung des Fühlers um 0,005 mm direct abgelesen und eine solche von 0,001 mm noch geschätzt werden kann; die ganzen Umdrehungen werden an dem in halbe Millimeter getheilten Index y abgelesen. Mittelst dieser Vorrichtung kann man also sehr genau bestimmen, um wie viel der Apparat gesenkt werden musste, um die Berührung des Fühlers mit der Krystallfläche hervorzubringen, wobei man die Genauigkeit noch durch mehrmalige Wiederholung des Versuches an mehreren nahe benachbarten Punkten und durch Mittelziehung der einzelnen Ablesungen erhöhen kann; alsdann wiederholt man das Gleiche nach einer entsprechenden Verschiebung des Fühlhebelapparates an der zweiten der beiden ausgesuchten Stellen der Krystallfläche. Ist die hier bis zur Berührung erforderliche Senkung die gleiche, so ist offenbar die Krystallfläche der Grundplatte parallel; andernfalls corrigirt man durch die

---

Ende der Scala ist ein Knöpfchen angebracht, welches über die Theilung hinausgehende Ausschläge des Zeigers verhütet.

feine Drehung der Goniometeraxe die Stellung des Krystalls so lange, bis beide Sondirungen genau das gleiche Resultat ergeben.

Ueber die bei derartigen Messungen zu erreichende Genauigkeit, sowie über die Prüfung des Instrumentes s. die Arbeit von A. Schmidt, über das Fuess'sche Fühlhebelgoniometer, Zeitschr. f. Kryst. 8, 1.

3) **Mikrogoniometer.** Zu den Contactgoniometern kann man endlich auch diejenigen Vorrichtungen rechnen, in denen die Winkelmessung mittelst eines optischen Contactes geschieht, und solche Vorrichtungen. »Mikrogoniometer«, sind es, welche besonders zur Messung mikroskopischer Krystalle benutzt werden. Da man unter dem Mikroskope nur die in einer Ebene liegenden Theile eines Krystalls scharf erblickt, so kann mit diesem Instrumente nur die Messung ebener Winkel vorgenommen werden, d. h. derjenigen, welche je zwei Kanten einer auf dem Tische des Mikroskopes horizontal liegenden Krystallfläche mit einander bilden. Hierzu benutzt man am einfachsten ein Mikroskop*), in dessen Ocularsysteme ein rechtwinkeliges Fadenkreuz angebracht ist, welches man gleichzeitig mit dem Krystall im Gesichtsfelde erblickt, und dessen Tisch um seinen Mittelpunkt drehbar und so eingerichtet ist, dass man seine Drehung an einer am Rande desselben befindlichen Theilung ablesen kann. Die Drehungsaxe des Tisches muss mit der optischen Axe des Mikroskopes zusammenfallen, welche durch den Kreuzungspunkt der Fäden in der Mitte des Gesichtsfeldes bezeichnet ist. Behufs der Messung wird nun zunächst der Eckpunkt der Krystallfläche, in welchem die beiden Kanten, deren ebenen Winkel man sucht, einander schneiden, durch Verschiebung des Krystalls mit dem Kreuzungspunkte der Fäden zur Deckung gebracht; alsdann wird durch Drehung des Tisches mit dem darauf liegenden Krystall eine der beiden Kanten parallel eingestellt mit einem der beiden Fäden, was sich besonders genau erreichen lässt, wenn man die Kante ein wenig neben dem Faden einstellt, statt beide vollkommen zur Deckung zu bringen. Nachdem diese Stellung des Mikroskoptisches zu dessen Theilung abgelesen worden ist, wird derselbe gedreht, bis die zweite Kante in gleiche Richtung gelangt ist, welche vorher die erste inne hatte, und dann wiederum abgelesen; die Differenz beider Ablesungen ist der gesuchte Winkel.

Diese Methode der Winkelmessung unter dem Mikroskope ist besonders wichtig für petrographische Untersuchungen, bei denen es sich oft um die Bestimmung der Gestalt von Krystallen handelt, von welchen in einem Gesteinsschliffe sehr dünne Querschnitte vorliegen. Obgleich deren Orientirung gegen die krystallographischen Axen unbekannt und natürlich für jeden Durchschnitt eine andere ist, so kann doch aus der Umrissfigur eines solchen Durchschnittes, d. h. aus den ebenen Winkeln desselben, wenn diese nach

*) Die nähere Beschreibung der zu krystallographischen Zwecken geeigneten Mikroskope folgt in § 27.

der angegebenen Methode gemessen worden sind, ein Schluss auf die Stellung der Durchschnittsebene und daraus auf die Form des Krystalls gezogen werden, namentlich wenn man noch andere Hülfsmittel hinzuzieht, z. B. die in derselben Weise zu bestimmende Richtung etwa sichtbarer Spaltungsrisse, die Schwingungsrichtungen des polarisirten Lichtes, die Interferenzerscheinungen im convergenten Lichte u. s. w. So würde man z. B. unter den in einem solchen Gesteinschliff vorhandenen Krystallschnitten eines monoklinen Minerals mit prismatischer Spaltbarkeit, durch das Vorhandensein von Spaltungsrissen nach einer einzigen Richtung, leicht diejenigen herausfinden, deren Ebene der Kante des Spaltungsprisma parallel geht, und unter diesen wieder die zu (010) ungefähr senkrechten dadurch, dass in ihnen die Schwingungsrichtungen des polarisirten Lichtes den Spaltrissen parallel sind. Bei Auffassung des Spaltungsprisma als {110} hätte man in einem Schnitte der letzterwähnten Art einen solchen nach dem Pinakoid {100} vor sich, dessen Gestalt, verglichen mit denen der andern verticalen Schnitte, d. h. derjenigen, in denen alle Spaltungsrisse parallel verlaufen, ein Urtheil über die an den Krystallen auftretenden Endflächen und deren ungefähre Winkel gestattet. Andererseits sind unter den Durchschnitten, in denen beide Spaltungsrichtungen beobachtet werden, diejenigen, in welchen dieselben ungefähr den Winkel des Spaltungsprisma mit einander bilden, offenbar annähernd senkrecht zur Kante dieses Prismas; die Gestalt der Umrisse liefert hier also direct die Winkel der am Krystall ausgebildeten verticalen Flächen. J. Thoulet hat für die petrographisch wichtigsten Mineralien (Pyroxene, Amphibole, Feldspäthe) die ebenen Winkel berechnet, welche die Spaltungsrichtungen in verschiedenen, den Hauptzonen der Krystalle angehörigen Ebenen bilden, und dadurch die Aufgabe, die Orientirung dieser Mineralien in Gesteinschliffen zu bestimmen, sehr erleichtert (Annales d. mines (7) 1878, **14**, 3).

Eine weniger häufig, als die vorstehend beschriebene, gebrauchte Methode der mikroskopischen Winkelmessung besteht darin, dass man, anstatt den Tisch des Mikroskopes drehbar zu machen, ein Fadenkreuz anwendet, dessen einer Faden um die Mitte drehbar ist, und dessen Drehung an einer aussen am Oculare angebrachten Theilung abgelesen werden kann. Man bringt hierbei ebenso, wie bei der gewöhnlichen Methode, den Schnittpunkt der beiden Kanten des Krystalls in den Kreuzpunkt der beiden Fäden, stellt alsdann den beweglichen Faden einmal auf die erste, das andere Mal auf die zweite Kante der Krystallfläche ein und bestimmt am Kreise die dazwischen erfolgte Drehung.

Endlich werde noch eine von Leeson vorgeschlagene Einrichtung zur genauen Messung der ebenen Winkel mikroskopischer Krystalle beschrieben, welche in Fig. 624 im Durchschnitt, in Fig. 625 in perspectivischer Ansicht dargestellt ist. Der Apparat wird auf dem Ocularrohr des Mikroskopes mittelst des Ringes *a* befestigt, welcher durch den Träger *b* mit dem getheilten Kreise *cd* fest verbunden ist; auf diesem ist eine abgeschrägte kreisförmige

Platte mit der Hülse *ef* drehbar; die letztere enthält ein doppeltbrechendes Prisma von Quarz, dessen Dispersion dadurch beseitigt ist, dass ein ebenso stark dispergirendes Glasprisma mit demselben in umgekehrter Stellung

Fig. 624.

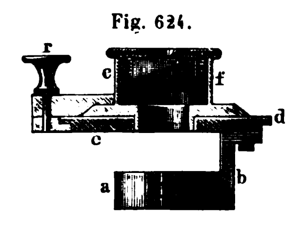
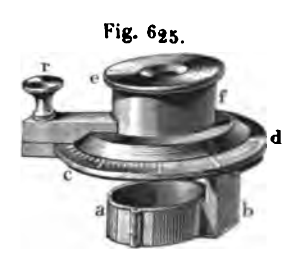


Fig. 625.



verbunden ist. Durch diese Combination erblickt man daher die im Mikroskope sichtbaren Gegenstande doppelt, jedoch ohne störende Farbenzerstreuung. Befindet sich nun z. B. eine Krystallfläche von der Form eines Rhombus *abcd* eingestellt im Gesichtsfelde, so erscheint dieselbe doppelt, etwa wie Fig. 626. Durch Drehen des Quarzprismas mittelst des Knopfes *r* werden die beiden Bilder einmal in die gegenseitige Lage Fig. 627, das andere Mal in die Fig. 628 dargestellte gebracht, und durch Ablesen beider Stellungen am Kreise die dazu erforderliche Drehung, welche offenbar dem

Fig. 626.

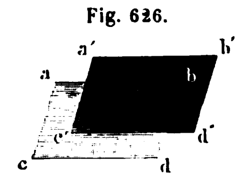


Fig. 627.

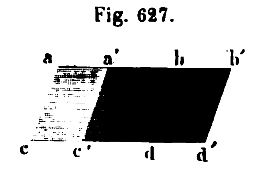
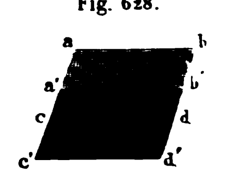


Fig. 628.



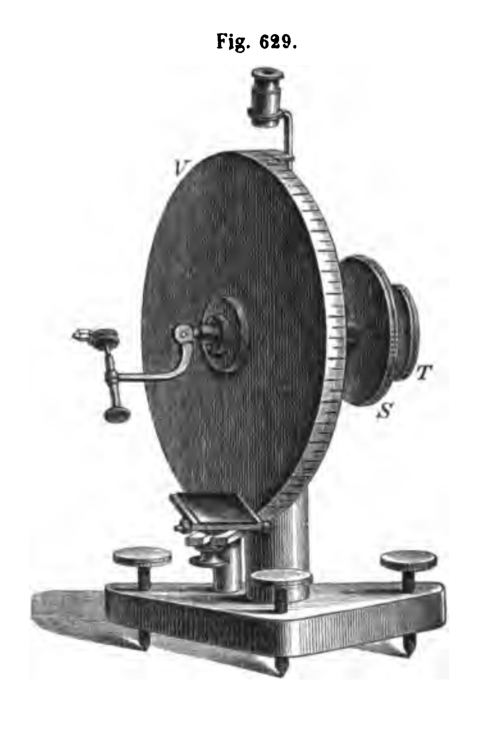
Winkel des Rhombus gleich resp. supplementär ist, bestimmt. Es leuchtet ein, dass diese Messung des ebenen Winkels um so genauer ausfällt, je vollkommener es gelingt, das eine Mal die Kante *ab* mit *a'b'*, resp. *cd* mit *c'd'*, das andere Mal *ac* mit *a'c'* und *bd* mit *b'd'* in eine gerade Linie zu bringen.

§ 12. **Reflexionsgoniometer mit verticalem Kreise.** Das Reflexionsgoniometer, 1809 von Wollaston erfunden, wurde bereits S. 16 im Princip besprochen. Die Einrichtung eines solchen Instrumentes von einfachster Form kann aus Fig. 629 ersehen werden.

Auf einer festen Säule mit einer auf drei Spitzen aufstehenden Fussplatte befindet sich der getheilte Kreis *V*, welcher mittelst der Scheibe *S* gedreht werden kann. Ein unbeweglicher, nach oben gehender Arm trägt den Nonius, an welchem die jedesmalige Stellung des Kreises durch die zu oberst in der Figur sichtbare kleine Lupe abgelesen werden kann. An der, vermittelst der Scheibe *T* unabhängig vom Kreise drehbaren Axe ist auf der entgegengesetzten Seite ein mit einem Gelenk versehener Bügel befestigt, welcher in einen kleinen Ring endigt; der in diesem verschiebbare und drehbare Stift trägt am oberen Ende den mit Wachs befestigten

Krystall. Die zu messende Kante des letzteren kann nun mittelst der Bewegungen, welche die zuletzt beschriebenen Theile zulassen, in die erforderliche Orientirung gebracht, d. h. centrirt und justirt werden (vergl. S. 16). Unter dem Krystall befindet sich ein zur Ebene des Kreises senkrechter Spiegel von schwarzem Glase, welcher durch eine Schraube in einer solchen Neigung festgeklemmt werden kann, dass der hinter dem Instrument sitzende Beobachter das Bild eines fernen Gegenstandes, am besten einer Lichtquelle von geringer Ausdehnung, welche sich in der durch den Krystall parallel zur Kreisscheibe gehenden Ebene befindet, im Spiegel erblickt. Dreht man nun die Axe mit dem darauf befindlichen Krystalle so weit, bis das von der einen Fläche der zu messenden Kante zurückgeworfene Spiegelbild des als Signal benutzten Gegenstandes mit dem in dem schwarzen Spiegel gesehenen Bilde desselben zusammenfällt, so ist hierdurch die betreffende Krystallfläche der Ebene des Spiegels parallel gestellt, sobald die Entfernung des Signals gross genug ist, um die von dort aus auf das Instrument fallenden Strahlen als parallel betrachten zu können. Nachdem die betreffende Stellung des Kreises am Nonius abgelesen ist, dreht man denselben mittelst der Scheibe S (ohne T zu berühren), bis auf die gleiche Weise der Parallelismus der zweiten Krystallfläche mit der Ebene des schwarzen Spiegels beobachtet wird. Da alsdann der Krystall an der Drehung des Kreises theilgenommen hat, so ist die Differenz zwischen der nunmehr vorzunehmenden Ablesung am Nonius und der vorigen nach S. 16 der gesuchte Flächenwinkel. Die hierbei nothwendige Centrirung der Kante ersieht man daraus, dass dieselbe beim Drehen der Axe ihren Ort nicht ändert, die Justirung daraus, dass ohne dieselbe die von den beiden Flächen hervorgebrachten Spiegelbilder mit dem in dem schwarzen Spiegel gesehenen überhaupt nicht zur Deckung gebracht werden können, sondern beim Drehen der Axe entweder rechts oder links an demselben vorübergehen. Die richtige Stellung zu finden (Centrirung und Justirung müssen natürlich der eigentlichen Messung vorangehen) erfordert einige Uebung, weil sowohl die Verschiebung behufs der Centrirung, als die zur Justirung der Kante nöthigen Drehungen aus freier Hand vorgenommen werden müssen, und es

Fig. 629.



daher dem Anfänger erst nach mehrfachem Hin- und Herprobiren gelingt, die ungefähre Richtigstellung des Krystalls zu erreichen. Ein weiterer Uebelstand ist die nach dem Vorhergehenden erforderliche grosse Entfernung des Signals, in Folge deren man nur grosse und gut spiegelnde Flächen einzustellen im Stande ist.

Den letzteren Nachtheil beseitigte in neuerer Zeit Mallard dadurch, dass er den schwarzen Spiegel nur 2—3 cm unter dem Krystall anbrachte und vor dem Instrumente eine grosse, nahezu achromatische Doppellinse und vor dieser in der Entfernung der Brennweite einen Schirm mit horizontalem Spalt, welcher durch eine Gaslampe beleuchtet wurde, aufstellte, so dass die von dem als Signal dienenden Spalte ausgehenden Strahlen parallel zum Spiegel und Krystall gelangten. Da das von einer kleinen Krystallfläche reflectirte Signalbild stets erheblich schwächer ist, als das vom Spiegel gelieferte, so ist es gut, das letztere zu schwächen durch Vorsetzen eines rothen oder eines rothen und eines grünen Glases.

Die vorerwähnten Unvollkommenheiten des Wollaston'schen Goniometers veranlassten schon frühe mehrfache Verbesserungen. Zuerst Malus. und dann namentlich Mitscherlich verbanden damit ein dem Kreise paralleles Fernrohr, durch welches das reflectirte Bild des Signals betrachtet wird; bringt man in der Bildebene desselben ein Fadenkreuz an, so kann man durch Drehen des Krystalls einen bestimmten Punkt in dem Signalbilde mit grosser Schärfe auf die Mitte dieses Fadenkreuzes einstellen. Mitscherlich (s. Abhandlungen der Berliner Akad. d. Wiss. 1843, S. 189) wies darauf hin, dass das Fernrohr wenig oder gar nicht vergrössern dürfe, weil sonst das von kleinen Krystallflächen reflectirte Bild zu lichtschwach wird. um deutlich gesehen zu werden. Wir haben aber S. 284 gesehen, dass gerade kleine Krystalle am ehesten frei von Störungen der Ausbildung sind. während unter den grösseren sehr häufig solche vorkommen, deren Flächen geknickt und gebrochen sind; da man mit dem Fernrohr ein sehr scharfes Bild des Objectes erblickt, so gewahrt man durch dasselbe auch viel leichter. als mit blossem Auge, derartige Unebenheiten der Flächen, indem diese dann mehrere Bilder reflectiren, namentlich, wenn man als Signal eine kleine Lichtquelle im dunklen Zimmer anwendet. Nachdem so die Genauigkeit der Einstellung eine bedeutende Erhöhung erfahren hatte, wurde auch die Unbequemlichkeit der Centrirung und Justirung aus freier Hand, wie sie das Wollaston'sche Instrument bietet, beseitigt durch die Einführung von Centrir- und Justir-Vorrichtungen, welche die Parallelverschiebung und die Neigung der Krystallkante in zwei zu einander senkrechten Ebenen mittelst Schrauben gestatten. Die vollkommenste derartige Einrichtung, welche eine leichte und sichere Einstellung des Krystalls in die gewünschte Orientirung ermöglicht, ist die von Fuess construirte, welche bereits S. 604 erwähnt wurde und im nächsten Paragraphen mittelst eines Durchschnittes näher erläutert werden soll. Diese beiden wesentlichsten Verbesserungen des Wollaston'schen Reflexionsgoniometers sind daher in neuerer Zeit gewöhnlich nicht nur an grösseren, zu feineren Messungen dienenden Instrumenten dieser Art, sondern auch an kleineren und einfacheren ange-

bracht worden, wie sie z. B. von den Mechanikern Fuess in Berlin, Böhm und Wiedemann in München und Linhof ebenda geliefert werden (s. Anhang: Preisverzeichnisse der Lieferanten von Apparaten u. s. w.). Die Beschreibung dieser einander ähnlicher Apparate möge mit demjenigen beginnen, welche die zuletzt erwähnte Firma nach Angabe des Verf.s construirt.

Auf einer, auf drei kurzen Füssen ruhenden lackirten Eisenplatte P (Fig. 630) ist eine Messingsäule M befestigt, welche den Theilkreis K trägt, ferner eine zweite mit dem Fernrohr O, welches, der Ebene des Theilkreises parallel gestellt und auf die Drehungsaxe desselben gerichtet, unveränderlich festgeschraubt ist. Die beiden Centrirschlitten werden durch die Schrauben y, von denen nur eine in der Figur sichtbar ist, bewegt, während die beiden Schrauben $x\,x$ die Justirung bewirken; eine kleine Metallplatte, das Tischchen u, an welchem der Krystall mit Wachs befestigt ist, wird mit einem daran befindlichen Stift in einer Oeffnung der Justirvorrichtung mittelst des Schräubchens v festgeklemmt. Um nun den Krystall, resp. den zu centrirenden Theil desselben in die Verlängerung der Axe des Fernrohrs zu bringen, ist die innere Axe s des Theilkreises, welche die Centrir- und Justirvorrichtung trägt, nicht drehbar, sondern in ihrem Lager verschiebbar mittelst einer Drehung der Scheibe A; letztere ist mit dem Ringe a fest verbunden und bildet eine Schraubenmutter, durch deren Drehung die am Ende mit einem Schraubengewinde versehene Axe s in ihrem Lager parallel verschoben und so der Krystall dem Theilkreise genähert oder von ihm entfernt werden kann*). Alle Drehungen des Krystalls um die Axe des Instrumentes, sowohl die für die Centrirung und Justirung erforderliche, als die zur eigentlichen Messung gehörigen, werden mittelst der Scheibe B bewirkt, so dass also der Kreis K stets an denselben Theil nimmt. Die Stellung des Kreises wird an dem festen Nonius N, welcher durch einen Arm mit der Messingsäule M verbunden ist, mittelst

Fig. 630.



*) Diese Einrichtung ist derjenigen der Goniometer mit horizontalem Kreise entlehnt (s. S. 621), wie auch die Centrir- und Justirvorrichtung eine analoge, nur etwas vereinfachte Construction besitzt.

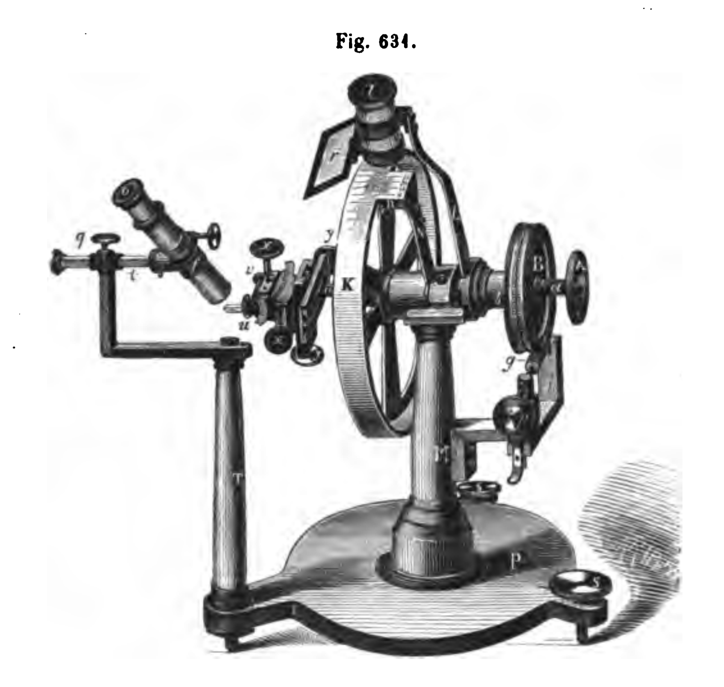
der Lupe *l* abgelesen. Damit jede Stelle der Nonientheilung in die Mitte des Gesichtsfeldes der Lupe gebracht werden kann, ist der Träger *L* der letzteren, welcher mit einem Ringe auf der Axe *b* aufsitzt, um diese drehbar; ausserdem wird die Ablesung erleichtert durch einen das Licht auf die Theilung reflectirenden kleinen Schirm (in der Figur weggelassen), welcher an der Lupe angebracht ist. Zur genauen Einstellung einer bestimmten Stelle des Signalbildes auf den Kreuzungspunkt der beiden Fäden im Gesichtsfelde des Fernrohrs bedient man sich der Vorrichtung zur »Feinstellung«: Die Axe *b* ist umgeben von einem Ringe *c*, welcher durch Anziehen der Schraube *C* an jener festgeklemmt wird; *c* trägt einen Arm *d*, welcher in den Raum zwischen die beiden vorspringenden Theile des gabelförmigen, an der Säule *M* befestigten Stückes *g* hineinragt, und an welchem oben rückwärts eine Feder *F* angeschraubt ist, deren unteres Ende gegen den hinteren jener beiden vorspringenden Theile wirkt; durch den vorderen geht die Schraube *E*, durch deren Drehung im einen oder andern Sinne das untere Ende des Armes *d* vor- oder rückwärts bewegt und damit der Theilkreis mit dem Krystall um beliebig kleine Winkel gedreht werden kann (vergl. auch die Beschreibung der ähnlichen Einrichtung im nächsten §. S. 620).

Wenig von dem vorstehend beschriebenen Instrumente verschieden ist das von Böhm und Wiedemann in den Handel gebrachte, in Fig. 631 in ca. $\frac{1}{3}$ nat. Gr. abgebildete Reflexionsgoniometer. Auf einer Metallplatte *P*, welche durch Schrauben *ss* horizontal gestellt werden kann, ruht eine Messingsäule *M*, durch deren oberen verstärkten Theil die Axe des drehbaren Theilkreises *K* geht, und zwar ist diese eine doppelte: eine innere *a*, welche die Centrir- und Justirvorrichtung trägt und durch *A* gedreht wird, und eine äussere *b*, welche mit dem Theilkreise verbunden ist; eine Drehung der Scheibe *B* bewirkt also eine solche von *K*, an welcher auch die innere Axe und somit der Krystall Theil nimmt. Die Vorrichtungen zum Ablesen der Theilung und zum Justiren und Centriren des Krystalls sind die gleichen, wie bei dem vorher beschriebenen Instrumente, während dagegen der Träger des Fernrohrs abweichend construirt ist; letzteres (*f*) ist nämlich innerhalb eines gewissen Winkels drehbar um eine zur Ebene des Kreises senkrechte Axe; hebt man das Ocularende *o* desselben, bis der Anschlag erfolgt, so ist die in der Figur dargestellte Stellung erreicht, in welcher es genau auf die Drehungsaxe des Theilkreises *K* gerichtet ist. Ausser der Drehung kann man das Fernrohr auch parallel sich selbst verschieben mittelst der Schiene *t*, welche durch die Schraube *q* fixirt wird*). Hier-

*) Diese Einrichtung hat den Vortheil, dass man beim Centriren und Justiren des Krystalls nur die innere Axe *a* zu drehen hat, während man bei dem Linhof'schen Instrumente (Fig. 630) hierbei auch den Theilkreis bewegen und daher den Apparat vielleicht etwas mehr abnutzen muss; doch ist dieser Vortheil ganz unerheblich gegenüber der grösseren Stabilität der letzteren Construction.

durch ist es möglich, je nach der Grösse des Krystalls das Fernrohr so zu stellen, dass sich die spiegelnden Flächen gerade vor der Mitte des Objectivs befinden. Das Fernrohr ist durch die Säule *T* fest mit dem Stativ des Apparates verbunden. Die Feinstellung wird mittelst der Schraube *g* bewirkt, deren Gewinde in die Zähne der Scheibe *B* eingreift, so dass man durch Drehen des Knopfes *p* sehr kleine Drehungen von *B* hervorbringen und dadurch eine genaue Einstellung erzielen kann. Um behufs der groben

Fig. 631.

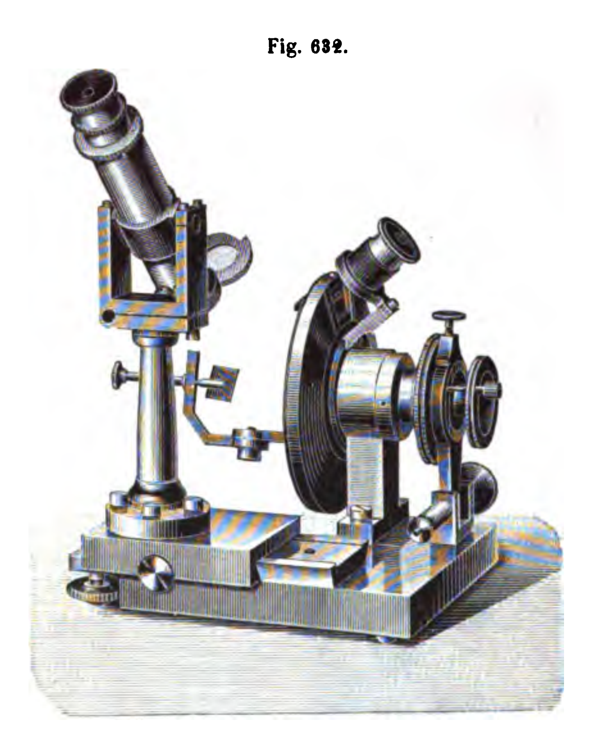


Einstellung die Axe *b* frei drehen zu können, macht man die Scheibe *B* von dem Gewinde der Feinstellschraube *g* unabhängig, indem man den Knopf *p* niederdrückt bis zu einer Stellung, in welcher die darunter befindliche stählerne Feder mit ihrem nach innen vorspringenden Knöpfchen in eine Oeffnung des Rahmens *i*, der mit dem Stative des Instrumentes fest verbunden ist, einspringt und die Feinstellschraube in dieser tieferen Lage festhält, bis man sie behufs der Einstellung durch Zurückziehen der Feder wieder löst.

Endlich liefert auch die Firma Fuess in Berlin ähnliche kleine Goniometer nach den Angaben von C. Klein construirt (Fig. 632 a. folg. S.). An diesen erfolgt die Parallelverschiebung des Fernrohrs zusammen mit der dasselbe tragenden Säule auf einer der Axe des Theilkreises parallelen Schiene, welche fest mit der Fussplatte des Instrumentes verbunden ist, eine jedenfalls viel stabilere Einrichtung, als die in Fig. 631 abgebildete. Dagegen

ist diesem Instrumente statt des verbesserten Centrir- und Justirapparates die ältere Wollaston'sche Einrichtung beigegeben.

Fig. 632.



Reflexionsgoniometer von einer der vorbeschriebenen Arten sind für gewöhnliche Krystallmessungen, z. B. chemischer Präparate behufs Identificirung, wobei es sich nicht um Erreichung grösserer Genauigkeit handelt, ausreichend und Anfängern namentlich deshalb zu empfehlen, weil sie in Folge der bequemen Lage der Arme des Beobachters und der während der ganzen Arbeit gleichbleibenden Stellung der Goniometertheile ein verhältnissmässig rasches Arbeiten gestatten. Als Signal dient am besten ein in 6—8 m Entfernung und ca. 3 m Höhe angebrachte elektrische Glühlampe*) oder ein Gasglühlichtbrenner, welcher von einem Glimmercylinder und einem Schornstein von Eisenblech umgeben ist; in letzteren wird ein einfacher oder kreuzförmiger Spalt eingeschnitten, welcher sich vor dem hellsten Theile der Flamme befinden muss. Wo eine derartige Entfernung nicht zur Verfügung steht, muss man die Lampe auf den Tisch vor das Goniometer setzen und die von dem Spalt kommenden Strahlen durch eine Linse parallel machen (s. S. 612). Zum Ablesen verwendet man am geeignetsten einen Leuchtbrenner, dessen Flamme, damit dieselbe in der Zwischenzeit bei der Einstellung nicht stört, durch Drehen des Hahnes gelöscht werden kann, während unter einer Metallhülle ein kleines Flämmchen weiter brennt, so dass beim Zurückdrehen des Hahnes die Leuchtflamme wieder erzeugt wird (Flürscheim's Patent s. Böhm u. Wiedemann's

---

*) Besonders geeignet sind sogen. »Focuslampen« mit einer sehr kleinen Kohlenschleife, welche in der betr. Entfernung als ein hell leuchtender Punkt erscheint; solche sind z. B. im mineralog. Institute der Universität München in Verwendung für eine Reihe fest aufgestellter Goniometer, welche zu den praktischen Uebungen dienen, in denen die Studirenden der Chemie und Mineralogie, nachdem sie sich mit der physikalischen Krystallographie vertraut gemacht haben, die Methoden dieser Wissenschaft in einem bestimmten Cursus anzuwenden Gelegenheit finden.

Preiscour.). Hierdurch ist es ermöglicht, dass der Beobachter die vollständige Messung durchführen kann, ohne seine Stellung am Tische zu ändern. Um die Stellung des Goniometers zum Signal aufzufinden, bei welcher letzteres sich in der durch die Axe des Fernrohrs parallel zum Theilkreise gehenden Ebene befindet, bedient man sich einer planparallelen Glasplatte, welche man statt des Krystalls auf dem Tischchen *u* befestigt und genau justirt; ist dies geschehen und passiren die von den beiden entgegengesetzten Flächen desselben reflectirten Bilder beim Drehen der Axe nicht nur dieselbe Stelle des Gesichtsfeldes im Fernrohre, sondern auch den Kreuzungspunkt der Fäden, so ist jene Bedingung, d. h. die richtige Stellung des Signals zum Instrumente, erfüllt und es kann zur Messung übergegangen werden*). Zu dem Zwecke wird der zu untersuchende Krystall auf das Tischchen *u* mit Wachs so aufgesetzt, dass die zu messende Kante resp. Zone so genau, wie es nach dem Augenmaasse erreicht werden kann, zur Ebene der kleinen Platte senkrecht steht, alsdann wird letztere so an dem Goniometer befestigt (mittelst des Schräubchens *v*), dass die grösste Fläche der betr. Zone möglichst je einer der Centrir- und Justirschrauben parallel ist, weil hierdurch die Justirung wesentlich vereinfacht wird. Ueber diese, sowie über die Centrirung (während welcher an den beiden zuerst beschriebenen Instrumenten das Ocular des Fernrohrs abgenommen werden muss, um den Krystall zu sehen) und das Verfahren der Krystallmessung überhaupt s. § 14.

Die Principien der Construction der im Vorstehenden beschriebenen kleineren Goniometer hat man nun auch angewendet auf grössere, für die Zwecke krystallographischer Untersuchungen, welche einen höheren Grad der Genauigkeit und eine kritische Prüfung des letzteren erheischen, bestimmte Instrumente. Auf den Vorschlag Mitscherlich's, nach dessen Angaben Oertling in Berlin seine Goniometer construirte, wurden diese Apparate mit zwei dem Kreise parallelen Fernröhren versehen, von denen das eine zur Beobachtung, das andere, der Collimator, dazu dient, die auf den Krystall fallenden Strahlen parallel zu machen. Der Collimator bildet mit dem Beobachtungsfernrohr einen stumpfen Winkel und kehrt wie dieses sein Objectiv dem Krystall zu; das in seiner Brennebene befindliche Fadenkreuz stellt das Signal dar, dessen Bild, von der Krystallfläche reflectirt, eine sehr genaue Einstellung auf das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres gestattet. Aehnliche Instrumente wurden später angefertigt von Jürgenson in Kopenhagen (s. V. von Lang, Denkschr. d. Wien. Akad. d. Wiss. 1876, **36**, 41—44) und Schneider in Wien (s. A. Brezina, Jahrb. d. geol. Reichsanst. 1884, **34**, 321), und zwar sind diese, wie die Oertling-schen Goniometer, gleichzeitig zum Gebrauch als Refractometer (zur

*) Bei den in Fig. 631 und 632 abgebildeten Instrumenten kann man ausserdem zur Controle des Parallelismus des Fernrohrs mit der Ebene des Theilkreises das letztere direct auf das Signal einstellen, muss es aber alsdann wieder bis zum Anschlage herabsenken.

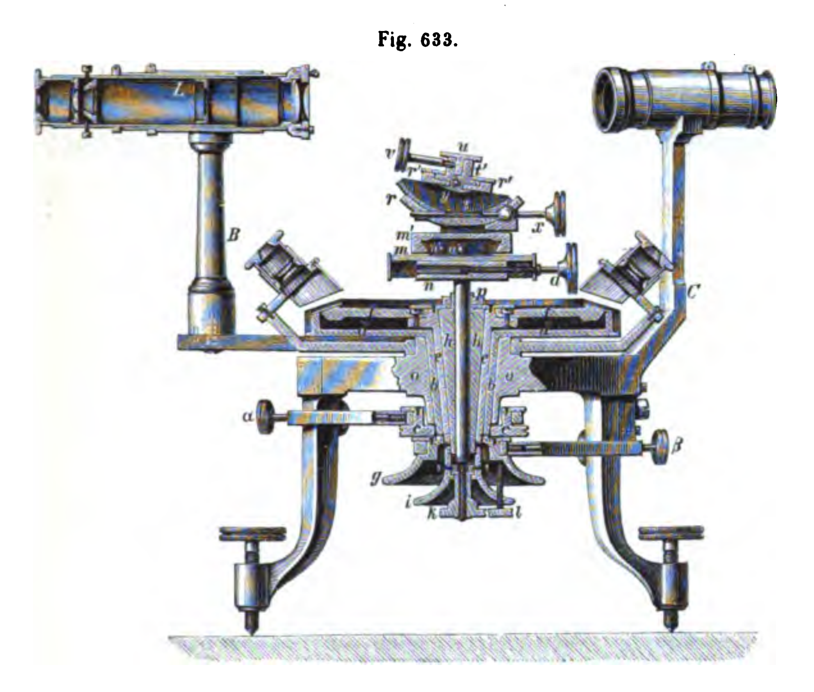
Bestimmung der Brechungsindices) eingerichtet. Alle diese grösseren Instrumente, deren Theilkreise eine Ablesung auf Bruchtheile einer Minute gestatten, besitzen jedoch in der horizontalen Richtung ihrer Drehungsaxe eine Fehlerquelle, welche, bei den kleineren Instrumenten meist nicht in Betracht kommend, die Verwendung derartig construirter grösserer Apparate zu genauen Messungen ungeeignet machen. Zunächst, und dieser Nachtheil betrifft natürlich auch die vorbeschriebenen kleinen Goniometer, können mit denselben nur verhältnissmässig kleine Krystalle, resp. Prismen, untersucht werden, da grössere entweder beim Drehen durch ihr Gewicht sich senken oder überhaupt gar nicht mit Wachs an dem Ende der horizontalen Axe befestigt werden können. Aber selbst bei der Messung mässig grosser Krystalle bewirkt die ungleiche Einwirkung der Schwere auf die ungleichförmig um die Axe vertheilten Massen eine Biegung der letzteren und des Justirapparates, welche um so grösser ist, je mehr der Schwerpunkt jener Massen von der Axe abweicht; hierdurch entstehen während der zur Messung erforderlichen Drehung Bewegungen dieser Theile, welche von der des Limbus unabhängig sind und erfahrungsgemäss bis zu mehreren Minuten steigende Fehler der Messung hervorbringen können. Ferner wird durch den Druck, welchen die Axe auf die Innenseite der sie umschliessenden Hülse nur nach unten ausübt, letztere nach längerem Gebrauch des Instrumentes dort stärker abgenutzt; die Drehung wird alsdann excentrisch und bleibt nicht gleichmässig sanft. Besonders ist letzteres der Fall, wenn das Goniometer zugleich als Refractometer benutzt und zu diesem Zwecke das Beobachtungsfernrohr an den Kreis angeschraubt wird und denselben einseitig belastet. Ferner können Collimator und Beobachtungsfernrohr, was bei der Messung der Brechungsindices, wie bei gewissen krystallographischen Untersuchungen von besonderer Wichtigkeit ist, nicht unter jedem beliebigen Winkel gegen einander geneigt werden.

Aus diesen Gründen sind für alle genaueren krystallographischen Untersuchungen stets Goniometer mit horizontalem Theilkreis vorzuziehen, wie sie zuerst von Malus und Babinet vorgeschlagen wurden. Da bei diesen der Objectträger eine horizontale Platte darstellt, so kann man grosse Krystalle und Prismen, selbst mässig grosse Krystalldrusen, deren Zerkleinerung man zu vermeiden wünscht, darauf befestigen; ferner kann man unter beliebigen Incidenzwinkeln mit gleicher Leichtigkeit beobachten; kurz: bei verticaler Stellung der Drehungsaxe werden sämmtliche oben aufgeführte Uebelstände vermieden. Diejenigen Instrumente, welche den Anforderungen grösserer Genauigkeit und vielseitiger Verwendbarkeit am vollkommensten entsprechen und daher für krystallographische Untersuchungen jetzt fast allgemein benutzt werden, sind die von R. Fuess in Berlin gelieferten*), welche deshalb im folgenden § ausführlich beschrieben werden sollen.

*) S. Dessen Preisverzeichniss am Schlusse dieses Buches.

§ 13. **Reflexionsgoniometer mit horizontalem Kreise.** Für fast alle krystallographischen Untersuchungen ausreichend, namentlich in Folge der mannigfachen von M. Websky vorgeschlagenen Verbesserungen, ist das Fuess'sche Goniometer Nr. 2, welches in Fig. 633 in ½ nat. Gr. dargestellt ist. Diese Figur ist so gezeichnet, dass der mittelste Theil des Instrumentes, d. h. die in einander geschobenen Axen, der Kreis und die Centrir- und Justirvorrichtung sowie auch das Beobachtungsfernrohr im Durchschnitt, die übrigen Theile dagegen in der Ansicht erscheinen. Das Ganze ruht auf drei mit Schrauben versehenen Füssen, und der Kreis kann daher, was

Fig. 633.



jedoch für die Messungen nicht erforderlich ist, genau horizontal gestellt werden. Die Füsse sind an die kreisrunde dicke Messingplatte *o* (vergl. auch die Ansicht Fig. 634 S. 623) angeschraubt, welche, in der Mitte conisch durchbohrt, die hohlen Axen und den Kreis trägt. In der weiten Durchbohrung derselben sitzt zunächst eine conische Axe *b*; diese ragt nach unten nur wenig über die Hülse, welche den untersten Theil von *o* bildet, hervor und ist oben fest verbunden mit einem Kreis *d*, der an zwei diametral entgegengesetzten Stellen eine Nonientheilung (Ablesung auf 30″) besitzt; an diese Kreisscheibe ist endlich von unten her der horizontale Arm, welcher auf einer senkrechten Säule *B* das Beobachtungsfernrohr *L* trägt, angeschraubt, so dass durch Bewegung des letzteren sich auch der Nonienkreis *d* und die hohle Axe *b* um die Centralaxe des Instrumentes drehen. Diese Drehung kann durch Anziehen der Schraube *α* an jeder beliebigen Stelle arretirt werden. indem dadurch die an das untere Ende

von b angeschraubte Scheibe c, deren Rand ringförmig ausgeschnitten ist, gegen einen in diesem Ausschnitt liegenden und mit der Klemmschraube in Verbindung stehenden Ring gepresst wird. Dieselbe Arretirung kann aber auch mittelst einer von vorn durch o hindurchgehenden Schraube*) bewirkt werden, deren Ende, wenn sie fest angezogen ist, gegen einen Punkt der Aussenseite des Conus b drückt und diesen daher an der Drehung hindert. Für die Krystallmessung kann somit der Beobachter dem Fernrohr L diejenige Stellung geben, welche ihm die bequemste ist, und dasselbe dann in dieser fixiren, indem er die zuletzt erwähnte Schraube oder α fest anzieht, wodurch auch der Ort der beiden Nonien ein unveränderlicher geworden ist.

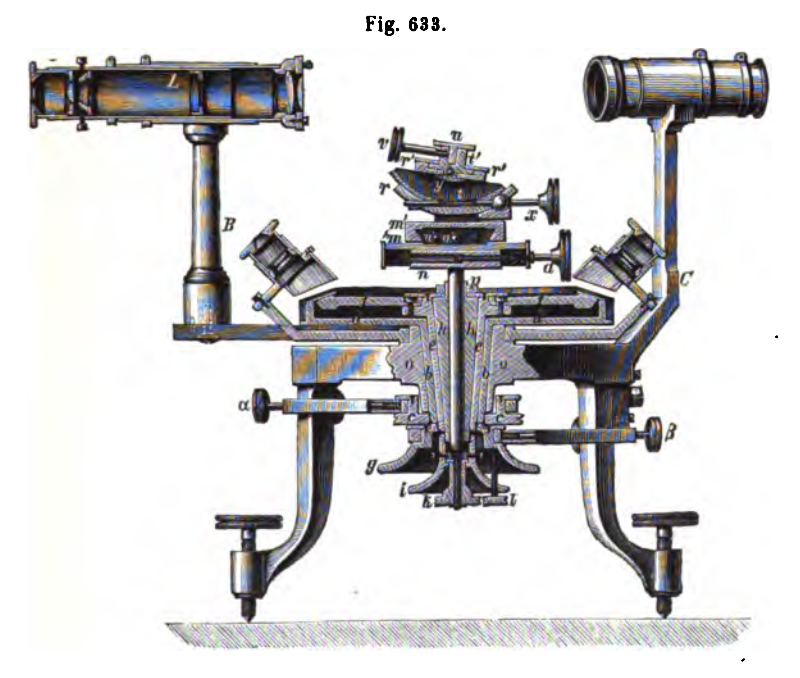
In b bewegt sich concentrisch die ebenfalls hohle Axe e, welche oben mit dem eigentlichen Theilkreise f, unten mit der am Rande gekerbten hohlen Scheibe g durch Verschraubung fest verbunden ist; durch Drehen der letzteren mit der Hand bewegt man somit, wenn Nonien und Fernrohr auf die oben angegebene Art fixirt sind, den Kreis und die inneren Axen, also auch den aufgesetzten Krystall, und kann daher die erfolgte Drehung an jedem der beiden Nonien ablesen. Diese Drehung kann nun arretirt werden durch die Schraube β, welche in Verbindung steht mit einem starken Ringe (im quadratischen Durchschnitte auf der linken Seite sichtbar), der den oberen Theil der Scheibe g umfasst; zieht man β an, so klemmt sie mit einem an ihrem Ende befindlichen parallelepipedischen Stücke die Axe an jenen Ring fest. Die Schraube β ist aber ihrerseits nicht unmittelbar mit dem Stativ verbunden, sondern das lange Metallstück, welches die Schraubenmutter von β enthält, liegt auf der Hinterseite nur lose an dem Ende einer Schraube an, die den rechts befindlichen Fuss horizontal von hinten nach vorn durchbohrt, und deren Knopf in der Zeichnung nur zum kleinen Theil sichtbar ist; gegen das Ende dieser Schraube wird aber jenes Metallstück angepresst durch eine stählerne Feder. Dreht man die Schraube mittelst des Knopfes vorwärts, so giebt die Feder nach, das Metallstück und der Ring, folglich auch die darin festgeklemmte Axe e mit dem Krystall drehen sich, als wenn keine Arretirung existirte; dreht man die Schraube zurück, so folgt ihr das Metallstück wegen des Druckes der Feder nach, und der Krystall dreht sich nach der entgegengesetzten Seite, als vorher. Da man mittelst der Bewegung einer Schraube es viel besser in der Gewalt hat, eine kleine Drehung auszuführen, als mit freier Hand, so stellt man durch Drehen an der Scheibe g das von der Krystallfläche reflectirte Bild nur ungefähr im Gesichtsfelde des Fernrohrs ein, klemmt alsdann die Axe e und corrigirt die Einstellung mittelst der Feinstellschraube.

Innerhalb e ist sehr leicht drehbar die ebenfalls noch hohle Axe h, welche durch die Scheibe i bewegt wird, um die beim Centriren und Justiren nöthigen Drehungen auszuführen, ohne zugleich den ganzen Kreis mitdrehen zu müssen, was eine überflüssige Abnutzung des Instrumentes

*) Da die Vorderseite in dem Durchschnitt Fig. 633 fortgenommen gedacht ist, konnte diese Schraube nicht zur Darstellung gelangen.

zur Folge haben würde. Da die Einstellung mittelst der Drehung von *g* nur dann richtige Resultate liefern kann, wenn *h* und *i* ganz gleichmässig an der Drehung theilnehmen, so können diese durch Anziehen der Schraube *l* fest mit *g* verbunden werden (für einen einigermassen geübten Beobachter ist übrigens diese Verbindung überflüssig, da die Scheibe *g* so weit über *i* vorragt, dass man sie leicht drehen kann, ohne *i* zu berühren und dessen Stellung gegen *g* zu verändern). Statt der Schraube *l* kann dem Instrumente auch eine Vorrichtung zur Feinstellung der Axe *h* und des Krystallträgers beigegeben werden, deren Construction aus Fig. 634 zu ersehen ist (s. auch S. 628 u. Fig. 638).

Fig. 633.



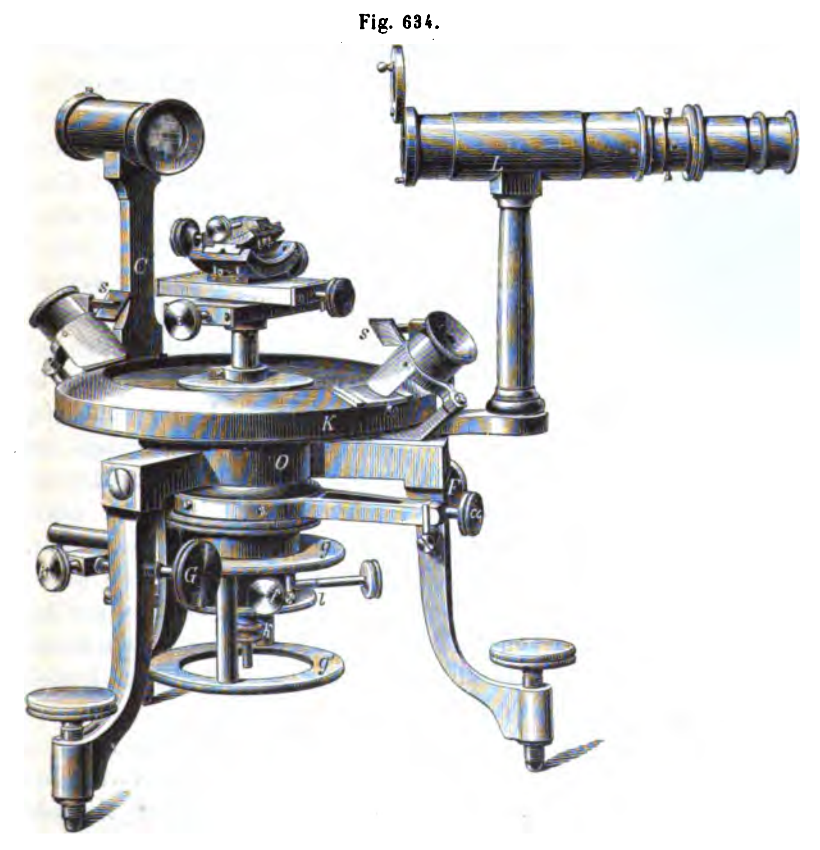
In *h* steckt nun endlich die innerste cylindrische Axe, welche oben die Centrir- und Justirvorrichtung trägt. In ihrem untersten Theile ist dieselbe verjüngt und mit einem Schraubengewinde versehen, welches in einer Hülse läuft, deren unterster Theil die kleine, am Rande gekerbte Scheibe *k* bildet. Da der obere Theil dieser Hülse mit *i* so verbunden ist, dass er zwar gedreht werden kann, aber immer in derselben Höhe bleiben muss (wie aus Fig. 633 deutlich zu ersehen), so bewirkt eine Drehung von *k* eine Bewegung der inneren Axe in verticaler Richtung (eine Drehung der letzteren ist durch eine eigene Vorrichtung verhindert). Man kann somit durch Dreben von *k* die innere Axe mit der Centrir- und Justirvorrichtung so weit heben oder senken, dass die zu messenden Flächen des Krystalls sich genau vor der Mitte des Objectivs des Beobachtungsfernrohrs befinden. Schliesslich kann man die innere Axe in der erforderlichen Höhe

durch Anziehen der Klemmvorrichtung p (mittelst eines beigegebenen Schlüssels) fixiren.

Die Fuess'sche Centrir- und Justirvorrichtung ist in Fig. 633 ebenfalls im Durchschnitte sichtbar. Auf die zuletzt erwähnte innerste Axe des Goniometers ist das Metallstück n aufgeschraubt, welches von dem rectangulären Kasten m auf der Vorder- und Hinterseite so umfasst wird, wie es der darüber befindliche Querschnitt $m'n'$ zeigt. Der Kasten m kann daher durch die Schraube a von rechts nach links oder umgekehrt verschoben werden und wird dabei in seiner Richtung geführt nicht nur durch die schrägen Seitenschienen, sondern auch noch durch zwei, das Metallstück n der Länge nach durchbohrende Stahlcylinder, welche mit m fest verbunden sind. Eine die Schraube a (auf der rechten Seite in der Figur) umwindende Spiralfeder presst das Stück n, die Schraubenmutter von a, gegen die eine Seite des Gewindes der Schraube, wodurch, selbst wenn letztere durch langen Gebrauch stark abgenutzt sein sollte, jeder »todte Gang« vermieden wird. Auf m ist nun der zweite senkrecht dazu bewegliche Schlitten befestigt, der genau die Construction des ersteren besitzt, daher dessen Querschnitt (m' der von vorn nach hinten und umgekehrt verschiebbare Rahmen, n' das auf m festgeschraubte Stück, a' die Schraube) zugleich zur Erläuterung des unteren dient; zu beiden Seiten der Schraube a' erblickt man auch im Querschnitt die beiden derselben parallelen Stahlcylinder, welche die Führung des Gleitens von m' bewirken. Dieses letztere trägt nun die Justirvorrichtung, welche die Drehung des Krystallträgers in zwei auf einander senkrechten Ebenen durch Gleiten zweier Schlitten, deren Gestalt ein Kreissegment ist, in Schienen von derselben Form erzielt. Die Schienen, r die untere in der Längsansicht, r' die obere im Querschnitt, umfassen die beiden Seitenränder des Schlittens, t der untere, t' der obere, von oben und unten in Form einer doppelten Rinne, wie aus dem Querschnitte des oberen Theils deutlich ersichtlich ist. Die beiden Schlitten sind nun an ihrer Unterseite in der Mittelzone von einem Ende bis zum andern gezähnelt, so dass diese Zone gleichsam ein Stück eines Zahnrades bildet, in dessen Zähne das Gewinde einer horizontalen Schraube (x, resp. y, letztere nur im kreisförmigen Querschnitt sichtbar) eingreift, welche ohne Ortsveränderung in der Schiene drehbar ist, und durch deren Drehung das Kreissegment folglich in jener verschoben wird. Da der Kreisbogen eines solchen Segmentes etwa einem rechten Winkel entspricht, so sieht man leicht ein, dass dasselbe um etwa 40° nach rechts oder links gedreht werden kann, ohne dass die Stabilität des Krystallträgers gefährdet ist; diese Weite der Grenzen, innerhalb deren man den Krystall neigen kann, hat aber den grossen Vortheil, dass man zwei Flächen noch immer zu justiren im Stande ist, selbst wenn man sie, weil ihre Kante nicht sichtbar (zerbrochen oder durch andere Flächen weggenommen), sehr schief auf den Krystallträger aufgesetzt hatte. Beide Segmente haben einen gemeinsamen Drehungspunkt, welcher so hoch über dem Krystall-

träger *u* liegt, dass man die zu messende Kante eines kleinen, wie eines ziemlich grossen Krystalls leicht in jene Höhe bringen kann, in welcher er seinen Ort beim Justiren nicht mehr wesentlich ändert. In den oberen Schlitten ist ein kreisrundes Loch eingebohrt, in welchem der Fuss des horizontalen Tischchens *u*, auf das der Krystall mit Wachs aufgesetzt wird, durch eine kleine Schraube *v* festgehalten ist. Um auch in den Justirschrauben jeden todten Gang zu vermeiden, werden dieselben durch eine horizontale Feder gegen das Schraubengewinde der Schlitten angepresst; den Querschnitt der zu *x* gehörigen und mit *r* vorn und hinten verbundenen Feder sieht man in Fig. 633 unter dem linken Ende der Schraube *x*. Noch besser sind diese Federn sichtbar in der, zugleich zur Verdeutlichung der vorstehenden Beschreibung zu vergleichenden Ansicht Fig. 634.

Fig. 634.



Betreffs der Kreistheilung des Instrumentes ist noch anzuführen, dass dieselbe auf einer schräg nach aussen abfallenden conischen Fläche angebracht ist und in einer Ebene liegt mit den beiden auf *d* befindlichen Nonientheilungen. Beide Theilungen sind durch eine ringsum laufende Messingkappe (in Fig. 634 mit *K* bezeichnet), welche unten mit *d* fest verbunden ist, verdeckt und so gegen Verunreinigungen geschützt. An der

Stelle der beiden Nonientheilungen sind in diesen Schutzring rectanguläre Fenster eingeschnitten und durch ebene Glasplatten geschlossen. Durch die letzteren hindurch erfolgt die Ablesung mittelst zweier diametraler Lupen, welche mit je einem halbcylindrischen Hornblatt behufs Zerstreuung des durch einen kleinen Spiegel *s* (s. die Ansicht Fig. 634) auf die Theilung geworfenen Lichtes versehen sind; durch einen Träger steht jede Lupe mit einem den Stativtheil *o* umfassenden Ringe in Verbindung, welcher drehbar ist, so dass man die Lupe längs der Nonientheilung verschieben kann.

Durch den Arm *C* ist fest mit dem Stativ verbunden das Collimatorrohr, welches an der den Krystallen zugewandten Seite eine achromatische Linse trägt, in deren Brennpunkt die verschiedenen Signale durch Einschieben derselben am anderen Ende des Rohres gebracht werden können. Es sind dies die folgenden:

a) Der sogenannte Websky'sche Spalt (s. Fig. 635 in natürl. Grösse), welcher aus zwei, vor einer kreisrunden Oeffnung angebrachten und durch eine Schraube bis zur Berührung verschiebbaren, kreisförmigen, geschwärzten Metallscheiben besteht; diese Vorrichtung vereinigt die Vortheile eines engen und eines weiten Spaltes, da die Verengerung in der Mitte des hellen Bildes eine sehr genaue Einstellung gestattet, andererseits Licht genug durch den Spalt hindurchgeht, um auch bei der Reflexion von sehr kleinen oder unvollkommenen Flächen noch den oberen und unteren Theil als zwei helle Flecke erscheinen zu lassen, welche wenigstens eine approximative Einstellung ermöglichen.

Fig. 635.

b) Ein geradliniger Spalt, wie er besonders bei der Messung von Brechungsindices benutzt wird, durch eine Schraube von der totalen Berührung der beiden Schneiden bis zur Breite von $1\frac{1}{2}$ mm verstellbar.

c) Eine runde Oeffnung von 0,5 mm Durchmesser, welche dazu dient, geringe Abweichungen von Flächen aus der Zone oder die Gruppirung der mehrfachen Reflexe geknickter, aus mehreren Facetten bestehender Flächen zu bestimmen.

Fig. 636.



d) Das sogenannte Schrauf'sche Signal (s. Fig. 636, nat. Gr.), welches vortheilhaft an Stelle des früher verwendeten Fadenkreuzes in hellem Felde (s. S. 617) gesetzt wird, weil letzteres das Auge sehr ermüdet. Dasselbe besteht aus einem unter 45° gerichteten Kreuzspalt, in dessen Mitte sich ein aufrechtes Fadenkreuz befindet, welches bei der Reflexion an sehr vollkommenen Flächen auch im Spiegelbilde erkennbar ist und die genaueste Einstellung gestattet. Das Signal hat nun den weiteren Vortheil vor dem

gewöhnlichen Fadenkreuz, dass es auch verwendbar ist, wenn die zu messenden Krystallflächen nicht so vollkommen und so gross sind (und dies ist der bei weitem häufigste Fall), dass das von ihnen gespiegelte Bild das feine Fadenkreuz noch erkennen lässt: man stellt alsdann auf die Mitte des hellen Kreuzes ein, was offenbar, wenn das Bild einigermassen scharf ist, immer noch mit ziemlicher Genauigkeit bewerkstelligt werden kann (s. A. Schrauf, Zeitschr. f. Kryst. **3**, 356).

Vor das jedesmalige Signal wird, um es zu beleuchten, eine Gasglühlampe, ein Argand'scher Gasbrenner oder eine Petroleumlampe gesetzt, deren Licht durch einen passenden Schirm vom Beobachter abgehalten wird, so dass dasselbe nur auf das Signal fällt. Eine weit grössere Helligkeit des letzteren erhält man durch Concentration des Lichtes mittelst einer Beleuchtungslinse; zu diesem Zwecke wird ein mit einem seitlichen Fenster versehenes Rohr, welches vorn eine Linse von etwas grösserem Durchmesser, als das Objectiv des Collimators, enthält, vor dem Signal aufgesteckt; die Lampe wird so vor die Beleuchtungslinse gestellt, das gerade auf dem Signal ein scharfes umgekehrtes Flammenbild entsteht, was man durch das seitliche Fenster des Rohres zu beobachten im Stande ist. In das Rohr dieses Beleuchtungsapparates kann vor dem Aufstecken desselben ein Nicol'sches Prisma (bei der Messung der Brechungsexponenten doppeltbrechender Prismen erforderlich) eingeschoben und auch nach dem Aufstecken (durch das Fenster) um die Axe des Rohres gedreht werden; durch Marken an letzterem und an der Fassung des Nicols ist es ermöglicht, hierbei dem Hauptschnitt des letzteren die erforderliche Stellung mit genügender Genauigkeit zu verleihen*).

Das Beobachtungsfernrohr L ist, wie schon erwähnt, durch den horizontalen Arm, auf welchem die Säule B ruht, fest mit dem Nonienkreise verbunden. Vor dem Objective, welches aus einer, dem Objective des Collimators ähnlichen achromatischen Linse besteht, kann eine in einen Anschlag fallende Lupe vorgeschlagen werden; damit wird das Fernrohr in ein schwach vergrösserndes Mikroskop umgewandelt, durch welches man den auf dem Träger u befindlichen Krystall erblickt und daher im Stande ist, die Centrirung der zu messenden Kante durch Einstellung auf das Fadenkreuz des Oculars sehr genau vorzunehmen. Dem Beobachtungsfernrohr sind folgende vier verschiedene Oculare beigegeben:

α) Eine achromatische Doppellinse, welche eine sechs- bis siebenfache Vergrösserung bewirkt und daher eine sehr genaue Einstellung des Signalbildes gestattet.

β) Eine achromatische Doppellinse mit dreifacher Vergrösserung, welche für die meisten Messungen ausreicht und daher häufiger verwendet wird.

*) Goniometerlampen mit derartigen Vorrichtungen liefert R. Fuess in Berlin in der zu seinen Instrumenten geeigneten Form, ferner eine nach Angaben von V. Goldschmidt construirte Lampe für Gasglühlicht der Mechaniker Stoë in Heidelberg (s. Zeitschr. f. Kryst. 1894, **28**, 149).

γ) Eine Linsencombination, welche kaum zweimal vergrössert und daher wegen ihrer Lichtstärke bei schwachen und gestörten Reflexen mit Vortheil verwendet wird.

δ) Zwei Linsen, von denen eine vor das Objectiv gesetzt wird; diese Combination bewirkt eine Verkleinerung des Signalbildes um das Dreifache und lässt im dunklen Raume und bei guter Abblendung noch die Reflexe der allerkleinsten, nur mit der Lupe sichtbaren Flächen erkennen.

Jedes der Rohre, in welchen sich diese Oculare befinden, kann in das Objectivrohr L eingeschoben werden, und damit seine richtige Stellung in demselben jedesmal rasch gefunden werde, ist es mit einem Klemmring umgeben, welcher eine vorspringende dreieckige Nase besitzt; der Ring ist durch eine Schraube so auf dem Ocularrohr festgeklemmt, dass letzteres richtig eingeschoben ist, wenn die Nase des Ringes in einen ihr entsprechenden Kerb des Objectivrohres genau passt. Ebensolche Klemmringe tragen zu demselben Zwecke auch die in den Collimator einzuschiebenden Rohre mit den verschiedenen, S. 624 erwähnten Signalen.

Ueber die Prüfung und Justirung des vorbeschriebenen Instrumentes s. M. Websky, Zeitschr. f. Kryst. 4, 545 f.

Die perspectivische Ansicht Fig. 634 (in ½ natürl. Grösse) bezieht sich auf das in Fuess' Preisverzeichniss (s. am Schlusse dieses Buches) als Nr. 2a bezeichnete Goniometer, welches genau dieselbe Grösse und Construction wie Nr. 2 besitzt, aber noch dadurch vervollständigt ist, dass die Verbindung der beiden Scheiben g und i (Fig. 633), anstatt durch die einfache Schraube l, ebenfalls durch eine Feinstellbewegung mit der Klemmschraube f bewirkt wird. Da man in Folge dessen mit der Hand weniger gut an die Drehscheibe g gelangen kann, so sind an dieselbe zwei nach unten gehende Metallpfeiler angesetzt, und diese tragen einen mit g gleich grossen und parallelen Ring g', mittelst dessen nun der betreffende Axenconus nebst dem Theilkreise sehr bequem gedreht werden kann.

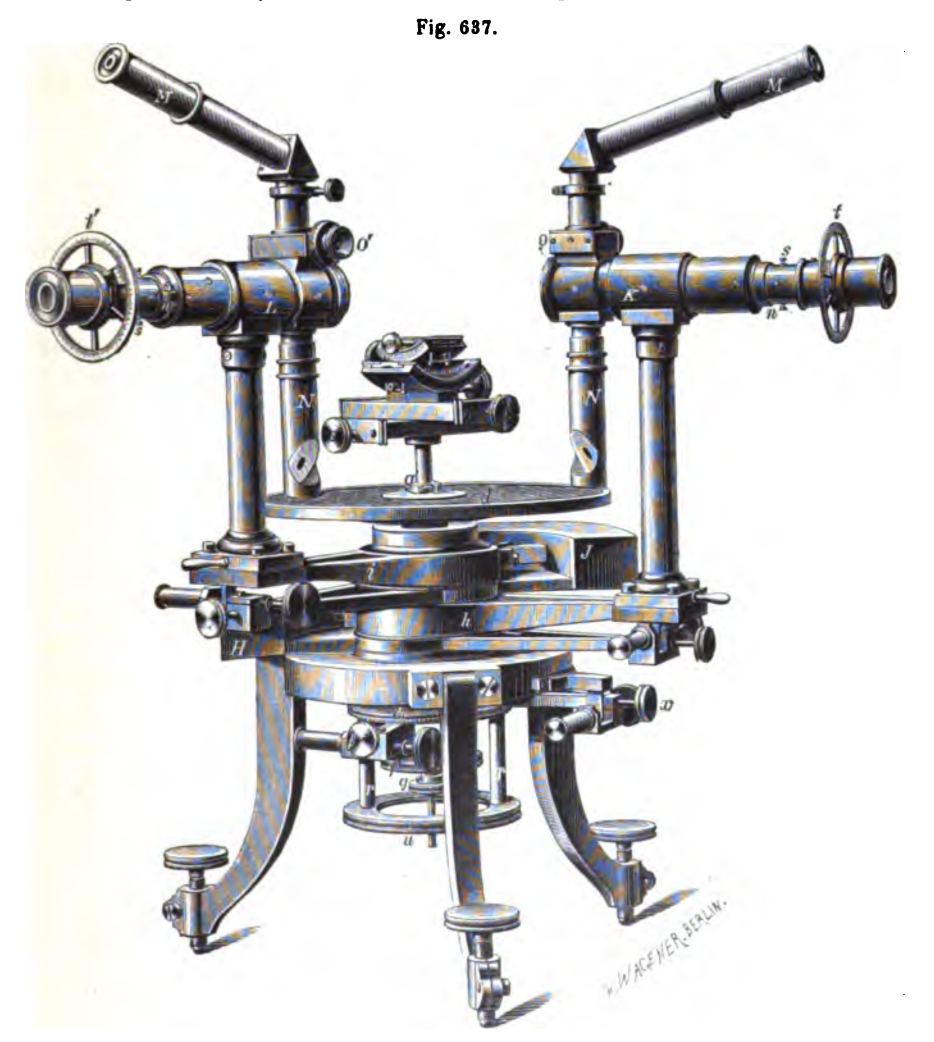
Als Modell Nr. 3 liefert R. Fuess ein einfacher ausgerüstetes Instrument, ebenfalls von gleichen Dimensionen wie Nr. 2, aber von demselben dadurch verschieden, dass die bei der Messung von Brechungsindices zu benutzende Feinstellbewegung α weggelassen, daher der Apparat nur für Krystallmessungen eingerichtet ist; aus diesem Grunde wird demselben auch nur das gewöhnliche Ocular mit zweifacher Vergrösserung (γ) und nur ein Signal (der Websky'sche Spalt, nicht verstellbar) beigegeben. Endlich sind von derselben Firma auch kleinere Goniometer (Modell Nr. 4) von ähnlicher Construction zu beziehen, und ein solches bildet zugleich auch einen Theil des in § 24 und 25 beschriebenen krystallographisch-optischen Universalapparates in seiner älteren Form, während die neuerdings gelieferten Apparate (s. ebenda) zugleich ein Goniometer enthalten, welches dem grösseren Modell 2 entspricht.

Wie die zuvor erwähnten Instrumente, so sind für gewöhnliche Messungen auch verwendbar die von dem Mechaniker Linhof in München hergestellten

Reflexionsgoniometer mit horizontalem Kreise und zwei Fernröhren, welche im Uebrigen den S. 613 beschriebenen mit verticalem Kreise entsprechen, aber, durch Anbringung eines Collimators mit Websky'schem Spalt und zweier Feinstellvorrichtungen, dieselbe Art der Verwendung gestatten, wie die grösseren Fuess'schen Goniometer. Wenn sie diesen natürlich auch an Genauigkeit nachstehen, so ermöglicht ihre einfachere Construction doch ein sehr rasches und bequemes Arbeiten (betr. der Verwendung als Refractometer s. S. 648 Anmerk.).

Für sehr genaue Messungen, namentlich Untersuchungen über die Aenderungen der Krystallwinkel mit der Temperatur, welche ja stets sehr

Fig. 637.



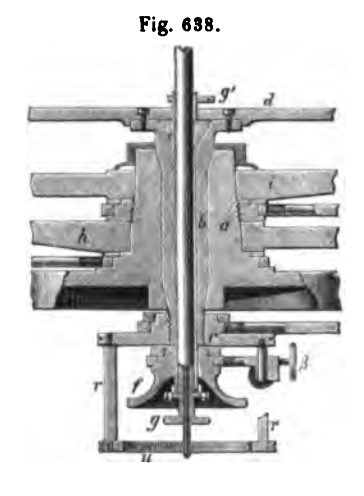
klein sind, bedarf es eines noch grösseren Instrumentes, wie es in Fig. 637 in $\frac{1}{5}$ der natürlichen Grösse abgebildet ist. Dieselbe ist eine Ansicht des

von Fuess als Modell Nr. 1 gelieferten grossen Goniometers, während Fig. 638 den mittleren Theil im Durchschnitt darstellt. Zwischen Dreifuss und Kreis befindet sich ein fest mit dem Stativ des Goniometers verbundener verhältnissmässig hoher und starker Metallcylinder *a*, welcher von den inneren Axen durchbohrt wird. Um diese Hülse drehen sich, der eine über dem andern und durch Rinnen geführt, zwei Ringe, deren jeder nach einer Seite einen horizontalen Arm (*i*, resp. *h*), an welchem auf einer Säule ein Fernrohr ruht, nach der andern ein Gegengewicht (*J* und *H*) trägt. Die beiden Fernröhre *K* und *L* sind daher ganz von einander unabhängig beweglich und können in jede beliebige Stellung gebracht (zu welchem Zwecke die Fernrohrträger mit kleinen Handhaben versehen sind) und durch Klemmschrauben darin fixirt werden; eine bestimmte Stellung eines jeden derselben kann ferner durch eine Feinstellschraube (die am linken Fernrohr befindliche ist in der Figur dem Beobachter zugekehrt) in beliebiger Schärfe hergestellt werden. Hierdurch ist man im Stande, mit dem Instrument alle Arten von optischen Untersuchungen anzustellen, bei denen es sich um Bestimmung der Richtung von auffallenden, reflectirten oder gebrochenen Strahlen handelt; um hierbei auch polarisirtes Licht anwenden zu können, ist auf das Ocular jedes Fernrohrs ein um seine Axe drehbares Nicol'sches Prisma mit einem kleinen Theilkreis, der die Stellung des ersteren angiebt, aufzustecken. Die Oculare, wie die Signale und der Beleuchtungsapparat dieses Instrumentes sind die entsprechenden, wie bei Modell Nr. 2, nämlich *a*, *b*, *d* und α, β, γ (s. S. 624, 625), und werden in derselben Weise je nach Bedarf in die Objectivrohre eingeschoben; die Klemmringe *n*, welche hierbei die richtige Stellung angeben, sind in Fig. 637 deutlich sichtbar, derjenige des Fernrohres *L* mit der Seite, an welcher die Klemmung mittelst eines Schlüssels ausgeführt wird. In einer durch Liebisch verbesserten neuen Form dieses Instrumentes sind die Ocularrohre durch Trieb verstellbar, und an Stelle der Ocularnicols grosse Polarisatoren mit Theilkreisen vor den Objectiven der Fernröhre aufsetzbar. Vor demjenigen des Beobachtungsfernrohrs kann ausserdem auch ein Babinet'scher Compensator (s. § 28) angebracht werden.

Durch die oben erwähnte cylindrische Hülse *a*, um welche sich die Fernrohrträger drehen, geht nun zunächst eine hohle, oben und unten conische Axe *b* (s. Fig. 638). Diese trägt oben den horizontalen Theilkreis *d*; ihre Bewegung wird mittelst der obersten und grössten *c* der drei zwischen den Füssen des Goniometers befindlichen Scheiben oder, noch bequemer, mittelst der durch die Pfeiler *r* damit fest verbundenen Scheibe *u* ausgeführt. Diese Drehung wird bei einer Krystallmessung benutzt, und kann die betreffende Axe durch die Schraube *x* geklemmt und mit der zugehörigen Mikrometerschraube fein gestellt werden. In dieser Axe steckt concentrisch eine zweite *e*, ebenfalls hohl (der Axe *h* in der Fig. 633 entsprechend) und durch die zweite kleinere Scheibe *f* von unten her zu bewegen; auch hier kann eine feine Einstellung durch Anziehen der Klemmschraube β und Drehung der zu-

gehörigen Feinstellschraube erfolgen. Die zu diesem Instrumente gehörige Centrir- und Justirvorrichtung ist gleich der vorher beschriebenen, nur dass auf dieselbe nach Erforderniss auch ein grösseres Tischchen aufgesetzt werden kann. Sie kann ebenso wie bei dem Instrument Fig. 633 in das erforderliche Niveau gebracht werden dadurch, dass die letzte und innerste Axe, auf der sie befestigt ist, unten ein Schraubengewinde trägt, welches durch Drehen des untersten in Fig. 637 und 638 sichtbaren Knopfes g auf und nieder bewegt wird. Die Ablesung geschieht bei diesem grossen Instrumente durch zwei Mikroskope, welche mit den Fernröhren fest verbunden sind. Der untere, senkrechte Theil derselben N enthält das Objectiv, auf welches das Licht von der Theilung durch eine Oeffnung in der schrägen weissen Fläche fällt; letztere dient dazu, die Theilung zu beleuchten, indem sie das Licht einer seitlich aufgestellten Lampe zerstreut reflectirt. Die Strahlen passiren dann das Innere des Fernrohrs und über demselben einen Kasten o, an welchem eine Mikrometerschraube o' befestigt ist; alsdann werden sie durch ein totalreflectirendes Prisma abgelenkt und gehen endlich durch den schräg gerichteten, das Ocular enthaltenden Theil M, welcher, auf dem senkrechten Theile drehbar, in jede dem Beobachter bequeme Richtung gebracht werden kann. Dieser erblickt nun im Mikroskop ausser der Theilung des Kreises d noch einen in der Bildebene befindlichen und durch die Mikrometerschraube o' beweglichen Doppelfaden, dessen Ort auf der Theilung dadurch bestimmt wird, dass man denselben durch Drehen von o' auf den vorhergehenden Theilstrich zurück verschiebt. Da der Abstand der Theilstriche auf dem Kreise 10′ beträgt, die Trommel o' aber in 60 Theile getheilt ist, so entspricht die Drehung der Trommel um einen Strich einer Verschiebung des Fadens um 10″, und da die Zehntel eines Theiles auf der Trommel noch geschätzt werden können, so vermag man mit diesem Instrumente die einzelnen Secunden abzulesen. Es leuchtet aus der Beschreibung des Apparates ein, dass mit dieser Genauigkeit sowohl der Winkel zwischen den beiden Fernröhren, resp. die Grösse einer mit denselben ausgeführten Drehung, als auch der Winkel, um welchen, bei fester Stellung der Fernröhre, der Kreis d mit einem darauf befestigten Krystall gedreht worden ist, gemessen werden kann.

Fig. 638.



Eine etwas eingehendere Beschreibung dieses grossen Goniometers, welches naturgemäss nur verhältnissmässig selten gebraucht wird, findet man in dem Berichte über die wissenschaftlichen Instrumente der Berl. Gew.-Ausstellung v. J. 1879 (Berlin 1880), S. 321 f.

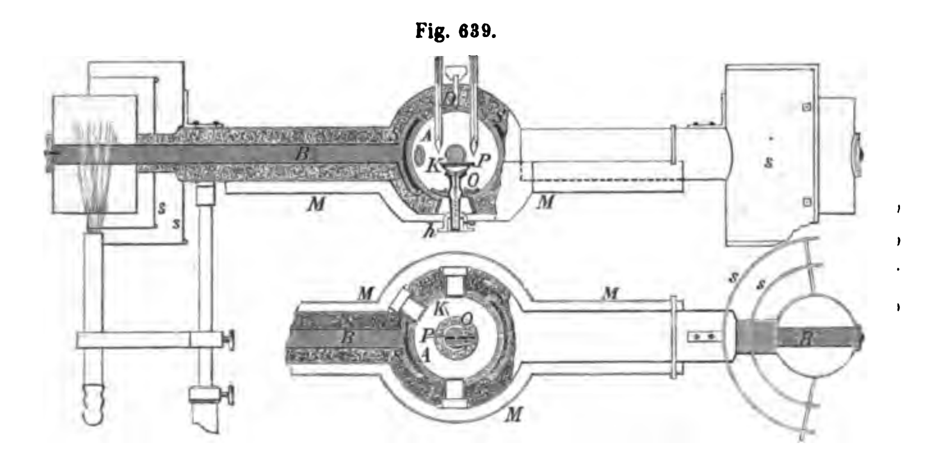
Will man dieses Goniometer zur Messung von Krystallwinkeln in höherer

Temperatur anwenden, so muss man mit demselben ein Luftbad verbinden. in welchem sich der Krystall befindet. Man kann hierzu einen Metallkasten von 40—50 mm Höhe verwenden, dessen Boden in der Mitte ein kreisrundes Loch hat und der durch einen Deckel geschlossen werden kann. Derselbe muss drei Fenster, d. h. kurze Ansatzröhren mit planparallelen Glasplatten geschlossen, besitzen. Nach zwei gegenüberliegenden Seiten ist er mit je einer am Ende geschlossenen Metallröhre in Verbindung, deren äusserster Theil durch Gasflammen erhitzt wird, bis der ganze Innenraum eine constante Temperatur angenommen hat, welche durch zwei Thermometer gemessen wird, die durch den Deckel hineinreichen. Den Erhitzungskasten legt man mit beiden Enden auf je eine Gabel eines eisernen Stativs. an welchem zugleich ein Bunsen'scher Brenner befestigt ist, so auf, dass die Oeffnung in dem Boden des Mittelraums sich unmittelbar über der Centrir- und Justirvorrichtung befindet. Auf letztere wird statt des Tischchens eine kleine verticale Messingpincette zum Halten des Krystalls angeschraubt, welche sich zum grösseren Theile im Innern des Kastens befindet, so dass der Krystall gerade in dessen Mitte durch die beiden gegenüberliegenden Fenster gesehen werden kann. Um die zur ungehinderten Drehung nothwendig weite Oeffnung an der Unterseite des Luftbades möglichst zu schliessen, dient ein kreisförmiges Metallplättchen, welches halbirt und mit Charnier wie eine Scheere geschlossen werden kann; dasselbe hat in der Mitte ein Loch von dem Durchmesser des Stiels der Pincette und verschiebt sich mit dieser, wenn es um dieselbe herumgelegt worden ist. Zur Krystallmessung stellt man das eine Fernrohr senkrecht auf die Glasscheibe des hinteren Fensters, das andere normal zu dem seitlich gelegenen vorderen; alsdann bilden beide einen Winkel von 135° mit einander, und bei passender Stellung einer Krystallfläche wird das Bild des Fadenkreuzes des hinteren Fernrohrs, von derselben reflectirt, in das vordere gelangen. Denselben Apparat kann man auch dazu benutzen, die Brechungsindices eines in höherer Temperatur befindlichen Prismas zu bestimmen. Giebt man demselben nämlich einen so grossen Winkel, dass die im Minimum dadurch hervorgebrachte Ablenkung etwa 45° beträgt, so kann man, durch die beiden gegenüberliegenden Fenster blickend, das directe Bild des am hinteren Fernrohr angebrachten Spaltes und durch das seitliche Fenster das abgelenkte Bild desselben im Beobachtungsfernrohr einstellen*). Nach verschiedenen Verbesserungen des Erhitzungsapparates durch Beckenkamp construirte in neuerer Zeit Fuess einen solchen, der Temperaturen bis nahe 300° längere Zeit constant zu erhalten gestattet. Derselbe ist in Fig. 639 z. Th. in verticalem und in horizontalem Durchschnitte, z. Th. in Ansicht dargestellt. Der mittlere Theil, das eigentliche Luftbad, in welchem sich

*) Ueber die Ausführung von Messungen mit diesem grossen Apparate bei verschiedenen Temperaturen siehe namentlich A. Arzruni, Zeitschr. f. Kryst. 1, 169; L. Calderon, ebenda 4, 505; J. Beckenkamp, ebenda 5, 440 und 6, 450; A. Schrauf. ebenda 9, 435.

die Krystallhalter *K* und die Thermometer befinden, ist eine kupferne, mit den entsprechenden Fenstern (von denen zwei in der oberen Figur sichtbar sind) versehene Hohlkugel *A*. An dieser sind zwei Schalen *S* und an letz-

Fig. 639.



teren zwei Stäbe *B* von demselben Metall befestigt, welche an ihren Enden erhitzt werden. Alle Zwischenräume sind mit Asbest ausgefüllt. Die Blechschirme *s* und der freiliegende Blechmantel *M* halten die strahlende Wärme vom Goniometer ab. Der Krystallträger *K* ist so construirt, dass er eine grobe Vorjustirung des Krystalls, welcher von verstellbaren Drahtstiften gehalten wird, ermöglicht (über das Verfahren mit diesem Apparat s. Zeitschr. f. Kryst. **21**, 153).

§ 14. **Methode der Messung mit dem Reflexionsgoniometer.** Die Genauigkeit, mit welcher die Flächenwinkel eines Krystalls gemessen werden können, hängt hauptsächlich ab von der Beschaffenheit seiner Flächen; sind diese uneben, gebrochen oder wenig spiegelnd*), so kann auch das genaueste Instrument dem Beobachter nicht zu einer andern als einer approximativen Kenntniss der Winkel verhelfen, die nur dadurch der Wahrheit mehr

*) Es versteht sich von selbst, dass die Krystalle in sorgfältig gereinigtem Zustande auf das Goniometer gebracht werden müssen. Sind die Flächen derselben nicht vollkommen rein, so reibt man sie trocken oder mit Alkohol in einer Falte vom weichsten Putzleder und fasst sie dann an einer Stelle, welche zur Messung nicht benutzt werden soll, mit der Spitze eines kleinen Kegels von gelbem Wachse, das man durch Kneten mit den Fingern zuvor möglichst weich gemacht hat. Dieser Wachskegel wird dann auf den Krystallträger des Instrumentes aufgesetzt und muss daher, wenn der Krystall schwer ist, ziemlich massig sein, um Senkungen des letzteren zu vermeiden. Bei sehr genauen Messungen grösserer Krystalle ist es jedenfalls zu empfehlen, als Unterlage Siegellack zu nehmen, auf welchem die Befestigung mit wenig Wachs vorgenommen wird, oder nach dem Aufsetzen bis zur Vornahme der Messung einige Zeit zu warten. Bei der Messung kleiner Flächen ist es vortheilhaft, das Wachs durch eingekneteten Russ zu schwärzen, da das von dem hellen Wachskegel in das Gesichtsfeld geworfene zerstreute Licht bei der Einstellung sehr lichtschwacher Reflexe einigermassen stört.

genähert wird, dass Derselbe eine grössere Zahl von Krystallen untersucht und das Mittel aus den Resultaten zieht. Trotzdem muss der Beobachter es sich stets zur Vorschrift machen, alle Fehler, welche durch mangelhafte Centrirung, Justirung und dergl. hervorgebracht werden können, so weit zu vermeiden, dass die erhaltenen Resultate so genau sind, als es bei der Beschaffenheit der Flächen nur irgend möglich ist.

Im Folgenden sollen nun die verschiedenen zur Messung gehörigen Manipulationen und die bei denselben möglichen Fehler behandelt werden.

1) Wahl des Signales. Die Wahl desjenigen leuchtenden Objectes, dessen Bild von den Krystallflächen reflectirt werden soll, muss ganz von deren Beschaffenheit abhängig gemacht werden. Das vortheilhafteste ist, wie schon früher bemerkt, das Fadenkreuz eines zweiten Fernrohrs, aber dieses lässt sich nur bei sehr vollkommenen Flächen anwenden. Bei weitem in den meisten Fällen erhält man kein Reflexbild desselben von den Flächen und muss sich daher nach einem lichtstärkeren Object umsehen. Bei den S. 616 für das Arbeiten mit den kleinen verticalen Goniometern empfohlenen Signalen muss ein dunkles Zimmer zur Verfügung stehen und auch die Ablesung des Instrumentes bei künstlicher Beleuchtung stattfinden. Will man das letztere vermeiden, so kann man an einem Fenster in 6—8 m Entfernung vom Goniometer einen schwarzen Schirm mit einer kreisförmigen Oeffnung anbringen und auf diese einstellen. Doch müssen alsdann die Krystallflächen schon ziemlich gross und gut spiegelnd sein, um bei Tageslicht ein genügend helles Bild im Fernrohr erkennen zu lassen.

Die in § 13 beschriebenen Goniometer mit horizontalem Kreise bedürfen keiner Distanz zur Aufstellung des Signals, da dieses sich im Collimatorrohr befindet und durch eine dicht vor letzteres zu stellende Lampe beleuchtet wird*). Von den bereits S. 624 besprochenen Signalen dient dasjenige mit der kleinen kreisrunden Oeffnung nur dazu, sehr kleine Knickungen und sonstige Unvollkommenheiten der spiegelnden Fläche zu erkennen, und ist wegen der Kleinheit des Bildes hierzu ganz vorzüglich geeignet. Zu den eigentlichen Messungen bedient man sich entweder des Websky'schen Spaltes oder des Schrauf'schen Signales, über welche l. c. das Nöthige gesagt ist.

Ehe man die Messung beginnt, hat man das Ocular des Beobachtungsfernrohrs so einzustellen, dass das Object, sei es eine entfernte beleuchtete Oeffnung, sei es das Fadenkreuz oder der Spalt des andern Fernrohrs, direct gesehen ganz scharf erscheint, ebenso das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohrs, und dass beide bei einer Bewegung des Auges sich gar nicht gegen einander verschieben, d. h. dass das Bild des Objects und das Fadenkreuz genau in einer Ebene liegen.

Centrirung. Um diese vorzunehmen, muss der Krystall selbst, resp.

*) Um auch bei Tageslicht arbeiten zu können und den häufigen Wechsel von Hell (beim Ablesen s. S. 616) und Dunkel (beim Einstellen) zu vermeiden, verwendet H. Traube (Jahrb. f. Min. 1894, 2, 92) eine von Fuess ausgeführte Vorrichtung, welche nur das durch den Collimator gegangene Licht zum Krystall gelangen lässt.

die zu centrirende Kante, in dem auf die Axe des Goniometers gerichteten Beobachtungsfernrohre sichtbar gemacht werden. Bei den kleinen S. 613 f. beschriebenen Instrumenten geschieht dies einfach dadurch, dass man das Ocularrohr des Fernrohrs entfernt, dessen Objectiv alsdann wie eine Lupe wirkt, durch welche man den Krystall erblickt und somit sehen kann, ob die zu messende Kante bei der Drehung an ihrem Orte verbleibt. Bei den vollkommneren, in § 13 behandelten Goniometern wird die Vorschlaglinse (s. S. 625) bis zum Anschlag herabgedrückt und dadurch das Fernrohr in ein Mikroskop verwandelt, welches auf den Krystall eingestellt ist.

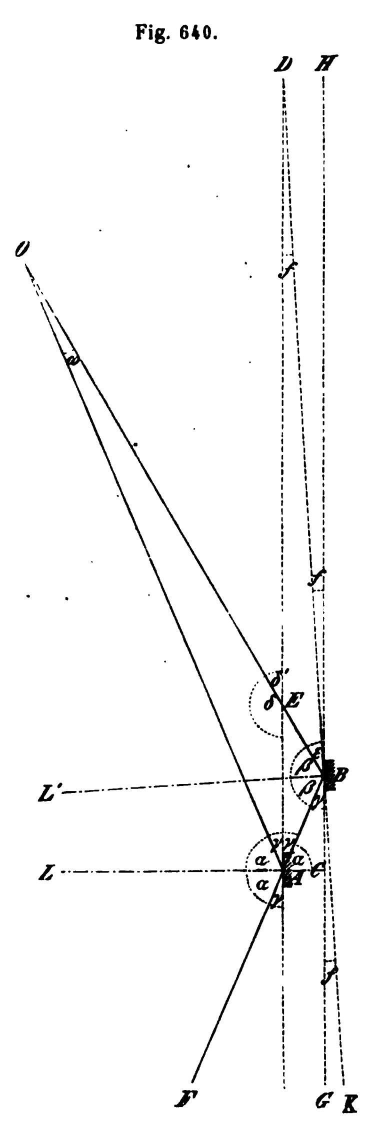
In allen Fällen setzt man den letzteren auf dem Tischchen *u* so auf, dass die zu messende Kante schon von vornherein nach dem Wiedereinsetzen nahezu centrirt ist; alsdann bringt man durch Drehung der Scheibe *A* (Fig. 630) oder durch Verschiebung des Fernrohres *f* (Fig. 631) Krystall und Fernrohr in die gleiche Entfernung vom Kreise; bei den horizontalen Instrumenten, z. B. Fig. 633, wird der Krystall in die richtige Höhe gebracht durch Drehen der Scheibe *k*. Nunmehr stellt man eine der beiden Centrirschrauben *y* parallel dem Fernrohr und bewegt durch die zweite die zu centrirende Krystallkante nach oben oder unten, bei den horizontalen Instrumenten nach rechts oder links, bis sie in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint; alsdann dreht man an der Scheibe *A* Fig. 631 (*i* Fig. 633) um 90° und wiederholt das Gleiche mit der andern Schraube; ist das Fernrohr genau auf die Drehungsaxe gerichtet, so steht nunmehr die Kante im Gesichtsfelde still, d. h. sie ist centrirt. Ist die zu messende Kante jedoch nicht ausgebildet oder abgebrochen, so muss man jedesmal die Axe so weit drehen, dass die Krystallfläche im Fernrohr eben verschwindet, d. h. zu einer geraden Linie verkürzt erscheint (dabei fällt die Fernrohraxe in die Ebene der Krystallfläche), und muss diese Linie jedesmal in die Mitte des Gesichtsfeldes bringen.

Mit welcher Genauigkeit die Centrirung einer Kante erreicht werden muss, darüber erhält man am besten Rechenschaft, wenn man untersucht, welchen Einfluss auf das Resultat der Messung eine ungenaue Centrirung ausübt.

Sei in Fig. 640 (S. 634) *A* ein Punkt der reflectirenden Krystallfläche, deren Durchschnittsrichtung mit der Ebene, in welcher die Reflexion stattfindet, *AD*; sei *O* das leuchtende Object, *OA* der unter dem Winkel α auffallende Lichtstrahl, *AF* der in das Fernrohr reflectirte; ausserdem reflectiren auch die andern Punkte der Fläche, so dass divergente Strahlen auf das Objectiv des Beobachtungsfernrohrs auffallen; diese werden aber alle zu einem Bilde von *O* vereinigt, da ihre Richtung so ist, als ob sie alle herkämen von einem Punkte, der symmetrisch zu *O* in Bezug auf die Spiegelebene liegt. Demnach ist es gleichgültig, an welcher Stelle innerhalb der Ebene *AD* die reflectirende Fläche liegt; das Bild wird auch an derselben Stelle im Fernrohr zu Stande kommen, wenn es von der andern Fläche (nach der Drehung) reflectirt wird, wenn diese nur parallel *AD* und zugleich in dieselbe Ebene, nicht rechts oder links, fällt. Ist dagegen der letzten Bedingung nicht

genügt, so ist das virtuelle Bild von O hinter dem Spiegel jetzt an einem andern Ort, also auch die Richtung der von ihm herkommenden Strahlen. d. h. die Stellung seines Bildes im Fernrohr, eine andere, und es muss die Krystallfläche um einen Winkel vor oder zurück gedreht werden, um dieselbe Einstellung zu erhalten. Um so viel aber, als diese Drehung beträgt, wird das Messungsresultat falsch, da der gesuchte Flächenwinkel gleich ist dem Winkel, um welchen man den Krystall drehen muss, damit die zweite Krystallfläche derjenigen Ebene, in welcher sich vorher die erste befand, parallel wird. Sei nun B Fig. 640 ein Punkt der zweiten Krystallfläche, BD deren Lage, nachdem der Krystall so weit gedreht worden ist, bis das reflectirte Bild von O im Fernrohr an derselben Stelle (Mitte des Fadenkreuzes) erscheint, wie vor der Drehung das von der ersten Fläche zurückgeworfene, d. h. bis die Richtung BF mit AF zusammenfällt; sei ferner $GH \parallel AD$, so ist offenbar die Differenz der abgelesenen Drehung und des gesuchten Winkels, d. h. der Fehler des Resultats = dem Winkel f, welchen die beiden Ebenen AD und BD mit einander bilden. Dessen Grösse ergiebt sich auf folgende Weise:

Fig. 640.



Da $\delta' = \varepsilon + f$ zugleich der Aussenwinkel des Dreiecks AEO, so ist

$$\gamma + \omega = \varepsilon + f,$$

und da

$$\varepsilon = \gamma + f$$

(weil $KBL' = \gamma + f + \beta = L'BD = \varepsilon + \beta = 90^\circ$), so ist

$$\omega = 2f.$$

Da ferner

$$AB = \frac{AC}{\sin\gamma}$$

und da im Dreieck ABO

$$\sin\omega = \frac{AB \cdot \sin 2\gamma}{BO} = \frac{AC}{\sin\gamma} \cdot \frac{\sin 2\gamma}{BO},$$

so ist, weil $\sin 2\gamma = 2\sin\gamma \cdot \cos\gamma$,

$$\sin\omega = \frac{AC}{BO} \cdot 2\cos\gamma.$$

Hieraus sieht man, dass der Fehler f, d. i. $\frac{\omega}{2}$, um so kleiner wird, je grösser BO, d. h. die Entfernung des Objects vom Krystall; benutzt man

also, wie es bei den kleinen Goniometern S. 613 f. geschieht, eine erleuchtete Oeffnung in einem dunklen Schirme als Object, so hängt es von deren Entfernung ab, wie gross f wird; ferner von dem Winkel γ, denn ω, also auch f, wächst mit abnehmendem γ (gewöhnlich stellt man das Fernrohr so, dass $\gamma = 30^\circ$ bis 40°). Sei z. B. der Abstand AC der beiden Ebenen, in welche wegen unvollkommener Centrirung die eine und die andere Krystallfläche zu liegen kommen, = 1 Millimeter, der Abstand der Flamme = 5 Meter, $\gamma = 30^\circ$, so wird der entstehende Fehler $f = 0'36''$; setzt man dagegen die Flamme auf eine Entfernung von 10 Meter, so wird, bei sonst gleichen Verhältnissen, $\omega = 0'37''$, d. h. $f = 0'18''$. Man hat also womöglich die Lichtquelle so entfernt aufzustellen, als es die Flächenbeschaffenheit gestattet, um noch ein deutliches Reflexbild zu erhalten. Hält man an Stelle des Krystalls eine beleuchtete Millimeterscala, so kann man ein- für allemal bestimmen, der wievielte Theil des Gesichtsfeldes (nach Entfernung des Oculars) einem Millimeter entspricht, und kann unter Berücksichtigung der Gestalt des Krystalls nach Obigem leicht, wenn derselbe aufgesetzt ist, beurtheilen, ob die erreichte Centrirung noch Fehler von störender Grösse hervorbringen kann. Habe man z. B. ein rhombisches Prisma, dessen beide Flächenpaare, das eine 2, das andere 3 Millimeter gegenseitigen Abstand haben, so kann man getrost die Mitte desselben centriren und, ohne neu zu centriren, alle vier Winkel messen, denn es ist klar, dass alsdann die Ebenen, in welche beim Drehen die verschiedenen Flächen zu liegen kommen, nicht weiter von einander abstehen können, als $\frac{1}{4}$ Millimeter; bei 10 Meter Signaldistanz giebt dies nur einen Fehler von ca. 9'', ja selbst bei 5 Meter Abstand würde derselbe in den meisten Fällen noch weit geringer sein, als die aus Unvollkommenheiten der Flächen entstehenden, nämlich 18''. Würden die Flächen einer Zone zufällig alle genau gleich weit von der Mitte des Krystalls abstehen, so wäre der Fehler bei der Centrirung dieser Mitte für die Messung aller ihrer Winkel absolut gleich Null.

Der aus einer Excentricität der zu messenden Kante entspringende Fehler wird Null, wenn die auf die Krystallfläche auffallenden Strahlen parallel sind. Dies ist aber der Fall, wenn das Goniometer mit einem Collimator ausgerüstet ist, bestehend aus einer Objectivlinse, in deren Brennpunkt sich ein beleuchtetes Signal (Spalt) befindet; denn die von dem letzteren ausgehenden Strahlen treten aus dem Objective parallel aus und fallen so auf die Krystallfläche. Bei den in § 13 beschriebenen vollständigeren Goniometern ist daher eine Centrirung der Krystallkanten eigentlich gar nicht nöthig; wenn man dieselbe trotzdem vornimmt, so geschieht es, um auch kleine, aus einem etwaigen nicht vollkommenen Parallelismus der aus dem Collimator austretenden Strahlen entstehende, Fehler zu vermeiden, hauptsächlich aber, um die spiegelnde Fläche in die Axe des Beobachtungsfernrohrs zu bringen, so dass die reflectirten Strahlen durch die Mitte des Objectives dringen und in der Focalebene ein möglichst helles und scharfes Bild hervorbringen. Zu dem Zwecke wird vor das Objectiv die Lupe vor-

geschlagen, wie es in Fig. 633 dargestellt ist, und die Kante oder, wenn der Krystall nicht allzu gross ist, die Mitte der zu messenden Zone so verschoben, dass sie beim Drehen constant am senkrechten Faden des Fernrohrs bleibt, welcher die Mitte des Gesichtsfeldes bezeichnet. Nach geschehener Centrirung, welche in der S. 633 angegebenen Weise ausgeführt wird, ist die vor dem Objectiv befindliche Lupe zu entfernen, zu welchem Zwecke sie an einem Charnier beweglich ist (vergl. Fig. 634).

Justirung. Um diese zu erleichtern, ist es nothwendig, die zu messende Kante (oder Zone) schon nach dem Augenmaasse so genau wie möglich normal zum Kreise aufzusetzen; man nimmt zu diesem Zwecke das kleine Tischchen *u* Fig. 630 (nach Lösung der Schraube *v*) ab und befestigt nun mit Wachs den Krystall so, dass die Flächen der zu messenden Zone sich ungefähr im Drehungscentrum der Justirbögen (*r* Fig. 633) befinden, und deren Axe normal zum Tischchen steht, was man dadurch controlirt, dass man dasselbe gegen das Licht hält; ausserdem muss eine der vorherrschenden Flächen der betreffenden Zone so orientirt sein, dass sie ebenfalls so genau, wie es mit dem Augenmaass möglich, nach dem Aufsetzen und Festschrauben des Tisches parallel einer der beiden Justirschrauben ist, also entweder in die Ebene des Durchschnittes Fig. 633 fällt oder dazu senkrecht steht. Ist das Tischchen in dieser Weise auf dem Goniometer befestigt und sind vorher die Segmente der Justirvorrichtung in die Mittelstellung gebracht, so erhält man gewöhnlich die reflectirten Bilder beim Drehen schon in das Fernrohr, wenn sie auch (bei Anwendung eines Goniometers mit verticalem Kreise) rechts oder links vom Fadenkreuz das Gesichtsfeld passiren. Sollten sie jedoch noch ausserhalb desselben fallen, so muss man durch Sehen neben dem Fernrohr entlang unter Hin- und Herbewegung des Auges die Reflexe suchen, um zu erkennen, ob sie zu weit rechts oder links sind, und dann mit den beiden Schrauben eine erste Correction anbringen; hat man die Bilder aber einmal im Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohrs, so ist die genaue Justirung der Kante leicht: man stellt zuerst das von derjenigen Fläche, welche einer Justirschraube parallel ist (s. oben), reflectirte Bild ein und dreht an der andern Schraube, bis es am verticalen Mittelfaden des Fadenkreuzes steht; alsdann stellt man das Bild von einer zweiten Fläche ein und corrigirt dieses mit der ersteren Schraube, wobei die Justirung der ersten Fläche um so weniger geändert wird, je genauer sie dieser Schraube parallel ist; durch ein oder zwei kleine Nachcorrectionen gelingt es dann leicht, zu erreichen, dass die von beiden Flächen, folglich auch von allen übrigen derselben Zone, gelieferten Bilder beim Drehen genau am verticalen Mittelfaden entlang sich bewegen. Ganz ebenso verfährt man natürlich mit den Goniometern, deren Limbus horizontal ist, nur dass hier selbstverständlich die Reflexe der noch nicht justirten Flächen zu hoch oder zu tief erscheinen und die Justirung erst dann erreicht ist, wenn die Mitte des Signalbildes beim Drehen der Goniometeraxe genau am Horizontalfaden des Beobachtungsfernrohrs entlang

läuft. Ist dies nur für die beiden justirten Flächen, nicht auch für die übrigen der Fall, so sind die Theile des Krystalls nicht vollkommen parallel (s. S. 284) oder die betreffende dritte, vierte, fünfte Fläche liegt überhaupt nicht in der Zone der beiden ersteren*). Eine genaue Justirung auf dem Goniometer ist daher das sicherste Mittel, um zu erkennen, ob eine Krystallfläche in der Zone zweier anderer liegt, und verwendet man zu dieser Prüfung entweder den horizontal gestellten (um 90° gedrehten) Websky'schen Spalt oder das auf S. 624 unter c) beschriebene Signal.

Messung. Sind die oben genannten Bedingungen für Justirung und Centrirung erfüllt, so kann zur Messung geschritten werden. Benutzt man eines der kleinen S. 613 f. beschriebenen Goniometer und als Signal eines der S. 616 erwähnten, so stellt man das Fadenkreuz des Fernrohrs unter 45°, weil bei dieser Stellung sich die Coincidenz mit dem Bilde des Signals am genauesten erreichen lässt. Während man vorher mit der Scheibe *A* nur die innere Axe *a* bewegte, dreht man jetzt mit *B* zugleich den Kreis, stellt das Bild zunächst durch Drehen mit freier Hand ungefähr ein und bewirkt die genaue Einstellung auf das Fadenkreuz mittelst der Feinstellschraube *g*; alsdann liest man die Stellung des Kreises am Nonius ab, löst die Feinstellvorrichtung, um *B* wieder frei bewegen zu können, dreht an letzterem, bis das Signalbild der zweiten Fläche ins Gesichtsfeld kommt, und wiederholt mit diesem die gleiche Operation. Kann man alle Flächen der Zone mit einer einzigen Centrirung messen, so dreht man, bis die erste Fläche derselben noch einmal eintritt, und sieht zu, ob man für diese die gleiche Ablesung wie im Anfang erhält, um sich zu vergewissern, dass nicht inzwischen irgend eine Verschiebung vorgekommen ist. Ist jedoch der Krystall so gross, dass jede Kante einzeln centrirt werden muss, so werden natürlich für jede Kante beide Flächen neu eingestellt und abgelesen; die Justirung bleibt aber die gleiche für die ganze Zone.

Bei den horizontalen Goniometern Fig. 633 ist es die Scheibe *g*, durch deren Drehung die Fläche eingestellt wird, wobei die genaue Coincidenz der Mitte des Signals mit der des Fadenkreuzes nach Klemmung von β mit der zugehörigen Feinstellschraube (*G* Fig. 634) ausgeführt wird. Benutzt man als Signal, wie es gewöhnlich geschieht, den Websky'schen Spalt, so wird der enge mittlere Theil desselben mit dem verticalen Faden des Beobachtungsfernrohres zur Deckung gebracht.

---

*) In diesem Falle ist sie eine der justirten Zone vicinale (s. S. 284) Fläche, deren Zeichen meist sehr complicirt ist. Um dasselbe zu bestimmen, genügt es nicht, ihren Reflex auf den Verticalfaden des Fadenkreuzes einzustellen (welchen er über oder unter der Mitte passirt), da man auf diesem Wege nicht den wahren Bogenabstand der Fläche von der nächsten der justirten Zone, sondern eine Projection dieses Bogens auf die Ebene des justirten Zonenkreises erhalten würde. Es ist daher nöthig, auch noch die Abweichung des Reflexes von dem letzteren zu messen. Die beste Methode, die Abweichung einer Fläche aus einer benachbarten Zone zu bestimmen, hat M. Websky angegeben (dieselbe wird in § 22 beschrieben werden).

Krystallen gemessen werden (um im Mittel die einzelnen Störungen möglichst auszugleichen) oder nach einem oder mehreren, annähernd regelmässig ausgebildeten Krystallen gesucht werden, wenn eine genaue krystallographische Bestimmung erzielt werden soll. Eine wichtige Prüfung betreffs der regelmässigen Ausbildung eines Krystalles besteht darin, dass die Winkelabstände paralleler Flächen auf ihre Abweichung von 180° untersucht werden; hierdurch gelingt es oft, von mehreren Reflexen einer Fläche denjenigen, welcher dem richtig gelagerten Flächentheil angehört, zu bestimmen, indem man nachweist, dass derselbe, in verschiedenen Zonen gemessen, von der parallelen Gegenfläche, falls diese gut und einfach ausgebildet ist, um 180° absteht. Geben die meisten oder alle Flächen eines Krystalls zusammengesetzte Reflexbilder anstatt einfacher, so ist natürlich eine genaue Messung desselben nicht möglich; aus den Winkelabständen der äussersten Signalbilder in der einer Krystallfläche angehörigen Gruppe von Reflexen lässt sich auf den Grad der Ungenauigkeit der Messungen ein angenäherter Schluss ziehen.

Sind endlich die Flächen eines Krystalls so unvollkommen, dass sie überhaupt kein Signalbild mehr liefern, andererseits aber zu klein, um das S. 604 f. erläuterte Verfahren zur Messung matter Flächen zu gestatten, so bleibt zur approximativen Bestimmung ihrer Winkel nur folgender Weg übrig: Man setzt, wenn man eines der kleinen Goniometer Fig. 630 oder 631 benutzt, nach dem Centriren das Ocular des Fernrohrs nicht wieder ein, resp. man lässt, wenn man mit einem Fuess'schen Instrumente arbeitet, die Vorschlaglupe vor dem Objectiv, so dass man den Krystall deutlich erblickt. Alsdann bewirkt man durch die Justirschrauben, dass die Flächen der zu messenden Zone beim Drehen nach einander durch das vom Signal ausgehende Licht vollständig erleuchtet erscheinen, womit eine angenäherte Justirung erreicht ist. Die Einstellung jeder einzelnen Fläche erfolgt nun ebenfalls unter Benutzung des Umstandes, dass dieselbe am vollkommensten erleuchtet gesehen wird, wenn die von ihr reflectirten Strahlen genau parallel der Axe des Beobachtungsfernrohrs in dieses eintreten. Um diese Stellung möglichst richtig zu finden, dreht man in demjenigen Sinne, in welchem die Messung der Zone erfolgt, bis das Maximum der Beleuchtung der Fläche eintritt, liest diese Stellung am Kreise ab, dreht weiter, bis der Reflex verschwindet, dann wieder zurück, bis das Maximum der Beleuchtung wieder eintritt, und liest diese Stellung ebenfalls ab. Da man bei diesem Verfahren sich der wahren Position von beiden entgegengesetzten Seiten her in gleicher Weise genähert hat, so ist das Mittel beider Ablesungen der wahrscheinlichste Werth der richtigen Einstellung, und die Differenz der beiden Ablesungen, — d. h. der Winkel, um welchen man die Krystallfläche drehen kann, ohne dass sie aufhört, vollkommen beleuchtet zu erscheinen, — ist offenbar eine kleine Grösse, wenn die Fläche recht eben ist, und alsdann liefert diese Methode ein ziemlich genaues Resultat; die in Rede stehende Differenz ist aber um so beträchtlicher und bewirkt eine um

so grössere Ungenauigkeit der Messung, je mehr die Fläche gekrümmt oder geknickt ist; im letzteren Falle erscheinen die einzelnen Theile derselben, wenn ihre gegenseitige Neigung eine merkliche ist, nicht gleichzeitig erleuchtet, und man muss alsdann auf diejenigen Theile der Fläche einstellen, welche man ihrer Lage nach für die richtigeren hält. Diese Messungsmethode nennt man die »Schimmermessung« oder »Einstellung auf den allgemeinen Reflex«. Es versteht sich von selbst, dass man dieselbe nur auf die Flächen anwendet, welche kein Reflexbild mehr liefern; besteht also eine zu messende Zone z. Th. aus genügend gut spiegelnden Flächen, z. Th. aus solchen, welche kein Reflexbild des Signals geben, so wendet man ein gemischtes Verfahren an: man stellt die ersteren Flächen in der gewöhnlichen Weise, welche in allen Fällen die genauere ist, ein, die nicht genügend spiegelnden dagegen durch Wegnahme des Oculars, resp. Vorschlagen der Lupe, auf Schimmer.

Ganz von der Berücksichtigung auszuschliessen sind zwei Arten von Reflexen, denen man bei der Messung einer Zone nicht selten begegnet. Der erste dieser Fälle betrifft die von fein gestreiften Krystallflächen gelieferten Bilder. Die Streifung einer Fläche entsteht bekanntlich dadurch, dass zwei verschiedene Ebenen, seien es zwei benachbarte Flächen desselben Krystalls (Combinationsstreifung s. S. 285 Anmerk.) oder gleichwerthige Flächen zweier verschiedener Krystalle (Zwillingsstreifung), vielfach mit einander alterniren. Sind nun die einzelnen Streifen nicht allzu schmal, so geben alle unter einander parallelen Streifen der einen Stellung ein gemeinsames einfaches Reflexbild, diejenigen der andern Stellung, nach erfolgter Drehung des Krystalls um den Winkel der beiden Flächen, ebenfalls ein einziges Bild. Ganz anders wird die Erscheinung, wenn die einzelnen Streifen schmal sind: alsdann treten nämlich die bereits S. 638 erwähnten Beugungserscheinungen auf; bei einer recht feinen und regelmässigen Streifung der Fläche verschwinden die den beiden sie zusammensetzenden Ebenen entsprechenden Reflexe ganz, und statt ihrer erscheint in einer mittleren Position ein ungefärbtes helles Reflexbild, welches alle Eigenschaften eines normalen, von einer ebenen Fläche gelieferten Signalbildes hat, und zu beiden Seiten desselben eine Reihe von farbigen Nebenbildern, deren Abstände von der Feinheit der Streifung und von dem Incidenzwinkel des Lichtes abhängen. Die bei jeder Incidenz unveränderliche Position des Mittelbildes, welches um so heller und schärfer erscheint, je feiner die Fläche gestreift ist, entspricht nun der Tangentialebene an die parallelen ein- und ausspringenden Kanten, welche die Streifung erzeugen, also einer Ebene, welcher keinerlei krystallographische Bedeutung zukommt, da ihre Lage von der zufälligen relativen Breite der Streifen abhängt. Aus der Theorie der Beugung des Lichtes geht hervor, dass eine derartige Scheinfläche, sobald die Breite der sie zusammensetzenden Streifen nicht allzu gross im Vergleich zur Wellenlänge des Lichtes ist, genau nach demselben Gesetze, wie eine vollkommen ebene Fläche, ein normales Bild

reflectirt und daneben gefärbte Seitenbilder, deren Abstand nur abhängt von der Feinheit der Streifung und vom Incidenzwinkel der Strahlen. Daraus folgt, dass in diesem Falle in der Reflexion des Lichtes kein Mittel mehr gegeben ist, um die wahre krystallographische Lage der die Scheinfläche zusammensetzenden Ebenen zu bestimmen, und dass feingestreifte Flächen überhaupt von der Messung auszuschliessen sind, um so unbedingter, je feiner und regelmässiger ihre Streifung ist. Nur in dem Falle, dass man eine der Streifung nicht parallele Zone justirt hat, und beim Drehen das gegliederte Lichtband einer gestreiften Fläche, welches dann natürlich eine schräge Richtung hat, das Gesichtsfeld passirt, kann man die Position einstellen, in welcher der helle Streifen durch die Mitte des Fadenkreuzes geht, weil diese Position zwei Zonen des Krystalls angehört, also die Existenz einer ihr entsprechenden Fläche, deren Indices rationale sein müssen, unter den die Streifung bildenden wenigstens sehr wahrscheinlich ist. Näheres über die Interferenzerscheinungen fein gestreifter Flächen s. Förstner, Zeitschr. f. Kryst. 8, 143 f.

Die zweite Art von Bildern, welche bei der Messung einer Zone nicht berücksichtigt werden dürfen, kommen nur bei recht durchsichtigen Krystallen vor. Dieselben entstehen durch Totalreflexion des ins Innere des Krystalls eingetretenen Lichtes an einer vom Beobachter abgewendeten Fläche und Austritt der Strahlen durch eine vordere Fläche; da letzterer mit einer Brechung verbunden ist, sind diese Bilder*) farbig und ausserdem leicht durch ihre eigenthümliche Bewegung zu erkennen, wenn man den Krystall dreht und mit dem Beobachtungsfernrohr in demselben Sinne der Drehung folgt; dieselben werden nämlich an gewissen Stellen, d. h. bei gewissen Incidenzwinkeln, rückläufig. Ausserdem sind derartige falsche Reflexe auch dadurch zu vermeiden, dass man die Drehung des Krystalls, um von einer Fläche zur andern zu gelangen, mit vorgeschlagener Lupe (bei den kleinen verticalen Goniometern mit abgenommenem Ocular) vornimmt; man sieht dann sofort, ob die erleuchtete Fläche dem Signale zugekehrt ist**) oder nach der entgegengesetzten Seite gelegen und daher eine durch Totalreflexion erleuchtete Innenfläche des durchsichtigen Krystalls ist.

Zum Schluss mögen noch diejenigen Vorkehrungen erwähnt werden, welche man zu treffen hat, um Krystalle zu messen, die sich an der Luft verändern, z. B. Feuchtigkeit anziehen und zerfliessen oder dergl. Für verticale Goniometer hat Brezina (Jahrb. d. geol. Reichsanst. 1884, S. 329) eine ziemlich complicirte, durchsichtige Stopfbüchse angegeben, in welcher

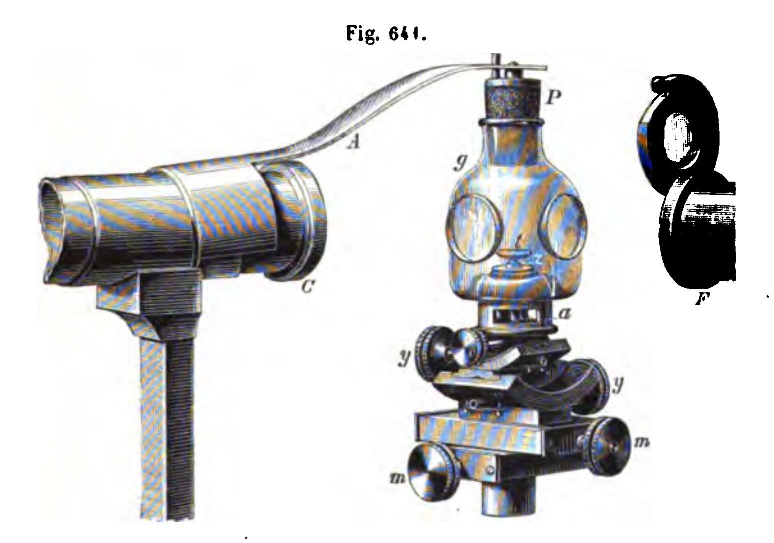
---

*) Fällt ein solches Bild mit einem normalen Reflexbilde zusammen und stört dessen Einstellung, so hat man nur nöthig, den Einfallswinkel des Lichtes zu ändern, um jenen Reflex in einer andern Richtung aus dem Krystall austreten zu lassen.

**) Dabei ist zu berücksichtigen, dass das mit der Lupe montirte Beobachtungsfernrohr der horizontalen Goniometer ein umgekehrtes Bild des Krystalls liefert, die beleuchtete Fläche also dem Lichte abgekehrt erscheint!

sich die Krystalle in einer zu ihrer Erhaltung geeigneten Atmosphäre befinden und von aussen centrirt und justirt werden können. Einfacher ist eine von Fuess construirte Vorrichtung, welche den von Demselben gelieferten horizontalen Instrumenten angepasst ist und im Folgenden nach einer von Liebisch verfassten Notiz im Jahrb. f. Min. 1885, **1**, 76 beschrieben werden möge: An Stelle des Tischchens wird auf die Centrir- und Justirvorrichtung des Goniometers ein kurzer, an drei Seiten durchbrochener Hohlcylinder aufgesetzt, in dessen oberen Theil die kleine Kugel z (s. Fig. 641) allseitig drehbar eingelassen ist; ihre Drehung, sowie die des

Fig. 641.



darauf befindlichen Tischchens *t* erfolgt durch einen kleinen Schlüssel an dem mit ihr in Verbindung stehenden Stiele *a* und ermöglicht eine angenäherte Justirung des aufgesetzten Krystalls, welche schliesslich durch die Justirschrauben vollendet wird. Auf den sphärisch gewölbten Obertheil des Cylinders ist ein Glasfläschchen mit eingedrücktem Boden so abgeschliffen, dass jener, mit etwas Oel benetzt, das letztere luftdicht abschliesst, auch wenn er geneigt oder gedreht wird. Damit hierbei die Stellung des Fläschchens unverändert bleibe, ist auf das Collimatorrohr eine federnde Klammer aufgesetzt, welche auf den Gummipfropfen *P* des Fläschchens drückt, während ein zweiter Stift eine Drehung desselben verhindert. Der Ein- und Austritt des Lichtes geschieht durch angesetzte planparallele Glasplatten. Der rinnenförmige Bodenraum des Fläschchens dient zur Aufnahme von Schwefelsäure, Chlorcalcium, Wasser oder dergl.

Liegen sehr vollkommene Krystallflächen vor, deren Winkel mit grosser Genauigkeit gemessen werden sollen, so kann man die in den übrigen Fällen ganz zu vernachlässigenden Fehler der Kreistheilung des Instrumentes

eliminiren durch das sogenannte Repetitionsverfahren. Diese Methode, bei welcher jede einzelne Kante für sich gemessen werden muss, ist folgende: Man stellt die erste Fläche, wie gewöhnlich, ein und liest ab; nachdem die zweite feingestellt worden ist, löst man die Klemmschraube *f* Fig. 634 und führt durch Zurückdrehen der inneren Axe den Reflex der ersten Fläche an das Fadenkreuz, auf welches man ihn ebenfalls fein einstellt, so dass diese Fläche jetzt genau die Lage zu den Nonien hat, wie vorher die zweite; löst man nun β und dreht in demselben Sinne, wie zuerst, die äussere Axe mit dem Limbus so weit, bis wieder die zweite Krystallfläche eingestellt ist, so giebt die Ablesung dieser Position gegen die Ausgangsstellung das Doppelte des Flächenwinkels. Man kann dasselbe Verfahren nun wiederholen und so durch Ablesen der ersten und letzten Stellung den vier- oder sechsfachen Winkel finden, welcher, durch 4 resp. 6 dividirt, einen Werth des gesuchten Winkels liefert, welcher von den Theilungsfehlern, namentlich von einer etwaigen Excentricität des Theilkreises unabhängig ist.

§ 15. **Theodolitgoniometer.** Theilt man die Kugeloberfläche, auf welcher sich die Flächenpole befinden, in derselben Weise ein, wie die Oberfläche der Erde (letztere als Kugel gedacht), durch den Meridianen entsprechende grösste Kreise und durch diese senkrecht schneidende Parallelkreise, wobei die Ebene des Aequators eine ganz beliebige sein kann — so ist man im Stande, den Ort jedes Flächenpoles durch zwei im Winkelmaass angegebene Coordinaten, welche der geographischen Länge und Breite entsprechen, anzugeben. Die gleiche Methode liegt dem Verfahren der relativen Ortsbestimmung durch den Theodoliten zu Grunde, an dessen horizontalem Theilkreise der Winkelabstand zweier entfernter Punkte, bezogen auf den Horizont, gemessen wird, während der zweite, senkrechte Theilkreis desselben Instrumentes dazu dient, die Höhe jener Punkte über den Horizont in Winkelmaass anzugeben. Die Anwendung dieser Methode auf die Krystallmessung wurde in neuerer Zeit unabhängig von einander versucht von Fedorow, Czapski und Goldschmidt durch Construction von Goniometern mit zwei, zu einander senkrechten, getheilten Kreisen.

Das einfachste derartige Instrument ist das von Czapski in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1893, 1 beschriebene. Dasselbe besteht 1) aus einem horizontalen Theilkreise mit einer in der Mitte desselben angebrachten, senkrechten Säule, auf welcher der Krystall in beliebiger Stellung befestigt wird; 2) aus einem verticalen Theilkreise, dessen Axe von einem festen Arme getragen wird, und mit welchem ein gebrochenes Fernrohr so verbunden ist, dass es an seiner Drehung theilnimmt. Dieses ist zur Autocollimation eingerichtet, d. h. es dient gleichzeitig als Collimator und Beobachtungsfernrohr, indem die von einem seitlich angebrachten Glühlämpchen kommenden Lichtstrahlen durch ein totalreflectirendes Prisma, an welchem zugleich das Signal angebracht ist, in die Axe des Fernrohrs reflectirt werden

und nach einer zweiten rechtwinkeligen Reflexion aus dem Objective parallel austreten. Durch Drehung des verticalen Theilkreises mit dem Fernrohr und durch eine solche des horizontalen Limbus (beide Drehungen sind von einander unabhängig ausführbar und gestatten feine Einstellung) kann es nun für jede Fläche des Krystalls, welche überhaupt den Lichtstrahlen zugänglich ist, erreicht werden, sie zu den aus dem Objectiv austretenden Strahlen senkrecht zu stellen, so dass die letzteren von ihr in der gleichen Richtung zurückgeworfen werden und daher ein Bild des Signals im Fernrohr erzeugen. Die Ablesung beider Kreise nach Einstellung dieses Bildes liefert die betreffenden Winkelcoordinaten, welche in der gleichen Weise für alle am Krystall beobachteten Flächen (mit Ausnahme der nach unten gekehrten und durch die Befestigung verdeckten) bestimmt werden können, ohne dass die Stellung desselben auf dem Krystallträger verändert wird. Bei dieser Methode fallen also Centrirung und Justirung des Krystalls nebst den dazu nöthigen Vorrichtungen vollständig fort.

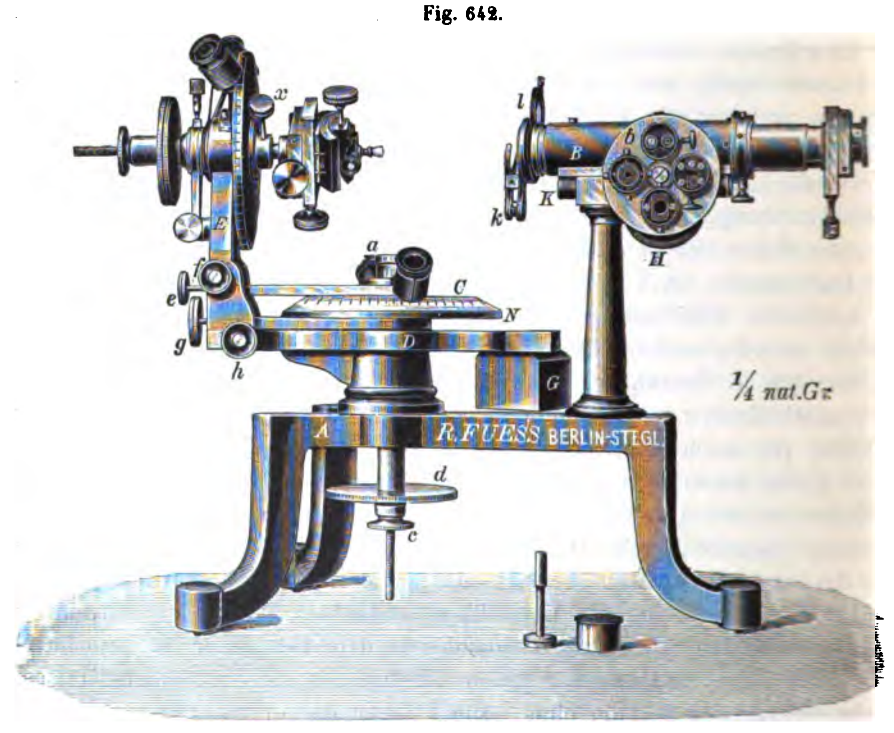
Da jedoch die Berechnung der Winkel zwischen je zwei Flächen aus den Coordinaten derselben sich einfacher und übersichtlicher gestaltet, wenn man nicht von einer beliebigen, sondern von einer Ebene ausgeht, in welcher die Flächennormalen einer bestimmten und besonders wichtigen Zone am Krystall liegen, so verband Goldschmidt mit seinem Instrumente (s. Zeitschr. f. Krystallogr. 21, 210) wieder eine Centrir- und Justirvorrichtung, und zwar mit dem verticalen Theilkreise, mit dessen Axe man daher eine Zone des Krystalls parallel machen kann. Ferner sind dem Instrumente zwei horizontale Fernröhre beigegeben. Durch Drehen des verticalen Theilkreises kann eine beliebige Fläche des aufgesetzten Krystalls zum horizontalen Kreise senkrecht gestellt und dann durch Drehen des letzteren in diejenige Orientirung gebracht werden, in welcher sie die aus dem Collimator austretenden Lichtstrahlen in das Beobachtungsfernrohr reflectirt; die nach der Einstellung des Signalbildes erfolgten Ablesungen beider Kreise bestimmen die Orientirung der Fläche. Stellt man eine Krystallfläche senkrecht zur Axe des verticalen Limbus, so dass das von ihr reflectirte Signalbild beim Drehen dieses Kreises seinen Ort im Gesichtsfelde des Beobachtungsfernrohrs beibehält, so kann man mit dem Instrumente die (für die Berechnung des Krystalls wesentlichen) Winkel messen, unter denen verschiedene Zonenkreise einander in dem Pole jener Fläche schneiden, denn diese sind offenbar gleich der Drehung des verticalen Kreises, welche erforderlich ist, um einmal die Flächen der einen, das andere Mal die der andern Zone senkrecht zum horizontalen Kreise zu stellen.

Die aus dem eben angeführten Beispiele ersichtlichen Vortheile des Theodolitgoniometers für die Orientirung an einem flächenreichen Krystalle wurden in der oben citirten Abhandlung auseinandergesetzt, noch eingehender von E. von Fedorow in der wichtigen und umfangreichen Arbeit »Universal-(Theodolit-)Methode in der Mineralogie und Petrographie« (Zeitschr. f. Krystallogr. 21, 574), in welcher dieser Autor S. 603 f. das von ihm

construirte und als »Universalgoniometer« bezeichnete Instrument beschreibt. Dasselbe trägt ebenfalls, um eine bestimmte Zone justiren und dann alle andern Flächen auf diese beziehen zu können, einen Centrir- und Justirapparat am verticalen Kreise, vereinigt aber hiermit den Vortheil des einfacheren Czapski'schen Instrumentes durch Benutzung der Autocollimation. Ein nach dem Principe des Fedorow'schen Universalgoniometers construirtes, aber in mehreren Punkten noch vervollständigtes Instrument liefert jetzt auch die bewährte Firma von Fuess in Steglitz bei Berlin, und da dieses jedenfalls in Zukunft das gebräuchlichste Theodolitgoniometer sein wird, so mag dessen Einrichtung hier ausführlicher beschrieben werden:

Das mit drei Füssen versehene Stativ *A* (Fig. 642) trägt das Fernrohr *B*, welches mit der unten gezahnten Schiene *K* parallel seiner optischen Axe verschoben werden kann durch Drehung der (nur zum kleinsten Theil sichtbaren) Scheibe *H*. An demselben ist eine Revolverscheibe *b* angebracht,

Fig. 642.



welche die vier gebräuchlichsten, S. 624 unter *a*, *b*, *c*, *d* beschriebenen Signale trägt. Diese können während der Beobachtung, ohne letztere zu unterbrechen, gewechselt werden, indem die Drehung der Scheibe *b*, welche mit vier Anschlägen verbunden ist, gestattet, irgend eines (in der Figur ist es der Websky'sche Spalt) in diejenige Orientirung zu bringen, in welcher das Licht einer neben dem Fernrohr aufgestellten Goniometerlampe (oder

eines in einer kleinen aufgesetzten Metallkappe befindlichen Glühlämpchens) durch die Oeffnung des Signals in das Innere des Fernrohrs eintritt. Hier werden die Strahlen durch ein kleines totalreflectirendes Prisma, welches nur einen geringen Theil der freien Oeffnung des Fernrohrs einnimmt und daher das Zustandekommen der Bilder in der Focalebene desselben nicht verhindert, unter rechtem Winkel reflectirt und treten, da das Signal sich in der Entfernung der Brennweite vom Objectiv befindet, aus letzterem parallel aus. Vor das Objectiv kann entweder die Linse *l* vorgeschlagen werden, um den Krystall deutlich zu erblicken, oder vermittelst der federnden Klammer *k* eines der schwächeren Objectivsysteme eines Fuess'schen Mikroskopes angebracht werden, wodurch es möglich ist, die beleuchtete Fläche zum Studium ihrer Beschaffenheit in geeigneter Vergrösserung zu betrachten (zur scharfen Einstellung des hierdurch in ein Mikroskop verwandelten Fernrohrs dient die früher erwähnte Crémaillère *K* resp. *H*). Am Ocular befindet sich zu dem bereits S. 639 Anmerk. erwähnten Zwecke eine Irisblende, welche durch zwei Schrauben *z* (deren in der Figur nur eine sichtbar ist) in zwei zu einander senkrechten Ebenen verschoben werden kann. Ausserdem kann diese Vorrichtung auch durch ein gewöhnliches Ocular (in der Figur unter dem Stative rechts sichtbar) ersetzt werden.

Auf dem Stative *A* ruht ferner ein conischer Aufsatz, in dessen Durchbohrung sich die Axe des Theilkreises *C**) befindet, welche mittelst der Scheibe *d* gedreht wird, während *c* nur eine Parallelverschiebung der innern Axe bewirkt (wie *k* bei den horizontalen Goniometern Fig. 633 S. 621), eine Bewegung, welche nur gebraucht wird, wenn das Instrument als gewöhnliches Reflexionsgoniometer (mit Autocollimation) benutzt werden soll. Alsdann nimmt man nämlich die mit dem verticalen Kreise verbundene Centrir- und Justirvorrichtung, nach dem Lösen der Schraube x, von jenem ab und befestigt sie (mit Benutzung des in der Figur unter dem Stative aufgestellten Schlüssels) in gleicher Weise auf dem Ende *a* der Axe des horizontalen Theilkreises. Die Ablesung des letzteren geschieht an dem festen Nonienkreise *N* durch Lupen in derselben Weise, wie an den gewöhnlichen Goniometern, während die Feinstellung mittelst der Schraube *f*, nach dem Anziehen der Klemmschraube *e*, erfolgt.

Auf dem oben erwähnten conischen Aufsatze dreht sich nun unabhängig vom horizontalen Limbus der Träger *D* des verticalen Theilkreises, welcher durch ein Gegengewicht *G* balancirt ist. Dieser Theil kann ebenfalls mittelst der Schraube *g* an dem Stative festgeklemmt und durch *h* feingestellt werden. Da andererseits *D* durch Anziehen der Schraube *e* mit dem horizontalen Theilkreise in feste Verbindung gebracht wird, so kann jede Drehung des Trägers *D* resp. des Verticalkreises um die Axe des horizon-

---

*) Bei feinerer Ausführung des Instrumentes kann auch statt des offenen Kreises ein verdeckter Silberlimbus geliefert werden, wie ihn die in Fig. 633 u. 634 abgebildeten Fuess'schen Goniometer besitzen.

talen Limbus an dem letzteren abgelesen werden. Die an dem linken Ende von *D* befestigte senkrechte Säule *E* trägt endlich einen Apparat, welcher in allen Theilen so construirt ist, wie das in Fig. 630 abgebildete Goniometer mit verticalem Kreise, und der durch Drehung von *D* auf der conischen Axe des Stativs rings um den Horizontalkreis geführt werden kann, mit Ausnahme des Segmentes, innerhalb dessen er mit dem Fernrohre in Collision kommen würde.

Mit Hülfe der letzterwähnten Bewegung und der Drehung des Verticalkreises (die an zwei, um 90° von einander abstehenden Nonien durch Lupen abgelesen werden kann) sind nun offenbar alle im Vorhergehenden erwähnten Messungen nach der Theodolitmethode ausführbar und zwar mit derselben Genauigkeit, wie sie das Goniometer Fuess Nr. 2 besitzt. Dass das Instrument ausserdem auch als gewöhnliches Reflexionsgoniometer mit Autocollimation verwendet werden kann, wurde bereits angeführt.

§ 16. **Anwendung des Goniometers als Refractometer.** Einen Apparat, welcher zur Messung der Brechungsindices mittelst der Ablenkung (Refraction) der Lichtstrahlen in einem Prisma (s. S. 22—24) dient, nennt man »Refractometer« oder »Spectrometer«. Es wurde bereits S. 618 erwähnt, dass die den verticalen Kreisen zukommenden Fehlerquellen in noch erhöhtem Maasse zur Wirksamkeit gelangen, wenn man jene Instrumente zugleich zur Messung der Brechungsindices benutzt, und es soll daher im Folgenden nur die Verwendung horizontaler Kreise in's Auge gefasst werden.

Um Brechungsindices nach der erwähnten Methode auf einige Einheiten der 4. Decimale genau bestimmen zu können, genügt das Fuess'sche Goniometer Nr. 2*). Als Signal benutzt man entweder den geradlinigen oder besser, wie bei der Krystallmessung, den Websky'schen Spalt, da dieser auch bei abgelenkten Strahlen eine sehr scharfe Einstellung gestattet. Der-

*) Ausserdem kann man, wie in § 24 auseinandergesetzt werden soll, den zum sogenannten optischen Universalapparat gehörigen horizontalen Theilkreis des Axenwinkelinstrumentes, mit zwei Fernröhren montirt, zur Messung der Brechungsindices benutzen. Die Genauigkeit dieses Theilkreises ist bei den älteren Fuess'schen Apparaten eine geringere, als die des Goniometers Nr. 2, aber immerhin für viele Fälle noch eine genügende. Ebenso ist auch das S. 626 erwähnte, von Linhof in München construirte, einfachere Reflexionsgoniometer mit horizontalem Kreise für solche Bestimmungen von Brechungsindices, bei denen keine hohe Genauigkeit erfordert wird, anwendbar. Da an diesem Instrument die eigene Drehung des Prismenträgers, wie sie an dem Fuess'schen Goniometer mittelst der Scheibe *i* erfolgt, fehlt, so muss man das Prisma mit dem Kreise drehen, bis das Minimum der Ablenkung erreicht ist, und das Beobachtungsfernrohr darauf einstellen; ist beides mit Hülfe der betreffenden Feinstellschrauben geschehen, so wird nur die zum Beobachtungsfernrohr gehörige Klemmschraube gelöst und dieses mit dem Nonius so weit gedreht, bis es in die Verlängerung des Collimators gelangt, wobei zur Feinstellung auf das Signal wieder die Feinstellbewegung benutzt wird. Das Verfahren ist also nur in der Reihenfolge der Manipulationen von dem a. folg. S. beschriebenen verschieden.

selbe wird durch eine monochromatische Flamme (s. S. 27 f.) erleuchtet, welche am geeignetsten nach dem Vorschlage von Laspeyres hinter einem Glas- oder Glimmerfenster in einem dunkeln Kasten aufgestellt wird; der letztere ist so einzurichten, dass er den von der Flamme entwickelten Dämpfen einen Abzug aus dem Beobachtungsraume gestattet, was besonders bei Anwendung der sehr giftigen Thalliumdämpfe von Wichtigkeit ist. Das Goniometer wird so vor dem Kasten aufgestellt, dass das Signal des Collimators, resp. die aufgesteckte Beleuchtungslinse, sich unmittelbar vor dem Fenster befindet, und ebenso wird die im Innern befindliche Flamme dem letzteren so viel als möglich genähert.

Das zu untersuchende Prisma wird auf den Krystallträger aufgesetzt, centrirt und justirt, und zunächst der brechende Winkel desselben nach der gewöhnlichen goniometrischen Methode gemessen, worauf es ungefähr in diejenige Stellung gebracht wird, welche in Fig. 22 S. 24 dargestellt ist. Alsdann wird die Klemmschraube β, s. Fig. 633, angezogen und damit der hohle Conus e und der Theilkreis f fixirt, dagegen α gelöst, so dass der Nonienkreis d mit dem Beobachtungsfernrohr frei gedreht werden kann. Man richtet nun das letztere auf das erleuchtete Signal des festen Collimators so, dass beide Fernröhre genau 180° mit einander bilden, entsprechend der Richtung BP in Fig. 22, wozu man die Klemmschraube α wieder anzieht und die Einstellung mit der zugehörigen Feinstellschraube vollendet, und liest die Stellung des Nonienkreises ab. Hierbei erhält man, auch wenn das Prisma bereits in seiner richtigen Stellung auf dem Krystallträger sich befindet, doch ein scharfes direct gesehenes Bild des Signals mittelst der am Prisma vorbeigehenden Strahlen, weil dieses, wenn es centrirt ist, höchstens die Hälfte des Objectivs für die erwähnten Strahlen verdeckt. Nach abermaligem Lösen der Klemmschraube α führt man nun das Beobachtungsfernrohr nach derjenigen Seite, nach welcher die Brechung der Strahlen durch das Prisma stattfindet, bis man das abgelenkte Bild des Signals im Gesichtsfelde erblickt. Nunmehr muss man diejenige Stellung des Prismas aufsuchen, in welcher dasselbe den durchgehenden Strahlen die kleinste Ablenkung ertheilt: sei dieselbe nach links gerichtet, so dreht man mittelst der Scheibe i Fig. 633 (welche deshalb nicht geklemmt sein darf) das Prisma so, dass das gebrochene Signalbild sich im Gesichtsfelde nach rechts bewegt (die entgegengesetzte Drehung würde eine Zunahme der Ablenkung bewirken); verlässt es dabei noch das Gesichtsfeld, so geht man mit dem Beobachtungsfernrohre nach; bei weiterer Drehung in demselben Sinne wird man nun bald bemerken, dass das Bild sich langsamer bewegt, an einer bestimmten Stelle stehen bleibt und bei weiterer Drehung des Prismas (immer in demselben Sinne) anfängt, sich rückwärts zu bewegen. Die erwähnte Stelle, d. h. diejenige, welche dem Minimum der Ablenkung entspricht, bringt man nun durch Drehen des Beobachtungsfernrohrs genau in die Mitte des Gesichtsfeldes und beobachtet, ob bei mehrmaligem Hin- und Herdrehen des Prismas das Signalbild, wenn es seine

äusserste Elongation nach rechts erreicht, von dem senkrechten Faden des Beobachtungsfernrohrs genau halbirt wird; ist dies noch nicht vollständig der Fall, so wird das Fernrohr durch die Feinstellschraube (*F* in Fig. 631) noch um die erforderliche Grösse bewegt. Ist endlich die vollkommene Coincidenz erreicht, so giebt die Ablesung des Nonius das Minimum der Ablenkung an.

Ist das Prisma einem doppeltbrechenden Krystalle angehörig, so erscheinen natürlich zwei verschieden stark abgelenkte Bilder des Signals, deren jedes für sich durch Drehen des Prismas auf das Minimum der Ablenkung einzustellen und zu messen ist. Die Schwingungsrichtung der beiden Strahlen wird durch einen vor das Beobachtungsfernrohr gehaltenen oder auf dessen Ocular aufgesetzten Nicol leicht erkannt, da hierbei dasjenige Bild verschwindet, dessen Schwingungsebene senkrecht zu der des Nicols steht. Noch bequemer, als durch einen mit der Hand vor das Auge gehaltenen Nicol, kann man die beiden polarisirten Bilder von einander trennen durch Einsetzen des Nicol'schen Prismas in das S. 625 beschriebene, auf den Collimator aufzusteckende Rohr der Beleuchtungslinse, welches mittelst Marken die Stellung des Nicolhauptschnittes zu erkennen und durch den viereckigen Ausschnitt auch eine Drehung des Polarisators vorzunehmen gestattet. Diesen Beleuchtungsapparat setzt man überhaupt stets dann auf das Signal auf, wenn man die Brechungsindices eines sehr kleinen, wenig Licht hindurchlassenden Prismas messen will, wobei es also auf möglichste Lichtstärke des Signals ankommt.

Ganz analog ist das Verfahren, wenn man mit dem grossen Goniometer Fig. 637 arbeitet: In eines der beiden Fernröhre wird an Stelle des Oculars der Signalspalt eingesetzt und dieses Fernrohr durch Anziehen der an seinem Fusse befestigten Klemmschraube fixirt, während das andere zur Einstellung des directen und des abgelenkten Signalbildes beweglich bleibt. Da sich bei diesem Instrumente jedes der beiden Fernröhre vom Kreise unabhängig bewegt, so kann die Drehung desselben auf dem Limbus mittelst des zugehörigen Mikroskopes abgelesen werden. Die Drehung des Prismas behufs der Einstellung auf die Minimalablenkung geschieht mittelst der Scheibe *f*, welche durch β geklemmt und mit der zugehörigen Mikrometerschraube fein geführt wird. Die Scheibe *c*, welche mit dem Theilkreis verbunden ist, bleibt während des ganzen Verfahrens durch Anziehen der Klemmschraube x fixirt.

Ueber die zur Bestimmung der optischen Constanten erforderliche Stellung der Flächen eines Prismas ist bereits in der I. Abtheilung das Nöthige gesagt worden. Allgemein gilt, dass der brechende Winkel desselben nicht so gross sein darf, dass die Incidenz beim Austritt der Strahlen aus der zweiten Fläche (d. i. der Winkel mNL' in Fig. 21 S. 23) den Winkel der totalen Reflexion erreicht oder übertrifft, da in diesem Falle

kein Austritt des Lichtes mehr erfolgt*). Während aber bei einem einfachbrechenden Krystalle im Uebrigen die Richtung der beiden Prismenflächen eine ganz beliebige ist, muss bei einem einaxigen Krystalle das Prisma zur Bestimmung von ω und ε eine der beiden S. 66 unter 1) und 2) angegebenen Orientirungen besitzen. Man sieht leicht ein, dass alsdann stets ein Strahl parallel, der andere normal zur brechenden Kante schwingt und, da letztere auf dem horizontalen Goniometer senkrecht steht, das eine der beiden Bilder aus verticalen, das andere aus horizontalen Vibrationen bestehen muss, deren Unterscheidung auf oben angegebene Weise dadurch erfolgt, dass der Hauptschnitt des in den Gang der Lichtstrahlen eingebrachten Nicols einmal senkrecht, einmal horizontal gestellt wird. Zu einem Prisma der ersten Orientirung können zwei natürliche Krystallflächen aus der Zone der Hauptaxe dienen, z. B. zwei einander unter 60° innerem Winkel schneidende Flächen eines hexagonalen Prismas oder die Flächen (100) und ($\bar{1}$10) eines tetragonalen Krystalls (brechender Winkel 45°); zu einem Prisma der zweiten Orientirung zwei gegenüberliegende Flächen einer spitzen hexagonalen oder tetragonalen Pyramide.

Endlich existirt noch eine dritte Möglichkeit, die beiden Hauptbrechungsindices zu messen, nämlich mit Hülfe einer der optischen Axe parallelen und einer dazu geneigten Fläche; in diesem Falle muss aber das Licht auf die erstere senkrecht auffallen. Sind z. B. an einem tetragonalen Krystalle die beiden Flächen (110) und ($\bar{1}\bar{1}$1) gross und eben ausgebildet, und der innere Winkel ihrer Kante zwischen 40° und 60°, so ist ein solches natürliches Prisma geeignet zur Messung der Brechungsindices, denn da es eine zur Hauptaxe normal laufende Kante (parallel einer Zwischenaxe) besitzt, so sind bei senkrechtem Einfallen des Lichtes auf die erste Fläche die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen parallel und senkrecht zur optischen Axe. Ein beispielsweise von den Flächen (100) und ($\bar{1}$11) gebildetes Prisma hat eine zur Hauptaxe geneigte (einer Polkante von {111} parallele) Kante; bei senkrecht auf (100) einfallendem Licht wird zwar auch eine Zerlegung in parallel und senkrecht zur Axe stattfindende Schwingungen erfolgen, die letzteren sind aber schief gegen die brechende Kante geneigt, was bei der Stellung des Nicols am Goniometer zu berücksichtigen ist. Bei Prismen dieser dritten Art der Orientirung handelt es sich also darum, die Strahlen des festen oder (bei Anwendung des grossen Goniometers) festgeklemmten Collimators genau senkrecht auf die Eintrittsfläche des Prismas fallen zu lassen, denn nur in diesem Falle pflanzen sich dieselben im Innern so fort, dass der eine ω, der andere ε zu berechnen gestattet. Das hierzu erforderliche Verfahren, welches ganz allgemein zur Herstellung senkrechter Incidenz der Lichtstrahlen dient, ist folgendes:

Man stellt die betreffende Fläche unter einem beliebigen Winkel, z. B.

*) Oder man muss das Prisma in ein, mit einer stark brechenden Flüssigkeit gefülltes, parallelwandiges Glasgefäss bringen (Verfahren von Brögger und Ramsay, Zeitschr. f. Kryst. 1887, **12**, 209).

ungefähr 45°, gegen die feste Collimatoraxe, dreht das Beobachtungsfernrohr. bis das von der Fläche gespiegelte Bild des Signales eingestellt ist, und liest diese Stellung am Nonius ab. Ausserdem bestimmt man die Position des Collimators, indem man das Beobachtungsfernrohr auf das Signal direct einstellt und von der abgelesenen Position 180° abzieht oder ebenso viel addirt. Die Differenz dieses Werthes von dem vorher abgelesenen giebt den Winkel zwischen den vom Collimator auf die Fläche fallenden und den von letzterer ins Beobachtungsfernrohr reflectirten Lichtstrahlen; die Hälfte desselben ist der Incidenzwinkel. Fixirt man nun das Beobachtungsfernrohr nebst dem Nonienkreise und dreht das Prisma zusammen mit dem Limbus (so wie man bei einer Krystallmessung verfährt) genau um den so gefundenen Incidenzwinkel im entsprechenden Sinne, so steht alsdann die Fläche exact senkrecht auf den aus dem Collimator austretenden parallelen Strahlen.

Die Berechnung der Refractionsindices aus der Ablenkung des Lichtes in einem Prisma der zuletzt besprochenen Orientirung erfolgt ganz ebenso, wie in dem völlig analogen Falle, welcher bei den zweiaxigen Krystallen S. 93 f. behandelt wurde. In letzterem muss ebenfalls die soeben angegebene Methode, mittelst deren man senkrecht auf eine Fläche auffallende Strahlen erhält, angewandt werden, während bei den S. 92 beschriebenen Prismen zweiaxiger Krystalle das gewöhnliche Verfahren der Minimalablenkung zur Anwendung kommt.

Ebenso wie die Beschaffenheit der Krystallflächen den wichtigsten Einfluss ausübt auf die Genauigkeit der goniometrischen Resultate, so ist das Gleiche auch der Fall mit der Beschaffenheit derjenigen Flächen, welche bei der Messung der Brechungsindices als Ein- und Austrittsfläche des Lichtes dienen. Benutzt man hierzu natürliche Krystallflächen, so geben dieselben nur dann ein einfaches und scharfes abgelenktes Bild des Signals, wenn sie vollkommen eben sind; jede Krümmung, Streifung oder sonstige Unvollkommenheit derselben documentirt sich durch eine Verzerrung des gebrochenen Bildes, welches je nach der Grösse dieser Dilatation mit geringerer Schärfe eingestellt werden kann. Sind die Unvollkommenheiten der Flächen so gross, dass letztere kein einstellbares Bild mehr liefern, oder sind am Krystall überhaupt keine Flächen in der geeigneten Stellung und von genügender Grösse ausgebildet, so hat man die Seiten des zur Messung zu benutzenden Prismas künstlich durch Schleifen herzustellen.

Namentlich bei härteren Substanzen gelingt es leicht, ebene Flächen zu schleifen und denselben einen so hohen Grad von Politur (s. § 29) zu geben, dass die durch solche Prismen gebrochenen Signalbilder die schärfste Einstellung gestatten. Nur ein Fehler kann bei solchen Schliffflächen vorkommen, besonders wenn sie eine erhebliche Grösse besitzen, d. i. eine durch die Methode des Schleifens bewirkte schwach sphärische Krümmung. Ist eine solche recht regelmässig, so ist sie bei der Messung ohne Weiteres nicht zu bemerken, weil ein von zwei schwach kugelförmig gekrümmten Flächen begrenztes Prisma wie eine in den Gang der Lichtstrahlen ein-

gefügte schwache Linse wirkt und, da diese gegen die Axe des Beobachtungsfernrohrs geneigt ist, den Ort des in letzterem sichtbaren Bildes verschiebt, ohne an der Schärfe desselben etwas zu ändern. Es ergiebt sich also dann eine falsche Einstellung, was man dadurch zu erkennen vermag, dass man mehr als die Hälfte des Prismas abblendet und einmal den nahe der Kante gelegenen Theil der Flächen, das andere Mal den möglichst von der Kante entfernten Theil frei lässt; ist die Fläche sphärisch gekrümmt, so ist der brechende Winkel im ersteren Falle grösser, als im zweiten, und man findet daher verschiedene Werthe der Ablenkung. Dieser Fehler Näheres darüber s. W. Voigt, Zeitschr. f. Kryst. 5, 113) kommt jedoch nur bei grossen Prismen und bei sehr genauen Messungen in Betracht, während kleinere Flächen leicht genügend eben geschliffen werden können.

Die Schliffflächen weicherer Substanzen nehmen oft nur sehr unvollkommene Politur an und geben dann nur ganz verwaschene abgelenkte Signalbilder. In solchen Fällen bedeckt man dieselben mit gleich grossen Platten von dünnem Spiegel- oder sogenanntem Birmingham-Glas (wie es zum Bedecken mikroskopischer Präparate verwendet wird); zur Befestigung derselben bringt man einen Tropfen Canadabalsam auf die Fläche des Prismas und drückt die Glasplatte so fest auf, dass der Balsam eine sehr dünne, gleichmässig ausgebreitete Schicht zwischen beiden bildet. Ist diese Schicht nicht überall gleich dick, so schliessen offenbar die beiden Glasplatten, welche nun als Ein- und Austrittsfläche des Lichtes dienen, nicht genau denselben Winkel ein, wie die beiden Flächen des Prismas; da die letzteren matt sind, also keine scharfen Reflexe liefern, so kann eine exacte Controle des so entstehenden Fehlers nicht stattfinden. Trotzdem sollte man immer, wenn man gezwungen ist, zu dieser Methode seine Zuflucht zu nehmen, vorher den Winkel der ursprünglichen Flächen, so gut es eben möglich ist, messen, um wenigstens grobe Fehler beim Auflegen der Glasplatten zu vermeiden. Ausserdem darf man die letzteren nicht über die Prismenflächen überstehen lassen, da es sonst beim Aufsetzen des Prismas auf den Goniometertisch leicht geschieht, dass die Platten verschoben und dabei der Winkel derselben geändert wird.

Es versteht sich von selbst, dass man zur Bestimmung der Brechungsindices möglichst klare und durchsichtige Krystalle auswählt. Eingewachsene fremde Theilchen, Hohlräume u. a. Unvollkommenheiten der Raumausfüllung im Innern des Prismas entziehen nicht nur dem gebrochenen Signalbilde einen Theil des Lichtes, so dass es weniger hell erscheint, sondern bringen auch Störungen desselben durch Zerstreuung, Beugung und Interferenz der Lichtstrahlen hervor. Es ist daher vortheilhaft, etwaige unreine Stellen des Prismas durch Bedecken mit Stanniol und dergleichen ganz abzublenden, so dass das Licht nur durch den am meisten homogenen Theil des Prismas hindurchgelangen kann. Liegt dieser von der brechenden Kante entfernt, so würde bei genauer Centrirung der letzteren das hindurchgehende Licht ganz am Rande der Objectivlinse, vielleicht theilweise ausser-

halb derselben auffallen, und deshalb ein wenig helles und unvollkommenes Bild im Fernrohre entstehen. Um dies zu vermeiden, hat man nur nöthig, das Prisma parallel sich selbst zu verschieben, bis die betreffende Partie desselben sich genau vor der Mitte der Objectivlinse des Fernrohrs, d. h. in der Drehungsaxe des Kreises befindet*). Alsdann ist natürlich das Prisma nicht mehr centrirt; aber man sieht leicht ein, dass der Gang der Lichtstrahlen vollständig unverändert bleibt, an welchem Orte sich auch Ein- und Austrittsfläche des Prismas befinden, sobald nur die den Collimator verlassenden Strahlen genau parallel sind und das Beobachtungsfernrohr auf Unendlich eingestellt ist. Um auch die Messung des Prismenwinkels bei unveränderter Centrirung und Justirung vornehmen zu können, ist es zu empfehlen, den betreffenden Theil des Prismas so zu centriren, dass die Drehungsaxe so genau als möglich gleich weit von den beiden Prismenflächen absteht, weil dann auch bei kleinen Abweichungen der Strahlen des Collimators vom Parallelismus der Fehler der Excentricität in Wegfall kommt (s. S. 634 f.).

Die Messung des Prismenwinkels kann man, ausser nach der gewöhnlichen goniometrischen Methode, auch mit beweglichem Beobachtungsfernrohr und feststehendem Prisma ausführen. Man stellt nämlich das letztere so, dass es seine brechende Kante dem Collimator zukehrt, dreht das Beobachtungsfernrohr, bis das von der einen Fläche reflectirte Spiegelbild erscheint, und liest ab; dann dreht man das Beobachtungsfernrohr auf die andere Seite, stellt es auf das Spiegelbild der zweiten Prismenfläche ein und liest wieder ab. Die Differenz einer jeden Ablesung von der Winkelposition des Collimators, welche man durch directe Einstellung auf letzteren erhält (s. S. 649), wird halbirt und dadurch der Winkel erhalten, welchen einmal die Normale der ersten, das andere Mal die der zweiten Fläche mit der Richtung des Collimators bildet; die Summe dieser beiden Winkel ist gleich der Neigung zwischen den Normalen der beiden Prismenflächen, d. h. das Supplement des brechenden Winkels. Eine einfache Ueberlegung lehrt, dass hierbei sogar die Einstellung auf den Collimator überflüssig ist; die Hälfte desjenigen Bogens zwischen den beiden Positionen der gespiegelten Signalbilder, innerhalb dessen der Collimator sich befindet, ist der Winkel zwischen den Normalen der Prismenflächen.

§ 17. Bestimmung der Brechungsindices durch Totalreflexion in einer stark brechenden Flüssigkeit.

a) **F. Kohlrausch's Totalreflectometer.** Nachdem das Princip dieses Instrumentes bereits in der ersten Abth. S. 25—26 auseinandergesetzt worden ist, soll nun im Folgenden die nähere Beschreibung des Apparates

*) Ist das Prisma so gross, dass bei dieser Stellung desselben gar keine directen Strahlen mehr aus dem Collimator auf das Objectiv des Beobachtungsfernrohrs fallen können, so muss die S. 649 erwähnte Einstellung natürlich vor dem Aufsetzen oder nach dem Abnehmen des Prismas erfolgen.

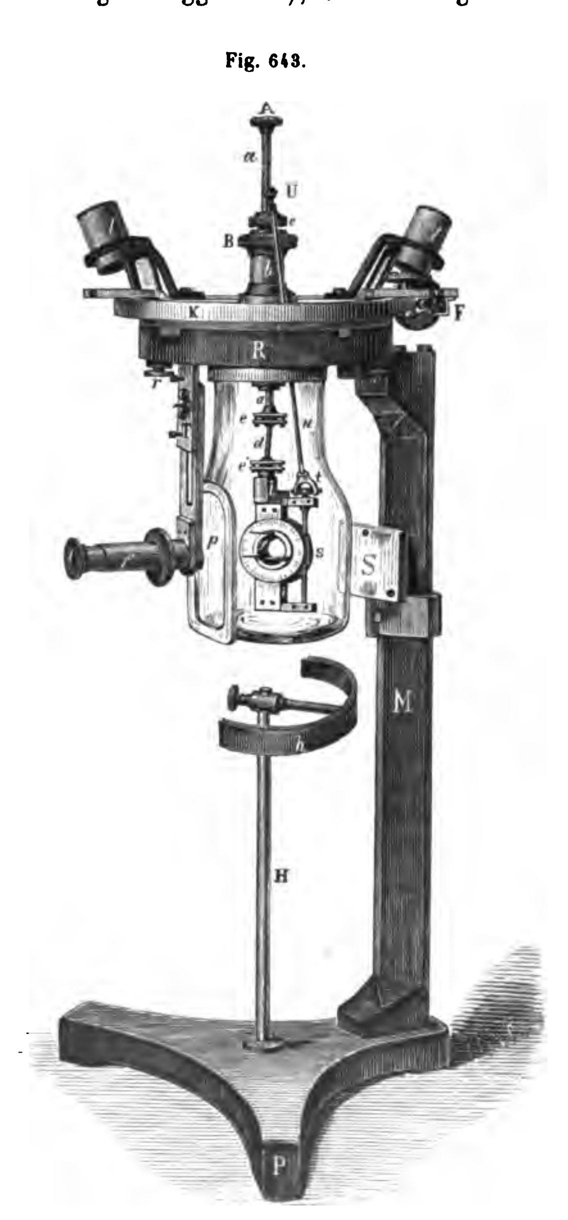
in der mehrfach verbesserten Form, wie er z. Z. von dem Universitätsmechaniker W. Apel in Göttingen geliefert wird, und die Anweisung zum Gebrauch desselben gegeben werden.

Auf einer eisernen lackirten Fussplatte *P* Fig. 643 ($\frac{1}{3}$ nat. Grösse) erhebt sich eine aus gleichem Materiale bestehende Säule *M*; beide Theile sind so abgeschrägt, dass man die Beleuchtungslampe von beiden Seiten dem Apparate beliebig nähern kann. Mit *M* ist der eiserne Ring *R* fest verbunden, und an diesen wird der Theilkreis *K* mittelst der Schrauben *r* aufgeschraubt, nachdem derselbe so auf *R* aufgesetzt worden ist, dass zwei parallelepipedische Vorsprünge, von denen einer in der Figur links sichtbar ist, in gleichgestaltete Einschnitte des Ringes *R* eingreifen. Auf dem Limbus befindet sich die mittelst des Knopfes *B* drehbare Alhidade mit den beiden, 180° von einander abstehenden Nonien (Ablesung auf 1′) und den Lupen *l*; die Alhidade kann geklemmt und durch die Mikrometerschraube *F* fein geführt werden*). In der äusseren Axe *b*, welche sich in einer konischen Durchbohrung des Kreises dreht, kann die innere Axe *a* gedreht und mittelst des Knopfes *A* auf- und niedergeschoben, endlich in jeder beliebigen Stellung durch Anziehen der Schraubenmutter *c*, welche hierbei den in eine geschlitzte Hülse auslaufenden Obertheil von *B* zusammenpresst, fixirt werden. Die Axe *a* trägt unten zwei Kugelgelenke *e* und *e*′, die man ziemlich schwer drehbar machen kann, indem man die Schräubchen, durch welche die, eine jede der drehbaren Kugeln umfassenden, kleinen Platten verbunden sind, fester anzieht. Am unteren Kugelgelenk *e*′ ist entweder eine kleine federnde Klammer zum Fassen der Objectplatte oder der von Apel als »Spitzenplatte« bezeichnete Krystallträger, welcher aus einem einfachen Metallstück mit zwei Spitzen besteht, angeschraubt; auf letztere wird eine Korkplatte aufgespiesst, welche die zu untersuchende Platte mit Gummi arabicum festgeklebt trägt. Um behufs der genaueren Einstellung der Fortpflanzungsrichtung der Strahlen auch eine Drehung der Objectplatte in ihrer eigenen Ebene zu ermöglichen, kann man nach dem Vorschlage von W. Kohlrausch an das untere Kugelgelenk *e*′ auch den doppeltknieförmigen Theil *i* (s. Fig.) anschrauben, dessen unterstes und längstes Stück sich zu einem Ringe erweitert, in welchem ein kleiner Theilkreis (durch die auf *i* angebrachte Nonientheilung auf 1° abzulesen) drehbar ist; auf diesem wird die Platte befestigt und mittelst eines von aussen durch ein Loch in der Kreisplatte *K* eingeführten Drahtes mit dem kleinen Kreise in der Flüssigkeit gedreht. Diese Vorrichtung wurde schliesslich von C. Klein in diejenige Form gebracht, wie sie in der Figur dargestellt ist: In die cylindrische Durchbohrung des Kreises kann die kleine Hülse *g* eingeschoben

*) W. Apel (s. Dessen Preiscourant am Schlusse dieses Buches) liefert auch ein etwas einfacheres, aber für die meisten Fälle vollkommen ausreichendes Instrument mit Ablesung auf 3′, ohne Lupen und ohne Feinstellschraube; die Drehung geschieht bei diesem durch zwei senkrechte Messingstifte, welche an Stelle der Lupenträger auf die Alhidade aufgesetzt sind.

werden, auf deren drei vorstehenden Spitzen der Kork mit der zu untersuchenden Krystallplatte befestigt wird (der Deutlichkeit wegen ist dieser in der Figur weggelassen); die Drehung des kleinen Theilkreises geschieht von aussen durch den Schlüssel u, welchen man mit dem Knopfe U fasst und in die viereckige Oeffnung des kleinen Bügels t einführt; durch Drehen von u wird die Schraube ohne Ende s und dadurch der Theilkreis, in dessen gezähnten Rand diese eingreift, gedreht. Die zuletzt beschriebene Vorrichtung ist besonders geeignet, das S. 95 auseinandergesetzte Verhalten einer der Ebene der optischen Axen parallelen zweiaxigen Krystallplatte zu demonstriren, während man bei gewöhnlichen Messungen meist mit bequemeren Objectträgern, mit der einfachen Pincette oder der Spitzenplatte, auskommt. An Stelle der letzteren wendete F. Kohlrausch auch eine direct an a angesetzte, geschwärzte Metallplatte von lang parallelepipedischer Gestalt an, welche in ihrem unteren Theile einen rectangulären fensterartigen Ausschnitt mit abgeschrägten Seiten besitzt, und deren Rückseite ein- für allemal genau centrirt und justirt ist; die in die Ebene der letzteren fallende Drehungsaxe wird durch einen, von der Vorderseite aus befestigten, das Fenster senkrecht halbirenden feinen Platindraht markirt; an der Rückseite wird durch eine Feder die Objectplatte, nöthigenfalls mit

Fig. 643.



Unterlegung eines Korkes, so angedrückt, dass die spiegelnde Fläche das Innere des Fensters bildet. Diese Einrichtung gestattet schon eine ziemlich gute Einstellung der Platte in eine bestimmte Orientirung und genügt fast für alle Messungen an Stelle des in der Figur abgebildeten Objectträgers, welcher den Nachtheil hat, dass er bei einigermassen schiefer Stellung der Kugelgelenke leicht während der Drehung an die Wand des Gefässes anstösst, wodurch natürlich die bis dahin vorgenommene Arbeit verloren ist.

Das Eintauchen des betreffenden Objectträgers mit der zu untersuchenden Platte in die stärker brechende Flüssigkeit geschieht nun in der Weise, dass letztere in das vorn mit der planparallelen Glasplatte versehene Glasgefäss bis zu dem engen Theil eingefüllt und dann das Gefäss mit dem Instrumente verbunden wird. Zu dem Zwecke trägt die Metallfassung desselben einen Ring, in dem sich drei durch Schlitze verlängerte Oeffnungen befinden, in welche die flachen Köpfe dreier an der Unterseite von K befindlicher Schrauben passen; durch eine kleine Drehung bringt man diese in die seitlichen Schlitze, über deren Rand sie übergreifen und so das Glasgefäss an K festhalten, und zwar in derjenigen Stellung, in welcher die Glasplatte p senkrecht zu dem auf die Drehungsaxe des Kreises gerichteten kleinen Fernrohre f steht. Dieses letztere ist an der Unterseite des Theilkreises mittelst eines Metallarmes T befestigt, welcher eine Auf- und Niederbewegung, sowie eine Correction der Richtung desselben gestattet. Es besitzt eine $1\frac{1}{2}$fache Vergrösserung und ein Fadenkreuz, daneben aber auch eine Mikrometertheilung zur genaueren Bestimmung des Abstandes der beiden Grenzen der totalen Reflexion, welche doppeltbrechende Krystalle zeigen. Um die Objectplatte, behufs ihrer richtigen Orientirung, durch das Fernrohr sichtbar zu machen, kann vor dessen Objectiv, ähnlich wie beim Goniometer (S. 625), eine Vorschlaglupe aufgesetzt werden.

Da der Brechungsindex der in dem Glasgefäss befindlichen Flüssigkeit sich mit der Temperatur derselben ändert, so muss diese während der Messung bestimmt werden. Zu diesem Zwecke kann man an einem an der Unterseite des Theilkreises angebrachten Häkchen ein kleines Thermometer anhängen, dessen Stand unmittelbar vor und nach der Messung notirt wird, so dass man in dem Mittel dieser beiden Ablesungen mit genügender Genauigkeit die während der Messung in der Flüssigkeit herrschende Temperatur erhält.

Ehe man zur Messung des Winkels der totalen Reflexion des Lichtes an einer natürlichen oder künstlichen ebenen Fläche eines Krystalls schreitet, hat man diese zuerst zu justiren und auch angenähert zu centriren, damit auch bei schräger Stellung derselben noch hinreichend Licht in der Axe des Fernrohrs einfällt. Bei dem festen Objectträger genügt es, die spiegelnde Fläche direct hinter das in denselben eingeschnittene Fenster zu legen. Bei Anwendung der Kugelgelenke bringt man die Fläche zunächst ungefähr in die erforderliche Lage und Richtung durch eine verticale Schneide, deren Stiel an Stelle von H in die Fussplatte eingesetzt wird, und welche alsdann

die Drehungsaxe des Kreises bezeichnet. Die genaue Parallelstellung der reflectirenden Fläche mit der Axe des Kreises wird erreicht mittelst des kleinen, aus schwarzem Glase gefertigten Spiegels *S*, welcher an der Säule *M* befestigt und der genannten Axe parallel gerichtet ist; die Objectplatte wird nämlich durch die Kugelgelenke so lange justirt, bis das Spiegelbild des Auges in derselben und im Spiegel *S* in gleicher Höhe erscheint, oder. was noch genauer ist, bis die Spiegelbilder einer entfernten Flamme, welche sich mit beiden reflectirenden Flächen in einer dem Kreise parallelen Ebene befindet, in beiden gesehen gleich hoch erscheinen. Die erwähnte Schneide gestattet, bei der Justirung die angenäherte Centrirung beizubehalten; nach Ausführung der ersteren wird sie wieder entfernt. Will man bei Anwendung des in Fig. 643 dargestellten Objectträgers die Platte in ihrer Ebene drehen und in verschiedenen Stellungen ihre Totalreflexion bestimmen, so muss sie so aufgesetzt werden, dass ihre spiegelnde Vorderfläche (die nicht in Betracht kommende Hinterfläche wird am besten matt geschliffen, damit man in keinem Falle störende Reflexe von derselben erhält) senkrecht zur Drehungsaxe von *g* liegt; dies erkennt man daraus, dass das Bild eines entfernten Gegenstandes bei ruhendem Auge seinen Ort nicht ändert, wenn man die Platte in ihrer Ebene dreht. Diese Orientirung ist natürlich vor der Centrirung und Justirung auszuführen.

Nachdem der Objectplatte die erforderliche Orientirung gegeben und das Thermometer neben derselben aufgehängt worden ist, wird das mit der stark brechenden Flüssigkeit gefüllte Glasgefäss in der a. vor. S. angegebenen Weise an den Kreis angesetzt. Zur Füllung benutzt man am besten α-Bromnaphtalin, dessen Brechungsindices nach Dufet bei 23,5° C.

für die Linie *B*	1,64923
- - - *C*	1,65219
- - - *D* (*Na*-Licht)	1,66102
- - - *F*	1,68480

betragen und für 1° C. Temperaturzunahme um 0,00046 sich verringern. Befindet sich das gefüllte Glasgefäss an seinem Orte, so steckt man in die Oeffnung der Fussplatte den Metallstab *H*, welcher oben das verschiebbare gekrümmte Doppelblech *h* trägt; in dieses wird ein schwarzer Cartonschirm von der Form eines das Glasgefäss zur Hälfte umhüllenden Halbcylinders eingeklemmt, in dessen Mitte in geeigneter Höhe ein Fenster mit ölgetränktem Papier oder mattem Glase angebracht ist, um das durchgehende Licht in diffuses zu verwandeln. Der Schirm wird nun so gedreht, dass er den Hintergrund des Glasgefässes, auf den das Fernrohr gerichtet ist, verdunkelt und das Licht einer seitlich aufgestellten monochromatischen Flamme (gewöhnlich wird der grösseren Helligkeit wegen Natriumlicht angewendet) in der erforderlichen Richtung durch das Fenster auf die Platte fallen lässt. Man entfernt nun das Fernrohr, bringt das auf grosse Entfernung accommodirte

Auge*) nahe an die Glaswand p und dreht den Objectträger, bis die Grenze der totalen Reflexion sichtbar wird. Alsdann setzt man das vorher genau auf Unendlich eingestellte Fernrohr wieder ein, bringt, wenn nöthig mit Hülfe der Feinstellschraube F, die erwähnte Grenze in das Fadenkreuz oder an den mittelsten Strich des Mikrometers im Fernrohr und liest die Stellung der Nonien ab. Hierauf dreht man H mit dem Schirme auf die andere Seite des Glasgefässes und stellt die Flamme so vor denselben, dass beide zu ihrer vorigen Stellung in Bezug auf die durch die Axen des Fernrohrs und des Kreises bestimmte Ebene symmetrisch stehen, dreht die Platte mittelst des Knopfes B (gleichzeitig mit den Nonien) ebenfalls nach der entgegengesetzten Seite, stellt die Grenze der totalen Reflexion ein und liest abermals ab. Die Differenz der beiden Ablesungen ist der doppelte Grenzwinkel der totalen Reflexion, aus welchem sich nach S. 26 der Brechungsindex ergiebt.

Da die Grenzen der totalen Reflexion bei kleinen oder nicht sehr vollkommen spiegelnden Platten nur schwach sichtbar sind, ist es in allen Fällen zu empfehlen, in einem ganz verdunkelten Zimmer zu arbeiten und zur Ablesung einen Flürscheim'schen Patentbrenner (s. S. 616 unten) zu benutzen. Auch schwärzt man vortheilhaft die nicht benutzten Flächen der Platte, den Kork, auf welchen sie aufgesetzt wird u. s. w., mit Tusche, damit dieselben kein Licht in das Fernrohr reflectiren. Die günstigste Stellung des Schirmes und der monochromatischen Flamme, d. h. diejenige, bei welcher die Grenzen am schärfsten hervortreten, muss durch Probiren ermittelt werden. Um die Temperatur der Flüssigkeit nicht unnütz zu steigern, entfernt oder löscht man die Flamme, sobald die Einstellung erfolgt ist; man kann für diesen Zweck einen Bunsen'schen Brenner mit Selbstanzünder (ebenfalls Flürscheim'sches Patent) benutzen, wie solche mit Vorrichtung zur Einführung des färbenden Metallsalzes (nach Feussner) von Böhm und Wiedemann in München geliefert werden, oder einfacher einen gewöhnlichen Bunsenbrenner, in dessen möglichst weites Rohr eine mit Salzlösung getränkte Rolle von Fliesspapier eingesetzt ist.

Was nun die Orientirung der Platten in Bezug auf die im Grenzfalle der totalen Reflexion horizontal in denselben sich fortpflanzenden Strahlen betrifft, so ist dieselbe natürlich ganz gleichgültig für eine Krystallplatte des kubischen Systems, ferner für eine zur optischen Axe senkrechte Fläche eines einaxigen Krystalls, welche stets zwei Grenzen liefert, deren eine dem Brechungsindex ω, die andere ε entspricht. In allen übrigen Fällen erfordert die Bestimmung der Hauptbrechungsindices einer ein- oder zweiaxigen Krystallplatte eine bestimmte Orientirung derselben in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung der Strahlen. Diese Orientirung kann entweder

*) Man darf also nicht etwa die Krystallplatte fixiren! Solche, denen die Accommodation des Auges auf Unendlich nicht gelingt, was namentlich bei Kurzsichtigen vorkommt, müssen eine Zerstreuungslinse vor das Auge halten.

erfolgen durch eine an der Platte vorhandene Kante, welche so gerichtet wird, dass sie mit dem horizontal in der Grenzschicht sich fortpflanzenden Strahle den erforderlichen Winkel einschliesst. Ist dieser 0° oder 90°, d. h. sollen sich die Strahlen parallel oder senkrecht zu einer die Platte begrenzenden Kante fortpflanzen, so gestattet der feste Objectträger eine sehr rasche und genügende Orientirung der Krystallplatte: dieselbe wird nämlich so an dem Träger befestigt, dass die fragliche Kante einen der horizontalen resp. verticalen Ränder des rectangulären Ausschnittes fast berührt und demselben parallel läuft. Für die meisten Messungen genügt es sogar, das Object an der einfachen Spitzenplatte oder in der Klammer zu befestigen und ihm nach dem Augenmaasse die erforderliche Richtung zu geben. Benutzt man den complicirten, in Fig. 643 abgebildeten Objectträger, so kann man durch Drehen der Platte in ihrer Ebene die Stellung aufsuchen, in welcher das Maximum oder Minimum des Abstandes der beiden Grenzen der totalen Reflexion beobachtet wird*); da nach S. 95 dieser Abstand die Differenz der beiden gleichgerichteten Radien der Strahlenfläche darstellt, so muss deren grösster oder kleinster Abstand immer einer Hauptschwingungsrichtung oder deren Normale entsprechen, und eine solche Richtung ist es stets, welche bei der Einstellung der Platte in Betracht kommt**).

Schliesslich kann man eine Krystallplatte auch nach dem Vorschlage von C. Klein durch ihre, im durchfallenden parallelen polarisirten Lichte beobachteten Auslöschungsrichtungen orientiren. Zu diesem Zwecke kann der Theilkreis *K* von dem Ringe *R*, nach Lösung der Schrauben *r*, abgehoben und um 90° gedreht werden, welche Stellung dadurch bestimmt ist, dass die beiden an der Unterseite der Platte vorspringenden parallelepipedischen Stücke in zwei andere Einschnitte von *R* (deren einer rechts in Fig. 643 sichtbar ist) eingreifen. Ist *K* in dieser neuen Stellung mittelst der Schrauben *r* wieder befestigt, so ist das Fernrohr *f* nunmehr so gerichtet, dass der Beobachter die Säule *M* zur Seite hat. Statt des gewöhnlich benutzten Glasgefässes wird jetzt ein anderes, welches durch zwei gegenüberliegende planparallele Glasplatten geschlossen ist, angesetzt, und ausserdem mit dem Kreise ein zweites, *f* gegenüberstehendes Fernrohr verbunden; beide Fernröhre werden mit drehbaren Nicols versehen und diese zu einander gekreuzt. Alsdann lässt man Licht durch das eine Fernrohr, von da durch die Hülse *g* und die darauf befestigte Krystallplatte, welche natürlich auch auf der Hinterseite

---

*) Wobei die Mikrometerscala im Fernrohr gute Dienste leistet.

**) Bei einer einaxigen Krystallplatte von beliebiger Orientirung muss die zur optischen Axe senkrechte Richtung offenbar stets dem Maximum des Abstandes der beiden Grenzen entsprechen. Dadurch kann, auch wenn man die krystallographische Orientirung der Platte nicht kennt, jene Richtung gefunden und somit ω und ε bestimmt werden; dreht man dann die Platte in ihrer Ebene um 90°, so bildet offenbar nun die Fortpflanzungsrichtung der Grenzstrahlen denselben Winkel mit der optischen Axe, wie die Ebene der Platte; von deren Neigung zur Axe hängt aber die Geschwindigkeit des ausserordentlichen Strahles ab; es lässt sich daher aus dem für diesen gefundenen Werthe ε' die Neigung α der Platte zur Axe berechnen und zwar nach F. Kohlrausch mittelst der Formel:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\varepsilon'^2 - \omega^2}{\varepsilon^2 - \omega^2}.$$

eine spiegelnde Fläche haben muss und dort nicht mit Kork bedeckt sein darf, endlich durch das vordere Fenster fallen; durch Drehen der Platte in ihrer Ebene wird dann ihre Dunkelstellung zwischen den gekreuzten Nicols und dadurch ihre Orientirung bestimmt.

Das zuletzt beschriebene Verfahren macht natürlich das Totalreflectometer zu einem sehr complicirten und theuren Instrumente, daher es entschieden vorzuziehen ist, die Platte, falls sie keine Kante besitzt, durch welche die Orientirung ermöglicht wird, vorher im gewöhnlichen Polarisationsinstrumente zwischen gekreuzten Nicols optisch zu orientiren und dann in der erforderlichen Richtung auf einer Seite eine Fläche anzuschleifen (oft ist die Herstellung einer orientirenden Randfläche auch durch Spaltbarkeit möglich), oder jener Richtung parallel eine Linie mit dem Diamanten einzuritzen.

Welcher dieser Wege für den einzelnen Fall auch als der geeignetste befunden werden mag, immer wird es möglich sein, auch bei Anwendung der einfachen, weiter oben beschriebenen Objectträger die Platte mit einer für die Messungen ausreichenden Genauigkeit zu orientiren. Jede weitere Complication des Kohlrausch'schen Totalreflectometers ist deshalb nicht zu empfehlen, weil das Instrument doch in allen Fällen nur zu angenäherten Messungen geeignet ist. Will man durch sehr sorgfältige Orientirung der Krystallplatte einen höheren Grad von Genauigkeit erreichen, so ist es viel vortheilhafter, sich eines der (im nächsten Paragraphen beschriebenen) nach Wollaston's Methode construirten Totalreflectometer zu bedienen, welche weit genauere Messungen gestatten.

In welcher Weise eine Krystallplatte von bestimmter krystallographischer Orientirung auf dem Objectträger des Totalreflectometers befestigt werden muss, um die Hauptbrechungsindices zu liefern, ergiebt sich in jedem einzelnen Falle aus ihrer krystallographischen Orientirung und aus den allgemeinen Bemerkungen S. 66 und 94. Ebenso ergeben sich für jeden Fall aus der Orientirung der Platte die beiden Schwingungsrichtungen des in derselben, bei horizontaler Fortpflanzung in der Grenzschicht, doppelt gebrochenen Lichtes. Um einen der Strahlen für sich zu beobachten, hat man einen Nicol so vor das Fernrohr zu halten*), dass sein Hauptschnitt parallel der betreffenden Schwingungsrichtung ist, wie sie für das beobachtende Auge erscheint (also ihre Projection auf die Ebene senkrecht zur Sehrichtung); alsdann wird die zweite Grenze, welche dem dazu senkrecht schwingenden Strahle entspricht, vollkommen zum Verschwinden gebracht. Diese erscheint natürlich am schärfsten, und die erste verschwindet, wenn man den Nicol um 90° dreht.

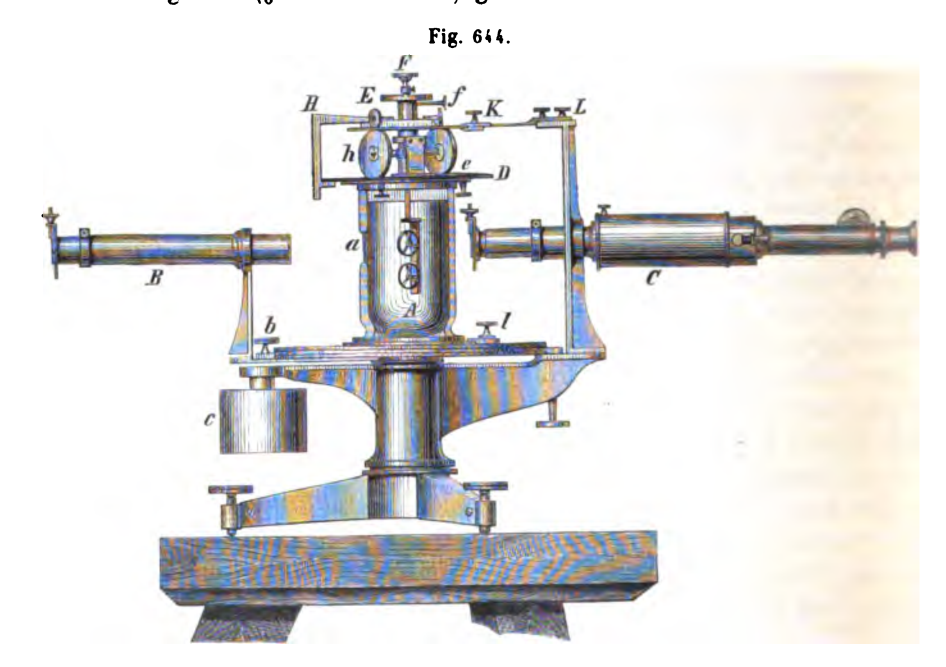
b) **Ch. Soret's Refractometer.** Während der Apparat von Kohlrausch nur für gewisse monochromatische Lichtarten, am bequemsten für Natrium-

*) Auf Verlangen wird von M. Apel auch ein Nicol geliefert, welcher mit seiner Fassung auf das Ocular des Fernrohrs aufgesetzt und um die Axe des letzteren gedreht werden kann.

licht, angewendet werden kann, hat Ch. Soret ein allerdings weit complicirteres Instrument construirt, welches die Bestimmung der Brechungsindices durch Totalreflexion für alle Theile des Spectrums gestattet*).

Um in derselben Weise, wie bei genauen Messungen der Dispersion von Prismen, die Bestimmung für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien ausführen zu können, bedarf es des Sonnenlichtes, welches mittelst eines Heliostaten in das verdunkelte Zimmer und auf den Spalt des Collimators *B* Fig. 644 ($\frac{1}{6}$ natürl. Grösse) geworfen wird. Von letzterem fallen

Fig. 644.



die parallelen Strahlen durch eine planparallele Glasplatte *a* in das mit der stark brechenden Flüssigkeit gefüllte cylindrische Gefäss *A*, in welchem sich die zu untersuchende Platte befindet; nach der Reflexion an letzterer werden dieselben durch die cylindrische Austrittsfläche, welche wie eine sogenannte Cylinderlinse wirkt, concentrirt und fallen so auf den Spalt des durch Drehung um die Axe des Instrumentes in die richtige Stellung gebrachten, geradsichtigen Spectroskops *C*, welches sie zu einem breiten Spectrum dispergirt. Das cylindrische Gefäss ist oben durch den mit drei Schrauben befestigten Theilkreis *D* geschlossen, welcher in der Mitte von zwei Axen durchbohrt ist, deren kürzere äussere *E* mit dem Nonius *e* (vergl. auch Fig. 645) verbunden ist, während die innere bis in die Flüssigkeit reicht und die Objectplatte trägt. Mit *E* sind beiderseits zwei verticale Scheiben *h* in Verbindung, gegen welche die kreisförmige horizontale

*) Ausgeführt wurde dieser Apparat von der »Société génèvoise pour la construction d'instruments de physique« (Génève, Plainpalais).

Platte G durch die Streben H mittelst der Knöpfe k angepresst wird. Dreht man nun das, durch ein Gegengewicht c balancirte Spectroskop C um die verticale Axe des Instrumentes, so nimmt, wenn die Klemmschraube K angezogen ist, die horizontale Platte G an dieser Drehung Theil und zwingt dadurch die beiden Scheiben h, auf dem Theilkreise D zu rollen; hierdurch erfährt die Axe E mit dem Nonius eine Winkelbewegung, welche halb so gross ist, als die des Spectroskops, so dass die von der Objectplatte reflectirten Strahlen nicht aufhören, auf den Spalt des Spectroskops zu fallen, während der Einfallswinkel geändert wird. Ist der letztere sehr gross, so werden alle Strahlen total reflectirt und das Spectrum erscheint sehr hell. Vermindert man nun nach und nach den Incidenzwinkel, so erreichen allmählich die verschiedenen Strahlen die Grenze ihrer totalen Reflexion und werden alsdann nur noch theilweise, also mit geringerer Intensität, reflectirt. Man sieht in Folge dessen im Spectrum gleichsam einen dunklen Vorhang vom Roth zum Violett vorschreiten, wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, die Flüssigkeit eine grössere Dispersion hat, als der eingetauchte Körper. Stellt man nun die Grenze zwischen dem helleren und dem minder hellen Theile des Spectrums durch gemeinsame Drehung der Platte und des Spectroskops auf eine Fraunhofer'sche Linie ein, so hat man den der letzteren entsprechenden Grenzwinkel der totalen Reflexion; man braucht also nur den Einfallswinkel dieser Strahlen zu bestimmen, was in derselben Weise, wie beim Kohlrausch'schen Instrumente, durch Ablesen der mit der Platte vorgenommenen Drehung von dieser Stellung bis zu der dazu symmetrischen geschieht.

Wegen der Variabilität des Brechungsindex der Flüssigkeit wird die letztere bei dem Soret'schen Apparate ganz aus der Bestimmung eliminirt, indem jede Messung doppelt vorgenommen wird, einmal an der zu untersuchenden Platte, das andere Mal an einem Glasprisma, dessen Brechungsindices für die Fraunhofer'schen Linien ein- für allemal nach der Methode der Minimalablenkung bestimmt worden sind. Zu diesem Zwecke wurden am Ende der Axe F zwei Krystallträger angebracht, der obere für das Prisma, der untere für die Platte, von denen jeder durch Auf- oder Niederschieben der Axe F in den Gang der Lichtstrahlen gebracht werden kann. Ist n der gesuchte Brechungsindex, φ der Grenzwinkel der Platte, N und Φ die entsprechenden Werthe für das Vergleichsprisma, so hat man

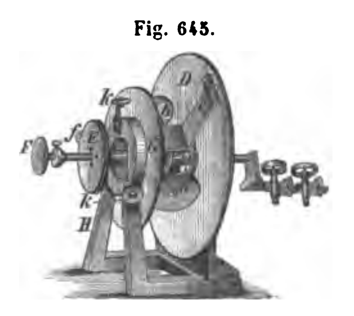
$$n = \frac{N \sin \varphi}{\sin \Phi}.$$

Bei doppeltbrechenden Platten sieht man natürlich zwei Grenzen, von denen eine durch Einfügung eines Polarisators in das Spectroskop zum Verschwinden gebracht werden kann.

Um die beiden reflectirenden Flächen der Platte und des Vergleichsprismas der Drehungsaxe des Apparates parallel zu machen, nimmt man den Theilkreis D ab und stellt ihn auf den Streben H so aufrecht, wie es in Fig. 645 dargestellt ist. Das Prisma und die Krystallplatte werden in

den ringförmigen Objectträgern mit Klemmschrauben oder einfach mit Hülfe von Korkstückchen befestigt und dabei die beiden reflectirenden Flächen so genau als möglich in die Verlängerung der Axe gebracht. Durch die aus der Figur ersichtlichen Justirbewegungen der Träger werden dieselben hierauf, mit Benutzung eines möglichst entfernten Signals, genau so justirt, wie ein Krystall auf dem Reflexionsgoniometer. Nachdem so die beiden Objecte ihre richtige Stellung erhalten haben, wird *D* wieder auf das cylindrische Gefäss aufgesetzt und festgeschraubt, und die Axe *F* gedreht, bis die von der Fläche des Prismas reflectirten Strahlen in das seitlich gestellte Spectroskop fallen; dann werden die concentrischen Axen *E* und *F* durch die Klemmschraube *f* mit einander verbunden, ebenso durch *K'* der ganze Krystallträger mit dem Spectroskop, und letzteres in dem einen oder dem andern Sinne gedreht, bis der in das Spectrum eintretende Schatten die Fraunhofer'sche Linie, für welche man die Messung ausführen will, berührt. Nachdem diese Stellung abgelesen ist, wird die Schraube *K'* gelöst, das Spectroskop auf die andere Seite geführt und der Krystallträger mit der Hand gedreht, bis die reflectirten Strahlen von Neuem auf den Spalt des Spectroskops fallen, worauf in derselben Weise die Grenze eingestellt wird, wie vorher. Die halbe Differenz der beiden Positionen giebt den Grenzwinkel der totalen Reflexion für das Vergleichsprisma. Hierauf wird die Axe *F* nach oben verschoben, und die ganze Operation für die zu untersuchende Platte wiederholt; endlich wird dieselbe noch einmal mit dem Vergleichsprisma vorgenommen, so dass man, um den Einfluss der Temperaturschwankungen zu eliminiren, das Mittel der vorher und nachher für das Prisma gefundenen Zahlen mit dem dazwischen für die Objectplatte gefundenen Werthe vergleicht. Durch genügende Wiederholung der einzelnen Einstellungen kann man auf diesem Wege Brechungsindices bis zur vierten Decimale genau bestimmen.

Fig. 645.



Der Apparat ist so construirt, dass er nicht nur leicht aus einander genommen und gereinigt werden kann, sondern dass auch beim Zusammensetzen alle Theile, namentlich die obere und die untere Fassung des cylindrischen Gefässes, unmittelbar so in einander passen, dass sie unveränderlich alle genau die gleiche Drehungsaxe besitzen.

§ 18. **Bestimmung der Brechungsindices durch Totalreflexion nach der Methode von Wollaston.** Die älteste, von Wollaston erdachte Methode, Brechungsindices mittelst Totalreflexion zu bestimmen, besteht in Folgendem. Man lässt Licht durch die Seitenfläche eines Glasprismas, dessen drei Flächen sämmtlich polirt sind, eintreten, an dessen Hinterfläche reflectiren und durch die zweite Seitenfläche wieder austreten

An der reflectirenden Hinterfläche wird eine ebene Fläche der zu untersuchenden Substanz mittelst eines stark brechenden durchsichtigen flüssigen Kittes befestigt. Da letzterer eine planparallele Schicht bildet, findet die Brechung genau so statt, als wenn die Objectplatte direct an der Hinterfläche des Prismas anläge*). Ist nun die Richtung der einfallenden Strahlen derart, dass dieselben im Innern des Prismas auf der Grenzfläche zwischen Glas und Objectplatte unter kleinerem Winkel auffallen, als der Grenzwinkel der totalen Reflexion beträgt, so werden sie nur zum Theil reflectirt, und die Hinterfläche des Prismas erscheint dunkler, als wenn die Objectplatte nicht vorhanden wäre. Dreht man das Prisma, bis der Grenzwinkel erreicht ist, so werden die Strahlen nun an der Hinterseite desselben total reflectirt, und diese erscheint heller. Man sieht nun leicht ein, dass man aus der Richtung der austretenden Strahlen in Bezug auf die Flächen des Prismas und aus dem Brechungsindex des letzteren den Gang der Strahlen im Innern und damit den Grenzwinkel der totalen Reflexion für die Brechung aus der Glassorte des Prismas in die zu untersuchende Platte berechnen kann.

Diese Methode hat folgende Voraussetzungen: 1) muss der Brechungsindex des Prismas grösser sein, als derjenige der zu untersuchenden Substanz, daher man zur Anfertigung jenes schwere, stark brechende Glassorten nimmt (mittelschweres Flintglas hat den Brechungsindex 1,64, das schwerste, zu solchen Zwecken noch verwendbare Glas 1,96, doch ist solches, da es leicht mechanischen Beschädigungen unterworfen ist, nur dann zu verwenden, wenn gewöhnliches Flintglas nicht mehr ausreicht); 2) muss die zwischen Prisma und Object gebrachte Flüssigkeitschicht mindestens eine stärkere Brechbarkeit besitzen, als die Objectplatte, weil sonst an ihr die Totalreflexion früher eintritt, als an der Grenzfläche des Objectes; besonders vortheilhaft ist es jedoch, wenn der Brechungsindex der Flüssigkeit auch noch höher ist, als derjenige des Prismas, weil dann überhaupt keine Totalreflexion an ersterer stattfindet und eine solche immerhin störend bei der Beobachtung wirken kann. Da zur Vermeidung derselben der Unterschied zwischen der Brechbarkeit der Flüssigkeit und des Prismas nur klein zu sein braucht, reicht man bei den meisten Substanzen mit Cassiaöl (Brechungsindex für Natriumlicht 1,58—1,64) oder α-Bromnaphtalin (s. S. 658) aus; für Körper mit höherem Brechungsindex empfiehlt sich am meisten Methylenjodid, in der Wärme mit Schwefel gesättigt ($n = 1,78 - 1,79$); doch kann man auch, da bei dieser Methode nur minimale Quantitäten der Flüssigkeit in Anwendung kommen, Substanzen benutzen, mit denen andernfalls nicht gut zu manipuliren wäre, z. B. Arsenbromür $AsBr^3$, dessen Brechungsindex für Na-Licht $= 1,781$, oder eine

*) Eine vollständige Berührung ist hierbei zwischen zwei sehr vollkommenen polirten Ebenen durch Andrücken zwar auch zu erreichen, so dass auf einer genügend grossen Strecke directer Lichtübergang stattfindet, viel leichter und sicherer aber durch eine äusserst dünne, dazwischen gebrachte Flüssigkeitsschicht.

Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff (Brechungsindex 1,95 oder die stark brechenden Körper P^4S resp. P^2S.

Durch Abbe, welcher zuerst zeigte, dass die Grenze der totalen Reflexion sich in einem auf Unendlich eingestellten Fernrohre als scharfe Linie zeige und wie ein Signalbild mit dem Fadenkreuze zur Deckung gebracht werden könne, und durch Feussner, welcher in seiner Dissertation, Marburg 1882, eine ausführliche Darstellung der Entwickelung der Totalreflexionsmethode gegeben hat, wurde die Verbindung des Wollaston'schen Verfahrens mit der Anwendung eines feiner getheilten Refractometers hergestellt und dadurch eine weit grössere Genauigkeit der Messung ermöglicht. Dieselbe wird auch dadurch wesentlich erhöht, dass die Temperatur der Flüssigkeit, deren Schwankungen bei dem Kohlrausch'schen Apparate die Genauigkeit sehr beeinträchtigen, bei der Wollaston'schen Methode nicht in Betracht kommt, da es auf den Brechungsindex der dünnen planparallelen Flüssigkeitsschicht zwischen Prisma und Object überhaupt gar nicht ankommt, so lange derselbe nicht geringer wird, als derjenige der Objectplatte, was man natürlich immer durch Wahl einer genügend stark brechenden Flüssigkeit vermeiden kann.

Um die zu untersuchenden Platten in bestimmter Weise gegen die Lichtstrahlen zu orientiren, verband zuerst Feussner mit dem Prisma eine kleine Vorrichtung, welche gestattete, die Objectplatte in ihrer Ebene zu drehen und den Drehungswinkel zu bestimmen. Wesentlich verbessert wurde diese Vorrichtung in dem von Liebisch beschriebenen und von Fuess ausgeführten Apparate, welcher zugleich ein Attribut der Reflexionsgoniometer des Letzteren bildet.

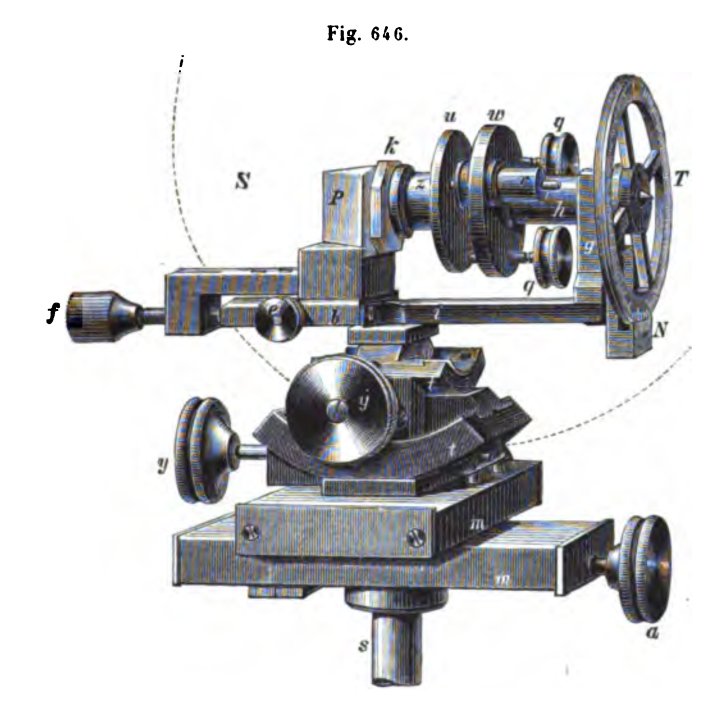
Eine wesentliche Aenderung der Wollaston'schen Methode führte Pulfrich ein, indem er das Prisma von stark brechendem Glase durch einen Kreiscylinder ersetzte, auf dessen horizontaler Basis die zu untersuchende Krystallplatte aufgelegt wird, und durch dessen Mantelfläche die Lichtstrahlen auf einer Seite ein- und, nach der Reflexion an der oberen Fläche, auf der entgegengesetzten Seite austreten. Durch Drehen des Cylinders kann daher die Totalreflexion an der Krystallplatte in allen möglichen Azimuthen beobachtet werden. In dem von Czapski beschriebenen Krystallrefractometer endlich dient statt des Cylinders zu dem gleichen Zwecke eine Halbkugel von stark brechendem Glase, auf deren oberer ebener Fläche die Krystallplatte in derselben Weise aufgelegt wird, wie an der Hinterseite des Prismas bei dem Wollaston'schen Verfahren.

Diese drei Arten von Apparaten zur Bestimmung der Brechungsindices sollen nun im Folgenden beschrieben und mit demjenigen begonnen werden, dessen Princip sich dem ursprünglichen von Wollaston am nächsten anschliesst.

a) **Liebisch'sches Totalreflectometer.** Fig. 646 ($\frac{3}{4}$ nat. Grösse) stellt in ihrem unteren Theile die Centrir- und Justirvorrichtung des Fuess'schen

Goniometers dar, auf welche an Stelle des Krystallträgers eine horizontale Schiene *i* aufgeschraubt wird, deren rechtes Ende das Lager *g* und die Hülse *h* trägt. In dieser befindet sich drehbar die Axe des Theilkreises *T*, welcher zur Drehung derselben und zur Messung des Drehungswinkels (mittelst des Nonius *N* auf Zwölftelgrade) dient. Das andere Ende dieser Axe trägt die kreisförmige Platte *w*, und mit dieser ist durch zwei Stellschrauben *qq* und den Federbolzen *r* die zur Aufnahme und Justirung des Objectes bestimmte Scheibe *u* verbunden. Auf dieser sitzt ein kurzes Rohrstück mit der aufgeschobenen Hülse *z*, deren Ende durch eine Platte geschlossen ist, auf welcher die Objectplatte *k* mit erhärtendem Kitt so be-

Fig. 646.

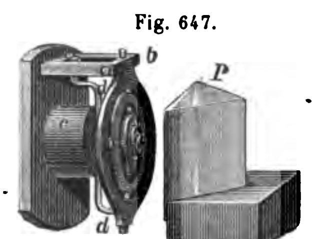


festigt wird, dass die spiegelnde Fläche annähernd parallel *u* ist. Der linke, beiderseits abgeschrägte Theil der Schiene *i* wird von dem Schieber *b* umfasst, welcher durch die Schraube *e* fixirt werden kann und mittelst des Winkelstückes mit der Schraube *f* verbunden ist; diese wird so gestellt, dass ihr Ende an die linke Endfläche der Schiene *i* antrifft, wenn das auf *b* befindliche Flintglasprisma *P* der Objectplatte *k* genügend genähert ist. Das Prisma *P* ist in seinem Lager festgekittet und so justirt, dass seine rechte Fläche senkrecht zur Drehungsaxe des Kreises *T* steht, während es mit seinem Lager zusammen in horizontaler Richtung, senkrecht zur Schiene *i*, auf *b* verschoben werden kann.

Statt der Hülse *z* kann auf das Rohrstück der Platte *u* die in Fig. 647 in nat. Grösse abgebildete Vorrichtung mittelst der Hülse *c* aufgeschoben

werden. Vor letzterer befindet sich, in einer Gabel *b* leicht drehbar, ein sogenanntes Cardani'sches Ringsystem, auf dessen gerieftem Mittelstück das Object festgekittet wird, zu welchem Zwecke man, um die Spitzengelenke des Ringsystems zu schonen, das letztere aufwärts dreht und auf ein ebenes Klötzchen auflegt. Nach der Befestigung der Objectplatte wird das Prisma *P* so an dieselbe herangeschoben, dass die spiegelnde Objectfläche der Prismenfläche mit sanftem Drucke, welcher durch die Feder *d* bewirkt wird, vollkommen anliegt und anliegend bleibt, wenn man mittelst des Kreises *T* das Object um die horizontale Axe des Apparates dreht. In Folge der auf vorig. S. erwähnten Justirung der Prismenfläche nimmt daher die Objectplatte von selbst diejenige Lage ein, in welcher sie zur Axe des Theilkreises senkrecht steht, folglich beim Drehen desselben sich in ihrer eigenen Ebene dreht. Man hat also dann nur nöthig, mittelst der Justirschrauben *yy* die Flächen des Prismas der verticalen Axe des Goniometers parallel zu richten (zu justiren), wodurch zugleich die Axe von *T* die erforderliche, zur Goniometeraxe normale Richtung erhält. Ist die spiegelnde Fläche eines Objectes so klein, dass ein genaues Anliegen derselben an die Prismenfläche nicht sicher zu erreichen ist, so bedient man sich der Hülse *z* (Fig. 646)*) und justirt das Object dadurch, dass man dasselbe mittelst der Stellschrauben *q* senkrecht zur Drehungsaxe des Theilkreises richtet; diese Stellung ist erreicht, wenn das von der Objectfläche reflectirte Bild des Collimatorsignals (am besten der kreisrunden Oeffnung, S. 624), im Beobachtungsrohr gesehen, beim Drehen von *T* seine Lage unverändert beibehält. Dieses Bild bringt man dann mittelst der linken Schraube *y* (welche der Schiene *i* parallel ist) zur Deckung mit dem Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres; alsdann liegt die Axe des Kreises senkrecht zur Goniometeraxe, und damit ist auch die rechte Prismenfläche dieser Axe parallel gestellt. Zur vollständigen Justirung des Prismas genügt also eine Drehung der nach vorn gerichteten Schraube *q*.

Fig. 647.

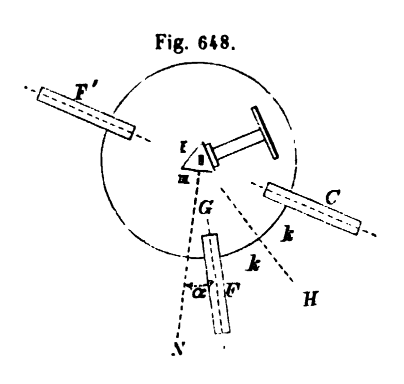


Bei etwas grösseren Platten bedient man sich am besten der selbstthätigen Andrückvorrichtung Fig. 647, welche die immerhin mühsame Justirung mittelst der Schrauben *q* überflüssig macht. Um nun die Platte in ihrer Ebene zu orientiren, so dass die Strahlen im Falle der totalen Reflexion sich in der Grenzschicht derselben genau in einer krystallographisch bestimmten Richtung fortpflanzen, welche alsdann der horizontalen Ebene des Goniometerkreises parallel liegt, d. h. in die Einfallsebene des Lichtes fällt, — benutzt man eine Kante der Krystallplatte, welche durch

*) Für provisorische Versuche mit kleinen Platten ist noch eine ähnliche Hülse, aber mit convexer Oberfläche, beigegeben, in deren Innerem sich eine schwache Spiralfeder befindet, welche das Object an das Prisma andrückt.

eine Randfläche gebildet wird, und welcher die Einfallsebene des Lichtes parallel sein oder mit der sie einen bestimmten Winkel bilden soll. Diese Kante muss zuerst in Bezug auf den Theilkreis des Goniometers justirt werden. Zu dem Zwecke wird der Prismenträger auf b so verschoben, dass die Platte ein wenig über die Prismenkante vorragt und daher ihre Seitenfläche zur Reflexion des Lichtes frei wird. Andererseits gestattet das Cardani'sche Ringsystem dadurch, dass in den Krystallträgertheil a ein kleines Tischchen eingesetzt wird, noch die von dem Collimator ausgehenden Strahlen, wenn auch bei senkrecht zur Hauptfläche stehender Seitenfläche der Platte nur unter spitzem Incidenzwinkel, auf die letztere fallen zu lassen und dadurch die Kante beider Flächen durch Drehen des Kreises T genau zu justiren. Ist dies geschehen, so dreht man die Platte in ihrer Ebene weiter um den erforderlichen Winkel, den man an T abliest (soll die Kante der Einfallsebene des Lichtes parallel werden, um 90°), und verschiebt das Prisma wieder bis zur vollständigen Verdeckung der Objectplatte, auf deren Oberfläche man nun einen Tropfen Bromnaphtalin bringt. Um störendes Nebenlicht abzuhalten, kann man auf das Objectiv des Beobachtungsfernrohres eine im Innern geschwärzte Hülse aufsetzen. Um eine der Grenzen allein und schärfer zu sehen, muss man bekanntlich ein Nicol'sches Prisma in den Gang der Lichtstrahlen einschalten; den mit vorstehend beschriebenen Totalreflectometern ausgerüsteten Fuess'schen Goniometern wird daher ein eigens hierzu eingerichtetes, mit einem drehbaren Nicol versehenes Ocular beigegeben. Zwischen die monochromatische Flamme und das Instrument bringt man einen Schirm von Oelpapier oder dergl., welcher durch den Kreis in Fig. 646 angedeutet ist. Das hierdurch zerstreute Licht fällt auf die in Fig. 648 mit I bezeichnete Fläche des Prismas, wird an der Hinterseite (II) desselben von der Objectplatte reflectirt und tritt durch die Fläche III aus. Den Winkel α, welchen die der Grenze der totalen Reflexion entsprechenden Strahlen mit der Normalen N zur Fläche III bilden, kann man sehr einfach dadurch bestimmen, dass man das Beobachtungsfernrohr F vorher in die Stellung

Fig. 648.



F' bringt und dann aus dieser, dem Collimator C parallelen Position um einen bestimmten, am Kreise abgelesenen Winkel $F'F$ dreht; man kennt alsdann den Winkel zwischen F und C, welcher $= 2k$ gesetzt werden möge. Hierauf stellt man, bei festgeklemmtem Nonienkreise, durch Drehung des Prismas die Grenze der totalen Reflexion auf die Mitte des Fadenkreuzes in F ein, liest ab, dreht das Prisma weiter, bis das Signal des Collimators, an der Fläche III gespiegelt, im Fadenkreuz erscheint, und liest wiederum die Stellung des Limbus ab. Da in der letzteren Stellung die Normale der

Prismenfläche *III* mit der Richtung *H* zusammenfällt, so hat dieselbe bei der Drehung zwischen den beiden abgelesenen Positionen den Winkel $k + \alpha$ (resp. $k - \alpha$, wenn die Richtung *G* der Grenzstrahlen links von *N* liegt) beschrieben. Da k bekannt ist, folgt hieraus α, d. i. die Richtung der austretenden Grenzstrahlen in Bezug auf die Austrittsfläche *III* des Prismas; bildet nun letztere mit *II*, an welcher die Objectplatte anliegt, den Winkel A *), und ist n der Brechungsindex des Prismas, so bildet der Grenzstrahl im Innern mit der Normale der Austrittsfläche den Winkel l, für welchen die Gleichung gilt

$$\sin l = \frac{\sin \alpha}{n} .$$

Der gesuchte Incidenzwinkel, unter welchem die totale Reflexion an der Fläche *II* stattfindet, ist daher

$$i = A + l ,$$

wenn der Strahl *G*, wie in Fig. 648, rechts von *N* austritt,

$$i = A - l ,$$

wenn er links von *N* liegt. Das erstere ist der Fall, wenn der Brechungsindex des Prismas nicht sehr hoch über demjenigen der zu untersuchenden Substanz liegt, wenn also i einen ziemlich grossen Werth besitzt.

Das an den von Fuess gelieferten Instrumenten mit *A* bezeichnete Prisma hat nun bei gewöhnlicher Temperatur für Natriumlicht den Brechungsindex 1,6497, kann also mit Vortheil für alle Substanzen benutzt werden, welche eine, wenn auch nur sehr wenig niedrigere Brechbarkeit besitzen, und dies ist die grosse Mehrzahl. Wendet man als Flüssigkeit hierbei Bromnaphtalin an, so hat man, da nach S. 658 dessen Brechungsindex bei 15° = 1,6649, den weiteren Vortheil, dass an der Flüssigkeitschicht zwischen Prisma und Objectplatte bei keiner Stellung des ersteren Totalreflexion stattfinden kann. Ausser diesem Prisma ist dem Instrumente ein zweites *B* beigegeben, dessen Brechungsindex 1,7849. Da noch höhere Brechbarkeit nur sehr selten vorkommt, so ist man hierdurch in den Stand gesetzt, fast alle krystallisirten Körper nach dieser Methode zu untersuchen. Natürlich wendet man aber aus dem S. 665 erwähnten Grunde das Prisma *B* nur da an, wo es wegen der hohen Brechbarkeit der zu untersuchenden Substanz absolut erforderlich ist, und verbindet es mit dem Object durch eine der dort aufgezählten stark brechenden Flüssigkeiten.

Das beschriebene Totalreflectometer wird von Fuess auch als besonderes Instrument (s. Fig. 649) geliefert. Auf einem Dreifuss befindet sich ein fester Kreis mit zwei gegenüberliegenden Nonientheilungen, in welchen ein Limbus

---

*) Dieser Werth beträgt ungefähr 60°, da die Fuess'schen Prismen nahezu gleichseitig geschliffen werden; derselbe muss aber natürlich vorher ein- für allemal genau ermittelt werden. Ebenso hat jeder Beobachter nöthig, den Brechungsindex seiner Prismen sorgfältig zu bestimmen, da kleine Verschiedenheiten in der Beschaffenheit des Glases der zu verschiedenen Zeiten gelieferten Prismen unvermeidlich sind.

drehbar so eingelassen ist, dass die Oberflächen beider in eine Ebene fallen. An dem ersteren ist der unbewegliche Collimator *C*, mit dem Spalte *s*. befestigt, an dem letzteren das Beobachtungsfernrohr *F*, welches mit

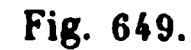
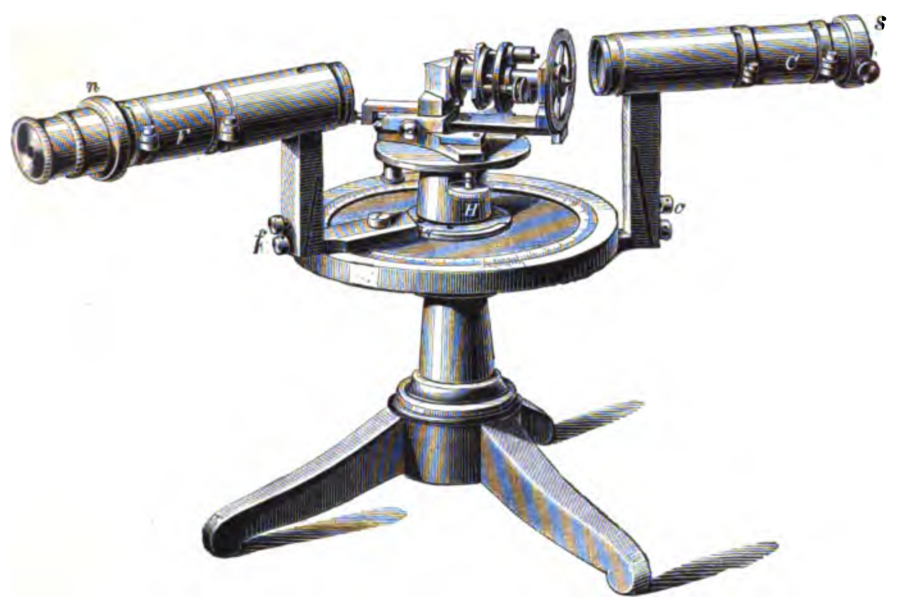


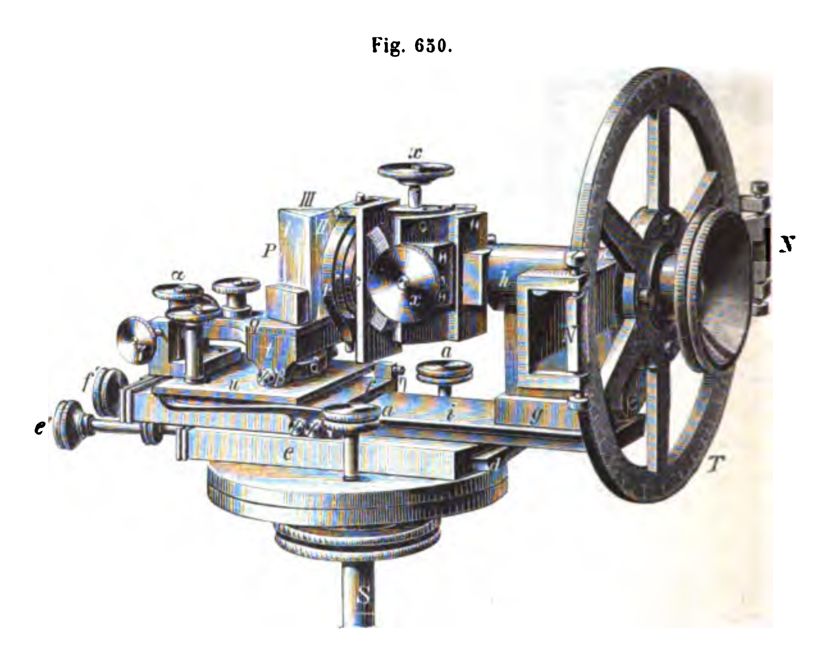
Fig. 649.



einem Nicol vor dem Ocular versehen ist, dessen Stellung an einer kleinen Kreistheilung auf *n* abgelesen werden kann. Von der Drehung dieses Fernrohres, welche also mit dem Limbus gleichzeitig stattfindet, ist diejenige der in der Mitte aufgesetzten, schwach conischen Hülse *H* unabhängig. Letztere trägt eine kreisrunde Platte und auf dieser, durch einen Federbolzen und zwei Schrauben justirbar, eine dreieckige Platte mit zwei Schienen, zwischen welche die Schiene *i* des Fig. 646 abgebildeten eigentlichen Totalreflexionsapparats einfach eingeschoben ist. Die Messung geschieht nun mit diesem Instrumente in folgender einfacher Weise: Nachdem die Position des Collimators durch directe Einstellung des Spaltes bestimmt ist, wird das Beobachtungsfernrohr in eine ähnliche Stellung gebracht, wie *F* in Fig. 648, welche am Kreise abgelesen wird, und hierauf das Prisma gedreht, bis die Grenze der totalen Reflexion mit dem Fadenkreuz zusammenfällt; diese Stellung des Prismas kann durch eine an *H* befindliche Klemmschraube fixirt werden. Alsdann wird das Beobachtungsfernrohr gedreht, bis das Bild des Signals im Faden eingestellt ist, und diese Position abgelesen. Wie eine einfache Betrachtung lehrt, ergiebt sich hieraus die Richtung der Normalen der Austrittsfläche der Strahlen aus dem Prisma und damit der Winkel, welchen die Grenzstrahlen mit jener Richtung bilden. Die Justirung der Platte ist bei diesem Apparate natürlich ganz die gleiche, wie bei dem mit dem gewöhnlichen Goniometer verbundenen.

Da die Genauigkeit der Messung von Brechungsindices mittelst der vorbeschriebenen Methode, wenn genügend grosse und vollkommene Platten vorliegen, ebenso hoch gesteigert werden kann, wie bei der bisher für genauere Bestimmungen fast ausschliesslich angewendeten Methode der Ablenkung durch ein Prisma, so hat Fuess endlich noch ein grösseres Instrument derselben Art construirt, welches in Fig. 650 in $\frac{1}{2}$ nat. Grösse

Fig. 650.



abgebildet ist. Die Goniometeraxe S trägt zwei runde Messingplatten, deren obere durch die Schrauben a gegen die untere etwas geneigt werden kann, um die Axe des Theilkreises T senkrecht zur Goniometeraxe zu richten. Auf der oberen Platte sitzt die Schiene d, auf welche der Apparat mittelst des Schlittens e, der durch die Schraube e' bewegt wird, aufgeschoben ist. Mit e ist die Schiene i fest verbunden, welche rechts das Lager g für die Axe h des Theilkreises T trägt; an letzterem können mittelst der Nonien N die Drehungen auf $1'$ abgelesen werden. Auf dem anderen Ende von h ist eine aus zwei Cylinderschlitten bestehende Justirvorrichtung befestigt, welche genau derjenigen des Goniometers (s. S. 622) gleicht. Indem man an Stelle des Cardani'schen Ringsystems c einen Spiegel aufsetzt, kann man die S. 668 erwähnte Einstellung desselben senkrecht zur Axe h und alsdann durch die Schrauben a die Justirung der genannten Axe zur Goniometeraxe ausführen. Auf der Schiene i wird der Schlitten f aufgeschoben, dessen Bewegung durch die Schraube f' bewirkt wird. Das auf dem Schlitten befindliche Prisma P ist auf einer Messingplatte befestigt, welche mit zwei an ihrer Unterseite angebrachten Stiften in die Platte t eingesetzt und mittelst q festgeschraubt wird; t hat nach unten zwei

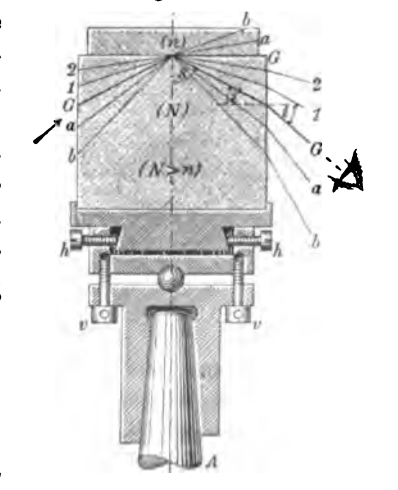
Fortsetzungen, welche mit den Schrauben β (die hintere ist nur z. Th. sichtbar) in die kreisförmige Platte δ eingreifen; durch die Schraube α wird eine Drehung des Prismas um die horizontale Axe $\beta\beta$ bewirkt. δ ist auf der Platte u drehbar, so dass durch die Bewegung der Schrauben γ (deren hintere fast ganz verdeckt ist) das Prisma um eine senkrechte Axe gedreht wird. Durch diese beiden Bewegungen kann demnach die Prismenfläche *II* genau senkrecht zur Axe h gerichtet werden. Es bedarf also nur noch der Justirung der Prismenkante *II* : *III*, d. h. einer Drehung um eine zum Theilkreise T senkrechte Axe. Zu dem Zwecke ist die Platte u um zwei auf der Hinterseite angebrachte Spitzenschrauben η drehbar, und ihre Drehung geschieht mittelst der Schraube ε, welcher eine vorn sichtbare Feder entgegenwirkt.

Die Grenzlinie der Totalreflexion ist die Durchschnittslinie der Ebene des Gesichtsfeldes mit dem Mantel eines Kegels, von welcher man nur ein kleines, anscheinend geradliniges Stück im Fernrohr erblickt. Nur für den Fall eines ordentlichen Strahls, d. h. wenn die Basis jenes Kegels ein Kreis ist, steht die Grenzlinie senkrecht, andernfalls ist sie geneigt. Zur Messung des Winkels, welchen sie mit dem verticalen Faden bildet, construirte Liebisch zu dem Beobachtungsfernrohr des grossen Fuess'schen Goniometers als weiteres Attribut ein Oculargoniometer (s. Jahrb. f. Min. etc. 1886, 2, 51).

b) **Pulfrich'sches Totalreflectometer.** Dieses Instrument beruht, wie erwähnt, auf der Verwendung eines vertical gestellten Cylinders von stark brechendem Glase, dessen Mantel und obere Basisfläche gut geschliffen und polirt sind; auf die letztere kommt die zu untersuchende Platte zu liegen, und das beobachtende Auge sieht durch die Mantelfläche nach jener hin. Sei in dem verticalen Durchschnitte Fig. 651 s der Grenzwinkel der totalen Reflexion, d. h. $\sin s = n$ (Brechungsindex der Platte) : N (Brechungsindex des Glascylinders) — so tritt der Grenzstrahl G an der Mantelfläche unter dem Winkel i aus; ist dieser gemessen und N bekannt, so folgt der Brechungsindex der Platte aus der Gleichung

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i}\,.$$

Fig. 651.

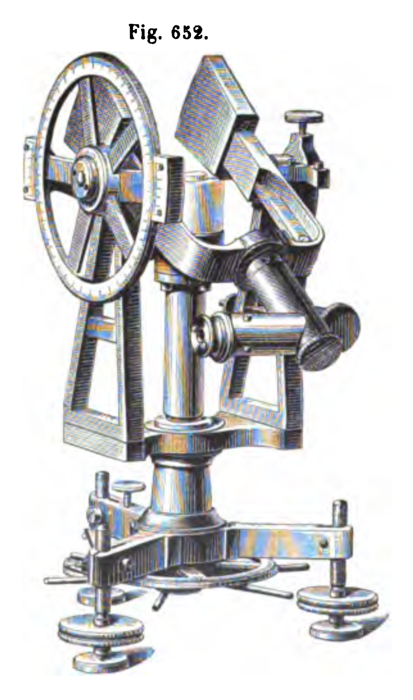


Die in der Richtung von G sichtbare Grenze wird noch deutlicher, wenn man die Strahlen nicht durch die Mantelfläche des Cylinders N eintreten lässt (wobei 1, 2 total reflectirt werden, a, b theilweise in die Platte n eindringen), sondern durch die Objectplatte; alsdann werden z. B. die Strahlen b, a rechts oben, theilweise gebrochen, in b und a links unten

austreten, die streifenden, d. h. parallel der Grenzebene zwischen n und N in ersterem sich fortflanzenden, Strahlen in der Richtung G links den Cylinder verlassen, während die über letzterer liegenden Strahlen 1, 2 ganz fortfallen, also der obere Theil des Gesichtsfeldes vollkommen dunkel erscheint. Um den Eintritt streifender Lichtstrahlen in die Platte n in jedem Azimuth zu gestatten, wird dieselbe am besten kreisrund geschliffen. und ihre cylindrische Randfläche ebenfalls polirt. Behufs besseren Lichtüberganges wird zwischen Platte und Cylinder ein Tropfen einer Flüssigkeit gebracht, deren Brechungsindex nach S. 665 grösser als n sein muss.

Durch allmähliche Drehung des Glascylinders mit der darauf befindlichen Platte um 360° kann nun die, bei Anwendung eines doppeltbrechenden Krystalls zweifache, Grenzcurve vollständig bestimmt werden dadurch, dass in einer grösseren Anzahl von Azimuthen der Neigungswinkel i zur Horizontale gemessen wird. Zu diesem Zwecke ist der durch Schrauben (h, v) und ein Kugelgelenk centrir- und justirbare Glascylinder auf einer conischen Axe A drehbar, und diese Drehung kann abgelesen werden an einem Theilkreise, welcher an der in Fig. 652 dargestellten Ansicht des vollständigen Apparates unten zwischen den drei Füssen des Stativs sichtbar ist. Auf dem letzteren ist ein Bock befestigt, welcher oben einen drehbaren Bügel trägt, dessen horizontale Drehungsaxe durch den Schnittpunkt der auf der rechten Seite von Fig. 651 austretenden Strahlen $b\,a\,G\,1\,2$ geht, sodass ein an jenem Bügel angebrachtes Fernrohr jedem dieser Strahlen parallel gestellt und der zugehörige Neigungswinkel an dem mit dem Bügel verbundenen verticalen Kreise abgelesen werden kann. Durch die in Fig. 652 rechts oben sichtbare Klemmschraube kann die betr. Stellung des Bügels fixirt und mittelst einer Feinstellschraube die genaue Einstellung bewirkt werden.

Fig. 652.



Zur bequemen Beobachtung der Grenzcurven durch das auf Unendlich eingestellte Fernrohr ist letzteres gebrochen; ein im Innern desselben befindliches totalreflectirendes Prisma sendet die Lichtstrahlen (in deren Gang natürlich auch ein Nicol eingeschaltet werden kann) stets horizontal in das Auge. Die Beleuchtung erfolgt von der dem Fernrohr entgegengesetzten Seite mittelst eines Schirmes von durchscheinendem Papier oder durch eine entferntere, hinter dem Ausschnitt eines dunklen Schirmes

befindliche monochromatische Lichtquelle, deren Strahlen durch eine Linse auf der oberen Fläche des Cylinders vereinigt werden.

Wird nun eine einfachbrechende Platte auf dem genau centrirten und justirten Cylinder angebracht und um die verticale Axe gedreht, so bleibt der Neigungswinkel der Grenze, also die Einstellung des Fernrohrs, unverändert, ebenso bei Anwendung eines einaxigen Krystalls die Einstellung auf die Grenze des ordinären Strahles, während die dem extraordinären Strahle angehörige Grenze eine mit dem Azimuth veränderliche Neigung zur Horizontale zeigt. Ist die Platte des einaxigen Krystalls parallel der optischen Axe geschliffen, so hat die aufgerollte Curve des extraordinären Strahles, welche einer Drehung von 360° entspricht, zwei Maxima und zwei Minima; eine senkrecht zur Axe geschnittene Platte lässt dagegen zwei parallele Grenzen unter constanten Neigungswinkeln im Fernrohr erscheinen. Ebenso, wie es mit dem Kohlrausch'schen Totalreflectometer durch Drehen der Krystallplatte in ihrer eigenen Ebene möglich ist, so kann man auch mit diesem Apparate bei Einfügung einer zweiaxigen Krystallplatte den ganzen Verlauf der Grenzcurven nach und nach zur Anschauung bringen (vergl. S. 95). In dem speciellen Falle, dass die Platte der Ebene der optischen Axen parallel geschliffen ist, beobachtet man in vier Azimuthen, deren je zwei um 180° von einander abstehen, eine Durchschneidung der beiden Curven, und da diese den optischen Axen entsprechen, so ist durch Messung dieser Azimuthe am horizontalen Kreise zugleich der Winkel $2V$ bestimmt*).

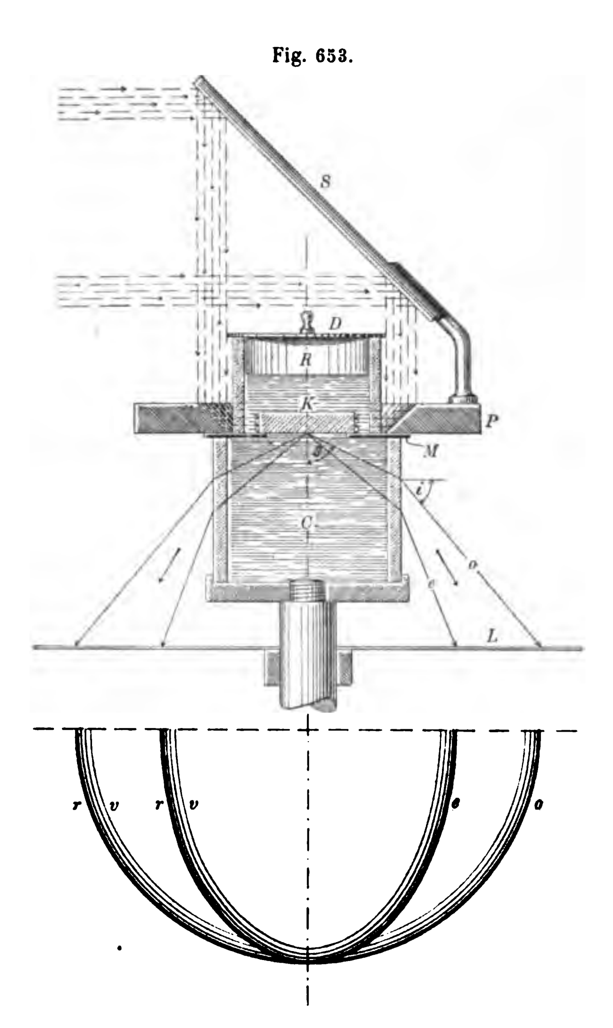
Verwendet man nicht monochromatisches, sondern weisses Licht, so muss man mit dem Fernrohre des Apparates ein Spectroskop verbinden. Da der Grenzwinkel der totalen Reflexion für die verschiedenen Farben variirt, so erblickt man alsdann die Grenzlinie schräg das Spectrum durchziehend und kann dieselbe für jede beliebige Farbe auf die Mitte des Fadenkreuzes einstellen.

Endlich kann das Pulfrich'sche Totalreflectometer auch dazu dienen, die vollständige Gestalt der geschlossenen Grenzcurven objectiv darzustellen. In diesem Demonstrationsapparat (s. Fig. 653) ist der Cylinder durch ein mit Bromnaphtalin gefülltes kurzes Glasrohr C ersetzt, auf welchem ein Metallring M und auf diesem ein zweites, durch einen Deckel D geschlossenes Rohrstück R aufsitzt. Durch Einfüllen von Bromnaphtalin wird die Krystallplatte K, welche kreisrund mit polirter senkrechter Randfläche geschliffen ist, ringsum von der stärker brechenden Flüssigkeit umgeben. Auf M sitzt

*) Siehe A. Mülheims, über eine neue Art der Axenwinkelmessung und über die Bestimmung von Brechungsindices nach der Methode der Totalreflexion, Zeitschr. f. Krystallogr. 1888, **14**, 202 f. Die erste Beschreibung des von dem Mechaniker M. Wolz in Bonn construirten Apparates von Pulfrich gab der Letztere in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde und in Wiedemann's Ann. d. Phys. 1887. Auf diese Abhandlungen sei hier, namentlich betreffs der speciellen Angaben über die Correctionen des Instrumentes, verwiesen.

ein zweiter, dicker Metallring *P*, dessen Innenseite unter 45° conisch geschliffen und polirt ist, so dass die durch einen Spiegel *S* senkrecht darauf geworfenen Sonnenstrahlen horizontal reflectirt werden und von allen Seiten durch das obere Glasrohr *R* hindurch streifend in die Krystallplatte eintreten. Nach ihrer Brechung verlassen sie den unteren Cylinder und erzeugen auf einem darunter befindlichen weissen Schirme eine ringsum geschlossene. farbige Doppelcurve, von welcher die Hälfte in der Figur umgeklappt dargestellt ist für den Fall einer der optischen Axe parallelen Platte eines einaxigen Krystalls.

Fig. 653.



c) **Abbe-Czapski'sches Totalreflectometer.** Die Construction des von Czapski (Zeitschr. f. Instrumentenk. 1890) unter dem Namen »Abbe'sches Krystallrefractometer« beschriebenen und von der Firma Zeiss in Jena ausgeführten Instrumentes beruht auf dem gleichen Principe, wie die des vorhergehenden, ersetzt aber den Cylinder aus stark brechendem Glase durch eine Halbkugel mit nach oben gerichteter planer Grundfläche, deren genaue Herstellung weit geringere Schwierigkeit bietet, und welche vollkommenere Bilder liefert, als ein Cylinder desselben Materials. Die zu untersuchende Krystallplatte wird genau so, wie bei dem Pulfrich'schen Apparate auf den Cylinder, auf die horizontale Basisfläche der Halbkugel aufgelegt, und es kann auch hier der Eintritt streifender Strahlen in dieselbe, behufs Hervorrufung deutlicherer Grenzcurven (s. S. 674), in gleicher Weise bewirkt werden. Die an der sphärischen Oberfläche des Glaskörpers nach unten austretenden, vorher parallelen Strahlen bleiben aber in diesem

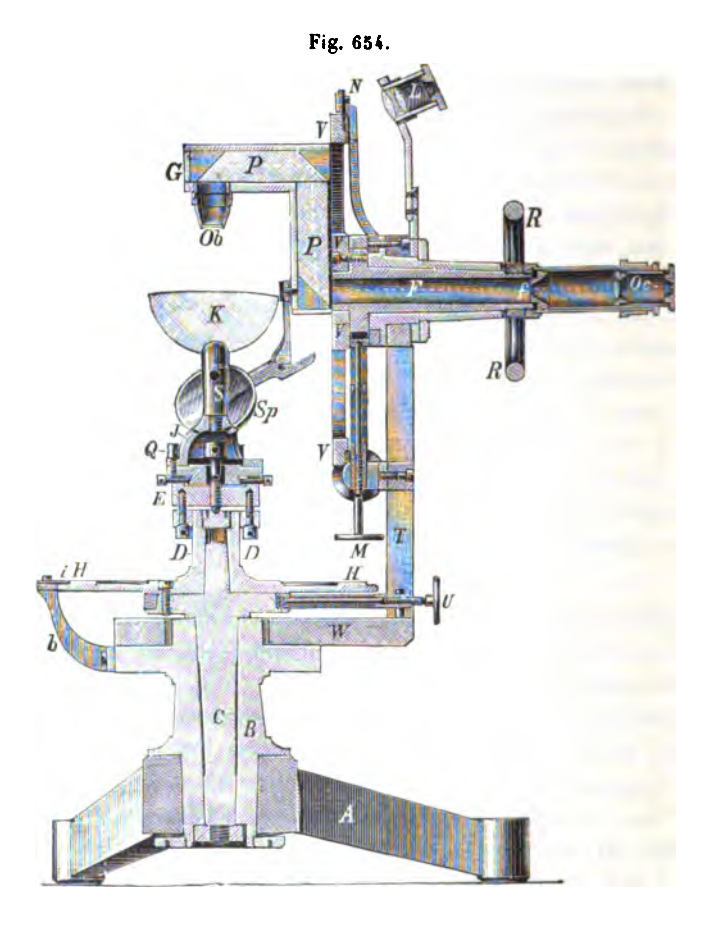
Falle nicht mehr parallel, sondern werden in der Brennweite der Halbkugel auf einer zu ihr concentrischen sphärischen Fläche zu einem reellen Bilde der Grenzcurve vereinigt (welches man auch, wie bei dem Pulfrich-schen Instrumente, zur objectiven Darstellung derselben benutzen könnte). Behufs der Beobachtung des Grenzwinkels mittelst eines auf Unendlich gestellten Fernrohrs müssen dieselben nach dem Austritte aus der Halbkugel wieder parallel gemacht werden, und dies geschieht durch Anbringung einer Planconcavlinse, von gleichem Glase und gleicher Krümmung der Concavfläche wie die Halbkugel, vor dem Objective des Fernrohrs, welches der Halbkugel möglichst genähert wird. Letztere bildet dann mit dieser Linse gleichsam ein Prisma, dessen eine Ebene (die Eintrittsfläche des Lichtes) die obere Planfläche der Halbkugel, dessen andere Ebene die Planfläche der Linse ist, aus welcher die vorher parallelen Strahlen wieder parallel austreten, und zwar das mittlere Strahlenbündel senkrecht zur Austrittsfläche, und so in das Fernrohr gelangen. Die gleiche Wirkung kann man auch durch geeignete Construction des Fernrohrobjectivs erzeugen. Mit einem derartig eingerichteten Fernrohr kann man daher durch Einstellung der Grenzcurve in die Mitte des Gesichtsfeldes den Winkel w bestimmen, welchen der Grenzstrahl mit der Normalen zur Planfläche der Halbkugel bildet. Da bei dem Austritt aus der letzteren eine Ablenkung des mittleren Strahlenbündels fortfällt, so ist, wenn N der Brechungsindex der Halbkugel, der gesuchte Brechungsindex der aufgelegten Objectplatte einfach:

$$n = N \sin w.$$

Die Einrichtung des Apparates, im Wesentlichen mit derjenigen des Pulfrich'schen Totalreflectometers übereinstimmend, ist am besten aus dem verticalen Durchschnitte Fig. 654 zu ersehen, in welchem der Deutlichkeit wegen einzelnen beweglichen Theilen eine etwas andere Stellung gegeben ist. In dem Kern des Dreifusses A dreht sich die Büchse B und mit ihr der ganze Apparat leicht um die Verticalaxe. An B ist einerseits befestigt der Arm b mit dem Index i des horizontalen Theilkreises H, andererseits die Platte W mit dem Bocke T, welcher den Verticalkreis und das Fernrohr trägt. Der Horizontalkreis, welcher nur eine einfache Gradtheilung besitzt, dreht sich mit seiner Axe C in einer conischen Bohrung von B und kann mittelst der Schraube U in jedem Azimuth festgeklemmt werden. Auf demselben ruht die Halbkugel K aus Flintglas mittelst eines Zapfens S, welcher mit der Büchse D durch eine Centrir- und Justirvorrichtung E verbunden ist. Der mit einer feineren Theilung und mit Nonien (N) und Lupenablesung (L) versehene verticale Theilkreis V besitzt eine hohle Axe, welche zugleich einen Theil des Beobachtungsfernrohrs bildet. Dieses ist dreifach gebrochen, so dass die auf das Objectiv Ob fallenden Strahlen erst nach dreimaliger totaler Reflexion an den unter 45° abgeschrägten Glaskörpern PP nach F gelangen; das jene Glaskörper tragende Gehäuse G ist ebenfalls mit dem Kreise V fest verbunden (und durch ein in der Figur nicht dargestelltes Gegengewicht balancirt), daher mittelst des Ringes R Fernrohr und Kreis

gedreht werden können bis zur Einstellung der aus der Halbkugel *K* nach unten austretenden Grenzstrahlen, und die Drehung an den Nonien abgelesen werden kann (die letzteren sind nicht so, wie es in der Figur der Deutlichkeit wegen angegeben, sondern rechts und links angebracht, so dass Beobachtung und Ablesung in fast unveränderter Kopfhaltung erfolgt).

Fig. 654.



Klemmung und Feinstellung des Verticalkreises geschieht durch *M*. Das Ocular *Oc* des Fernrohrs kann mit einem Analysator versehen oder durch ein Ocularspectroskop (S. 675) oder durch ein Goniometerocular (S. 673) ersetzt werden. An dem Gehäuse des Fernrohrs ist endlich noch befestigt der Träger des beweglichen Beleuchtungsspiegels *Sp*. Dieser wird so gestellt, dass er die Strahlen, welche von der in der Verlängerung der Fernrohraxe befindlichen Lichtquelle kommen, streifend über die Planfläche von *K* hinsendet; will man die Totalreflexion der von unten in die Halbkugel eintretenden Strahlen beobachten, so braucht man nur den Spiegelträger um den in der Fernrohraxe angebrachten Zapfen zu drehen. Den gesuchten Winkel *w* (s. vor. S.) findet man am besten, indem man durch Umschlagen

des Fernrohrs auf die andere Seite der Halbkugel die Einstellung der Grenzcurve in dem entgegengesetzten Azimuth ermöglicht und von den beiden Ablesungen das Mittel nimmt (analog dem Verfahren mit dem Kohlrausch'schen Totalreflectometer S. 659). Hierbei wird auch ein etwaiger Fehler, welchen eine keilförmige Flüssigkeitsschicht zwischen der Halbkugel und der aufgelegten Objectplatte bewirken würde, eliminirt. Das Nähere über die Justirung des Instrumentes s. Czapski l. c. S. 254 u. 272, sowie W. Feussner, ebenda 1894, S. 87).

§ 19. **Apparate zur Messung der Absorption und Circularpolarisation des Lichtes.** Im Anschluss an die Refractometer möge zunächst denjenigen Apparaten eine kurze Betrachtung gewidmet werden, welche dazu dienen, für die verschiedenen Farben des Spectrums die Absorption in einer Krystallplatte quantitativ zu bestimmen. Die hierzu benutzte Methode von Vierordt ist die folgende: Der Spalt eines Spectralapparates ist in zwei Theile getheilt, so dass jede Hälfte desselben für sich weiter oder enger gestellt, und die Breite einer jeden an der Trommel der zur Verstellung benutzten Mikrometerschraube abgelesen werden kann. Vor den einen Spalt wird nun die zu untersuchende Platte gebracht und derselbe so weit geöffnet, dass das ihn passirende Licht nach der Absorption in der Platte die gleiche Helligkeit besitzt, wie das durch die andere, engere Spaltfläche frei hindurchgegangene Licht. Um hierbei die Untersuchung für eine einzelne Farbe vornehmen zu können, ist im Ocular des zum Spectralapparat gehörigen Beobachtungsfernrohres ein Schieber mit Schlitz angebracht. Durch letzteren erblickt man dann nur einen schmalen Streifen des Spectrums, dessen obere Hälfte von dem durch die Platte bedeckten Spalte, dessen untere Hälfte von dem freien Spalte erleuchtet ist, und kann nun leicht durch Aenderung der ersten Spaltweite beide Hälften gleich hell machen. Aus dem an den Mikrometerschrauben abgelesenen Verhältniss der beiden Spaltweiten kann die Stärke der Absorption berechnet werden (Vierordt, Anwendung der Spectralanalyse zur Photometrie der Absorptionsspectren, Tübingen, 1873; H. W. Vogel, Praktische Spectralanalyse, Nördlingen 1878).

Noch genauer und für die Untersuchung der Absorptionsverhältnisse in Krystallen besonders geeignet ist das von Glan construirte Spectralphotometer, welches von Schmidt und Hänsch in Berlin*) geliefert wird. Dasselbe ist Fig. 655 in $\frac{1}{4}$ der nat. Grösse dargestellt. Der kurze Spalt des Collimatorrohres C, durch welchen das weisse Licht eines starken Petroleumbrenners eintritt, ist durch ein quer übergelegtes schmales Metallplättchen in zwei Hälften getheilt. Vor die eine derselben wird, wie bei dem vorigen Apparat, die absorbirende Platte gebracht; die beiden Hälften haben aber hier gleiche und constante Breite. In dem Collimatorrohr

*) S. Stallschreiberstr. 4. Der Preis des Instrumentes ist 450 Mark.

befindet sich ferner ein doppeltbrechender Körper (ein sogenanntes Rochon-sches Quarzprisma), welcher von jeder der beiden rechteckigen Spalthälften ein doppeltes Bild entwirft; bei richtiger Stellung des Instrumentes erscheinen in der Mitte des Gesichtsfeldes das ordentliche Bild der einen Hälfte und das ausserordentliche der andern unmittelbar über einander, um die Vergleichung ihrer Helligkeit zu erleichtern. Aus dem doppeltbrechenden Prisma gelangen die Strahlen in einen, im verstärkten Theile von C

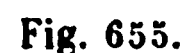


Fig. 655.



befindlichen Nicol, welcher mittelst des Griffes G drehbar ist, und dessen Drehung an dem Kreise k abgelesen werden kann. Stellt man den Nicol auf 0°, so fällt sein Hauptschnitt mit dem des doppeltbrechenden Prismas zusammen, und das ordentliche Bild ist vollkommen verschwunden; durch Drehung des Nicols ruft man dasselbe wieder hervor und findet leicht diejenige Stellung, in welcher beide Bilder gleich hell erscheinen. Sei der hierzu erforderliche und am Kreise k abgelesene Drehungswinkel $= \alpha$, so ist das Verhältniss der Intensitäten des durch den oberen und des durch den unteren Spalt gegangenen Lichtes $= \tan^2 \alpha$. Um die so erhaltene Bestimmung der Absorption für jede Farbe einzeln vornehmen zu können, gehen die Strahlen durch das Prisma P und bringen in dem Beobachtungsfernrohr F ein Spectrum hervor, von welchem durch einen Schlitz des Schiebers H nur der, der betreffenden Farbe entsprechende, schmale Streifen beobachtet wird. Durch eine im Rohre S angebrachte Scala, welche, von einer Flamme beleuchtet und an dem Prisma P gespiegelt, gleichzeitig im Fernrohr F gesehen wird, kann die Stelle im Spectrum, welche man beobachtet, näher bestimmt werden. Auch kann man die Stellung des

Beobachtungsfernrohres an dem Kreise K ablesen, wie bei einem Refractometer.

Bodländer benutzte den Glan'schen Apparat zur Messung der Drehung der Polarisationsebene in circularpolarisirenden Krystallen, indem er das Rochon'sche Prisma und das Plättchen, welches den Spalt in zwei Hälften theilt, entfernte und hinter dem letzteren eine Quarzdoppelplatte anbrachte, welche in der oberen Hälfte aus Rechtsquarz, in der unteren aus Linksquarz, beide gleich dick, besteht. Das Licht eines Petroleumbrenners, durch eine Linse parallel gemacht und durch einen Nicol polarisirt, fällt, nachdem es durch Spalt und Doppelplatte gegangen ist, auf den drehbaren Nicol des oben abgebildeten Apparates. Werden die Hauptschnitte beider Nicols gekreuzt und die Grenze der beiden Hälften der Quarzplatte senkrecht zur Kante des Prismas gestellt, so erscheint in der oberen und unteren Hälfte des beobachteten Spectrums dieselbe Farbe ausgelöscht, nämlich das im Rechts- und im Linksquarz um 180° gedrehte Gelb, und daher ein senkrecht durchgehender schwarzer Streifen. Fügt man nun vor dem Spalt eine circularpolarisirende Platte in den Gang der Lichtstrahlen ein, welche das mittlere Gelb um α^0 rechts dreht, so wirkt diese so, als ob der Rechtsquarz um ebenso viel dicker, der Linksquarz dünner geworden wäre; man muss den Nicol am Ende des Collimatorrohres um α^0 nach rechts drehen, um den dunklen Streifen in beiden Hälften des Spectrums wieder an derselben Stelle zu sehen (G. Bodländer, Ueber das optische Drehungsvermögen isomorpher Mischungen aus den Dithionaten des Bleis und des Strontiums, Dissert. Breslau 1882, s. auch Zeitschr. f. Kryst. 9, 309)*).

*) Das soeben beschriebene Verfahren zur Bestimmung der Circularpolarisation ist nur eine Modification der Broch'schen Methode, welche besonders genaue Resultate liefert, wenn man sehr dicke Platten zur Verfügung hat. Man lässt alsdann Sonnenlicht, durch einen Nicol polarisirt, auf den Krystall fallen, welcher vor oder hinter dem Spalt angebracht wird (das Rochon'sche Prisma wird auch bei diesem Verfahren aus dem Rohre C entfernt). Hat man ursprünglich durch Dunkelstellung die beiden Nicols gekreuzt, so löscht der Analysator alle Farben aus, welche durch die dicke Krystallplatte genau um 180° oder ein Vielfaches davon gedreht werden, im Spectrum erscheinen also an Stelle dieser Farben dunkle Streifen. Durch approximative Bestimmung der Drehung an einigen dünnen Platten lässt sich nun leicht für einen bestimmten Streifen angeben, wie viel mal 180° die Drehung der betreffenden Farbe beträgt. Stellt man darauf durch Drehung des Fernrohrs F den verticalen Faden eines an Stelle des Schiebers H in dasselbe eingesetzten Fadenkreuzes auf eine Fraunhofer'sche Linie von stärkerer Brechbarkeit ein und dreht den Analysator in demselben Sinne wie der Krystall dreht, so werden nunmehr stärker brechbare Strahlen ausgelöscht, der dunkle Streifen wandert nach der Seite des Violett und kann also ebenfalls mit dem Fadenkreuz zur Deckung gebracht werden. Die hierzu nöthige Drehung α ist der Winkel, welchen die Schwingungsrichtung der eingestellten Fraunhofer'schen Linie mit der des Polarisators und der um $n \cdot 180°$ gedrehten, vorher ausgelöschten Farbe bildet; die Drehung für die eingestellte Linie beträgt also $n \cdot 180° + \alpha^0$. In derselben Weise kann man einen bestimmten dunklen Streifen nach und nach auf alle Fraunhofer'schen Linien einstellen und die Drehung für die ihnen entsprechenden Wellenlängen bestimmen (über einige Abänderungen der Broch'schen Methode behufs noch genauerer

Einen anderen, speciell für die Messung der Circularpolarisation bestimmten Apparat hat neuerdings Glan beschrieben (»ein Spectrosaccharimeter« Sitzber. d. k. Akad. d. Wissensch. München 1891, ref. in Zeitschr. f. Kryst. 23, 280). Dasselbe hat die folgende Construction: Weisses Licht fällt durch den Spalt eines Collimators und tritt aus dessen Objectiv parallel aus; nachdem es durch einen Polarisator geradlinig polarisirt ist, passirt es ein Diaphragma, dessen kreisrunde Oeffnung zur Hälfte mit einer sehr dünnen, zur Axe senkrechten Quarzplatte, welche die Polarisationsebene nur wenige Grad dreht, bedeckt ist. Gegenüber befindet sich der drehbare, mit Theilkreis versehene Analysator, dann ein Flintglasprisma und endlich das Beobachtungsfernrohr, in welchem ein Bild des Spectrums erzeugt wird; durch einen im Focus desselben befindlichen zweiten Spalt wird von diesem Bilde nur ein nahezu einfarbiger schmaler Streifen hindurchgelassen. Zieht man das Ocular weiter aus, so erblickt man das durch das Objectiv hervorgebrachte Bild des Diaphragmas, welches zur Hälfte mit der Quarzplatte bedeckt ist, und zwar in derjenigen Farbe, welche vom zweiten Spalt durchgelassen wurde. Die beiden Hälften dieses Bildes erscheinen nur dann gleich hell, wenn die Polarisationsebene des Analysators den Winkel halbirt, welchen die Polarisationsebenen des Lichtes in beiden Hälften mit einander bilden, oder wenn sie auf dessen Halbirender senkrecht ist. Man stellt nun den Analysator auf genau gleiche Helligkeit beider Hälften, fügt die zu untersuchende Krystallplatte zwischen das Diaphragma mit der Quarzplatte einerseits und den Analysator andererseits ein und bestimmt die Drehung des Analysators, welche erforderlich ist, um die Gleichheit der Helligkeit beider Hälften wieder herzustellen. Diese ist gleich der Drehung, welche die Polarisationsebene des Lichtes von der bestimmten Farbe, auf die der Spalt des Beobachtungsfernrohrs eingestellt war, in der eingefügten Krystallplatte erfahren hat.

Messung s. V. von Lang, Sitz.-Ber. d. Wien. Akad. 74 (2), 209, und R. Lüdtke, Poggendorff's Ann. d. Phys. 137, 271).

Eine angenäherte Messung der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes ist auch mit dem in § 22 beschriebenen Axenwinkelapparat des kryst.-optischen Universalapparates möglich (s. l. c.).

Optische Untersuchung der Krystalle im polarisirten Lichte.

§ 20. **Einleitung.** Wie bereits in der Einleitung zur Krystallberechnung auseinandergesetzt wurde, bieten in allen Fällen, in denen man es nicht mit metallischen, undurchsichtigen Substanzen zu thun hat, die optischen Eigenschaften das werthvollste Hülfsmittel dar, die krystallographische Bestimmung eines Körpers zu ergänzen, resp. auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Die allgemeinen Principien, welche den Methoden der optischen Untersuchung der Krystalle mittelst eines Polarisationsinstrumentes zu Grunde liegen, wurden bereits in der I. Abtheilung behandelt. Demnach zerfallen dieselben im Wesentlichen in zwei Arten, deren Anwendung auf krystallographische Probleme hier zunächst im Allgemeinen erörtert werden soll, während die Beschreibung der zur Ausführung derselben erforderlichen Apparate den Gegenstand der folgenden §§ bilden wird.

a) **Untersuchung im parallelen polarisirten Lichte.** Die erste, nach dieser Methode zu lösende Aufgabe ist der Nachweis einfacher resp. doppelter Lichtbrechung durch Drehen des Krystalls zwischen gekreuzten Nicols (vergl. S. 36 f.), und zwar ist zur Feststellung der ersteren nothwendig, dass der Krystall in verschiedenen Ebenen gedreht wird, da ja auch einaxige Krystalle parallel der Basis das Verhalten einfachbrechender Körper zeigen. Ist der Krystall als doppeltbrechend, also nicht dem kubischen Krystallsystem angehörig, erkannt, so handelt es sich nunmehr um Bestimmung der Schwingungsrichtungen der aus einer bestimmten Fläche desselben austretenden polarisirten Lichtstrahlen. Diese erfolgt nach S. 46 mittelst der Einstellung des Krystalls auf seine grösste Dunkelheit zwischen gekreuzten Nicols, also der Aufsuchung derjenigen Orientirung, in welcher seine Schwingungsrichtungen den Hauptschnitten der beiden Nicols parallel sind. Um nun den Winkel einer solchen (die zweite ist bekanntlich stets senkrecht zur ersten) gegen eine die Austrittsebene des Lichtes begrenzende Kante des Krystalls zu bestimmen, dreht man den letzteren um die Normale dieser Ebene, bis die betreffende Kante dem durch eine gerade Linie im Gesichtsfelde markirten Hauptschnitte eines Nicols parallel ist; die alsdann erfolgte Ablesung an der Kreistheilung des drehbaren Objecttisches, verglichen mit derjenigen bei der Dunkelstellung des Krystalls, liefert den gesuchten Winkel.

Behufs einer ersten Orientirung (vergl. S. 540 unten) kann dieses Verfahren schon mit dem im nächsten § beschriebenen Konoskop ausgeführt werden. Geeigneter ist jedoch hierzu ein Mikroskop mit einem im Gesichtsfelde angebrachten Fadenkreuze, dessen beide Arme den Hauptschnitten der beiden Nicols parallel sind; im Falle eines grossen Krystalls wendet man eine so schwache Vergrösserung an, dass man die nach oben gekehrte Fläche desselben noch möglichst ganz übersehen kann (das Nähere über die Construction derartiger Mikroskope folgt im § 27). Auf dem drehbaren Objecttisch wird der Krystall mit einer Fläche des in Betracht kommenden Paares paralleler Ebenen aufgelegt und so lange gedreht resp. verschoben, bis die als Ausgangsrichtung gewählte Kante einen Faden ihrer ganzen Länge nach berührend im Gesichtsfelde erscheint; nach Ablesung dieser Stellung wird der Objecttisch gedreht, bis der Krystall vollkommen dunkel erscheint; die hierzu erforderliche Drehung ist offenbar gleich dem Winkel, welchen die nunmehr jenem Faden parallele Schwingungsrichtung des Krystalls mit der erwähnten Kante einschliesst. Um die Stellung des Krystalls, welche dem Maximum der Auslöschung des Lichtes entspricht, möglichst genau zu finden, dreht man bis zum Eintritt vollständiger Dunkelheit, liest diese Stellung des Objecttisches an der Kreistheilung desselben ab, dreht alsdann weiter, bis der Krystall wieder eine Aufhellung zeigt, und endlich im entgegengesetzten Sinne wieder bis zum Eintritte vollkommener Dunkelheit zurück; das Mittel der nun erfolgten Ablesung und der vorigen ist der wahrscheinlichste Werth der maximalen Dunkelstellung, da man sich derselben bei dem beschriebenen Verfahren von beiden Seiten her annähert und daher einen einseitigen Fehler der Einstellung möglichst vermeidet. Eine noch genauere Methode der Bestimmung der Schwingungsrichtung ist diejenige des Stauroskops, welche darauf beruht, dass der zu untersuchende Krystall, wenn seine Orientirung der maximalen Auslöschung des Lichtes entspricht, keine Zerlegung hindurchgehender polarisirter Lichtstrahlen bewirkt und daher das Zustandekommen einer Interferenzfigur, welche von einer anderen, mit convergentem Lichte beleuchteten und in den Gang der Lichtstrahlen eingefügten Krystallplatte hervorgebracht wird, nicht stört. Bei geeigneter Wahl der letzteren hat eine sehr kleine Abweichung der Schwingungsrichtungen des zu untersuchenden Krystalls von denen der Nicols bereits eine merkliche Deformation des beobachteten Interferenzbildes zur Folge, daher die Einstellung zu einer äusserst empfindlichen gemacht werden kann. Die Beschreibung derartiger Instrumente und des Verfahrens stauroskopischer Messungen bildet den Gegenstand des § 22.

Wie aus den in der II. Abtheilung behandelten Symmetrieverhältnissen der doppeltbrechenden Krystalle hervorgeht, sind die Schwingungsrichtungen der tetragonalen, trigonalen und hexagonalen Krystalle für die verschiedenen Farben identische, daher zur Bestimmung derselben weisses Licht angewendet werden kann. In Folge der optischen Einaxigkeit der Krystalle dieser Systeme ergiebt sich die Orientirung ihrer Schwingungsrichtungen für

jede Fläche*) durch diejenige des optischen Hauptschnittes, d. h. der Ebene, welche durch die Normale der Krystallfläche und die optische Axe bestimmt wird. Für alle prismatischen Flächen eines hierher gehörigen Krystalls ist daher eine Schwingungsrichtung parallel der Prismenkante, die zweite dazu senkrecht; für jede Fläche einer trigonalen, tetragonalen oder hexagonalen Pyramide halbirt eine Schwingungsrichtung den Winkel, welchen zwei benachbarte Polkanten jener Form mit einander bilden, die andere ist parallel der Basiskante; von den Lichtstrahlen endlich, welche aus einer Fläche einer ditrigonalen, ditetragonalen oder dihexagonalen Pyramide austreten, schwingt eine parallel deren Basiskante, der andere hierzu senkrecht. Hiernach kann also die Bestimmung einer Schwingungsrichtung dazu dienen, eine derartige Form bezüglich ihrer optischen Symmetrie zu prüfen und zugleich auch die richtige Aufstellung derselben ausfindig zu machen, ein Umstand, welcher in gewissen Fällen für die krystallographische Untersuchung von grosser praktischer Wichtigkeit ist, wenn nämlich die Messung wegen geringer Differenzen ungleichartiger Flächenwinkel (z. B. die einer, dem regulären Oktaëder sehr nahe stehenden, tetragonalen Bipyramide) ein zweifelhaftes Resultat ergeben würde.

Ebenfalls ohne Dispersion sind die Schwingungsrichtungen rhombischer Krystalle auf allen Flächen, welche einer der drei Krystallaxen parallel gehen. Handelt es sich also darum, an einer Pinakoid- oder Prismenfläche eines für rhombisch gehaltenen Krystalls zu prüfen, ob wirklich einer der austretenden polarisirten Strahlen der Kante des Prismas resp. der Krystallaxe parallel schwinge, so kann auch hier weisses Licht zur Beobachtung benutzt werden. Aber abgesehen von dem Umstande, dass alsdann eine etwa vorhandene Dispersion, welche die Zugehörigkeit des Krystalls zu einem andern Systeme als dem rhombischen beweisen würde, der Beobachtung entgehen müsste, ist in allen Fällen die Anwendung des monochromatischen Lichtes vorzuziehen, weil die Einstellung des Krystalls auf maximale Dunkelheit namentlich im Natriumlichte sich genauer bewerkstelligen lässt, als im weissen Lichte, und also auch kleine Abweichungen vom Parallelismus, welche ebenfalls dem rhombischen System widersprechen würden, leichter erkannt werden.

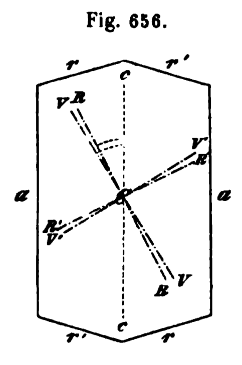
Unentbehrlich ist natürlich die Anwendung homogener Strahlen bei der Untersuchung eines Krystalls aus einem der beiden Systeme niederster Symmetrie, da hier, mit Ausnahme der zur *b*-Axe parallelen Flächen der monoklinen Krystalle, stets Dispersion der Schwingungsrichtungen vorhanden ist, deren Orientirung also immer nur für eine bestimmte Farbe festgestellt werden kann. Lediglich im Falle einer sehr kleinen Dispersion kann die Bestimmung im weissen Lichte ausgeführt werden, ist aber selbstverständlich dann nur eine approximative.

---

*) Mit Ausnahme der Basis, in welcher die betr. Ebene unbestimmt ist, und welche daher keine ausgezeichneten Schwingungsrichtungen besitzt.

Von besonderer Wichtigkeit ist für das monokline Krystallsystem die Orientirung der Schwingungsrichtungen in der Ebene (010); denn wenn der Winkel gegeben ist, welchen eine derselben für eine bestimmte Farbe mit einer Kante des Krystalles, z. B. der c-Axe bildet, so ist die Orientirung aller drei Hauptschwingungsrichtungen für die betr. Farbe bekannt, da vermöge der Symmetrieverhältnisse dieses Systems die zweite in (010) senkrecht zur ersten liegt, und die dritte mit der Normalen zu (010), der b-Axe, zusammenfällt. Der Nachweis einer derartigen optischen Orientirung liefert zugleich die sichere Unterscheidung eines monoklinen Krystalls von einem triklinen einerseits, einem rhombischen andererseits. Sei z. B. Fig. 656 der Umriss eines nach {010} tafelförmigen monoklinen Krystalls, welcher ausserdem noch von drei zu {010} senkrechten Pinakoiden a, r, r' begrenzt ist, wobei, wie es zuweilen vorkommt, r und r' nahe symmetrisch zu a liegen (Winkel $a:r$ nahe gleich $a:r'$); alsdann steht ein derartiger Krystall einem rhombischen in geometrischer Beziehung sehr nahe, ja er kann sogar durch eine Temperaturänderung vorübergehend genau die Gestalt eines solchen annehmen, da die Winkel $a:r$ und $a:r'$ eine ungleiche Aenderung durch die Wärme erfahren. Von einem wirklich rhombischen Krystall können wir einen solchen nun sofort dadurch unterscheiden*), dass bei jenem die beiden der Tafelebene parallelen Hauptschwingungsrichtungen genau parallel und normal zur Fläche a, und zwar identisch für alle Farben, bei einem in Wahrheit monoklinen Krystall dagegen schief gegen die Fläche a liegen und für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen (RR in Fig. 656 sei z. B. die eine Hauptschwingungsrichtung für Roth, $R'R'$ die andere; VV und $V'V'$ die entsprechenden für Violett; meist ist allerdings der Winkel der Dispersion RCV kleiner (selten über 2°).

Fig. 656.



Ist ausser der Orientirung der drei Hauptschwingungsrichtungen in einem Krystall auch der Winkel der optischen Axen bekannt, so kann nach S. 97 für jede beliebige Fläche desselben die Lage der Schwingungsrichtungen angegeben werden. Die Kenntniss dieser für möglichst viele Ebenen ist von praktischer Wichtigkeit betreffs derjenigen Mineralien, welche häufig in Gesteinen vorkommen, daher die Erkennung derselben mittelst der optischen Eigenschaften ihrer in einem dünnen Gesteinsschliffe beobachteten Durchschnitte, deren Orientirung natürlich eine unbekannte ist, eine häufig wiederkehrende Aufgabe bildet. Aus diesem Grunde wurde von Michel-Lévy für die häufigsten gesteinsbildenden Mineralien die Auslöschungsschiefe

*) Falls dies nicht etwa schon durch eine Spaltbarkeit, entweder nach r oder nach r' allein, möglich ist, welche natürlich eine Ungleichwerthigkeit dieser beiden Pinakoide beweisen würde.

auf den Flächen der Hauptzonen in Bezug auf deren Zonenaxe berechnet (Annales des mines 1877; Zeitschr. f. Kryst. 3, 217 f. u. Taf. IV). Hierbei ergab sich z. B. für monoklinen Pyroxen (Augit), dessen Auslöschungsschiefe auf (010) gegenüber der c-Axe (zu welcher die Spaltungsrisse nach {110} und {100} sämmtlich parallel verlaufen) $= 38^{\circ}44'$ und dessen Axenwinkel $2V = 58^{\circ}59'$, dass für Flächen, welche der c-Axe parallel sind, also der Zone [010, 100] angehören, die Schiefe mit der Neigung zu (010) allmählich abnimmt, bis sie auf (100), entsprechend den Symmetrieverhältnissen (s. S. 347), gleich Null wird; für die Zone [010, 001] desselben Minerals ergiebt sich dagegen, dass die Auslöschungsschiefe gegen die Zonenaxe (Krystallaxe a), welche auf (010) $22^{\circ}55'$ beträgt, für intermediäre Schnitte zunimmt bis zu einem Maximum ($28^{\circ}25'$) auf einer Ebene, welche mit (010) den Winkel $67^{\circ}14'$ bildet, und erst dann kleiner wird, um auf (001) den Werth 0° anzunehmen*). Wenn man für eine Reihe von Schnitten deren Winkel zu der Ausgangsfläche als Abscissen und die berechneten Werthe der Auslöschungsschiefe als Ordinaten aufträgt, so bilden die Endpunkte der letzteren eine Curve, welche die Abhängigkeit der Schwingungsrichtungen von der Orientirung der betr. Krystallfläche innerhalb der Zone mit einem Blicke zu übersehen gestattet. Diese Curven sind von Michel-Lévy l. c. für die Hauptzonen von Augit, Hornblende, Feldspath u. s. w. gegeben worden. Noch einfacher und mit einer für die praktische Verwendung in der mikroskopischen Petrographie ausreichenden Genauigkeit können dieselben auf graphischem Wege bestimmt werden mittelst der S. 97 Anmerk. angegebenen Vorrichtung.

Da die Orientirung der Schwingungsrichtungen von derjenigen der optischen Axen abhängt, so ist es klar, dass auch umgekehrt die Lage der letzteren und dadurch die Orientirung der Hauptschwingungsrichtungen aus derjenigen berechnet werden kann, welche die Schwingungsrichtungen in Krystallplatten von beliebiger, aber bekannter, Orientirung besitzen. Wichtig ist dies besonders für das trikline System, dessen Krystalle keinem allgemeinen Gesetze der Abhängigkeit der optischen Orientirung von der Krystallform unterworfen sind, bei denen also die Stellung der optischen Hauptschnitte zu den krystallographischen Axen von Fall zu Fall bestimmt werden muss. Nach den zuerst von J. Grailich (»Krystallographisch-optische Untersuchungen, Wien und Olmütz, 1858« S. 26 f.) hergeleiteten Formeln, durch welche man aus den Schwingungsrichtungen der einzelnen Krystallflächenpaare die Lage der Axen der optischen Indexfläche in Bezug auf die krystallographischen Axen berechnen kann, ist es nöthig, die Schwingungs-

*) Für Gesteinsuntersuchungen folgt hieraus das praktische Resultat, dass man bei Durchschnitten parallel den Flächen dieser Zone unter 90 Fällen 67 mal eine Auslöschungsschiefe zwischen 23° und 28° und nur 23 mal eine solche zwischen 0° und 23° erwarten darf. Zu den obigen Angaben ist noch zu bemerken, dass dieselben sich auf diejenige Wahl der Krystallaxen des Augit beziehen, welche S. 367 für den Diopsid erwähnt ist, bei welcher also die Form o in Fig. 237 das Symbol $\{\bar{1}11\}$ erhält.

richtungen für wenigstens vier Paare paralleler Krystallflächen festzustellen*). Da dieser Weg ein sehr umständlicher ist und eine grössere Zahl sehr vollkommener Krystallplatten erfordert, ist er bisher bei den wenigen optisch untersuchten triklinen Krystallen nicht eingeschlagen worden; man hat sich vielmehr mit der Bestimmung der Schwingungsrichtungen für ein oder zwei vorherrschend ausgebildete Flächenpaare begnügt und hat die Lage der Hauptschwingungsrichtungen indirect, durch Aufsuchung der Lage der optischen Axen im convergenten Lichte, bestimmt.

b) **Untersuchung im convergenten polarisirten Lichte.** Bekanntlich kann die Richtung einer optischen Axe auch im parallelen polarisirten Lichte erkannt werden dadurch, dass eine zu derselben senkrechte Krystallplatte beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols die Intensität des Lichtes nicht ändert (vergl. S. 67 und 99), doch ist die Aufsuchung einer solchen Richtung und namentlich die Unterscheidung ein- und zweiaxiger Krystalle unverhältnissmässig leichter im convergenten polarisirten Lichte, entweder mit dem im nächsten § zu beschreibenden Konoskope oder mittelst eines Mikroskopes derjenigen Construction, deren Schilderung den Gegenstand des § 27 bilden wird. Im Falle eines einaxigen Krystalls ist durch die Beobachtung des Interferenzbildes, welches der optischen Axe entspricht, zugleich die Richtung der krystallographischen Hauptaxe, also die optische Orientirung, gegeben. Bei einem zweiaxigen Krystalle dagegen liefert erst die Aufsuchung der Interferenzbilder beider Axen die Kenntniss der Stellung der optischen Hauptschnitte, welche für die krystallographische Bestimmung von grösster Wichtigkeit ist wegen ihrer Beziehung zur Symmetrie der Krystalle.

Handelt es sich um den Nachweis der Zugehörigkeit eines Krystalls zum rhombischen System, so sind zunächst die etwa als Krystallflächen vorhandenen oder durch Spaltbarkeit herzustellenden Pinakoide {100}, {010}, {001} zu prüfen. Zeigt ein solches Flächenpaar, im weissen Lichte untersucht, keine Farbenringe, so ist dasselbe entweder der Ebene der optischen Axen parallel, oder senkrecht zur Halbirenden des stumpfen Winkels derselben; wendet man alsdann monochromatisches (z. B. *Na*-) Licht an, so erscheinen helle und dunkle Streifen, welche im ersteren Falle ein hyperbolisches, im letzteren ein Lemniscaten-System bilden, in beiden Fällen aber, wenn der Krystall wirklich rhombisch ist, symmetrisch halbirt werden durch zwei, in der Mitte des Gesichtsfeldes einander senkrecht schneidende Gerade, welche genau den beiden der Pinakoidebene parallelen Krystallaxen entsprechen. Bietet der Krystall keine pinakoidalen Flächen dar, so sind die vorhandenen Paare paralleler Prismenflächen zu untersuchen; tritt beim Durchgang der Strahlen durch ein solches Flächenpaar (wenn der Krystall also mit einer Fläche desselben auf dem Objectträger aufliegt) das

*) Eindeutig ist das Resultat jedoch erst bei Anwendung von fünf beliebig orientirten Krystallplatten nach Liebisch (N. Jahrb. f. Min. u. s. w. 1886, 1, 155 f.).

Interferenzbild einer optischen Axe im Gesichtsfelde auf, so muss dasselbe vermöge der Symmetrieverhältnisse der rhombischen Krystalle in demjenigen Durchmesser des Gesichtsfeldes liegen, welcher der zur Axe des Prismas normalen Ebene entspricht, und beim Auflegen des Krystalls auf das symmetrisch entgegengesetzte Paar paralleler Prismenflächen muss das Bild der zweiten optischen Axe in derselben Ebene, um gleich viel nach der andern Seite von der Mitte des Gesichtsfeldes entfernt, erscheinen; beide Interferenzerscheinungen müssen im weissen Lichte gleiche und entgegengesetzte Dispersionserscheinungen beobachten lassen, während die Weite der Ringe natürlich, je nach dem Durchmesser des Krystalls, in beiden Richtungen verschieden sein kann. Beobachtet man jedoch durch keines der am Krystall ausgebildeten Flächenpaare ein Axenbild, so müssen aus jenem Platten nach den drei krystallographischen Axenebenen künstlich hergestellt werden; ist der Krystall in der That rhombisch, so muss eine derselben zur ersten Mittellinie der optischen Axen senkrecht sein und, sei es in Luft, sei es (bei hohem Brechungsindex und grossem Axenwinkel) in Bromnaphtalin, das Lemniscatensystem in einer der Symmetrie des rhombischen Krystallsystems entsprechenden Orientirung zeigen. Wenn so die Zugehörigkeit des Krystalls zu dem genannten System bestätigt und die optische Orientirung festgestellt ist, kann zur Messung seiner optischen Constanten, d. h. der Hauptbrechungsindices, übergegangen werden. Zu deren Bestimmung können nicht selten natürliche Prismen benutzt werden, wenn der innere Winkel zwischen zwei Flächen eines solchen nicht zu gross ist; da nämlich jedes rhombische Prisma von einem optischen Hauptschnitt halbirt wird, genügt es der S. 92 gegebenen Bedingung und liefert daher zwei Hauptbrechungsindices; das Gleiche gilt nach S. 93 für eine Prismen- und eine Pinakoidfläche. Wenn auf diesem Wege β, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der den optischen Axen parallelen Strahlen, bestimmt ist, so kann offenbar in dem früher erwähnten Falle, dass durch zwei gleichwerthige Prismenflächen die Axenbilder sichtbar sind, aus ihrer Ablenkung gegen die Normalen dieser Flächen resp. aus dem Winkel, welchen die beiden optischen Axen scheinbar nach dem Austritt der Strahlen aus den beiden Prismenflächen bilden, deren wahrer Winkel berechnet werden.

Soll die Zugehörigkeit eines Krystalls zum monoklinen System durch optische Untersuchung im convergenten Lichte bestätigt, resp. seine optische Orientirung festgestellt werden, so ist zunächst das Pinakoid {010}, wenn es als Krystallform vorhanden oder durch Spaltbarkeit herzustellen ist, zu untersuchen. Für dieses gilt Alles, was a. vor. S. über das Verhalten eines rhombischen Pinakoids gesagt wurde, nur mit dem Unterschiede, dass die beiden im Mittelpunkte des Gesichtsfeldes einander schneidenden Geraden, welche das im monochromatischen Lichte sichtbare Streifensystem symmetrisch halbiren, nicht den beiden in der Ebene (010) gelegenen Krystallaxen, sondern den beiden derselben Ebene angehörigen Hauptschwingungs-

richtungen parallel sind, deren Orientirung vorher im parallelen Lichte festgestellt wurde. Haben die beobachteten Curven die Form von Lemniscaten, so ist die Stellung der zu (010) senkrechten Ebene der optischen Axen bekannt und die Bestimmung der weiteren optischen Constanten ermöglicht. Treten dagegen Hyperbeln auf, so ist (010) selbst Ebene der optischen Axen, und alsdann müssen die den letzteren entsprechenden Interferenzbilder durch Pinakoide, welche der Krystallaxe b parallel, also zur Ebene der optischen Axen senkrecht sind, zur Beobachtung gelangen. Ist ein derartiges Flächenpaar zufällig wenig geneigt zur ersten Mittellinie, und der Axenwinkel klein, so erscheint das vollständige zweiaxige Interferenzbild im Gesichtsfelde, aber natürlich gegen die Mitte verschoben in der Richtung der Verbindungslinie der beiden Axenpunkte und mit geneigter Dispersion des weissen Lichtes (vergl. S. 111, Fig. 81, in welcher MM parallel der Krystallaxe b). Im Allgemeinen beobachtet man jedoch durch ein Pinakoid der angegebenen Art nur die Interferenzfigur einer optischen Axe, verschoben in demjenigen Durchmesser des Gesichtsfeldes, welcher der Ebene (010) des Krystalls parallel ist, und durch diese Erscheinung kann auch ohne Untersuchung des Pinakoids {010} nachgewiesen werden, dass die optischen Axen in der Ebene desselben gelegen sind. Gelingt es dann, durch ein zweites zu (010) senkrechtes Flächenpaar auch das Interferenzbild der anderen optischen Axe zu erblicken, so ist damit die Orientirung derselben angenähert erkannt*). Liegen dagegen nur prismatische Formen vor, so kann ein Paar paralleler Flächen einer solchen das Interferenzbild einer optischen Axe nur zeigen, wenn die Ebene der optischen Axen senkrecht zu (010), und das Ringsystem muss alsdann eine unsymmetrische Lage im Gesichtsfelde besitzen, entsprechend einem irgendwie schiefen Austritt der Strahlen, welche im Krystall sich der optischen Axe parallel fortpflanzen. Untersucht man dann aber, nach dem Umlegen des Krystalls, dasjenige Flächenpaar, welches zu dem vorigen symmetrisch ist in Bezug auf (010), so muss, wenn der Krystall wirklich dem monoklinen System angehört, das Bild der andern optischen Axe in entgegengesetzter Schiefe, symmetrisch zu dem vorigen in Bezug auf (010), im Gesichtsfelde erscheinen. Zeigt endlich keines der am Krystall vorhandenen Paare paralleler Flächen eine Interferenzerscheinung, welche die Orientirung der optischen Axen unzweifelhaft festzustellen geeignet ist, so muss zuerst das Pinakoid {010} künstlich durch Schleifen hergestellt und die beiden demselben parallelen Hauptschwingungsrichtungen bestimmt werden; liefert diese Platte keine Axenbilder, so sind zwei weitere planparallele Platten senkrecht zu jenen beiden Hauptschwingungsrichtungen anzufertigen; da alsdann Schliffe nach allen drei optischen Hauptschnitten vorliegen, muss einer derselben, sei es

*) Genau kann dieselbe bestimmt werden, wenn β bekannt, und die Neigung der austretenden, jener Axe im Krystall parallelen, Strahlen zur Plattennormale nach einer später anzugebenden Methode gemessen wird.

in Luft, sei es in Bromnaphtalin, sich als senkrecht zur ersten Mittellinie der Axen erweisen. Zur Messung der Hauptbrechungsindices durch Prismen müssen diese aus einem monoklinen Krystall im Allgemeinen künstlich hergestellt werden; nur der Brechungsindex der parallel der Krystallaxe *b* schwingenden Strahlen kann durch ein natürliches Prisma, welches von zwei, unter entsprechendem Winkel zusammenstossenden, zu (010) senkrechten Krystallflächen gebildet wird, bestimmt werden. Dagegen genügt nach S. 94 zur Messung aller drei Hauptbrechungsindices mittelst Totalreflexion eine einzige Platte, sobald dieselbe nämlich die Bedingung erfüllt, dass ihre Oberfläche parallel der Krystallaxe *b* ist, die vermöge der Symmetrieverhältnisse des monoklinen Systems zugleich eine Hauptschwingungsrichtung für alle Farben repräsentirt.

Die Bestimmung der optischen Orientirung eines triklinen Krystalls im convergenten polarisirten Lichte kann durch Aufsuchung der Lage der optischen Axen in der Weise erfolgen, dass man denselben nacheinander mit verschiedenen Pinakoiden, eventuell unter Hinzunahme von Spaltungsplatten, auf den Objecttisch des Polarisationsinstrumentes auflegt; ist er einigermassen flächenreich, so wird man ein oder vielleicht auch zwei Flächenpaare finden, durch welche hindurch das Bild je einer Axe (bei sehr kleinem Axenwinkel auch beide durch ein einziges) noch innerhalb des Gesichtsfeldes gelangt. Berücksichtigt man nun die dabei stattgefundene Brechung, so kann man aus der bekannten Lage der Flächen (am besten durch eine sphärische Projection) ungefähr diejenige der ersten Mittellinie bestimmen; alsdann schleift man senkrecht zu dieser eine Platte, welche natürlich noch nicht genau richtig ist, daher sie das Interferenzbild nicht centrisch im Gesichtsfelde zeigt, bestimmt die Grösse und Richtung der Abweichung und corrigirt danach den Schliff der Platte, bis die Axenbilder genau gleich weit von der Mitte des Gesichtsfeldes abstehen, und ihre Verbindungslinie durch diese geht; da nunmehr die Platte senkrecht zur ersten Mittellinie ist, so giebt die Messung der Winkel, welche sie mit den übrig gebliebenen natürlichen Krystallflächen bildet, die Lage jener, und da sie einem optischen Hauptschnitt parallel ist, so sind ihre beiden Schwingungsrichtungen zugleich die zweite und die dritte Hauptschwingungsrichtung; sie liefert also die Richtung der drei Axen der optischen Indexfläche und die Grösse des Axenwinkels. Da die richtige Lage der Schlifffläche indess doch nur angenähert erreicht wird, so ist die hierdurch zu erzielende Genauigkeit keine sehr grosse. Ebenso genau, wie durch vollständige stauroskopische Untersuchung (vergl. S. 688), lässt sich die Lage der drei Hauptschwingungsrichtungen auf folgende Art feststellen, wie sie z. B. beim Kupfervitriol und dichromsauren Kalium (S. 340, 341) angewendet worden ist: Wenn man durch zwei oder mehr natürliche oder künstliche Flächen, welche ziemlich kleine Winkel mit einander bilden, dieselbe optische Axe im Gesichtsfelde des Polarisationsapparates erblickt, so kann man den scheinbaren Winkel, welchen sie mit der Normalen jeder dieser Flächen bildet, nach einer

weiterhin zu erläuternden Methode messen; da aber die einer optischen Axe parallelen Strahlen den mittleren Brechungsindex β besitzen (vergl. S. 98), so kann man aus jenen scheinbaren die wahren Winkel berechnen, wenn man β kennt. Ein Prisma, welches zu der Bestimmung dieser Constante genügt, ist nun aber bei nur ungefährer Kenntniss der Lage der optischen Axenebene leicht anzufertigen; seine brechende Kante muss normal zur Ebene der optischen Axen sein, was man mit genügender Genauigkeit dadurch controliren kann, dass dasselbe, wenn es auf den Träger des Polarisationsinstrumentes so (mit Wachs) befestigt wird, dass einmal eine, einmal die andere Fläche oben horizontal, und die brechende Kante dem im Gesichtsfelde befindlichen Verticalstrich des Mikrometers parallel ist, jedesmal eine optische Axe, nach rechts oder links abgelenkt, aber im Horizontalstrich liegend, zeigt. Hat man nun auf diese Art die wahren Winkel bestimmt, welche die Richtung der einen optischen Axe mit mehreren Krystallflächen einschliesst, so ist dadurch ihre Lage gegen die Krystallaxen gegeben. Bestimmt man nun in genau derselben Weise diejenige der andern optischen Axe, so folgt daraus durch Rechnung die Orientirung der Axenebene und der ersten Mittellinie, d. h. der drei Hauptschwingungsrichtungen. Selbstverständlich ist bei dieser, wie bei der stauroskopischen Untersuchung, die Bestimmung derselben für homogene Farben getrennt vorzunehmen, da sie alle drei dispergirt sind.

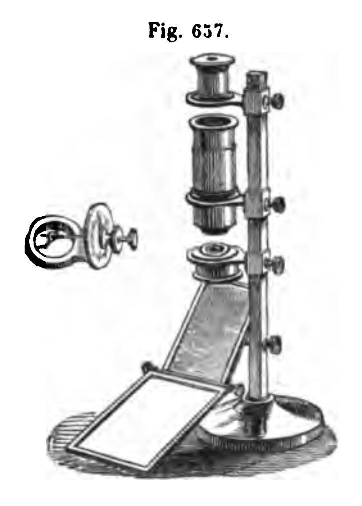
Ausführlicheres über das Verfahren zur Bestimmung der optischen Orientirung trikliner Krystalle, welches namentlich durch Dufet ausgebildet worden ist, wird in § 23 angegeben werden. Wenn es sich zunächst nur um die Aufsuchung der ungefähren Lage der optischen Axen im convergenten Lichte handelt, so können mit grossem Vortheil die in § 28 beschriebenen, mit dem Polarisationsmikroskop zu verbindenden Drehapparate, unter Eintauchen des Krystalls in eine stark brechende Flüssigkeit, benutzt werden.

§ 21. **Polarisationsinstrumente nach Nörremberg.** Das Polarisationsinstrument für paralleles und convergentes Licht ist bereits in der I. Abth. S. 45—49 dem Princip seiner Construction nach erläutert worden. Die verschiedenen gebräuchlichen Formen desselben unterscheiden sich meist nur durch die Zahl und Anordnung der Linsensysteme, welche statt der Sammellinse *n* Fig. 33 und des Objectivs *o* ebendaselbst dienen. Der ursprünglichen Nörremberg'schen Construction am nächsten steht das in Fig. 657 abgebildete Instrument, welches von dem optischen Institut von Steeg und Reuter in Homburg*) geliefert wird; dasselbe hat den Vortheil eines sehr grossen Gesichtsfeldes, so dass selbst bei sehr grossem Axenwinkel die Lemniscatensysteme noch zu übersehen sind; nur sind freilich die Bilder nahe dem Rande des Gesichtsfeldes stets weniger vollkommen und daher für feinere Farbenunterschiede, z. B. für Erkennung des Sinnes

*) S. die Preisverzeichnisse am Schlusse.

der Dispersion durch die Säume der Hyperbeln (vergl. S. 108 f.), nicht zuverlässig; endlich ist auch die Polarisation des der Billigkeit wegen angewandten Glassatzes nicht so vollkommen, wie die eines Nicols als Polarisator. Derartige einfache Apparate, wie sie in ähnlicher Weise auch von Fuess in Berlin geliefert werden*), sind da ausreichend, wo es sich nicht um genauere Bestimmungen, sondern nur um Demonstration der Erscheinungen handelt. Dieselben können auch, wie aus der Figur ersichtlich, mit einer einfachen Vorrichtung zur Messung des Winkels der optischen Axen versehen werden. Etwas kleiner ist das Gesichtsfeld bei dem von Des Cloizeaux (Poggendorff's Ann. 126. Bd.) angegebenen Instrumente, welches jenen in mehrfacher Beziehung vorzuziehen ist, während sein Gesichtsfeld doch gross genug ist, um in allen Fällen zu genügen (bei scheinbarem Axenwinkel von 125° sind noch beide Axenbilder innerhalb desselben sichtbar). Des Cloizeaux verband ferner sein Instrument mit einem zur Messung des Axenwinkels eingerichteten Theilkreise, welchen, mit zwei kleinen Fernröhren montirt, er zugleich zur Messung von Brechungsindices benutzte. Der Verfasser (Poggendorff's Ann. 144. Bd.) vervollständigte diesen Apparat derart, dass er, mit möglichster Benutzung einzelner Theile für mehrere Zwecke, alle Instrumente, welche bei krystallographisch-optischen Untersuchungen häufiger gebraucht werden, inclusive eines Goniometers zur Bestimmung der Krystallwinkel und der Brechungindices, umfasst. In dieser, von Fuess in Berlin ausgeführten Znsammenstellung, welche in neuerer Zeit noch mancherlei Verbesserungen erfahren hat, ist er unter dem Namen »krystallographisch-optischer Universalapparat« so allgemein verbreitet, dass es geeignet erscheint, im Folgenden die einzelnen optischen Instrumente in der Form zu beschreiben, wie sie die Theile jenes Apparates bilden und wie sie natürlich auch einzeln bezogen und benutzt werden können.

Fig. 657.

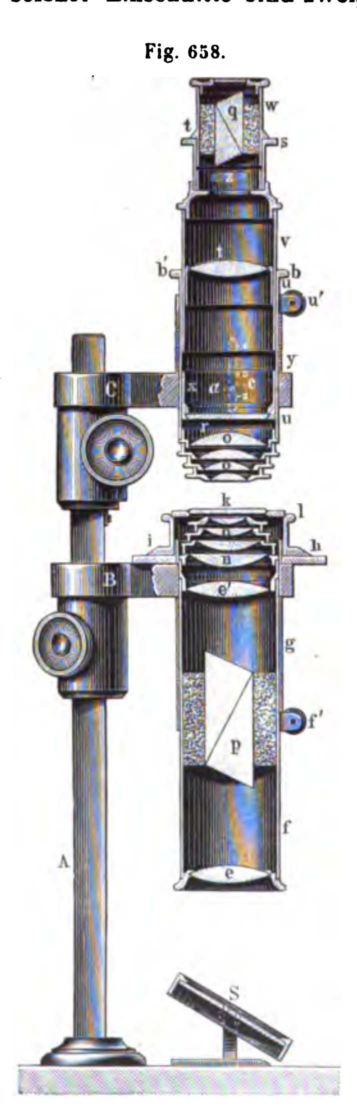


Das Polarisationsinstrument für convergentes Licht ist in Fig. 658 ($\frac{1}{4}$ nat. Grösse) im verticalen Durchschnitt dargestellt, bis auf die Theile A, B und C, welche mit ihren Schrauben in Vorderansicht erscheinen. Der einfache Spiegel S wird bei parallelen Nicols um seine Axe so gedreht, dass er, wenn das Instrument nahe am Fenster steht, das Licht eines möglichst hellen Theils des Himmels in dasselbe reflectirt. Das Rohr f enthält den Polarisator p und die beiden Glaslinsen ee', welche bewirken, dass das ganze auf e fallende Licht in das Instrument gelangt (vergl. S. 45), und ist von einem fest angezogenen Klemmringe f' umgeben, der genau so, wie die

*) S. die Preisverzeichnisse am Schlusse.

Klemmringe der Ocularsysteme bei den Goniometern (s. S. 626) mit einer Nase versehen ist, welche in einen Einschnitt des Rohres *g* eingepasst werden muss, wenn *f* in richtiger Lage in *g* eingeschoben werden soll: solcher Einschnitte sind zwei, mit 90° und 45° bezeichnet, vorhanden. Statt durch einen Klemmring kann die Stellung, bis zu welcher man *f* in *g* einzuschieben hat, auch durch einen auf *f* festgelötheten Ring bestimmt werden, auf welchem 0°, 45°, 90° durch Marken bezeichnet sind; durch Drehung von *f* bringt man die betreffende dieser Marken mit einer auf dem festen Rohre *g* angebrachten Marke zur Coincidenz. Das Sammellinsensystem besteht aus vier planconvexen Linsen *n*, welche durch Verschraubung mit einander verbunden sind; die Fassung der untersten derselben passt genau in das Rohr *f*, so dass das ganze Linsensystem durch einfaches Einsetzen in den obersten Theil dieses Rohres seine richtige Stellung erhalten und mit *f* zusammen nach abwärts herausgezogen werden kann, wenn man den Spiegel *S* zur Seite geschoben hat. Mit dem Träger *B* fest verbunden ist nun eine kreisrunde Platte, welche an der Stelle unter *h* eine Nonientheilung trägt, und ein kurzes cylindrisches Rohrstück. Auf das letztere wird das oben mit einem gerieften vorspringenden Rande *l* versehene Rohrstück aufgesetzt, dessen unteren Theil der abgeschrägte kleine Theilkreis *hi* bildet, welcher beim Drehen des Rohrstücks auf der festen Nonienplatte schleift. Auf *l* wird oben die kreisförmige, durch einen Messingring gefasste Glasscheibe *k*, auf der bei der Beobachtung der Krystall liegt, in einer bestimmten Stellung aufgelegt; diese ist dadurch fixirt, dass der Rand jenes Messingringes an einem Punkte einen Einschnitt hat, in welchen genau ein an *l* festgemachter kleiner Stift passt. Durch Drehen des vorspringenden Wulstes *l* mit zwei Fingern wird also die Krystallplatte in ihrer Ebene gedreht um einen Winkel, welcher mittelst des Nonius auf dem Kreise *hi* abgelesen werden kann. Der Träger *B* ist mit seinem hohlprismatischen unteren Theile durch eine Schraube an das dreiseitige Stahlprisma *A*, welches mit einem hufeisenförmigen Fuss das Stativ des Instrumentes bildet, angeklemmt. Das

Fig. 658.



ebenso gestaltete Stück C, durch eine Stellschraube, welche in eine Zahnstange des Stativs eingreift, auf und nieder beweglich, trägt den Ring y und das ebenso bezeichnete, fest damit verbundene kurze Rohr. In letzteres wird das mit einem Klemmring, dessen Nase in einen mit 90° bezeichneten Einschnitt des Rohres y passt, oder mit Marken versehene Rohr u eingeschoben, in welches die vier den Sammellinsen ganz gleichen Objectivlinsen o eingeschraubt sind. Da vermöge der kurzen Brennweite dieses Systems das zu beobachtende Bild ganz nahe über jenen, in der Ebene r, zu Stande kommt, so ist in letzterer eine Glasplatte mit eingerissenen und geschwärzten Linien angebracht, aber nicht blos mit einem einfachen Kreuz, sondern mit einer Theilung des einen der beiden Arme von einer Seite des Gesichtsfeldes bis zur andern. Dieses »Glasmikrometer« r ist daher gleichzeitig mit der Interferenzfigur eines Krystalls deutlich sichtbar; es bildet den unteren Abschluss eines kurzcylindrischen Rohres x, welches durch einen bei α angedeuteten Schlitz in der Wand des Rohres u auf- und niedergeschoben werden kann, wodurch es ermöglicht wird, das Mikrometer auch dann in die Bildebene zu bringen, wenn man durch Abschrauben einer oder mehrerer Linsen o die Brennweite des Objectivsystems geändert hat (s. folg. S.). In u ist das Ocularrohr v mit der Ocularlinse t verschiebbar, aber nicht drehbar, während die Fassung des analysirenden Nicols q so in das Ocularrohr eingesetzt wird, dass der kleine getheilte Kreis t auf dessen oberstem Rand s schleift, und die durch Drehen der Fassung w bewirkte Stellung des Nicolhauptschnittes an einer auf s angebrachten Marke abgelesen werden kann. Der unter s liegende Theil von v wird von einem dünnen Messingring umfasst, dessen Drehung gestattet, einen in dem Ocularrohr befindlichen horizontalen Schlitz z entweder zu schliessen oder zu öffnen; der letztere dient dazu, ein lang rectanguläres $\frac{1}{4}$-Undulationsglimmerblatt (s. S. 125) oder einen Quarzkeil (S. 128) zur Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung einzuschieben.

Alle Linsenfassungen des Instrumentes sind mit Marken versehen, welche die für die Centrirung günstigste Stellung der Theile des Apparates bezeichnen. Stellt man die Rohre f und u so, dass die aussen angebrachten Marken auf 90° zeigen oder die Nasen der Klemmringe in die entsprechenden Einschnitte eingepasst sind, und dreht den Analysator ebenfalls auf 90°, so sind die Nicols parallel, und ihr Hauptschnitt fällt in die Zeichnungsebene; die Einstellung des Analysators auf 0 liefert somit gekreuzte Nicols; die beiden Kreuzarme des Glasmikrometers r sind alsdann den Hauptschnitten der beiden Nicols parallel. Ausserdem ist der Klemmring f', resp. der ihn ersetzende feste Ring, so angebracht, dass nach dem vollständigen Einschieben des Rohres f die oberste Sammellinse n ganz nahe an die Glasplatte k heranreicht. Ebenso muss man, um ein grosses Gesichtsfeld zu erhalten, das Objectiv o dem Krystall so weit als möglich nähern, und der letztere darf nicht zu dick sein. Hat man es mit einer zweiaxigen Platte, senkrecht zur ersten Mittellinie, zu thun, so kann das Glasmikro-

meter r zu einer schnellen approximativen Bestimmung des scheinbaren Winkels der optischen Axen dienen, indem man deren Ebene der Theilung jenes parallel stellt, die Nicols um 45° dreht, so dass die schwarzen Hyperbeln erscheinen, und den Abstand derselben in Theilen des Mikrometers bestimmt; wieviel Grade des scheinbaren Axenwinkels einem Theilstrich des Mikrometers entsprechen, erkennt man mittelst einiger Krystallplatten von bestimmtem Axenwinkel (im Durchschnitt beträgt bei den Fuess'schen Instrumenten 1 Theilstrich 6°).

Das beschriebene Polarisationsinstrument dient hauptsächlich zur Aufsuchung der Lage der optischen Axen, wenn dieselben nicht unter allzuschiefem Winkel austreten, durch deren Richtung man, im Vergleich mit dem Habitus der Krystallform, in vielen Fällen sofort das Krystallsystem bestimmen kann. Will man dabei durch unebene Flächen, z. B. Bruch- oder unvollkommene Spaltungsflächen beobachten, so hat man dieselben mit einem Tropfen Canadabalsam zu bedecken und dann ein kleines Stückchen sehr dünnen Glases (Deckglas für mikroskopische Präparate darauf anzudrücken, um die Zerstreuung der Lichtstrahlen an der unregelmässigen Fläche zu eliminiren. Bei dickeren Platten bleibt der Brennpunkt des Objectivs über demjenigen der Sammellinsen, man wird also nur im mittleren Theile des Gesichtsfeldes die Interferenzerscheinungen erblicken; um sie im ganzen Gesichtsfelde zu sehen, welches aber dann einem kleineren Winkel entspricht, kann man eine oder mehrere der Objectivlinsen o abschrauben. Bei den neueren von Fuess gelieferten Instrumenten sind die Brennweiten der einzelnen Linsen so gewählt, dass auch nach Entfernung der obersten des Sammelsystems und der untersten des Objectivsystems ein recht grosses Gesichtsfeld vorhanden ist. Was die Flächenausdehnung einer zu den Beobachtungen nöthigen Platte betrifft, so kann dieselbe sehr gering sein, namentlich wenn man das neben derselben vorübergehende Licht abblendet; so kann man z. B. von einem Glimmerblättchen mit grossem Axenwinkel, dessen Oberfläche = $\frac{1}{370}$ Quadrat-Millimeter (erhalten durch Bedecken einer Glimmerplatte mit Stanniol, in welchem eine entsprechend grosse Oeffnung durch einen Stich mit einer feinen Nadel hergestellt ist), noch ein recht deutliches Axenbild erhalten. Ein so lichtstarkes Instrument ist daher auch geeignet zur Aufsuchung der Axen kleinerer Mineralpartikel in Schliffen feinkörniger Gesteine, falls diese nur noch dick genug sind und durch übergeklebtes Stanniol das Licht der benachbarten Theile abgehalten wird; doch sind in neuerer Zeit die zur Beobachtung der Interferenzerscheinungen der Krystalle eingerichteten Mikroskope so vervollkommnet worden, dass ihre Anwendung für derartige Zwecke vorzuziehen ist (vergl. § 27).

Zur Untersuchung im parallelen polarisirten Lichte kann man dasselbe Instrument benutzen, wenn es sich nur um eine ungefähre vorläufige Bestimmung der Auslöschungsrichtungen eines kleinen Krystalls handelt. Man legt denselben alsdann auf den Krystallträger k genau in die

Mitte und schraubt den oberen Theil des Apparates so hoch, dass man durch denselben, statt der Brennebene des Sammellinsensystems, den Krystall deutlich erblickt; durch Vergleichung mit den Kreuzarmen des Glasmikrometers, denen bei richtiger Stellung der Marken die Nicolhauptschnitte parallel sind, kann man leicht annähernd beurtheilen, ob in denjenigen Stellungen, in welchen der Krystall beim Drehen dunkel erscheint, gewisse Kanten desselben den Diagonalen der Nicolquerschnitte parallel sind oder nicht.

Will man dagegen einen grösseren Krystall im parallelen Lichte untersuchen, das Interferenzbild gepresster oder gekühlter Gläser, einer Alaunplatte oder dergl. beobachten, so hat man das Rohr *u* mit seinem gesammten Inhalte zu entfernen und durch das einfache kürzere Rohr *z* (Fig. 662 S. 701) zu ersetzen, in welches oben der Nicol *q* passt (die unten angesetzte Kappe δ dient für die Stauroskopmessung und ist daher für diesen Fall fortzulassen; ebenso ist auf *l* der gewöhnliche Krystallträger *k* zu denken). Ferner hat man das Sammellinsensystem aus dem Rohre *f* zu entfernen und letzteres wieder in die Hülse *g* des Trägers *B* einzuschieben, wie es Fig. 662 zeigt.

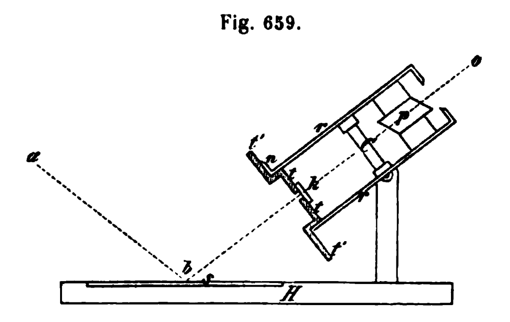
Will man Platten, welche eine complicirte Zwillingsbildung oder Zusammensetzung aus verschiedenen, optisch anomalen Partien zeigen, im parallelen Lichte untersuchen, so empfiehlt sich eine mässige Vergrösserung der Objecte, d. h. die Anwendung eines Mikroskops (s. § 27).

Von grosser Wichtigkeit für die Brauchbarkeit eines Polarisationsinstrumentes ist die Construction der Polarisatoren. Bei dem in Fig. 52 S. 62 abgebildeten Nicol'schen Prisma ist die Trennung der beiden Strahlen, also die vollständige Polarisation des hindurchgehenden Lichtes vorhanden innerhalb eines Kegels von 29° Oeffnungswinkel, aber diese Grösse des Gesichtsfeldes besteht nur für den dem stumpfen Winkel *B* nahe liegenden Theil der Austrittsfläche, und nach dieser Seite sind auch alle Strahlen verschoben; da ausserdem die bedeutende Länge die Anwendung eines verhältnissmässig grossen Kalkspathstückes, dessen Preis fortwährend steigt, nöthig macht und namentlich für den Analysator oft störend ist, hat man in neuerer Zeit mannigfache Modificationen der Polarisationsprismen in Anwendung gebracht. Ein kleineres Gesichtsfeld besitzen die sogenannten verkürzten Nicol'schen Prismen, in welchen der Schnitt in einer andern Richtung geführt ist, ferner das Foucault'sche und das Glan'sche Prisma, welche statt des totalreflectirenden durchsichtigen Kittes eine planparallele Luftschicht zwischen den beiden Hälften enthalten. Am vollkommensten und deshalb an neueren Apparaten vielfach verwendet ist das Polarisationsprisma von Hartnack und Prazmowski, welches bis zu einem Gesichtsfeld von 42° gebracht werden kann und, wie die beiden letzterwähnten Constructionen, gerade Endflächen besitzt. Eine vortreffliche Darstellung der optischen Eigenschaften, welche den verschiedenen Arten von Prismen zur Polarisation des Lichtes zukommen, gab H. Feussner in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1884, **4**, 41 f. (s. auch Zeitschr. f. Kryst. **11**, 410). Derselbe und

gleichzeitig auch E. Bertrand (s. Zeitschr. f. Kryst. **11**, 179) schlug vor. an Stelle der immer theurer werdenden Prismen von Kalkspath solche von Flintglas zu nehmen und an die Stelle der Lamelle des durchsichtigen Kittes eine solche eines stark doppeltbrechenden Krystalls (dünne Spaltungsplatte von Kalkspath, Natronsalpeter oder dergl.) zu setzen. Bisher scheinen solche Polarisatoren noch wenig in Verwendung gekommen zu sein.

§ 22. **Das Stauroskop.** Um den Winkel, welchen eine Auslöschungsrichtung mit einer Krystallkante bildet, genauer zu bestimmen, als es mit einem gewöhnlichen Konoskope oder einem Polarisationsmikroskope möglich ist, bedient man sich eines besonderen, von v. Kobell erfundenen Instrumentes, des Stauroskops, dessen Princip bereits S. 684 erörtert wurde. Dasselbe ist ein Polarisationsapparat für paralleles Licht, wie er Fig. 32 S. 45 abgebildet ist, dessen Krystallträger durch eine undurchsichtige drehbare Metallplatte ersetzt wird, welche in der Mitte eine kleine kreisrunde Oeffnung hat. Auf dieser Platte ist eine Anzahl paralleler Geraden so eingeritzt, dass ihre Richtung genau parallel ist der Polarisationsrichtung des Polarisators, wenn die Kreistheilung am Rande dieser Metallscheibe auf 0° steht. An dem ursprünglichen Kobell'schen Instrument, Fig. 659 im Durchschnitt dargestellt, ist der untere Nicol durch einen horizontalen Spiegel *s* von schwarzem Glase ersetzt, welcher das vom Himmel in der Richtung *ab* auffallende Licht, ziemlich vollkommen polarisirt, nach *o* hin reflectirt. Auf der Holzplatte *H*, in welche dieser Spiegel eingelassen ist, steht auf einem Fusse drehbar das Rohr *r*, welches vorn einen kleinen Nonius *n* trägt; in das vordere Ende dieses Rohres kann der Krystallträger *t*, welcher am Rande *t'* an der dem Auge (*o*) zugekehrten Seite eine Kreistheilung besitzt, eingesteckt und darin gedreht werden. Der mit *t* bezeichnete vorspringende Theil desselben ist die oben erwähnte, in der Mitte durchbohrte Metallplatte mit den eingerissenen Linien. Vor dem Einstecken wird nun der Krystall *k* mit einer Ebene des auf seine Schwingungsrichtungen zu untersuchenden Pinakoids auf derselben so aufgeklebt, dass er deren Oeffnung ganz bedeckt und dass eine Kante desselben den eingeritzten Linien so genau als möglich parallel ist. Im Innern des Rohres ist ferner eine senkrecht zur Axe geschnittene Kalkspathplatte *C* befestigt, und am Ende der analysirende Nicol *p*. Stellt man nun den drehbaren Krystallträger *t* so, dass der Nonius *n* auf demselben 0° anzeigt, so ist die erwähnte Kante des Krystalls parallel der Schwingungsrichtung des oberen Nicols, also normal

Fig. 659.



zu der des eintretenden Lichtes. Wäre nun jener Kante eine Hauptschwingungsrichtung des Krystalls parallel, so könnten die eintretenden Strahlen eine weitere Zerlegung nicht erleiden, sondern würden nach dem Durchgang durch den Krystall noch dieselbe Polarisation besitzen, wie beim Eintritt; sie gehen dann durch den Kalkspath und endlich durch den Analysator; da nicht nur parallele, sondern auch etwas geneigte Strahlen durch das Instrument gelangen, so würde man von der Interferenzfigur des Kalkspathes den mittleren Theil, das schwarze Kreuz und die innersten Farbenringe, erblicken, ebenso, als wenn gar kein Krystall auf dem Träger *t* befestigt wäre. Bilden dagegen die Schwingungsrichtungen des Krystalls einen mehr oder weniger grossen Winkel mit der erwähnten Kante, so erleidet das eintretende Licht eine Zerlegung im Krystall; von den beiden entstehenden, senkrecht zu einander polarisirten Strahlen geht jedesmal nur ein Antheil durch den oberen Nicol; dieser Antheil würde, wenn er allein im eintretenden Lichte vorhanden wäre, im Kalkspath das complementäre Interferenzbild mit hellem Kreuz erzeugen; der im oberen Nicol vernichtete Antheil für sich allein dasjenige mit schwarzem Kreuz; es kann also ebenso wenig, als wenn der Kalkspath durch gewöhnliches Licht erleuchtet worden wäre (vergl. S. 35), ein Interferenzbild entstehen. Drehen wir aber nun den Krystallträger mit dem Krystall, so wird es eine Stellung geben, bei der das schwarze Kreuz mit den Farbenringen wieder sichtbar wird (daher der Name »Stauroskop«); dies ist offenbar diejenige, in welcher eine Schwingungsrichtung des Krystalls parallel der Schwingungsrichtung des eintretenden Lichtes wird; der Winkel, um welchen man gedreht hat, ist demnach die gesuchte Schiefe der Auslöschungsrichtung gegen die vorher eingestellte Kante des Krystalls, falls man nach rechts gedreht hatte, im entgegengesetzten Falle das Complement des zu bestimmenden Winkels. Die Einstellung auf den Punkt, an welchem das Interferenzbild der Kalkspathplatte am deutlichsten erscheint, ist genauer auszuführen, als diejenige auf die grösste Dunkelheit des Krystalls, namentlich, wenn man das Instrument mit monochromatischem Lichte beleuchtet, und man wird, wenn die Dispersion eine ziemlich grosse ist, hierdurch auch constatiren können, dass die Hauptschwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben divergiren. Eine grössere Genauigkeit, als etwa bis auf $\frac{1}{2}^\circ$—1°, ist indess auch hierbei nicht zu erzielen, und es ist daher von Březina (s. Schrauf, Physikal. Mineralogie, II, S. 220) statt der einfachen Kalkspathplatte eine Doppelplatte angewendet worden, welche aus zwei ein wenig schief gegen die Basis geschliffenen Kalkspathlamellen besteht, welche so auf einander gelegt werden, dass die optischen Axen beider in einer Ebene, aber nach entgegengesetzter Seite geneigt sind. Diese Combination zeigt zwischen gekreuzten Nicols das Interferenzbild Fig. 660, sobald die Ebene, in welcher die optischen Axen der beiden Kalkspathe liegen, der Schwingungsebene eines Nicols parallel ist; wird nun die Polarisation des eintretenden Lichtes nur wenig geändert, wird z. B. ein eingefügter stauroskopisch zu unter-

suchender Krystall, welcher diejenige Stellung hat, dass eine Schwingungsrichtung desselben parallel der eines Nicols ist, um einen sehr kleinen Winkel gedreht, so bewegt sich der Mittelbalken aus seiner verticalen Stellung, und das Bild erscheint wie Fig. 661. Die Stellung des drehbaren Krystalls, in der seine Schwingungsrichtung die erforderliche Orientirung hat, in welcher also der Mittelbalken genau so erscheint, wie in Fig. 660, lässt sich namentlich dann mit grosser Schärfe ermitteln, wenn man zweimal die Kreistheilung des Krystallträgers abliest, einmal, wenn der dunkle Mittelbalken ein wenig links, einmal, wenn er ebenso viel nach rechts gedreht erscheint, und das Mittel beider Ablesungen als Normalstellung annimmt. Mit Hülfe dieser Doppelplatte kann man mit dem Stauroskop die Lage einer Schwingungsrichtung bis auf wenige Minuten genau bestimmen, wobei man sich selbstverständlich des einfarbigen Lichtes bedienen muss. Dabei hat man jedoch noch einen Fehler in Rücksicht zu ziehen, welcher dadurch hervorgebracht wird, dass man die als Ausgangsrichtung dienende Kante des Krystalls nach dem Augenmaass nicht genau parallel den auf dem Krystallträger eingeritzten Linien machen kann, wenn man den Krystall auf diesen aufklebt. Offenbar wird aber nur, wenn dieser Parallelismus vollkommen erreicht ist, die Drehung von der Nullstellung bis zu der, bei welcher das Interferenzbild in der richtigen Weise auftritt, genau gleich dem Winkel zwischen der Schwingungsrichtung und der betr. Kante des Krystalls sein; eine exacte Bestimmung der Orientirung der Schwingungsrichtungen im Krystall kann also nur erreicht werden, wenn die Richtung der Krystallkante mit der gleichen Genauigkeit gemessen werden kann, mit welcher die Einstellung der Schwingungsrichtung erfolgt. Dies ist der Fall bei der vom Verf. angegebenen Construction des Stauroskops, welche von Fuess ausgeführt wurde und sich ausserdem dadurch von der älteren unterscheidet, dass an Stelle der Březina'schen Doppelplatte die von Calderon (Zeitschr. f. Kryst. 2, 68 ff.) vorgeschlagene Platte zur Einstellung der Schwingungsrichtungen benutzt wird. Dieselbe besteht in einem künstlichen Zwilling von Kalkspath, in der Weise hergestellt, dass man ein Rhomboëder nach der kurzen Diagonale durchschneidet, von jeder Hälfte eine keilförmige Partie abschleift und beide mit den Schliffflächen an einander kittet. Durch Abschleifen des ein- und ausspringenden Winkels erhält man eine planparallele Platte, halbirt durch die Trennungsebene der beiden Kalkspathstücke, welche Ebene, von oben gesehen, als eine äusserst feine gerade Linie erscheint. Die beiden Hälften dieser Platte zeigen genau den gleichen Grad der Auslöschung, wenn die Nicols des Instrumentes

Fig. 660.

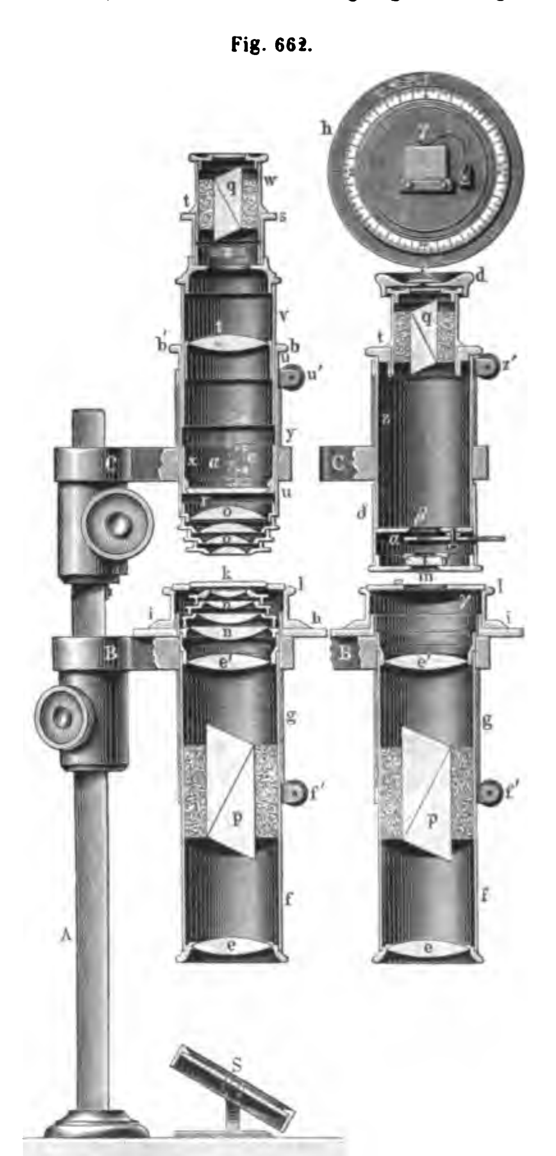


Fig. 661.



gekreuzt sind und der Hauptschnitt des einen genau der Trennungslinie der Doppelplatte parallel ist. Fügt man eine Krystallplatte, deren Schwingungsrichtung abweicht, in den Gang der Lichtstrahlen ein, so werden die beiden Hälften wieder ungleich erhellt resp. gefärbt erscheinen, und erst wenn der Krystall so weit gedreht ist, dass seine Schwingungsrichtungen genau mit denen der Nicols zusammenfallen, ist die Gleichheit der beiden Hälften der Doppelplatte wieder hergestellt.

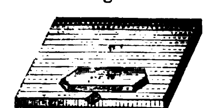
Fig. 662.



Als Stauroskop dient die in Fig. 662 dargestellte Zusammensetzung des verticalen Polarisationsinstrumentes, in welcher dasselbe für paralleles Licht eingerichtet ist. Da jede Abweichung der Sehrichtung von der Axe des Apparates wieder eine Ungleichheit der beiden Plattenhälften hervorbringt, so kommt es bei dieser optischen Einstellung hauptsächlich auf den Parallelismus der Strahlen an. Es wird deshalb auf die gewöhnliche, über dem Analysator befindliche Kappe eine andere (ε) mit ganz kleiner Oeffnung gesetzt. Auf das Rohr z wird ein Messingrohr δ aufgeschoben, welches unten durch die Doppelplatte geschlossen ist und eine Diaphragmenscheibe α enthält, mit deren Hülfe man je nach der Grösse des zu untersuchenden Krystalls das Gesichtsfeld einschränken kann; diese Scheibe trägt Oeffnungen von 1—10 mm Durchmesser und kann, da sie mit ihrer Drehungsaxe mit dem festen Diaphragma β verbunden ist und durch einen Schlitz des Messingrohres herausragt, an diesem Theile leicht gedreht werden. Statt des Krystallträgers k wird nun der Träger γ, ebenfalls mit einer am Rande befindlichen Durch-

bohrung in den Stift des Rohres l passend, aufgesetzt; derselbe, über dem Instrumente noch einmal, von oben gesehen, gezeichnet, besteht aus einer Messingplatte mit rectangulärem weitem Ausschnitt, neben welchem mit zwei Schräubchen eine Stahlplatte aufgeschraubt ist, deren nach der Mitte zu gerichtete Seitenfläche nach unten abgeschrägt ist, während die obere Kante derselben eine sehr wenig von einer Geraden abweichende Wellenlinie darstellt, von welcher zwei Punkte, rechts und links dem Ende genähert, am meisten nach der Mitte des Instrumentes zu hervorragen (eine so schwache Krümmung ist deshalb gewählt worden, um die Abnutzung der vorspringenden Stellen auf ein Minimum zu reduciren). Wenn man also an diese Schneide der Platte eine zur Ebene des Krystallträgers verticale ebene Fläche anlegt, so wird diese nur in zwei Punkten von jener berührt: die Verbindungslinie dieser beiden Punkte ist genau parallel der Geraden zwischen den Punkten 90° und 270° auf dem Theilkreise hi, mit welchem die Platte γ ja in fester Verbindung steht. Auf letztere wird nun eine kleine rectanguläre aus Spiegelglas verfertigte Platte so aufgelegt, dass sie den viereckigen Ausschnitt von γ völlig bedeckt und zugleich durch eine kleine Feder mit einer Seitenfläche an die Schneide der aufgeschraubten Stahlplatte gegengedrückt wird. Diese Seitenfläche ist genau senkrecht zur Oberfläche geschliffen und polirt. Aus dem Bisherigen folgt nun, dass die von der rechtwinkeligen Seitenfläche gebildete Kante der Glasplatte, wenn diese in der erwähnten Weise befestigt ist, genau parallel sein muss der Verbindungslinie zwischen den Punkten 90° und 270° am Theilkreise, welche der beiden grossen Flächen auch nach oben gekehrt sei. Auf die Glasplatte wird der Krystall mit möglichst wenig Canadabalsam aufgeklebt. Zu diesem Zwecke wird die Glasplatte herabgenommen, die Krystallkante, mit welcher man die Schwingungsrichtung vergleichen will, ungefähr parallel und möglichst nahe an diejenige Kante der Glasplatte, mit welcher letztere an der Stahlplatte anliegt, gebracht und so der Krystall angekittet (s. Fig. 663). Möge die Oberfläche der Glasplatte mit v', deren rechtwinkelige Seitenfläche mit v'', die Oberfläche der Krystallplatte mit w', die Randfläche, welche die erwähnte Kante mit ihr bildet, mit w'' bezeichnet werden. Es wird nun die Glasplatte mit dem Krystall auf den Tisch eines Reflexionsgoniometers aufgesetzt und die Kante v' v'' centrirt und justirt; war der Krystall vorher fest angedrückt, so muss seine Fläche w' parallel v' sein, also die von beiden gelieferten Reflexbilder des Collimatorsignals im Fernrohr zusammenfallen; das von der andern Krystallfläche w'' reflectirte Bild*) wird

Fig. 663.

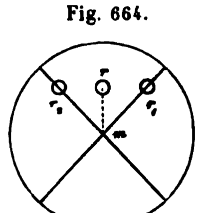


*) Wenn die Krystallplatte sehr dünn, die Fläche w'' also sehr schmal ist, kann es kommen, dass der vorspringende Theil der Glasplatte die Spiegelung an w'' ganz verhindert. Für solche Fälle benutzt man eine Glasplatte, wie sie in Fig. 663 abgebildet ist, an welcher ein Stückchen der vorspringenden Kante ausgeschliffen ist, um den Lichtstrahlen den Zugang zur Fläche w'' zu gestatten.

jedoch nur dann in der Zone $v'v''$ liegen, wenn die Kante $w'w''$ wirklich genau der Kante $v'v''$ parallel ist. Statt diesen Parallelismus herzustellen, was ein langes Probiren erfordern würde, verfährt man in einfacherer Weise so, dass man den Winkel bestimmt, um welchen der von w'' reflectirte Strahl von der Ebene abweicht, in der die Reflexion von v', v'', w' stattfindet, und aus diesem Winkel berechnet, wie viel die beiden Kanten gegen einander gedreht sind.

Für die Bestimmung dieser Correction kann das in § 24 beschriebene, dem optischen Apparat beigegebene kleine Goniometer besonders eingerichtet werden. Das Fernrohr desselben hat ein Gesichtsfeld von 5—6°, so dass nach dem Justiren der Flächen v' und v'' das Bild von w'' noch im Gesichtsfelde sichtbar ist, wenn selbst die Krystallkante um 2—3° schief angelegt worden war. Daraus, ob dasselbe zu hoch oder zu tief ist, ersieht man, nach welcher Seite die Kante $w'w''$ gegen diejenige $v'v''$ gedreht ist; und wieviel die Abweichung des von w'' reflectirten Strahls aus der Reflexionsebene der justirten Flächen beträgt, kann man durch ein feines, in der Brennebene des Fernrohres befestigtes Glasmikrometer bestimmen, von dem vorher durch Messung festgestellt worden ist, welchem Winkel ein Theilstrich desselben entspricht. Dreht man das Mikrometer so, dass seine Theilung vertical aufrecht im Gesichtsfelde, dessen Mittelpunkt dem Nullpunkt jener entspricht, steht, so gehen die Reflexbilder der beiden justirten Flächen beim Drehen genau durch den Nullpunkt, das der Fläche w'' nicht; man stellt letzteres nun auf die Theilung ein, liest an dieser die Abweichung in Strichen und (durch Schätzung) deren Theilen ab, und findet durch Umrechnung in Winkelwerth den Winkel δ, die Abweichung des von w'' reflectirten Strahls von der Ebene der übrigen. Um aus δ die gesuchte Grösse α, d. i. den Winkel, welchen die Kante $w' : w''$ mit $v' : v''$ bildet, zu berechnen, bedarf es der Kenntniss des Einfallswinkels der Strahlen bei der Reflexion und des Winkels der Flächen $w' : w'' = \gamma$. Der letztere muss durch Messung bestimmt sein; was den ersteren betrifft, so macht man denselben = 45°, d. h. man stellt die optische Axe des Fernrohrs auf dem Goniometer genau normal zum Collimator, indem man erst auf diesen direct einstellt und dann das Beobachtungsfernrohr genau um 90° dreht. Um die Justirung der Kante $v'v''$ des Glases und die Abweichung des Reflexes aus der Zone recht genau bestimmen zu können, stellt man alsdann den Websky-schen Spalt horizontal. Natürlich kann man sich auch zur Messung der Abweichung aus der Zone des noch genauer getheilten Fuess'schen Goniometers Nr. 2 bedienen und benutzt alsdann am besten das Signal c (s. S. 624) und eine von Websky (Zeitschr. f. Kryst. 4, 568) vorgeschlagene Methode: Das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres wird unter 45° gestellt (s. Fig. 664), was durch einen entsprechenden Kerb, in den die Nase des Klemmringes geschoben wird, genau erzielt werden kann; nach-

Fig. 664.



dem die Zone v' v'' so justirt ist, dass die Reflexe beim Drehen durch die Mitte des Fadenkreuzes passiren, stellt man das Reflexbild der abweichenden Fläche w'' einmal in den einen Faden (Position r_1), das andere Mal in den zweiten Faden (Position r_2) ein; die zwischen diesen beiden Positionen abgelesene Drehung des Krystallträgers misst den halben Bogen r_1 r_2 und somit den gesuchten Abstand $rm = \delta$.

Hat man bei der Messung des Winkels δ nach einer der beiden angegebenen Methoden das Beobachtungsfernrohr und den Collimator senkrecht zu einander gestellt, so folgt die gesuchte Correction α aus den Winkeln δ und γ nach der Formel (s. Websky, Zeitschr. f. Kryst. 4, 567; Liebisch, ebenda 7, 304):

$$\sin \alpha = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma \sqrt{2}} \cdot$$

Zu grösserer Bequemlichkeit ist die folgende Tabelle berechnet worden, welche gestattet, die gesuchte Correction α für bestimmte Werthe von γ und δ unmittelbar abzulesen, resp. sehr einfach zu interpoliren.

Tabelle der Correction α für die Stauroskopmessung.

	$\gamma = 20°$	$= 25°$	$= 30°$	$= 35°$	$= 40°$	$= 50°$	$= 60°$	$= 70°$	$= 80°$	$= 9$[illegible]
$\delta = 0°10'$	0°21'	0°17'	0°14'	0°12'	0°11'	0° 9'	0° 8'	0° 8'	0° 7'	0° 7
0 20	0 41	0 33	0 28	0 25	0 22	0 18	0 16	0 15	0 14	0 [illegible]
0 30	1 2	0 50	0 42	0 37	0 33	0 28	0 24	0 23	0 22	0 [illegible]
0 40	1 23	1 7	0 57	0 49	0 44	0 37	0 33	0 30	0 29	0 [illegible]
0 50	1 43	1 24	1 11	1 2	0 55	0 46	0 41	0 38	0 36	0 35
1 0	2 4	1 40	1 25	1 15	1 6	0 55	0 49	0 45	0 43	0 42
1 10	2 25	1 57	1 39	1 26	1 17	1 5	0 57	0 53	0 50	0 [illegible]
1 20	2 45	2 14	1 53	1 39	1 28	1 14	1 5	1 1	0 58	0 57
1 30	3 6	2 31	2 7	1 51	1 39	1 23	1 13	1 8	1 5	1 [illegible]
1 40	3 27	2 47	2 21	2 3	1 50	1 32	1 22	1 15	1 12	1 11
1 50	3 48	3 4	2 36	2 16	2 1	1 42	1 30	1 23	1 19	1 18
2 0	4 8	3 21	2 50	2 28	2 12	1 51	1 38	1 30	1 26	1 [illegible]
2 10	—	3 38	3 4	2 40	2 23	2 0	1 46	1 38	1 33	1 32
2 20	—	3 54	3 18	2 53	2 34	2 9	1 54	1 45	1 41	1 39
2 30	—	4 11	3 32	3 5	2 45	2 18	2 2	1 53	1 48	1 [illegible]
2 40	—	—	3 46	3 17	2 56	2 28	2 11	2 0	1 55	1 [illegible]
2 50	—	—	4 1	3 20	3 7	2 37	2 19	2 8	2 2	2 0
3 0	—	—	4 15	3 42	3 18	2 46	2 27	2 15	2 9	2 7

Beispiel: Werde das in § 24 beschriebene Goniometer angewendet, und sei 1 Theilstrich des Mikrometers gleich einem Winkel von 18′ 30″, seien die Flächen v' und v'' so genau justirt, dass das Signalbild auf dem Nullstrich steht, wenn es in die Mitte eingestellt wird, und sei die Abweichung des Reflexes von $w'' = 3.3$ Theilstrich, d. h. $\delta = 1° 1'$; sei der

Winkel $w' : w'' = \gamma$ mit Vernachlässigung der Minuten $= 54°$, so folgt aus der Tabelle die Correction α

$$\text{für } 1° 1' = 0° 56' \text{ (Columne } 50°)$$
$$\text{- - } = 0 \; 50 \text{ (- } 60°),$$

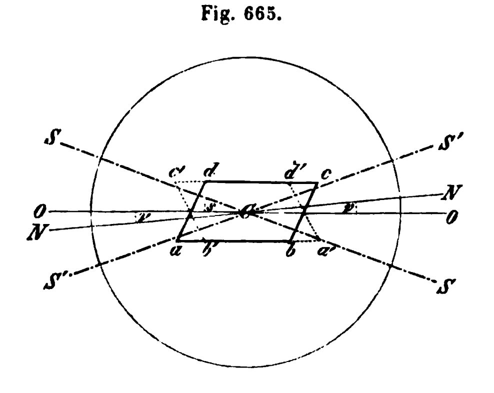
der Werth für die zu interpolirende Columne $54°$ ist also

$$\alpha = 0° 54'.$$

Hieraus ist ersichtlich, dass man die Lage der Kante des Krystalls gegen die Nullrichtung des Nonius am Instrument ebenso genau bestimmen kann, wie man Krystallwinkel zu messen im Stande ist. Würde man die Schwingungsrichtung des unteren Nicols ganz genau jener Richtung parallel machen können, welche den Nullpunkt mit dem Mittelpunkte des festen Nonienkreises verbindet, so gäbe die Drehung des Theilkreises (mit der Krystallplatte) von 0 bis zu der Position, wo die optische Einstellung erkennen lässt, dass eine Schwingungsrichtung des Krystalls parallel der des Polarisators ist, — unmittelbar den Winkel der ersteren mit der Nullrichtung des Kreises, und — nach Zufügung der Correction α — denjenigen mit der Krystallkante. Jenen Parallelismus herzustellen, ist jedoch mittelst der am Instrumente angebrachten Marken, resp. Klemmringe, nicht so genau möglich, als es die Messung erfordert. Der hierdurch hervorgebrachte Fehler lässt sich aber leicht eliminiren, wie folgende Betrachtung zeigt.

Sei in Fig. 665: OO die Richtung 90°—270° an dem drehbaren Kreise, wenn dieser genau auf 0 gestellt ist (wie es die obere Fig. 662 darstellt), und sei das Rohr f so eingeschoben, dass die Schwingungsrichtung des einen der beiden gekreuzten Nicols nicht genau parallel OO sei, vielmehr die Richtung NN habe, welche mit OO den unbekannten Winkel ν einschliesst; sei ferner der ausgezogene Rhombus $abcd$ die Krystallplatte, deren eine Kante ab genau parallel OO*), SS deren Schwingungsrichtung, so ist der Winkel $s = SCO$ derjenige, welcher mittelst des Stauroskops gefunden werden soll. Dreht man nun den

Fig. 665.



Krystall bis zur Gleichheit der beiden Hälften der Calderon'schen Doppelplatte, d. h. bis $SS \parallel NN$, so ist der abgelesene Drehungswinkel $SCN = s + \nu$, also um ν grösser, als der gesuchte. Legt man nunmehr die Platte um, so dass die vorher oben befindliche Fläche unten zu liegen kommt, die

*) Dieser Parallelismus braucht nicht erfüllt zu sein, wenn nur die Abweichung davon bekannt ist; diese ist aber die vorher besprochene Correction α.

vorher OO parallele Kante ab es auch jetzt ist, der Krystall also die durch den punktirten Umriss $a'b'c'd'$ bezeichnete Stellung hat, bei welcher $S'S'$ dessen Schwingungsrichtung ist, und dreht wieder bis zum Eintritt gleicher Auslöschung der Doppelplatte, d. h. bis $S'S' \parallel NN$, so ist der abgelesene Drehungswinkel $S'CN$, d. h. $s - \nu$, also um ν zu klein gegen den gesuchten. Addirt man aber die beiden, so gefundenen Drehungen

$$s + \nu$$
$$\text{und } s - \nu,$$

so erhält man $2s$, d. h. das arithmetische Mittel beider ist der gesuchte Winkel s.

Hieraus ergiebt sich nun folgendes Verfahren zur Bestimmung des Winkels, welchen eine Schwingungsrichtung mit einer Kante eines Krystalls bildet:

Das Polarisationsinstrument für paralleles Licht wird derart eingerichtet, wie es Fig. 662 darstellt; der Polarisator wird so gestellt, dass seine Schwingungsrichtung ungefähr parallel der Richtung 0° auf dem Nonienkreise ist, der Analysator genau senkrecht dazu, also auf vollständige Dunkelheit. Alsdann wird die Kappe δ, welche die Calderon'sche Doppelplatte enthält, über das Rohr z geschoben: letzteres hat unten einen Schlitz, in welchen das Ende eines in δ sitzenden Schräubchens passt; dadurch wird die Kappe an der Drehung verhindert und in derjenigen Stellung festgehalten, in welcher die beiden Hälften der Doppelplatte genau den gleichen Grad der Auslöschung zeigen. Alsdann wird die Glasplatte mit dem aufgeklebten Krystall, an welcher Combination vorher die Correction α festgestellt worden ist, auf den weiten Ausschnitt der in Fig. 662 oben dargestellten Platte vorsichtig aufgesetzt, wobei man die Feder γ etwas zurückzieht, und nun der vorher auf 0 gestellte Kreis gedreht bis zum Eintritt des gleichen Grades der Auslöschung der beiden durch die Halbirungslinie der Doppelplatte getrennten Hälften des Krystalls. Diese Stellung wird am genauesten so gefunden, dass man diejenigen Positionen abliest, welche eben noch eine Ungleichheit der beiden Hälften erkennen lassen, einmal, wenn die rechte, das andere Mal, wenn die linke heller erscheint, und dass man von diesen beiden Ablesungen, welche nur um Bruchtheile eines Grades verschieden sein sollen, das Mittel nimmt. Diese Operation wird zweckmässig 5—6 mal wiederholt und von den erhaltenen Resultaten das arithmetische Mittel genommen. Alsdann wird die Glasplatte mit dem darauf befestigten Krystall abgehoben und vorsichtig, um den letzteren nicht zu verschieben, umgelegt, so dass die Oberfläche mit dem Krystall nach unten und die Fläche v'' wieder an die Stahlschneide angedrückt liegt, der Krystall sich also in dem rectangulären Ausschnitte der kreisförmigen Platte befindet. Damit er hierbei nicht an den Rand des Ausschnittes anstösst, muss er etwas von der Kante $v' : v''$ entfernt sein (s. Fig. 663). Nach dem S. 702 über die Construction der Stahl- und der Glasplatte Bemerkten sieht man leicht ein, dass durch diese Manipulation der Krystall ganz genau so gedreht worden

ist, wie es Fig. 665 darstellt; wiederholt man also jetzt die Einstellungen durch Drehen nach der andern Seite ganz in derselben Weise, nimmt von deren Mittel und dem zuerst erhaltenen die halbe Summe und corrigirt endlich die resultirende Zahl noch mit dem Werthe von α in positivem oder negativem Sinne, je nach der Seite, nach welcher die Krystallkante $w' : w''$ schief angelegt war, so hat man den gesuchten Winkel, welchen die Schwingungsrichtung mit jener Kante einschliesst.

Die Calderon'sche Doppelplatte hat vor der S. 699 beschriebenen Březina'schen den Vortheil, dass man den Krystall während der ganzen Operation im Instrumente erblickt. Was die Genauigkeit der Einstellung bei Anwendung der einen oder der andern betrifft, so hängt diese wohl von der Beschaffenheit des Auges ab, d. h. von der Empfindlichkeit des einzelnen Beobachters für geringe Unterschiede der Helligkeit oder für kleine Ortsveränderungen in einer Interferenzfigur. Will man mit der Březina'schen Platte arbeiten, so bedarf man schwach convergirenden Lichtes, um die in Fig. 660 abgebildete Interferenzerscheinung zu sehen. Man schraubt zu dem Zwecke von dem verticalen Polarisationsinstrumente Fig. 658 nur die drei untersten Objectivlinsen o ab und behält die oberste grösste derselben im Rohre u*). Auf das letztere wird dann von unten die, die Doppelplatte enthaltende, Kappe aufgeschoben, welche eine ähnliche Gestalt hat, wie δ in Fig. 662, aber kürzer ist und keine Diaphragmen enthält. Durch Drehen dieser Kappe giebt man der Doppelplatte die erforderliche Stellung gegen die Hauptschnitte der vorher sorgfältig gekreuzten Nicols und führt die optische Einstellung des zu untersuchenden Krystalls nach S. 700 aus. Da hierbei kein Licht neben dem Krystall vorüber gehen darf, wird die S. 702 beschriebene Glasplatte durch eine solche von schwarzem Glase ersetzt, in welcher sich eine Oeffnung befindet; die Krystallplatte wird so aufgeklebt, dass sie diese (in Fig. 663 durch einen punktirten Kreis angedeutete) Oeffnung vollständig verdeckt. Das ganze übrige Verfahren ist natürlich das gleiche, wie bei Anwendung der Calderon'schen Platte.

Ueber die Prüfung und Justirung des Stauroskopes s. Laspeyres, Zeitschr. f. Kryst. 6, 429. Derselbe Autor hat ferner eingehende Untersuchungen darüber angestellt (ebenda 8, 97), wie eine noch grössere Genauigkeit der stauroskopischen Messungen durch Anwendung eigens construirter Polarisatoren zu erzielen sei.

Da die vorstehende Untersuchung fast nur bei monoklinen und triklinen Krystallen vorgenommen wird, bei denen die Schwingungsrichtungen für die verschiedenen Farben dispergirt sind, so versteht es sich von selbst, dass das Instrument hierbei mit homogenem Lichte erleuchtet werden muss. Am besten verwendet man einen Bunsen'schen Brenner, dessen Rohr oben eine plattgedrückte Form besitzt, so dass das Gas aus einem ca. 30 mm langen

*) Da nunmehr die Bildebene des Objectivs viel höher liegt, als vorher, muss man das Ocularrohr v so weit als möglich herausziehen, um ein scharfes Interferenzbild zu erhalten.

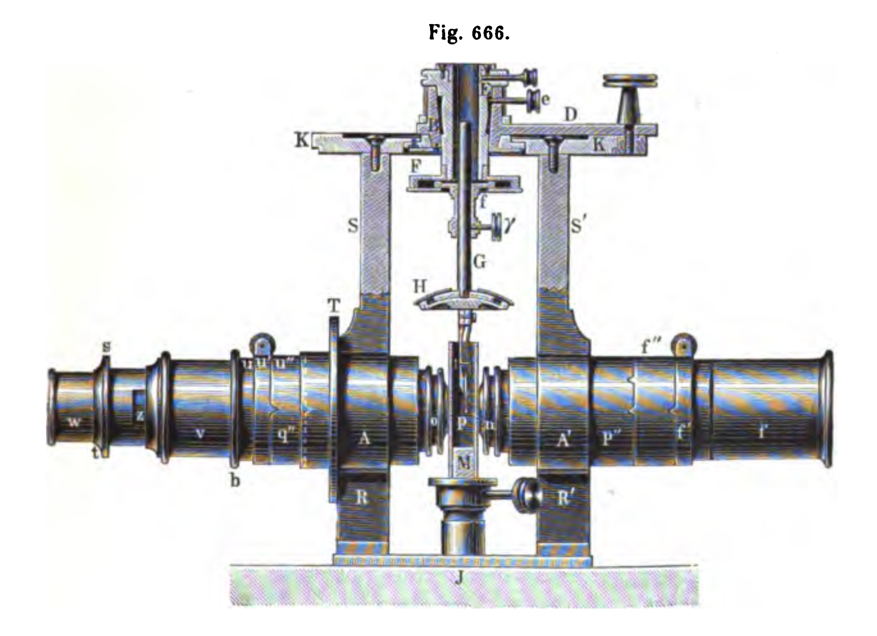
und 3 mm breiten Schlitz austritt; man erhält dann eine ca. 40 mm breite und hohe Flamme, welche man in ihrer ganzen Flächenausdehnung färbt, indem man in den unteren Theil derselben von jeder Seite her eine, an einem Platindraht befindliche Perle von geschmolzenem schwefelsaurem Lithium (roth), schwefelsaurem Natrium (gelb) oder schwefelsaurem Thallium (grün) einführt. Diese Flamme stellt man dann möglichst nahe vor dem Spiegel des Polarisationsinstrumentes auf und dreht diesen so, dass ihr Bild gerade in die Mitte des Gesichtsfeldes reflectirt wird*).

§ 23. **Einrichtung des optischen Universalapparates zur Axenwinkelmessung.** Um den Winkel der optischen Axen in Luft oder in Oel zu messen (s. I. Abth. § 19), werden die optischen Theile des Polarisationsinstrumentes Fig. 658 benutzt, aber in ein anderes Stativ eingesetzt, welches in Fig. 666 in $\frac{1}{3}$ nat. Grösse dargestellt ist. Dasselbe besteht aus einer hölzernen oder eisernen Fussplatte J, auf welcher zwei horizontale Messingrohre A und A' mittelst zweier verticaler Säulen befestigt sind. In das eine wird nun das Rohr u des verticalen Instrumentes mit allen seinen Theilen, in das andere ebenso das Rohr f mit den Sammellinsen n eingeschoben, und die Nicols beider Theile so gestellt, dass ihre Schwingungsrichtungen mit der Horizontalebene 45°, mit einander 90° bilden, welche Stellungen durch Einpassen der Nasen an den Klemmringen u' und f' in entsprechende Einschnitte der festen Rohrstücke q'' und p'' gegeben sind. Zwischen Objectiv-

*) Wie bereits S. 649 erwähnt wurde, ist es bei derartigen Arbeiten zu empfehlen, den Bunsen'schen Brenner unter einen Abzug zu stellen, welcher mit dem Schornstein in Verbindung steht. Für die monochromatischen Flammen hat H. Laspeyres in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 1882, 79, eine sehr praktische Lampe beschrieben, mit welcher ein senkrechtes Metallstück mit drei horizontalen Armen verbunden ist, an deren Ende sich je eine Rolle von Platindraht oder Platingaze (für das Thalliumsalz seiner leichten Reducirbarkeit wegen ein Bündel Asbestfasern) befindet, welche mit dem geschmolzenen Salze getränkt werden und, in die Flamme gebracht, die ganze Breite derselben intensiv und andauernd färben. Eine einfache Drehung der Arme genügt, um die Färbung durch Natrium mit der durch Lithium oder Thallium zu vertauschen. Will man diese breite monochromatische Flamme auch zu andern Zwecken (Bestimmung der Schwingungsrichtung unter dem Mikroskop, Messung der Brechungsindices, des Winkels der optischen Axen u. s. w.) benutzen, so empfiehlt sich die folgende Einrichtung: Der Brenner mit der erwähnten Vorrichtung ist mittelst eines knieförmigen Trägers an einem Holzstück befestigt, welches zwischen zwei an der Wand unter dem Abzugskasten angebrachten Holzschienen verschiebbar ist und durch eine Schraube in der gewünschten Höhe geklemmt werden kann. Der knieförmige Träger ist so hoch, dass der Brenner sich in dem unten offenen Abzugskasten befindet und zwar dicht an einem an der Vorderseite angebrachten, ziemlich hohen Glas- oder Glimmerfenster, vor welchem der Apparat aufgestellt wird: je nach dessen Höhe wird die Flamme hinter dem Fenster in die erforderliche Höhe gestellt. Um sie anzünden und die Färbung derselben reguliren zu können, hat der Abzugskasten an der Seite eine Thür. Das Innere in der Nähe des Fensters wird zweckmässig mit Asbestpappe ausgefüttert, damit man die Flamme der Vorderseite ohne Gefahr möglichst nähern kann. Brenner der beschriebenen Art mit dem knieförmigen Träger liefern Böhm und Wiedemann in München (s. Preisverz. am Schluss).

und Sammellinsen muss genügender Zwischenraum bleiben, um die zu untersuchende Krystallplatte frei umdrehen zu können. Die beiden Rohre A und A' tragen je eine verticale Säule, S und S', auf welche der horizontale Theilkreis K, der in der Mitte eine weite Durchbohrung hat, aufgeschraubt ist; in dieser Durchbohrung dreht sich der Ring B, welcher mittelst des Armes D, der am Ende durch eine Schraube am Kreise festgeklemmt werden kann, bewegt wird. Ausserdem sind an B zwei diametral entgegengesetzte Arme mit Nonien angebracht, beide rechtwinkelig zu D. Der Ring B ist innen conisch ausgebohrt und umfasst den ringförmigen Conus E, welcher durch die kleine Schraube e festgeklemmt werden muss, wenn man den Axenwinkel messen will. Auf das Ende von E wird nun von unten her die

Fig. 666.



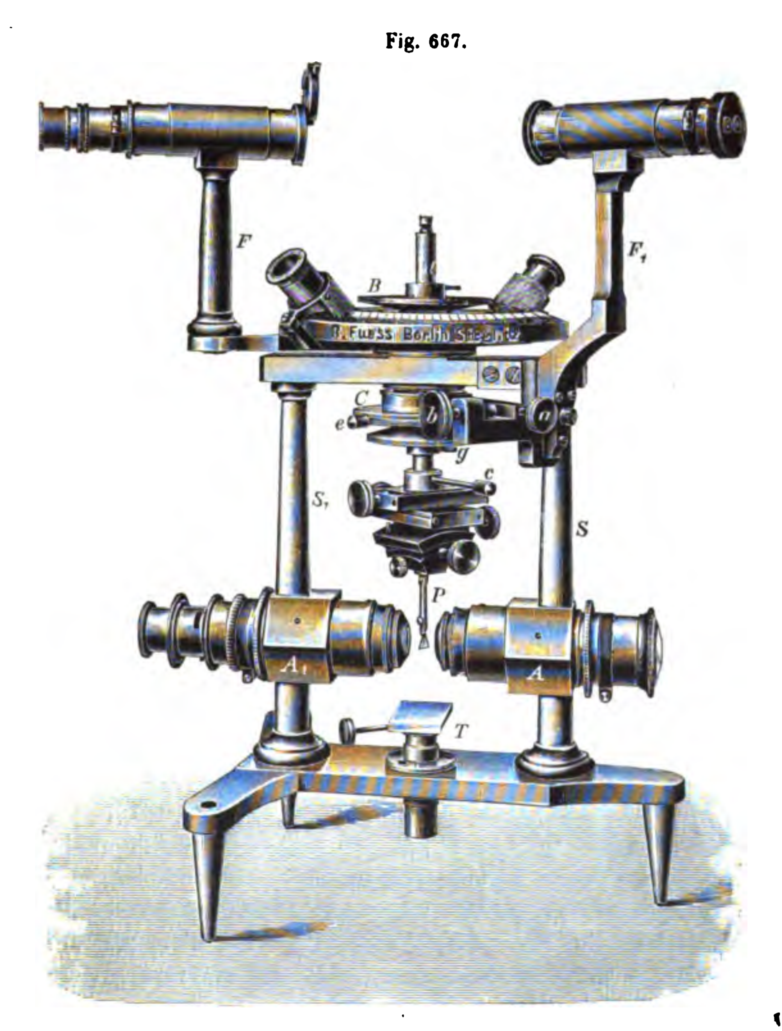
kreisförmige Metallscheibe F aufgeschraubt, welche auf ihrem verdickten Rande eine federnde, kreisförmig ausgeschnittene, dünnere Platte trägt, so dass in dem zwischen beiden befindlichen Raume die Scheibe f und mit ihr die den Krystall p tragende Pincette horizontal verschoben werden kann. Diese Verschiebung dient zum Centriren der Krystallplatte; man lässt G durch Lösen der Klemmschraube γ so weit nieder, bis man, durch das Instrument blickend, die Interferenzfigur am besten sieht, also eine klare, zur Messung geeignete Stelle des Krystalls sich in der verlängerten Axe des Rohres u befindet; dann zieht man das letztere in dem Rohre A so weit zurück, dass man den Krystall selbst deutlich erblickt, und centrirt ihn, ebenso wie einen Krystall bei einer Goniometermessung, durch Hin- und Herschieben von f in seiner Ebene, bis die zur Messung zu benutzende

klare Stelle desselben bei jeder Drehung der Pincette und des Conus E still steht. Nähert man jetzt wieder die Objectivlinsen o der Platte und stellt durch Drehung derselben die beiden Axenbilder im Gesichtsfelde des Instrumentes ein, so wird man finden, dass diese nicht in die Mitte zu bringen sind, weil die Ebene der optischen Axen des Krystalls noch nicht genau horizontal gestellt ist; entweder sind beide zu hoch, oder zu niedrig, oder ihre Verbindungslinie ist nicht parallel dem Horizontalstrich im Mikrometer, d. h. die Platte ist noch zu justiren. Dies geschieht mittelst der Kugelverschiebung des Theiles H der Pincette; H bildet nämlich ein kreisförmiges Segment einer Kugeloberfläche, auf deren verdicktem Rande ein zweites, concentrisch mit dem ersten und in der Mitte mit weitem kreisförmigem Ausschnitt versehen, aufgeschraubt ist. Zwischen beide ist die kreisrunde, ebenfalls ein Kugelsegment bildende, kleinere Scheibe, welche das untere Ende von G bildet, eingeklemmt; man kann demnach den unteren Theil der Pincette nach jeder beliebigen Richtung um einen gewissen Winkel neigen. Dabei ist das Drehungscentrum dieses Kugelgelenks (des sogen. Petzval'schen Trägers) einige Millimeter unter dem Ende der Pincette, an welcher Stelle sich die Krystallplatte befindet, deren Centrirung also durch das Neigen derselben nach irgend einer Seite keine erhebliche Aenderung erfährt. Den unteren Theil von H bildet nun die eigentliche Pincette zum Halten des Krystalls p, welcher zu dem Zwecke auf ein Glasstückchen mit Canadabalsam aufgekittet ist (um bei möglichst genäherten Linsen o und u die Platte frei umdrehen zu können, ist es nothwendig, dieses Glasstückchen nicht breiter zu nehmen, als die Breite des Krystalls in der Ebene der optischen Axen beträgt). Die Pincette, aus stark vernickeltem Stahl gefertigt (um nicht zu rosten, wenn sie in Oel verwendet wird), besteht aus einer nicht federnden Hälfte (in Fig. 666 links), mit einer verhältnissmässig grossen ebenen verticalen Fläche, auf welche die den Krystall tragende Glasplatte mittelst der horizontalen Schneide der andern, federnden Hälfte fest gepresst wird; in Folge dessen behält die Platte stets die Lage jener ebenen Fläche. Es versteht sich von selbst, dass man die Krystallplatte auf dem unteren Theil des lang rectangulären Glasstückchens so aufkittet, dass ihre Axenebene so genau als möglich senkrecht zur Längsrichtung des letzteren steht; denn wenn man alsdann das Glasstück so in die Pincette einklemmt, dass seine Längsrichtung vertical ist, so bedarf es zur Justirung der Platte nur noch einer kleinen Correction.

Bei den in neuester Zeit gelieferten optischen Universalapparaten hat Fuess der Vorrichtung zur Messung des Winkels der optischen Axen die in Fig. 667 abgebildete Form gegeben (die beiden Fernröhre F und F^1 dienen zu der im nächsten § auseinandergesetzten Verwendung des Instrumentes als Goniometer resp. Refractometer und kommen daher hier noch nicht in Betracht). Das auf drei Metallfüssen ruhende Stativ trägt in A und A_1 die, wegen der abweichenden Brennweiten der Linsen jetzt etwas kleineren, optischen Theile des verticalen Polarisationsinstrumentes in derselben Weise, wie in

Fig. 666*). Statt des Petzval'schen Trägers ist jedoch an den unteren Theil der Axe d, welche durch die Schraube g mittelst eines Schlüssels in beliebiger Höhe festgeklemmt werden kann, eine nach unten gekehrte vollständige Fuess'sche Centrir- und Justirvorrichtung angeschraubt (mittelst c),

Fig. 667.



an deren Ende statt des gewöhnlichen Krystallträgers die zum Tragen der Axenplatte bestimmte Pincette P fixirt wird. Die Centrirung und Justirung der Krystallplatte erfolgt hier also genau so, wie bei einer Krystallmessung

*) Ausser den drei, 45° von einander entfernten Kerben sind ferner zwei Führungsschlitze vorhanden, um die beiden Rohre bei der für die Centrirung der Krystallplatte (s. S. 709 unten) nöthigen Verschiebung in A und A_1 in orientirter Lage zu erhalten. Die in diesen Schlitzen laufenden, die Drehung der optischen Theile verhindernden, kleinen Schraubenköpfe sind in der Figur am oberen Rande der Rohre sichtbar.

(s. § 14), wobei die erforderlichen Drehungen mittelst der Scheibe *B* oder der entsprechenden, unmittelbar über der Centrirvorrichtung befindlichen, ausgeführt werden. Diese beiden Scheiben sind fest verbunden durch eine zweite, durchbohrte Axe, welche durch Anziehen des Schräubchens *e* mit der Scheibe *C* und dem Theilkreise in feste Verbindung gelangt, so dass die mittelst *C* erfolgte Drehung der Krystallplatte und des Kreises an den festen Nonien abgelesen werden kann. Durch Hinzufügung einer Klemmschraube *a* und einer Feinstellschraube *b* kann die im Folgenden erwähnte Einstellung der Axenbilder noch genauer erfolgen, als bei dem einfacheren, in Fig. 666 abgebildeten Instrumente. Dem entsprechend ist auch der, wie bei den Fuess'schen Goniometern Nr. 2, schräggestellte Limbus (welcher auch, wie bei jenen, verdeckt geliefert werden kann) grösser und feiner getheilt, so dass bei der Ablesung noch halbe Minuten geschätzt werden können.

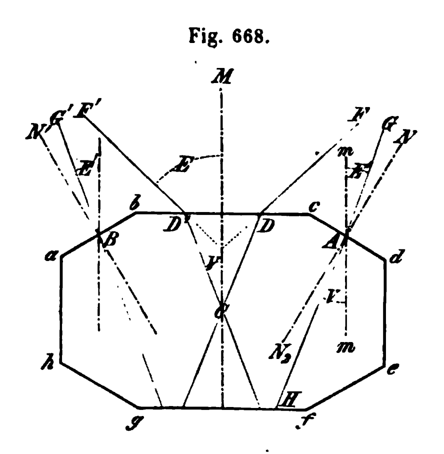
Bei der einfachen Messung des Axenwinkels in Luft hat man das in Fig. 666 gezeichnete Oelgefäss *M* wegzulassen, und, wie schon bemerkt, mit den Linsen *o* und *n* so nahe an die Krystallplatte heranzugehen, als es möglich ist, ohne dass dieselbe beim Herumdrehen an einen der beiden Theile anstreift. Je grösser die Breite der Platte, desto weiter muss der Abstand der Linsen bleiben, desto kleiner ist das Gesichtsfeld; doch bleibt dieses selbst bei sehr grossen Platten immer noch genügend, um bei einiger Uebung schnell die Lage der Axen aufzufinden, wenn man nur den Krystall in der S. 710 angegebenen Weise nahezu richtig eingesetzt hatte, wozu man ihn vorher im verticalen Instrumente zu betrachten hat. Nach der Centrirung und Justirung nimmt man nun die Messung so vor, wie es S. 119 (vergl. Fig. 90) angegeben wurde, während man zur Beleuchtung die im vor. § erwähnte breite Flamme eines nahe vor das Rohr *f* (Fig. 666) gesetzten Bunsen'schen Brenners benutzt, welche einmal durch Lithium-, die andern Male durch Natrium- und Thalliumsulfat gefärbt wird. Die Drehung der Pincette geschieht bei dem in Fig. 666 abgebildeten Apparate durch den Arm *D*, indem man dessen Klemmschraube fasst, und die Ablesung mittelst der dazu rechtwinkeligen Nonien. Will man ein möglichst genaues Resultat erzielen, so stelle man bei jeder Farbe die schwarze Hyperbel nicht nur auf den mittelsten Strich des Mikrometers, sondern auch auf mehrere benachbarte ein, aber gleichviel zu beiden Seiten (z. B. — 2, — 1, 0, + 1, + 2), und nehme das arithmetische Mittel; ganz ebenso verfahre man bei der Einstellung der zweiten Axe: die Differenz der beiden Mittel ist der gesuchte scheinbare Axenwinkel $2E$. Die Einstellung einer Hyperbel auf einen Mikrometerstrich kann am genauesten ausgeführt werden, wenn die Ringe der Interferenzfigur ziemlich klein, aber doch noch deutlich sichtbar sind; weit weniger genau, wenn dieselben so eng sind, dass man sie nicht deutlich sieht, sondern nur die hyperbolischen dunklen Büschel erblickt, ebenso, wenn die Platte so dünn ist, dass ganz breite, dann auch stets sehr verwaschene, Interferenzstreifen auftreten. Hat man also in Bezug auf die der Platte zu

gebende Dicke freie Wahl, so schleife man sie so, dass recht deutliche, aber nicht zu breite Lemniscaten entstehen.

Es ist S. 120 gezeigt worden, dass man den wahren Axenwinkel $2V$ aus dem gemessenen scheinbaren, $2E$, berechnen kann, wenn man den mittleren Brechungsindex β kennt. Ist dies nicht der Fall, so muss man zwei Platten, eine senkrecht zur ersten, die andere senkrecht zur zweiten Mittellinie, haben und deren Messung in Oel vornehmen (s. S. 123). Es giebt indessen einen Fall, in welchem man den wahren Axenwinkel $2V$ mit einer einzigen Platte durch Messung in Luft bestimmen kann, und dieser soll jetzt erörtert werden.

Sei Fig. 668 der Durchschnitt eines rhombischen Krystalls parallel der Ebene der optischen Axen, und sei der Krystall demnach gebildet von den beiden Pinakoiden, welche normal zu den beiden Mittellinien stehen (von denen das zur zweiten Mittellinie senkrechte übrigens auch fehlen kann), und einem Prisma. Man wird alsdann in den meisten Fällen sowohl durch das Pinakoid bc (fg) beide Axenbilder sehen, als auch je eine durch ein Paar paralleler Prismenflächen. Centrirt man also im Axenwinkelapparat die Mitte der Fläche bc, so kann man den scheinbaren Winkel $2E$ messen, welchen DF mit $D'F'$ macht (wenn CD und CD' die Richtungen der wahren optischen Axen des Krystalls sind). Centrirt man darauf einen Punkt des Krystalls, welcher auf der Geraden CM so weit nach rückwärts gelegen ist, dass beim Drehen einmal die Prismenfläche ab, das andere Mal cd gerade in die Mitte des Gesichtsfeldes kommt, wenn die Richtung der gebrochen aus derselben austretenden, den optischen Axen parallelen Strahlen, d. i. AG, resp. BG', mit der Axe des Instrumentes zusammenfällt, — so kann man durch Einstellung der Axenbilder, welche durch die beiden Prismenflächen sichtbar sind, den Winkel messen, welchen der Strahl AG mit BG' einschliesst. Werde dieser Winkel mit $2E'$ bezeichnet, ferner der Winkel, welchen die Normalen zu den beiden Prismenflächen, AN und BN'_1, bilden, mit $2P$, und seien $2E$, $2E'$ und $2P$ gemessen worden, so ist daraus der wahre Axenwinkel $2V$ zu finden, wie folgende Betrachtung lehrt:

Fig. 668.



Bekanntlich ist

$$\beta \cdot \sin V = \sin E \tag{1}$$

und, da

$$\frac{\sin GAN}{\sin HAN_2} = \beta \quad \text{und} \quad mm \perp bc,$$

$$\beta \cdot \sin (P - V) = \sin (P - E'). \tag{2}$$

Dividirt man Gleichung (1) durch (2), so folgt:

$$\frac{\sin V}{\sin (P - V)} = \frac{\sin E}{\sin (P - E')}.$$

Um diese Gleichung auf eine Form zu bringen, welche eine leichte Berechnung der Unbekannten V gestattet, setzen wir

$$\frac{\sin E}{\sin (P - E')} = p;$$

dann ist:

$$\sin V = p \cdot \sin P \cdot \cos V - p \cdot \cos P \cdot \sin V,$$

durch cos V dividirt:

$$\operatorname{tang} V = p \cdot \sin P - p \cdot \cos P \cdot \operatorname{tang} V, \text{ d. h. } \operatorname{tang} V = \frac{p \cdot \sin P}{1 + p \cdot \cos P};$$

für p seinen Werth eingesetzt und gekürzt, folgt

$$\operatorname{tang} V = \frac{\sin E}{\cos E' - \operatorname{cotang} P (\sin E' - \sin E)}.$$

In allen andern Fällen, als dem soeben besprochenen, bedarf es zu der directen Bestimmung des Winkels der optischen Axen zweier Platten, welche senkrecht zur ersten, resp. zur zweiten Mittellinie geschliffen sein müssen. Um den Axenwinkel derselben in Oel zu bestimmen, bedient man sich des Fig. 666 im Querschnitt sichtbaren Oelgefässes M. Dasselbe besteht aus einem parallelepipedischen Glasstück mit einem Einschnitte, an welches zu beiden Seiten dünnere planparallele Glasplatten angekittet sind; dieses Gefäss füllt man mit einem farblosen Oel (gebleichtem Oliven- oder Mohnöl. Cassiaöl) oder noch besser (wegen seiner starken Brechbarkeit) mit α-Bromnaphtalin und setzt es auf den zwischen den beiden Säulen RR' befindlichen Träger, welcher in einer Hülse nach oben und unten verschiebbar ist. Hat das Gefäss die richtige Stellung, so schiebt man die optischen Theile des Instrumentes derart an dasselbe heran, dass Sammel- und Objectivlinse dessen Wände berühren. Da es, besonders bei kleinen Krystallen. wünschenswerth ist, ein möglichst grosses Gesichtsfeld zu haben, d. h. die Linsen denselben möglichst nähern zu können, so empfiehlt es sich, ein so schmales Oelgefäss zu nehmen, wie es in Fig. 666 gezeichnet ist. Bei einer grossen Platte dagegen kann man eher auf ein weites Gesichtsfeld verzichten, weil diese leichter zu centriren und zu justiren ist, und kann daher für solche ein zweites Oelgefäss verwenden, weit genug, um sie darin umdrehen zu können, d. h. etwa mit dem doppelten Abstande der beiden Glaswände von dem des ersten. Uebrigens sind, wie bereits S. 696 erwähnt wurde, in den neueren Fuess'schen Apparaten die Brennweiten der Linsen so gewählt, dass man auch nach Wegnahme je der am Oelgefäss nächsten Linse der Systeme o und n noch ein recht grosses Gesichtsfeld hat und doch ein weiteres Oelgefäss einfügen kann.

Zur Messung des Axenwinkels in höherer Temperatur bringt man an Stelle des Oelgefässes ein metallenes Luftbad, d. h. einen parallelepipedischen Kasten, von ca. 22 cm Länge und 5 cm Höhe, mit zwei, bis 300° getheilten Thermometern und einer in der oberen Fläche befindlichen Oeffnung zur Einführung der Pincette mit dem Krystall; jene kann alsdann mit einem die Pincette umfassenden Metallscheibchen wieder geschlossen werden. Dieser Kasten wird (mit seiner Längsrichtung senkrecht zur Zeichnungsebene der Fig. 666) an Stelle des Oelgefässes so auf den Träger aufgesetzt, dass ein an seiner Unterseite befindlicher dicker Messingstift in eine Oeffnung des Trägers eingreift und durch die in Fig. 666 sichtbare Schraube fest-

geklemmt wird. Der Kasten wird von seinen beiden, ca. 10 cm auf beiden Seiten des Axenwinkelapparates hervorragenden Enden durch zwei Flammen erhitzt. In der Mitte der beiden grossen Wände befindet sich je ein Fenster, durch eine eingesetzte planparallele Glasplatte gebildet, an welche die Linsen des Instrumentes von beiden Seiten nahe herangeschoben werden. Um auch hier bei kleinen Krystallen den Vortheil eines grossen Gesichtsfeldes zu haben, andererseits aber auch grosse Krystalle frei umdrehen zu können, ist die Weite des mittleren Theils veränderlich, indem die beiden Metallscheiben, in welche je ein rundes Planglas eingesetzt ist und durch eine kleine Feder festgehalten wird (um es austauschen zu können, wenn es ja einmal durch zu schnelles Erhitzen springen sollte), in röhrenförmigen Ansatzstücken, welche in das Innere des Kastens hineinreichen, mittelst eines Schlüssels hereingeschraubt und dadurch einander genähert oder so weit herausgeschraubt werden können, bis sie sich in einer Ebene mit den Seitenwänden des Erhitzungskastens befinden. Man schraubt die beiden Fenster für jede Messung in denjenigen gegenseitigen Abstand, welcher den Dimensionen der Krystallplatte entspricht, bringt den Kasten durch Verschiebung des Trägers in die richtige Höhe, führt die Platte mit dem untersten Theil der Pincette hinein und centrirt und justirt ganz ebenso wie in freier Luft; alsdann schliesst man die obere Oeffnung und erhitzt das Luftbad von unten her durch zwei kleine Flämmchen, bis der Stand der Thermometer constant geworden ist; etwa eine halbe Stunde später notirt man denselben und führt die Messung des Axenwinkels ganz so aus wie bei gewöhnlicher Temperatur. Verträgt der Krystall einen höheren Wärmegrad, so vergrössert man nun die Flammen und wiederholt den Versuch.

Um sich davon zu überzeugen, dass die zur Messung des Axenwinkels benutzte Platte normal zur Mittellinie der Axen sei, genügt es in den meisten Fällen, dass man sie auf den Krystallträger des verticalen Polarisationsinstrumentes auflegt und sieht, am besten in homogenem Licht, ob der Mittelpunkt des Lemniscatensystems mit demjenigen des Gesichtsfeldes (dem Nullpunkt des Mikrometers) zusammenfällt. Will man jedoch genau ermitteln, ob beide optische Axen denselben Winkel mit der Normale der Platte einschliessen, was der Fall sein muss, wenn diese genau senkrecht zur Mittellinie ist, so kann man dies auf folgende Weise: In das Ocularrohr des Axenwinkelapparates Fig. 666 (resp. 667) wird nach Wegnahme des Nicols *w* ein, den Fuess'schen Apparaten beigegebenes, geschwärztes kleines Rohr so eingeschoben, dass ein Ausschnitt, welcher an einer Seite desselben befindlich ist, gerade mit einem der beiden rectangulären Schlitze des Ocularrohrs coincidirt; jenes Rohr enthält eine kleine Spiegelglasplatte, welche man von vorn mittelst eines in die Fassung einzusteckenden Stahlstäbchens drehen kann. Lässt man nun das Licht einer seitlich aufgestellten Flamme durch den Schlitz *z* fallen und von dem unter 45° Neigung aufgestellten Spiegel parallel der Axe des Instrumentes reflectiren, bis es an die

Oberfläche der Krystallplatte gelangt, so wird es hier (besonders wenn man hinter die Platte mattes schwarzes Papier schiebt) in derselben Richtung zurückgeworfen, wenn jene polirte oder mit Glas bedeckte Oberfläche genau senkrecht zur Axe des Linsensystems steht. Man wird also im andern Falle das von der Platte reflectirte Bild der Glasmikrometerstriche neben dem direct gesehenen Bilde erblicken und beide durch Drehen der Krystallplatte (mittelst des Armes *D* Fig. 666) zur Deckung zu bringen haben. Nachdem man bei dieser Stellung den Nonius abgelesen, hat man einzeln die Einstellungen der beiden Axen vorzunehmen; ist die Platte genau senkrecht zur Mittellinie, so ist die erstere Einstellung das Mittel zwischen den beiden letzten*). Dieselbe Methode ist auch anwendbar, wenn man zu dem S. 691 angeführten Zwecke die scheinbare Abweichung eines durch eine Fläche sichtbaren Axenbildes von der Normale der Fläche messen will. Man kann diese Bestimmung, gemäss einem älteren Vorschlage von Neumann, noch genauer, als es mit dem Axenwinkelapparat möglich ist, ausführen mit dem Fuess'schen Goniometer Nr. 2, wobei man folgendermassen verfährt: Die Krystallplatte wird zuerst justirt und zwar mit derjenigen Schraube des Justirapparates, zu welcher senkrecht sie auf dem Goniometer befestigt ist; alsdann wird das Signal des Collimators durch ein Rohr mit einer einfachen Linse ersetzt und auf dieses das Beleuchtungsrohr mit eingeschobenem Nicol (s. S. 625), dessen Hauptschnitt auf 45° gestellt wird, aufgesetzt; ebenso wird vor dem Ocular γ der drehbare Nicol (s. S. 669) angebracht und mit dem ersteren gekreuzt. Durch Drehen der justirten Platte in ihrer Ebene mit Hülfe der zweiten Justirschraube kann man bewirken, dass die Strahlen, welche einer optischen Axe parallel durch die Platte gehen, in die horizontale, dem Limbus parallele Ebene fallen, also beim Drehen der inneren Axe in die Richtung des Collimators gebracht werden können. Richtet man nun das mit einem Nicol montirte Beobachtungsfernrohr ebenfalls auf den Collimator (welche Position vor dem Wegnehmen des Signalspaltes genau bestimmt worden ist), so erblickt man die dunkle Hyperbel mit dem innersten Theil der Interferenzringe und kann die erstere, durch Klemmung der Axe und Feinstellbewegung, mit dem Fadenkreuze zur Deckung bringen. Indem man die Platte in ihrer Position fixirt lässt, hat man nun die Klemmschraube am Nonienkreise zu lösen und diesen mit dem Beobachtungsfernrohre zu drehen, bis das von der Rückseite gespiegelte Bild des inzwischen wieder eingesetzten Collimatorsignals im Fernrohre erscheint. Diese Position, am Kreise abgelesen und mit der des Collimators verglichen, ergiebt die Richtung der Normale der Platte, welche letztere selbstverständlich genau planparallel sein muss. Dass man in der soeben beschriebenen Zusammen-

*) Es ist klar, dass eine solche Prüfung ganz unnöthig ist, wenn die Platte von natürlichen Krystallflächen gebildet wird, welche vermöge der Symmetrie des Krystalls die erforderliche Lage haben müssen, oder wenn nur eine derartige Fläche vorhanden ist, weil man alsdann die zweite, durch Schleifen herzustellende, mit dem Goniometer auf ihren Parallelismus mit der ersten prüfen kann.

setzung das Goniometer Nr. 2 auch als einen sehr genauen Axenwinkelapparat benutzen kann, folgt aus dem Gesagten von selbst.

Eine sehr bequeme Methode zur Bestimmung des Winkels zwischen der scheinbaren Richtung einer optischen Axe und der Normale zur Austrittsfläche des Lichtes, d. h. zur allgemeinsten Lösung der Frage nach der Stellung der Ebene der optischen Axen in einem triklinen Krystall (vergl. S. 692) gab Dufet an: In den Axenwinkelapparat wird statt des planparallelen Oelgefässes eine cylindrische Cuvette von mattem Glase eingesetzt, welche vorn (nach dem Beobachter zu) eben geschliffen und polirt ist und mit einer stark brechenden Flüssigkeit (Bromnaphtalin) gefüllt wird. Da in diese Cuvette von rückwärts zerstreutes Licht eindringt, so kann man nicht nur das Interferenzbild einer optischen Axe durch eine eingefügte Krystallplatte beobachten, sondern auch die Grenzen der totalen Reflexion an derselben, wie bei dem Kohlrausch'schen Totalreflectometer (S. 658). Das Mittel der Einstellungen dieser Grenzen von beiden Seiten liefert aber die Richtung der Normale der Platte, und wenn letztere so justirt ist, dass das beobachtete Axenbild ebenfalls eingestellt werden kann, ist dadurch der Winkel, welchen die demselben entsprechenden Strahlen mit der Normale der Platte einschliessen, gegeben. Oft zeigt eine beliebige Platte eines triklinen Krystalls in Bromnaphtalin sogar die Bilder beider Axen und gestattet daher, den Winkel einer jeden derselben zur Plattennormale zu messen. Wird alsdann nach derselben Methode auch der Winkel bestimmt, welchen eine der beiden optischen Axen nach dem Austritt der Strahlen aus einer andern Fläche des Krystalls, deren Orientirung zur ersten natürlich bekannt sein muss, mit deren Normalen bildet, so kann die vollständige optische Orientirung berechnet werden, wenn der mittlere Brechungsindex und der wahre Winkel der optischen Axen bekannt sind. Die letzteren Grössen können unter Anwendung der gleichen Methode festgestellt werden mit einer ungefähr senkrecht zur ersten Mittellinie der optischen Axen geschliffenen Krystallplatte, deren Axenebene horizontal gestellt wird, indem der Winkel der Totalreflexion der senkrecht schwingenden Strahlen (aus welchem die mittlere Lichtgeschwindigkeit folgt) und ausserdem die Neigung der beiden optischen Axen zu einander und die jeder derselben zur Plattennormale gemessen werden (H. Dufet, Bull. soc. franç. d. Minéralogie 1890, **13**, 341; Zeitschr. f. Kryst. **21**, 287).

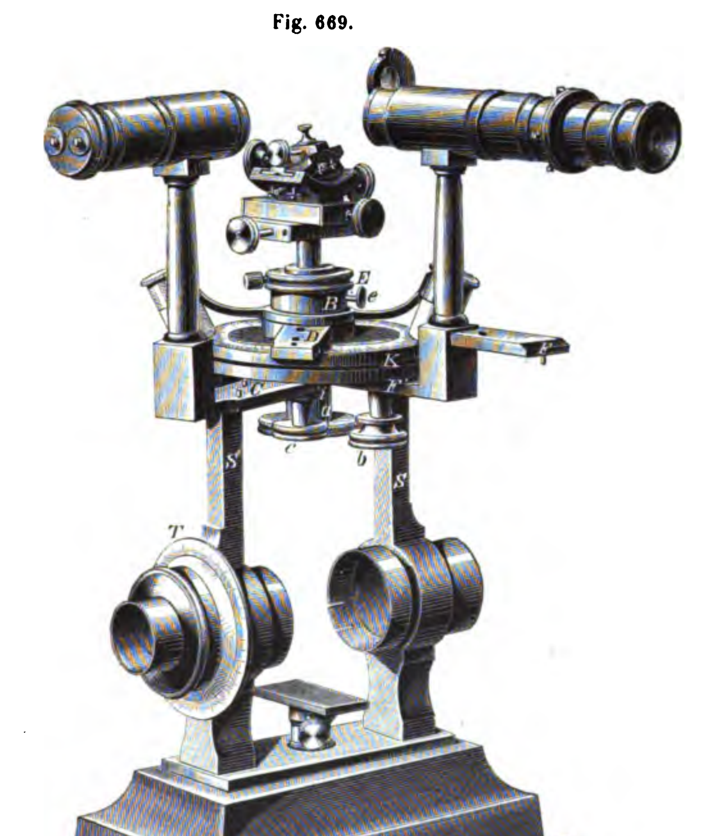
Der zum Universalapparat gehörige, in Fig. 666 dargestellte Axenwinkelapparat kann auch zur Messung der durch eine Krystallplatte hervorgebrachten Drehung der Polarisationsebene des Lichtes benutzt werden. Zu diesem Zwecke werden aus dem Rohre *f* die Sammellinsen *n* entfernt, um paralleles Licht zu erhalten, und das Rohr *u* mit seinem gesammten Inhalt herausgezogen. Statt des letzteren wird auf das links von *T* hervorragende feste Rohrstück eine den Apparaten beigegebene Kappe aufgesetzt, welche in den Fig. 669 und 670 mit abgebildet ist, und in diese das Nicolrohr *w* so eingesetzt, dass Analysator und Polarisator das Maximum der

Dunkelheit zeigen, d. h. so genau als möglich gekreuzt sind. *T* besitzt eine Kreistheilung, auf welcher diese Stellung mittelst einer am Rande der Kappe angebrachten Nonientheilung abgelesen werden kann; ist dies geschehen, so wird letztere wieder entfernt und das Rohr *u* ohne Nicol, aber mit der S. 715 beschriebenen kleinen Spiegelglasplatte, eingesetzt. Die nunmehr in der Pincette befestigte Krystallplatte wird jetzt mit Hülfe des dort beschriebenen Verfahrens genau senkrecht zur Axe des Instrumentes gerichtet, weil sonst die Strahlen dieselbe in einer schiefen Richtung, in welcher sie eine grössere Dicke besitzt, durchsetzen würden. Nachdem dies geschehen und das Rohr *u* wieder durch die Kappe mit dem Nicol ersetzt worden ist, erscheint jetzt durch die in den Gang der Lichtstrahlen eingefügte circularpolarisirende Platte das Gesichtsfeld aufgehellt, und man muss um denselben Winkel, um welchen sie die Polarisationsebene dreht, in dem gleichen Sinne die Kappe mit dem Nicol nachdrehen, um wieder Dunkelheit zu erzeugen. Hat man bei Abnehmen und Aufsetzen der Kappe die Stellung des Nicols in derselben nicht verändert, weshalb man sie immer an dem gekerbten Rande des weiteren Theiles anfassen muss, so ergiebt die Differenz der Dunkelstellung vor und nach Einfügung der Krystallplatte deren Drehung für das Licht der angewandten, selbstverständlich monochromatischen Flamme. Die Auslöschungsposition findet man am genauesten, wenn man auf den Eintritt der maximalen Dunkelheit einmal von rechts, einmal von links her einstellt und von beiden so erhaltenen Ablesungen das Mittel nimmt.

§ 24. **Einrichtung des optischen Universalapparates als Goniometer und Refractometer.** Der Kreis *K* des Axenwinkelapparates, welcher auch bei der einfacheren Form (Fig. 666) mittelst der Nonien eine Ablesung auf 1′ gestattet, kann zu einem sehr brauchbaren kleinen Goniometer benutzt werden. Die Zusammensetzung dieses Instrumentes zeigt die perspectivische Ansicht Fig. 669 in $\frac{1}{3}$ nat. Grösse. An den festen Kreis *K* wird von unten her der Arm *F′* eines Beobachtungsfernrohres (mit Vorsatzlupe zum Centriren) mittelst der Schraube *b* angeschraubt; die radiale Stellung des Armes *F′* wird durch zwei kleine Stellstifte, welche in zwei entsprechende Oeffnungen der Unterseite des Kreises passen, bestimmt. In den Conus *E* wird eine cylindrische Axe eingeschoben, welche oben eine vollständige Fuess'sche Centrir- und Justirvorrichtung trägt und durch die kleine, im obersten Theile von *E* befindliche Schraube (vergl. auch den Durchschnitt Fig. 666) in der erforderlichen Höhe fixirt wird; an das untere Ende von *E* wird dagegen ein stärkerer Cylinder *a* mit einer am Rande gekerbten Scheibe zu bequemerer Drehung angeschraubt; mit diesem bewegt man beim Centriren und Justiren den Conus *E* (nachdem man die Schraube *e* gelöst hat) und mit ihm die innere Axe, auf welcher sich der Krystall befindet. Beginnt man die eigentliche Messung, so hat man *e* wieder anzuziehen und den Arm *D* mittelst der daran befestigten Klemmschraube

(in der Figur der Deutlichkeit wegen fortgelassen) zu drehen; der Träger des Fernrohres ist so construirt, dass er der Klemmschraube freien Durchgang gestattet, daher man *D* und somit den Krystall ungehindert um 360° drehen kann. Mittelst einer zweiten Durchbohrung des Kreises wird der mit einem Websky'schen Spalt ausgerüstete Collimator fest mit dem Theilkreise verbunden. Zu dem Zwecke wird in die weite Oeffnung des Trägers *C* eine,

Fig. 669.

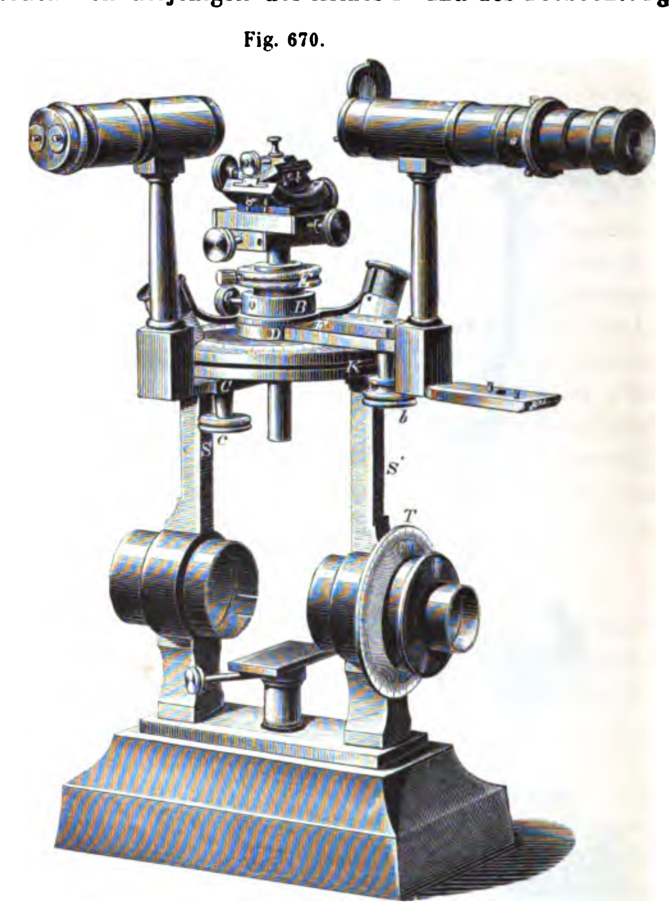


in der Fig. mit *i* bezeichnete runde geschwärzte Messingscheibe eingelegt, durch diese die Schraube *c* hindurchgesteckt und in die Kreisplatte eingeschraubt, wobei man dem Arm *C* und damit dem Collimator eine möglichst genau radiale Richtung zum Kreise geben muss.

Will man das Goniometer zur Messung von Brechungsindices benutzen, so wird, wie Fig. 670 zeigt, der Träger des Beobachtungsfernrohrs umgekehrt aufgesetzt, d. h. der Arm *F* auf dem beweglichen Arme *D* festgeschraubt; steckt man zu dem Zwecke das Fernrohr in entgegengesetzter Richtung in seine Hülse, so hat es nunmehr genau die gleiche Lage, wie

in Fig. 669, nur dass es jetzt mit D und den Nonien um den Mittelpunkt des Kreises K drehbar ist, und daher seine Drehung abgelesen werden kann. Das Prisma, dessen Brechungsindex gemessen werden soll, wird, wie in der Zusammensetzung Fig. 669, auf den Tisch der Centrir- und Justirvorrichtung aufgesetzt; seine Drehung muss aber jetzt unabhängig gemacht werden von derjenigen des Armes D und des Beobachtungsfernrohrs.

Fig. 670.



Dies ist dadurch erreicht, dass der Arm C des Collimators jetzt in anderer Weise an den Kreis angeschraubt wird, als vorher, nämlich so, dass die beiden in Fig. 669 sichtbaren Stellstifte in zwei entsprechende Oeffnungen an der Unterseite der Kreisplatte K eingreifen und daher der weite kreisförmige Ausschnitt von C, in welchen vorher die Metallplatte i gelegt war, unter die Mitte des Kreises kommt; in diesen mit Schraubengewinde versehenen kreisförmigen Ausschnitt wird der Conus E eingeschraubt*). Da

*) Bei der Zusammensetzung des Instrumentes muss der Conus E herausgenommen werden, ehe man den Collimator anschraubt, und darf erst, wenn dies geschehen, wieder eingesetzt werden.

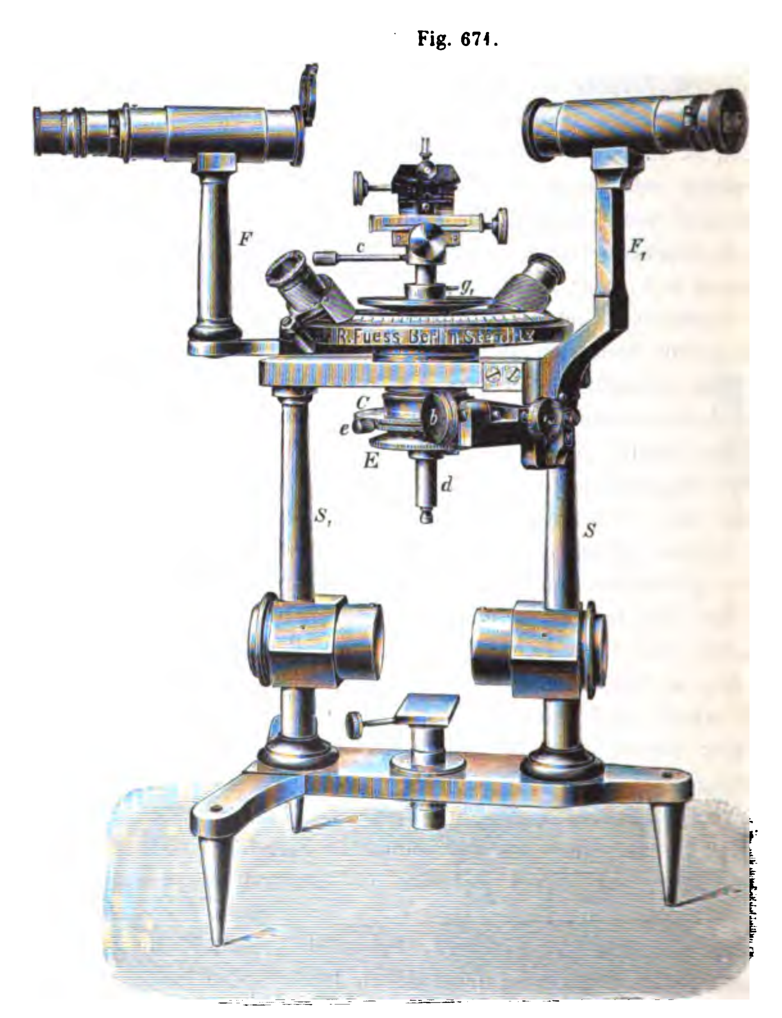
der Arm *C* der Unterseite des Kreises unmittelbar anliegt, so berührt der Conus *E*, selbst wenn er ganz fest eingeschraubt wird, noch nicht sein Lager, die Hülse *B*, ist also jetzt von deren Drehung vollkommen unabhängig. Dabei bleibt aber die innere Axe für sich immer noch drehbar (und zwar dadurch, dass man das kleine, im Conus *E* befindliche Schräubchen löst), so dass man das aufgesetzte Prisma bequem centriren, justiren und in diejenige Stellung bringen kann, in welcher es das Minimum der Ablenkung zeigt.

Das soeben beschriebene Goniometer kann, wie S. 703 erwähnt, zugleich zur Bestimmung der Correction α bei der Stauroskopmessung dienen, und zu diesem Zwecke das Beobachtungsfernrohr mit einem feinen Strichmikrometer versehen werden. Um dessen Strichwerth in Winkelmaass zu bestimmen, d. h. ausfindig zu machen, welchen Winkel zwei Bündel paralleler Strahlen mit einander einschliessen, deren Bilder im Gesichtsfelde einen Abstand von 1 Theilstrich haben, wählt man die in Fig. 669 dargestellte Zusammensetzung des Goniometers, setzt auf den Krystallträger einen Körper mit einer vollkommen ebenen spiegelnden Fläche, z. B. eine der zum Stauroskop gehörigen Glasplatten, auf, bringt diese Fläche durch [illegible]tiren genau über den Mittelpunkt des Kreises und justirt sie, so dass [illegible]eben derselben das von ihr reflectirte Bild des Collimatorsignals [illegible]er horizontalen Mittellinie des Mikrometers durch das Gesichtsfeld [illegible]rohrs läuft. Alsdann dreht man den Arm *D*, wie bei einer gewöhn[illegible] Krystallmessung, stellt das Bild des Signals auf zwei benachbarte [illegible]riche des Mikrometers und liest beidemal den Nonius ab. Die Differenz beider Ablesungen ist, wie eine einfache Betrachtung lehrt, die Hälfte des gesuchten Winkels. Da man den Strichwerth des Mikrometers nur ein für alle mal bestimmt, und der Fehler der Messung durch die Multiplication mit 2 verdoppelt wird, so stelle man alle Striche von — 5 bis + 5 ein, so dass man die Ablesungen für 10 gleich gross sein sollende Intervalle erhält, und nehme von diesen das arithmetische Mittel.

Bei der Bestimmung der Stauroskopcorrection hat man, wie S. 703 auseinandergesetzt wurde, die beiden Fernröhre unter einem Winkel von genau 90° zu stellen. Zu diesem Zwecke bedient man sich der Zusammenstellung des Instrumentes als Refractometer Fig. 670, richtet das drehbare Beobachtungsfernrohr direct auf das Collimatorsignal und liest die entsprechende Position am Nonius ab; dann dreht man dasselbe seitlich, bis die Nonien eine um 90° grössere, resp. kleinere Ablesung liefern, und klemmt es in dieser Stellung fest; durch Drehen der inneren Axe, welche die Centrir- und Justirvorrichtung trägt, werden dann die von der Stauroskopplatte und dem aufgesetzten Krystall gespiegelten Signalbilder in das Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohres gebracht. Uebrigens können auch durch geeignet angebrachte Bohrungen in der Kreisplatte beide Fernröhre mit letzterer unter einem Winkel von 90° (statt 45°, wie es Fig. 669 darstellt) fest verbunden und diese Zusammenstellung des Instrumentes als Goniometer benutzen werden.

Die in Fig. 667 (S. 711) abgebildete neue Form des Fuess'schen Axenwinkelapparates gestattet alle im Vorhergehenden erwähnten goniometrischen Methoden in derselben Weise und mit der gleichen Genauigkeit auszuführen, wie das horizontale Reflexionsgoniometer Nr. 2 derselben Firma. Man hat alsdann nur die in jener Figur am unteren Ende der Axe d befindliche Centrir- und Justir-Vorrichtung in der gleichen Weise (mittelst der Schraube c am oberen Ende derselben anzuschrauben und erhält dann die in Fig. 671

Fig. 671.



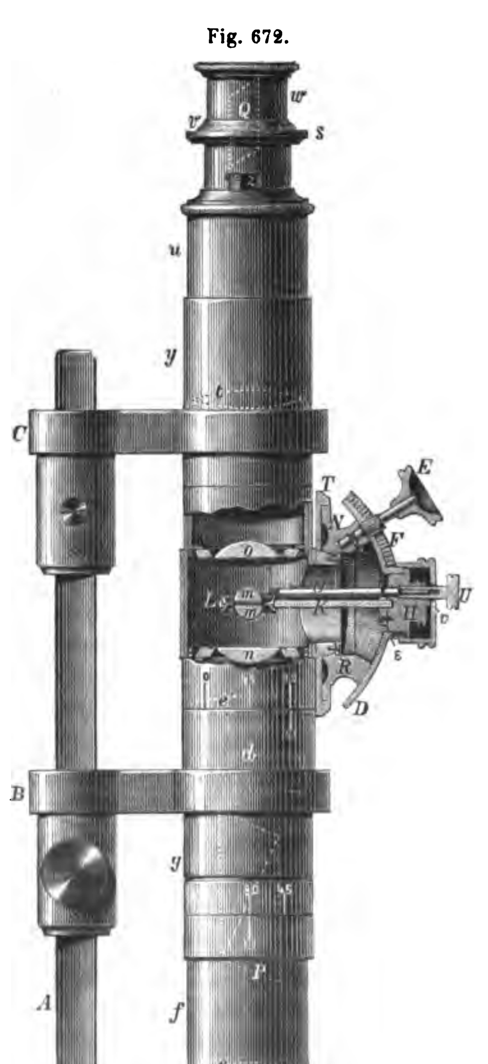
wiedergegebene Zusammenstellung des Instrumentes (in welcher die im vorliegendem Falle nicht verwendete Konoskopvorrichtung aus dem unteren Theile des Statives weggelassen ist). Die Axe d kann mittelst eines Schlüssels und des Schräubchens g' in jeder beliebigen Höhe fixirt werden. Der feste Collimator F' und das bewegliche Beobachtungsfernrohr F sind dieselben, wie bei dem gewöhnlichen Fuess'schen Goniometer (Fig. 633 S. 619) und können

mit den gleichen Signalen und Ocularen ausgestattet werden. Wie bei jenem Instrumente, ist auch hier das Beobachtungsfernrohr mit dem Nonienkreise fest verbunden; die gemeinsame Drehung beider kann durch eine in der Figur nicht sichtbare Schraube, welche von rückwärts durch die obere Querverbindung der beiden Säulen SS' des Stativs geht, in jeder Stellung arretirt werden. Die Drehung des Theilkreises erfolgt mittelst der Scheibe C, die Feinstellung desselben, nach Anziehen der Klemmschraube a, durch die Mikrometerschraube b. Endlich ist auch hier, wie bei dem Goniometer Modell Nr. 2, unabhängig von jenen Bewegungen der Krystallträger für sich drehbar durch die Scheibe E, so dass ein auf dem Instrumente befindliches Prisma auf das Minimum der Ablenkung eingestellt werden kann; die betreffende Axe, in deren Durchbohrung sich d befindet, kann fixirt werden durch das Schräubchen e, welches den gleichen Zweck erfüllt, wie l in Fig. 633. Die Vergleichung dieser Figur mit der a. vor. S. zeigt die Uebereinstimmung beider Instrumente in allen wesentlichen Punkten und erleichtert den Einblick in die durch Fig. 671 dargestellte Construction.

§ 25. **Der Adams'sche Polarisations- und Axenwinkelapparat.** Um ein grösseres Gesichtsfeld zu erhalten und den Winkel der optischen Axen auch in solchen Fällen noch messen zu können, in welchen derselbe einen sehr grossen Werth besitzt, änderte W. G. Adams das Polarisationsinstrument für convergentes Licht dahin ab, dass er die oberste der Sammellinsen n des verticalen Apparates (Fig. 658) und die unterste der Objectivlinsen o fast halbkugelförmig machte und beide mit der dazwischen eingeklemmten Krystallplatte zu einem für sich drehbaren Ganzen verband, welches die Gestalt einer vollständigen Kugel besitzt. Die Folge davon ist, dass die diametral durch dieses System hindurchgehenden Lichtstrahlen, in welcher Richtung sie auch den Krystall passirt haben, aus der oberen Linse senkrecht zu deren Oberfläche heraustreten und daher keine Brechung erleiden. Klemmt man die Objectplatte derart zwischen die beiden Linsen ein, dass sich zwischen ihr und den letzteren beiderseits eine dünne Schicht einer stark brechenden Flüssigkeit (z. B. Cassiaöl oder Bromnaphtalin) befindet, so werden selbst sehr schief durch den Krystall hindurchgehende Strahlen an der Grenzfläche desselben nicht total reflectirt, und nimmt man für die Linsen stark brechendes Flintglas, so wird, wenn der mittlere Brechungsindex der Platte ein kleinerer als derjenige der Linsen ist, der Axenwinkel beim Austritt in das Glas (durch die zwischenliegende Flüssigkeitsschicht wird er nicht geändert, weil diese planparallel ist) sogar im Verhältniss zum wahren ($2V$) noch verkleinert. Dreht man nun das System mit der Platte, so kann man jedes der Axenbilder in die Mitte des Gesichtsfeldes bringen und daher mit diesem Instrumente, da beim Austritt der Strahlen aus der oberen Linse des Systems keine weitere Brechung stattfindet, den »scheinbaren Axenwinkel in Glas« (d. h. in dem stark brechenden Flintglas der Linsen) messen. Da nun durch die fast halbkugel-

förmig gekrümmten Linsen das Gesichtsfeld ein sehr grosses wird, so sind durch einen solchen Apparat die optischen Axen, auch wenn ihr Winkel ein so beträchtlicher ist, dass die Platte, im gewöhnlichen Polarisationsinstrumente untersucht, keine Axenbilder mehr zeigen würde, noch der Beobachtung und sogar der Messung zugänglich.

Fig. 672.

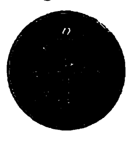


Nach dem vorstehend beschriebenen Principe und nach Angaben von A. Březina construirte der Mechaniker Schneider in Wien ein Instrument, welches die nöthigen Drehungen des mittleren Linsensystems getrennt vorzunehmen und zu messen gestattet, und da die von dem Genannten gelieferten Apparate die ersten waren, welche Verbreitung fanden, so werden dieselben auch vielfach als »Schneider'sche Polarisationsinstrumente« bezeichnet. Durch weitere Verbesserungen brachte endlich Fuess die Apparate in diejenige Form, welche jetzt wohl als die vollkommenste anzusehen ist, und in der sie an dieser Stelle beschrieben werden mögen.

An einem Stativ von genau derselben Form, wie sie dasjenige des verticalen Polarisationsinstrumentes Fig. 658 besitzt, ist in gleicher Weise ein Spiegel angebracht, und über diesem an zwei Trägern B und C die optischen Theile des Apparates, welche in Fig. 672 in $\frac{2}{3}$ nat. Grösse so abgebildet sind, dass die wichtigste mittlere Partie im verticalen Durchschnitte erscheint. Von dem Spiegel senkrecht reflectirt, treten die Lichtstrahlen in das Polarisatorrohr f, welches, dem ebenso bezeichneten in Fig. 658 gleichend, einen grossen Nicol P enthält und oben durch eine Spiegelglasplatte d, unten durch eine Linse e geschlossen ist. Wird dasselbe in das mit dem Träger B fest verbundene Rohr g, welches den Stellungen 0°, 45°, 90° entsprechende Marken trägt, so eingeschoben, wie es die Figur darstellt, dass nämlich die

am drehbaren Rohre f befindliche Marke auf 90° gestellt ist, so fällt der Hauptschnitt des Polarisators mit der Zeichnungsebene der Fig. 672 zusammen. Ebenso wie g mit B, so ist auch das Rohr y mit dem Träger C in fester Verbindung, während zwischen g und y das grösstentheils im Durchschnitt dargestellte mittlere Rohrstück um die Axe des Instrumentes gedreht und auch ganz herausgenommen werden kann, wenn man, nachdem der Spiegel zur Seite gedreht ist, die Schraube des Trägers B löst und letzteren an der dreikantigen Stahlschiene A abwärts schiebt (der andere Träger C ist an A festgeschraubt). Dieses Mittelstück passt mit einem kurzen vorspringenden Theile, in welchem sich die der unteren e correspondirende Linse e' befindet, in den oberen Rand des festen Rohres g und kann in diesem gedreht werden, so dass die auf letzterem angebrachte Marke mit einer der Marken 0°, 45°, 90° des drehbaren Mittelstückes zur Coincidenz gebracht werden kann. Ueber e' befindet sich die Sammellinse n und in entsprechender Entfernung vom oberen Ende die Objectivlinse o, auf deren Unterseite durch Einritzen und Schwärzen das in Fig. 673 dargestellte Liniensystem angebracht ist, welches als Fadenkreuz dient. Zwischen die beiden zuletzt erwähnten Linsen wird nun die kugelförmige Linsencombination m mit der Krystallplatte in sogleich zu beschreibender Weise eingefügt. In den obersten Rand des Mittelstückes passt wieder der untere des festen Rohres y mit einem angesetzten kurzen Theil von etwas geringerem Durchmesser, so dass nach dem Hinaufschieben des Trägers B bis zum vollständigen Ineinanderpassen der drei Rohre das mittlere durch g und y so festgehalten wird, dass es nur um die Axe des Instrumentes drehbar ist. In das obere feste Rohr y wird das die Ocularlinse t enthaltende, nicht drehbare Rohr u eingeschoben, dessen oberster Theil zu demselben Zwecke, wie am gewöhnlichen verticalen Polarisationsinstrumente, einen Schlitz z besitzt, welcher je nach Bedarf geöffnet oder geschlossen werden kann. Auf dem oberen Rande s des Ocularrohres, welcher eine Marke trägt, schleift die auf einer conischen Fläche v angebrachte Theilung des eingesetzten Rohres w; der im Innern des letzteren befindliche Analysator Q ist mit dem Polarisator gekreuzt, wenn der Nullpunkt der Theilung mit der Marke zusammenfällt.

Fig. 673.



Das Eigenthümliche des Apparates gegenüber dem gewöhnlichen verticalen Polarisationsinstrumente ist nun die Construction des in Fig. 672 im Durchschnitt dargestellten Mittelstückes. Mit dem zu ihm gehörigen, bereits beschriebenen Rohrstück ist seitlich ein senkrechter Theilkreis T fest verbunden, dessen Axe in die Zeichnungsebene fällt, welcher daher in einem senkrechten Durchschnitte durch die Mitte erscheint, eine Stellung, welche durch Drehen des mittleren Rohres bis zur Coincidenz der Marken genau bewirkt werden kann. In die Fläche dieses Theilkreises ist eine drehbare Scheibe N eingelassen, welche an zwei gegenüberliegenden Stellen eine Nonientheilung zur Ablesung des Kreises (auf 1') besitzt. T hat in der

Mitte einen weiten Ausschnitt, welchen ein nach aussen conisch abfallender kurzer Cylinder umgiebt; der auf diesen aufgeschraubte Ring hält die ringförmig in *T* eingelassene Nonienscheibe *N* in der breiten, kreisförmigen Rinne des Theilkreises fest. Die Drehung dieser Scheibe erfolgt durch den fest damit verbundenen breiten Knopf, dessen Gestalt aus dem Durchschnitte *R* ersichtlich ist. Das hohle Innere desselben ist bedeckt mit einer Messingplatte, welche die Gestalt eines kreisförmigen Stückes der Fläche einer Kugel hat, deren Centrum in der Mitte des Linsensystems *m* liegt. Von dieser mit vier Schräubchen auf dem dicken Rande von *R* befestigten Platte ist, wie man aus der von rechts aufgenommenen Ansicht Fig. 674 ersehen kann, der mittlere Theil herausgeschnitten. und zwischen den beiden abgeschrägten Seitenflächen der zurückgebliebenen Stücke eine schienenartige Platte *D* von derselben Krümmung, aber grösserer Länge mittelst des mit dem Knopfe *E* verbundenen kleinen Zahnrades verschiebbar. Wie aus der nebenstehenden Figur hervorgeht, trägt diese bogenförmige Schiene auf einer Seite ein Stück Kreistheilung, so dass vermittelst der an dem festen, links anliegenden Stücke angebrachten Marke der Winkelwerth der durch die Schraube *E* bewirkten Verschiebung der Schiene *D*, d. h. ihrer in der Ebene des Durchschnittes Fig. 672 stattfindenden Drehung um das Centrum der Linsen *m*, gemessen werden kann. Wenn die Marke auf 0 steht, so befindet sich *D* in der durch Fig. 672 wiedergegebenen Stellung, von welcher aus nach beiden Seiten der Schiene *D* eine Drehung von je 11° gestattet ist. In der Mitte trägt dieselbe nun einen cylindrischen Aufsatz mit einem Schraubengewinde, auf welches die Kappe *c* aufgeschraubt ist; die in Fig. 674 sichtbare Oberseite der letzteren hat einen schlitzförmigen Ausschnitt, durch welchen der kleine Schlüssel *U* gesteckt werden kann. Zieht man diesen heraus und schraubt die Kappe ab, so erblickt man den mit dem Schlüsselloch versehenen Messingcylinder *H*, dessen vorspringender engerer Theil einen doppelten gekerbten Rand zeigt. *H* passt in den cylindrischen Aufsatz der Schiene *D* nur in einer, durch einen kleinen Stift *ε* bestimmten, Stellung und trägt das in das Innere des Instrumentes hineinragende Stahlstück *K*; dieses läuft am Ende in einen Ring *L* aus, welcher die durch Verschraubung mit einander verbundenen Fassungen der Linsen *m* so umgiebt, dass das Linsensystem mit der darin enthaltenen Krystallplatte in dem Ringe um die senkrechte Axe des Instrumentes gedreht werden kann. Diese Drehung erfolgt von aussen mittelst des Schlüssels *U* und des Stahlstäbchens *O*, dessen Ende ein kleines Zahnrad bildet, welches in den gezähnten oberen Rand der Linsenfassung eingreift.

Fig. 674.



Der Gebrauch des Instrumentes ist nun folgender: Nachdem man den Schlüssel *U* herausgezogen und die Kappe *v* abgeschraubt hat, zieht man den Messingcylinder *H* und mit ihm das mittlere Linsensystem vorsichtig

heraus, legt dasselbe umgekehrt auf eine weiche Unterlage und schraubt die untere (jetzt nach oben gekehrte) Linse *m* heraus; auf die dadurch frei gewordene obere Seite der andern Linse legt man nun die zu untersuchende Krystallplatte, deren Dicke nicht viel über einen Millimeter betragen darf, und klemmt sie durch Wiedereinschrauben der ersten Linse zwischen beiden mit schwachem Drucke ein; um ein Verschieben derselben zu vermeiden, ist es gut, sie am Rande, wo sie auf der Fassung der Linse aufliegt, an dieser mit etwas Wachs zu fixiren. Platten von geringerer Dicke, als der Abstand der zusammengeschraubten Linsen beträgt, bedeckt man mit einem oder mehreren Glasplättchen von der erforderlichen Grösse, damit sie nach dem Zusammenschrauben fest zwischen den Linsen liegen. Um beim Drehen Totalreflexion zu vermeiden, ist es in allen Fällen zu empfehlen, zwischen Linsen und Krystall, resp. auch zwischen diese und die eingelegten Glasplatten, dünne Oel- oder Bromnaphtalin-Schichten zu bringen. Nachdem so die zu untersuchende Platte gut eingeklemmt zwischen den Linsen angebracht ist, wobei man bei einem kleinen Präparate nur darauf zu achten hat, dass es genau im Centrum des Linsensystems *m* liegt, bringt man dieses wieder an seinen Platz im Innern des Instrumentes, indem man den kleinen Stift ε (an der Seite von *H*) in den entsprechenden Ausschnitt des an *D* angebrachten kurzen Rohrstückes eingreifen lässt, dann die Kappe *v* wieder aufschraubt, wodurch *H* in seiner Lage festgehalten wird, und den Schlüssel *U* einsetzt. Hat man die oben erwähnten Stellungen der Marken, bei denen der Hauptschnitt des unteren Nicols mit der Zeichnungsebene der Fig. 672 zusammenfällt und der obere dazu gekreuzt ist, hergestellt, so erblickt man nun im Instrumente das Interferenzbild, etwa so wie Fig. 75 S. 103, mit irgend einem Winkel der Ebene der optischen Axen gegen die Nicolhauptschnitte, je nach der zufälligen Orientirung, welche man der Krystallplatte beim Einklemmen zwischen die Linsen gegeben hatte. Durch Drehen derselben in ihrer Ebene mittelst des Schlüssels *U* bringt man nunmehr die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme in diejenige Lage, bei welcher ihre Verbindungslinie senkrecht zur Ebene des Durchschnittes in Fig. 672 ist; diese Richtung ist im Gesichtsfelde durch eine der beiden gestrichelten, nicht bis zur Mitte reichenden Linien des festen Fadenkreuzsystems Fig. 673 gegeben; man hat also den Schlüssel *U* so lange zu drehen, bis beide Axenpunkte mit der erwähnten Linie zusammenfallen. Steht die Ebene der optischen Axen nicht senkrecht zur Oberfläche der Krystallplatte, so kann man durch die Drehung der letzteren in ihrer Ebene die Verbindungslinie der beiden Axenpunkte wohl parallel der erwähnten Linie des Fadenkreuzes stellen, aber nicht mit ihr zusammenfallen lassen; um das letztere zu erreichen, muss man schliesslich der Schiene *D* mittelst des Knopfes *E* die erforderliche Drehung ertheilen, und dadurch das centrale Linsensystem so weit neigen, dass die Ebene der optischen Axen senkrecht steht. Ist die Coincidenz jener beiden Linien hergestellt, d. h. fällt der horizontale schwarze Balken des Interferenzbildes, Fig. 74 S. 103, mit

der erwähnten Fadenkreuzlinie zusammen, so dreht man das ganze Mittelstück um 45° (bis zur Einstellung der betreffenden Marken) und erhält nun die Hyperbelfigur Fig. 76 S. 103. Hierbei ist aber die Verbindungslinie der beiden Axenpunkte unverändert im gleichen Faden und senkrecht zur Drehungsaxe der Scheibe N geblieben; dreht man also jetzt die letztere mittelst des breiten Knopfes R, so gelingt es, die Scheitelpunkte jeder der beiden dunkeln Hyperbeln auf den Schnittpunkt der beiden durchgehenden Linien des Fadenkreuzsystems einzustellen. Die zwischen beiden Einstellungen erfolgte und am Kreise T abgelesene Drehung der Scheibe N ist nach Früherem gleich dem Winkel der beiden optischen Axen in dem Flintglase der centralen Linsen. Der Brechungsindex der letzteren beträgt bei den Fuess'schen Instrumenten (nach einer Messung von Liebisch):

$$n = 1{,}5176 \text{ für } Na\text{-Licht.}$$

Kennt man also den mittleren Brechungsindex des Krystalls, so ist man im Stande, den wahren Axenwinkel desselben zu berechnen. Um etwaige Excentricitätsfehler bei der Messung zu eliminiren, kann man auch die Nonienscheibe N soweit drehen, dass die untere Linse nach oben gerichtet ist, alsdann von Neuem den Axenwinkel beim Austritt der Strahlen aus dieser messen und aus beiden Werthen das Mittel nehmen.

Auch zur Messung des Winkels zwischen je einer optischen Axe und der Normalen der Krystallplatte (vergl. S. 715) kann der Apparat gebraucht werden. Man nimmt zu diesem Zwecke den Nicol ab und ersetzt ihn, wie im Axenwinkelapparate (s. a. a. O.), durch eine schräggestellte Spiegelglasplatte, welche die Strahlen einer seitlich aufgestellten Flamme in der Axe des Instrumentes abwärts reflectirt; das von der Krystallplatte oder der ebenen Fläche der unteren Linse m gespiegelte Bild des Fadenkreuzes erkennt man durch Drehen des Linsensystems um eine seiner beiden horizontalen Drehungsaxen, bringt es durch die entsprechenden Bewegungen der Scheibe N und des Knopfes E mit dem direct gesehenen Fadenkreuze zur Deckung und liest diese Stellung, bei welcher die Normale der Platte genau mit der Axe des Instrumentes zusammenfällt, am Theilkreise T ab. Alsdann setzt man den Analysator wieder ein, dreht mittelst des Schlüssels U die Platte in ihrer Ebene so weit, dass das Bild einer optischen Axe in die zur Axe des Nonienkreises N senkrechte Linie des Fadenkreuzes fällt und bringt dasselbe dann durch Drehen von N in die Mitte des Fadenkreuzes. Die hierzu erforderliche, am Kreise T abgelesene Drehung ist offenbar der scheinbare Winkel (nach der Brechung in Glas) zwischen der Plattennormale und der optischen Axe.

Der Hauptvortheil des Instrumentes besteht aber in seiner Verwendbarkeit zur Aufsuchung der optischen Axen in Krystallen, welche im Nörremberg'schen Apparate dieselben nicht mehr im Gesichtsfelde erkennen lassen. Will man sich z. B. über die Lage der optischen Axen orientiren an einem monoklinen Krystalle, welcher nach einem der Axe b parallelen Pinakoide dünn tafelförmig ist, und zeigt dieser im gewöhnlichen Polarisations-

instrumente nur dunkle, beim Drehen der Platte das Gesichtsfeld durchlaufende Büschel, welche die Lage der Axenebene zweifelhaft lassen, so bringt man denselben in der angegebenen Weise in das vorstehend beschriebene Instrument und beleuchtet letzteres mit monochromatischem (Natrium-) Lichte. Man nimmt dann Interferenzcurven wahr, welche in Bezug auf die der Ebene (010) des Krystalls entsprechende Linie rechts und links gleichgestaltet sind. Durch Drehen der Platte in ihrer Ebene (mit dem Schlüssel *U*) bringt man zunächst jene Linie in die zur Drehungsaxe der Scheibe *N* senkrechte Richtung und dreht die letztere (und somit den Krystall um seine *b*-Axe) nach beiden Seiten; tritt hierbei kein Axenbild in das Gesichtsfeld, so ist anzunehmen, dass die Ebene (010) nicht diejenige der optischen Axen ist. Alsdann dreht man die Krystallplatte in ihrer Ebene um 90° und bewegt wieder den Nonienkreis nach beiden Seiten, nachdem man die Platte durch Drehung der Schiene *D* das eine Mal nach der einen, das andere Mal nach der andern Seite geneigt hat; ist die Ebene der optischen Axen senkrecht zu (010) und nicht allzu schief gegen die Normale der Platte geneigt, so gelangen bei einer dieser Stellungen der Schiene *D* die optischen Axen durch Drehung von *N* ins Gesichtsfeld. In diesem Falle erblickt man auch bei horizontaler Stellung der Platte den Mittelpunkt des Lemniscatensystems, aber in der Ebene (010) verschoben.

Ist die Abweichung dieses Punktes von der Mitte des Gesichtsfeldes nicht zu gross, so kann sie durch Verschiebung der Schiene *D* auf Null gebracht werden; alsdann liefert die Einstellung der beiden Axenbilder, durch Drehen der Nonienscheibe, sogar eine approximative Messung des Winkels der optischen Axen, trotz der Schiefe der Platte zur Mittellinie.

Literatur:

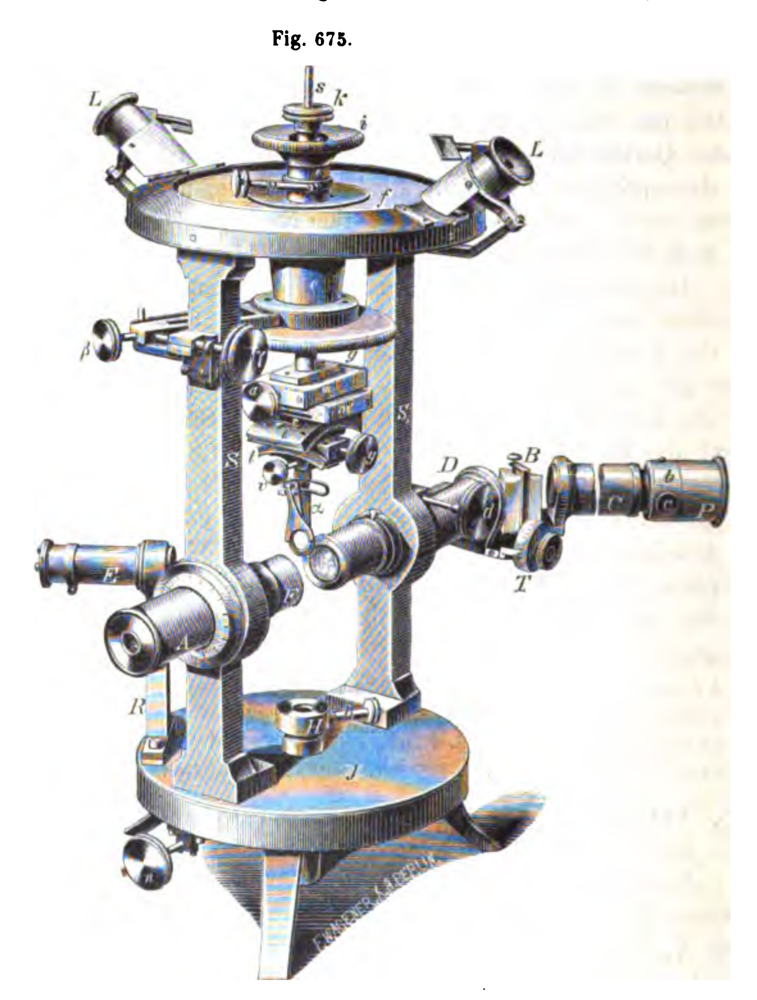
W. G. Adams, Proceed. Phys. Soc. **1**, 152; Phil. Magaz. 1875, 50 und 1879 [5] 8, 275. S. auch Zeitschr. f. Kryst. **5**, 381.
E. Schneider, Carl's Repert. f. Exper.-Physik. **15**, 774 [1879].
F. Becke, Tschermak's min. u. petrogr. Mitth. 1879, **2**, 430.

§ 26. **Verbindung des Axenwinkelapparates mit einem Spectralapparate.** Es wurde zuerst von Kirchhoff (Poggendorff's Ann. d. Phys. 1859, **108**, 567) eine Methode angegeben, um die Winkel der optischen Axen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien zu messen. Zu dem gleichen Zwecke construirte V. von Lang eine Combination des Spectralapparates mit dem Axenwinkelapparate (Zeitschr. f. Kryst. **2**, 492) und R. Fuess den im Folgenden (mit Benutzung einer von Liebisch im Jahrb. f. Min., Geol. u. s. w. 1885 darüber veröffentlichten Notiz) beschriebenen »grossen Axenwinkelapparat«.

Auf der Platte *J* eines niedrigen Dreifusses (Fig. 675 in $\frac{1}{3}$ nat. Grösse) ruhen zwei Säulen *SS*, und auf diesen ein Nonienkreis mit drehbarem Limbus *f* (Ablesung auf 30″); beide Kreise sind ganz so construirt, wie bei den horizontalen Fuess'schen Goniometern (s. S. 621), und mit ihnen auch in ähnlicher Weise Krystallträgeraxe, sowie Centrir- und Justirvorrichtung verbunden, nur mit dem Unterschiede, dass die zur Drehung der

ersteren nöthigen Scheiben über und die Centrir- und Justirvorrichtung unter dem Kreise sich befinden. In der am Nonienkreise befestigten Büchse *e* geht die Kreisaxe, welche mittelst des Knopfes *i* gedreht, sowie auch durch β geklemmt und durch γ fein gestellt werden kann. Die innerste Axe *s*, an welcher unten die Centrir- und Justirvorrichtung hängt, wird durch die Schraubenmutter *k* genau in derselben Weise, wie bei den

Fig. 675.



Goniometern, gehoben und gesenkt und kann ebenso mit dem Schlüssel *p* geklemmt werden. An der Centrir- und Justirvorrichtung, welche vollkommen identisch mit derjenigen der Goniometer ist, wird an Stelle des Tischchens der pincettenartige Krystallträger α mittelst der Schraube *v* befestigt. Dieser gestattet durch die im oberen Theile desselben angebrachte Schleife eine Drehung der von einer gabelförmigen Feder festgehaltenen Platte um einen gewissen Winkel in ihrer Ebene, wodurch die Horizontalstellung der Axenebene erleichtert wird; die genaue Justirung der Platte

erfolgt dann mittelst der Cylinderschlitten *t*. Mit dem Triebkopf *n* hebt oder senkt man den Cylinder *H*, in welchem der Fuss des Oelgefässes oder des Erhitzungskastens bei der Messung der optischen Axen in Oel oder in Luft von höherer Temperatur mittelst der Schraube *h* befestigt wird.

Die Lichtstrahlen passiren zuerst einen in *P* befindlichen Nicol, alsdann den in *b* angebrachten und durch die Schraube *c* verstellbaren, geradlinigen Spalt, und fallen, aus dem Objectiv des durchbrochen gezeichneten Collimators *C* parallel austretend, auf ein Flintglasprisma *B* auf, durch welches ein Spectrum erzeugt wird. Collimator und Prisma sind derart mit dem Tubus *D* verbunden, dass sie durch die Mikrometerschraube *T*, eine sogenannte Schraube ohne Ende, um eine verticale Axe gedreht werden können, um das Spectrum durch das Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohrs *F* zu führen, resp. eine bestimmte Lichtregion oder Fraunhofer'sche Linie in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen. Der Tubus *D* kann ausserdem durch den Triebknopf *d* in der Richtung seiner Axe verschoben werden. Dem Fernrohre *D* sind zwei Oculare beigegeben, um mehr oder weniger stark convergentes Licht erzeugen zu können; diesen Ocularen entsprechen auch zwei verschiedene Beobachtungsfernrohre *F*. Auf letztere wird das drehbare Rohr *A* mit dem Analysator aufgesetzt.

Der vorstehend beschriebene Apparat muss vor seinem Gebrauche mit Hülfe der Beobachtung im Sonnenlichte für die verschiedenen Fraunhoferschen Linien justirt, d. h. die Ablesungen der Mikrometertrommel *T* bestimmt werden, bei welchen die einzelnen Linien sich in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden. Ist dies einmal geschehen, so kann man sich bei der Messung der Axenwinkel einer weissen Gas- oder Petroleumflamme zur Beleuchtung bedienen. Man stellt *T* so ein, dass der einer bestimmten Fraunhofer'schen Linie, für welche die Messung ausgeführt werden soll, entsprechende Theil des Spectrums in die Axe des Beobachtungsfernrohrs fällt, orientirt die beiden Nicols gekreuzt und unter 45° gegen die Kreisaxe und führt einmal die eine, dann die andere Hyperbel der justirten Krystallplatte in die Mitte des Gesichtsfeldes. Die Differenz der beiden Positionen ist gleich dem Axenwinkel für die in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinende Farbe, d. h. für die betreffende Fraunhofer'sche Linie. Zur Justirung der Krystallplatte oder zur Messung des Winkels zwischen ihrer Normale und einer optischen Axe kann man, wie S. 715 auseinandergesetzt worden ist, durch Einfügung einer schräg gestellten Spiegelplasplatte an Stelle des Nicols das Fadenkreuzbild des Beobachtungsfernrohrs *F* von der Platte reflectiren lassen. Noch bequemer ist für diesen Zweck der dem Apparate beigegebene, auf einer besonderen Säule *R* befestigte Collimator *E*, welcher ein Fadenkreuzsignal enthält, dessen an der Platte reflectirtes und im Beobachtungsfernrohr gesehenes Spiegelbild man zur Einstellung benutzt.

Ein Nachtheil des vorstehend beschriebenen Instrumentes besteht darin, dass man den grössten Theil des Spectrums im Gesichtsfelde hat, und nur in der senkrechten Mittellinie des letzteren die betreffende Farbe erscheint;

die auftretenden Interferenzerscheinungen entsprechen daher rechts und links von jener Linie andern Wellenlängen, und in Folge dessen erscheinen bei einigermassen grosser Dispersion der Axen keine Lemniscaten. Eine gleichmässige Erleuchtung des ganzen Gesichtsfeldes mit möglichst monochromatischem Lichte wird durch den neuerdings von Tutton angegebenen und von Troughton und Simms in London construirten Spectralapparat erreicht, welcher in Fig. 676 abgebildet ist. Derselbe besteht aus zwei ganz

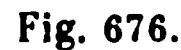
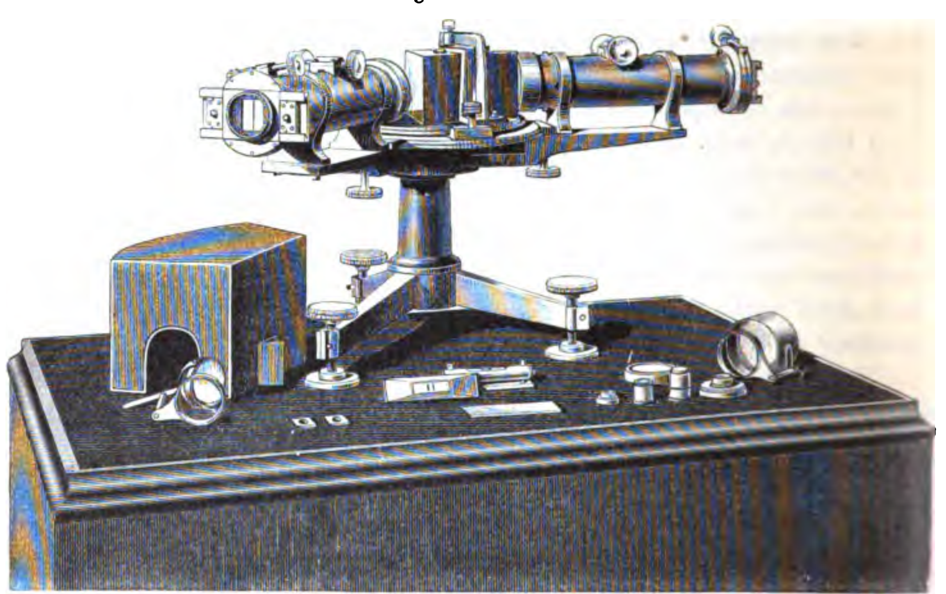


Fig. 676.

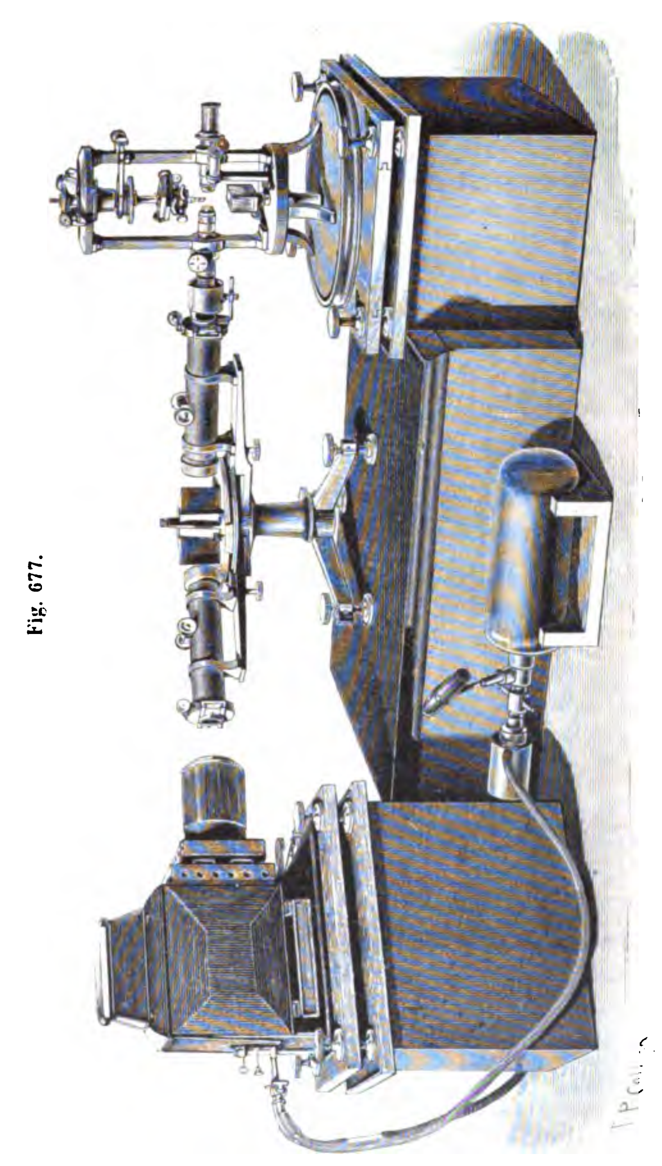


gleichen, mit je einem verstellbaren Spalt versehenen Fernröhren, welche mit dem Stativ fest verbunden sind; auf letzterem befindet sich ein um die verticale Axe drehbarer Theilkreis mit einem sehr stark dispergirenden Prisma. Wird der Spalt des einen Fernrohrs durch eine intensive weisse Lichtquelle*) beleuchtet, so wird durch das Prisma und das Objectiv des zweiten Fernrohrs in der Ebene des zweiten Spaltes ein Spectrum erzeugt, von welchem jener nur einen schmalen, nahezu einfarbigen Streifen hindurchlässt. Das aus diesem Spalt austretende Licht wird durch eine feingeschliffene matte Glasplatte diffus gemacht und tritt so in den Axenwinkelapparat ein, dessen Gesichtsfeld nunmehr gleichmässig erleuchtet erscheint, so dass die Interferenzerscheinungen für jede beliebige Farbe gerade so beobachtet werden können, wie im Natriumlichte. Fig. 677 zeigt die Zusammenstellung dieses Instrumentes mit dem grossen Axenwinkelapparat (letzterer natürlich ohne Spectralvorrichtung); an dessen Stelle kann ebenso gut auch der gewöhnliche Fuess'sche Axenwinkelapparat Fig. 666

---

*) Tutton verwendet eine Laterne mit Kohlenoxyd-Kalklicht (s. Fig. 677); noch geeigneter wäre wohl eine elektrische Bogenlampe.

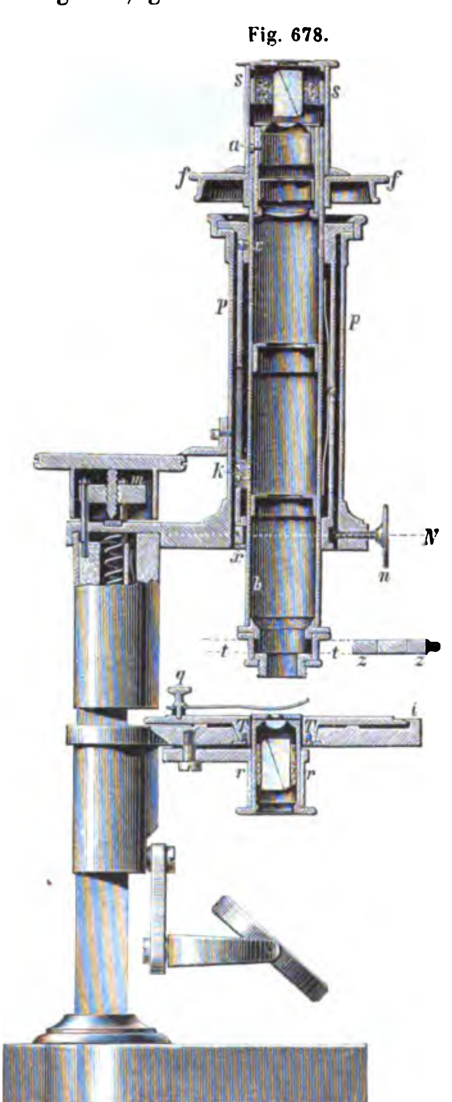
gesetzt werden, dessen grosses Gesichtsfeld gestattet, die Dispersionserscheinungen solcher Krystalle, deren optische Axen für verschiedene Farben stark abweichen oder selbst in verschiedenen Ebenen liegen, durch das ganze Spectrum hindurch zu studiren, indem durch Drehung des Prismas der Austrittsspalt nach und nach mit Strahlen verschiedener Brechbarkeit beleuchtet wird. Endlich kann der in Fig. 676 abgebildete Spectralapparat auch zu Messungen der Brechungsindices mittelst Totalreflexion oder mit einem Prisma benutzt werden; im letzteren Falle wird die das Licht diffus machende Glasplatte weggelassen und das Refractometer auf den beleuchteten Austrittsspalt eingestellt. Die nähere Beschreibung des Tutton-schen Apparates wird, vom Verf. aus dem 185. Bde. (1894) der Phil. Transactions Royal Soc. London mitgetheilt, im 24. Bde. der Zeitschrift f. Krystallographie auch in deutscher Sprache gegeben werden.


Fig. 677.

§ 27. **Mikroskope zu krystallographisch-optischen Untersuchungen.** Die Haupterfordernisse eines derartigen Mikroskops sind nach S. 46 ein drehbarer Objecttisch, dessen Drehung an einer Theilung abgelesen werden kann, und zwei davon unabhängige, in gekreuzte Stellung zu bringende Polarisatoren behufs der Prüfung der Krystalle im polarisirten Lichte. Im

Folgenden soll nun zuerst das älteste, von Fuess construirte und noch vielfach verwendete, Polarisationsmikroskop beschrieben werden, welches in Fig. 678, grösstentheils im Durchschnitt, in $\frac{4}{5}$ nat. Grösse abgebildet ist.

Fig. 678.



Das Stativ des Instrumentes besteht aus einer hufeisenförmigen Fussplatte und einem dreiseitigen Stahlprisma, an welchem zwei Träger sitzen, deren unterer sowohl den drehbaren Spiegel, als den Objecttisch und das fest mit letzterem verbundene Rohr r trägt. In dieses wird von unten das Polarisatorrohr, das oben durch eine Linse geschlossen ist, eingeschoben und so gedreht, dass der Nullpunkt der auf demselben angebrachten Theilung mit einer auf r befindlichen Marke coincidirt; bei dieser Orientirung fällt der Hauptschnitt des darin befindlichen Prazmowskischen Prismas (s. S. 697) in die Zeichnungsebene der Fig. 678. Ueber der festen Trägerplatte, an deren Unterseite r angeschraubt ist, befindet sich eine um die senkrechte Axe des Instrumentes drehbare Platte, der eigentliche Objecttisch T, dessen gekerbter Rand ringsum frei vorragt, so dass er leicht mit den Fingern gedreht werden kann; nur in der Ebene der Zeichnung greift die feste Platte nach vorn über mit einem Fortsatz, auf dessen Oberfläche eine Marke zur Ablesung der auf der drehbaren Scheibe T befindlichen Theilung angebracht ist. Mittelst der durch q angeschraubten Federn kann man das untersuchte Präparat auf dem drehbaren Tische festhalten. Der obere Träger, an dessen Arm der Tubus des Mikroskops befestigt ist, kann durch eine Feinstellschraube auf und nieder bewegt werden. Auf dem Stahlprisma des Stativs sitzen drei dünne Pfeiler (von denen zwei in der Figur sichtbar sind), die durch den Tubusarm hindurchgehen und die stählerne Mutter m tragen, welche die Mikrometerschraube aufnimmt. Die Scheibe, mittelst deren die letztere gedreht wird, ist am Rande in 500 Theile getheilt; da einer ganzen Um-

drehung der Scheibe eine Hebung oder Senkung des Tubus von 0,5 mm entspricht, so kann man behufs Anwendung der Methode des Herzogs von Chaulnes (s. S. 24) eine Verticalschiebung des Mikroskops auf 0,001 mm genau messen. Die Mikrometerschraube steht mit ihrem gehärteten Ende auf einer in den Tubusarm eingesetzten Stahl- oder Achatplatte; ihr todter Gang wird durch eine im Stahlprisma befindliche und von unten gegen den Tubusarm wirkende Spiralfeder aufgehoben. Die grobe Einstellung des Mikroskopes erfolgt durch einfache verticale Verschiebung des Tubus *b*, welchen man dabei an dem Rande *f* fasst, in der ihn umgebenden Hülse *p*. Letztere ist doppelwandig und so construirt, dass das innere der beiden Rohre, aus denen sie besteht, und welche nur oben mit einander verbunden sind, um zwei zu einander senkrechte horizontale Axen um einen kleinen Winkel gedreht werden kann, und zwar mittelst der Schrauben *n*, von denen eine in der Figur sichtbar ist. Dieselben greifen, wie aus dem horizontalen, der punktirten Linie *N* entsprechenden Durchschnitte Fig. 679 hervorgeht, nach zwei zu einander senkrechten Richtungen in den untersten Theil der inneren Hülse *p* ein, und man kann daher mit Hülfe derselben den Mikroskoptubus, dessen horizontalen Querschnitt der innerste Doppelring in Fig. 679 darstellt, so centriren, dass seine Axe in ihrer Verlängerung nach unten genau den Drehungspunkt des Objecttisches *T* trifft, und daher ein in die Mitte des Gesichtsfeldes gebrachter Punkt des Objectes beim Drehen des Tisches seinen Ort im Gesichtsfelde bewahrt. Wie S. 608 auseinandergesetzt wurde, ist die Erfüllung dieser Bedingung nothwendig zur Messung ebener Winkel unter dem Mikroskope.

Fig. 679.



Dem Instrumente wurden die Hartnack'schen Objective 4, 7 und 9 beigegeben, von welchen das erste, je nach dem Ocular eine 90—200-fache Vergrösserung liefernd, am häufigsten gebraucht wird (eine noch schwächere Vergrösserung und noch grösseren Abstand vom Objecte erhält man, wenn man die untersten Linsen dieses Objectivsystems abschraubt). Das Objectiv, in Fig. 678 nicht mit abgebildet, wird auf das untere Ende des Tubus *b* aufgeschraubt. Ueber demselben kann man durch einen auf beiden Seiten des Rohres angebrachten Schlitz in der Ebene *tt* den Schieber *z* mit einer sogenannten Biot'schen Quarzplatte einführen, von C. Klein zu dem Zwecke empfohlen, um an den Objecten (durch Aenderung der empfindlichen Farbe der Quarzplatte) eine schwache Doppelbrechung zu erkennen*). In die obere Oeffnung des Tubus *b* wird das Ocularrohr (deren drei beigegeben sind) eingesetzt, dessen Construction aus dem Durchschnitt Fig. 678 und aus

*) Geeigneter sind die S. 125 f. näher besprochenen Platten, deren man ebenfalls in einer zur Einführung durch jenen Schlitz geeigneten Form bedarf, um die l. c. besprochenen Untersuchungen auszuführen, nämlich eine Viertelundulations-Glimmerplatte, eine Gypslamelle, welche Roth I. Ordnung zeigt, und ein Quarzkeil mit den Farben II.—IV. Ordnung

der Ansicht Fig. 680 ersichtlich ist: unten befindet sich eine feste Linse, über dieser das Fadenkreuz oder ein Glasmikrometer und zu oberst eine zweite Linse, deren Abstand durch Verschiebung des Rohres *A* geändert und hierdurch auf das Fadenkreuz scharf eingestellt werden kann. Das vorspringende Schräubchen *a* des Ocularrohres passt in einen senkrechten Schlitz des Tubus *b*, so dass dem Fadenkreuze hierdurch immer eine bestimmte Stellung gewahrt ist, nämlich diejenige parallel den Hauptschnitten der beiden Polarisatoren, sobald letztere so gedreht sind, dass die Nullpunkte ihrer Theilungen mit den Marken der festen Rohre coincidiren*). Auf das Ocular kann schliesslich das Rohr *s* mit dem Analysator aufgesetzt werden, welches mit einer Kreistheilung auf der mit dem Tubus fest verbundenen und eine Marke tragenden Platte *f* schleift. Fällt der Nullpunkt der Theilung mit der Marke zusammen, und ebenso derjenige am Polarisator, so sind beide Nicols gekreuzt, und es findet zugleich die soeben erwähnte Coincidenz ihrer Hauptschnitte mit den Linien des Fadenkreuzes statt.

Fig. 680.



Ein einfacheres, ebenfalls von derselben Firma in den Handel gebrachtes Mikroskop unterscheidet sich von dem in Fig. 678 abgebildeten dadurch, dass der Tubus nicht mit der Hand frei verschoben und mit einer Mikrometerschraube feingestellt werden kann, sondern nur eine einzige, weniger feine Einstellung durch einen Trieb vorhanden ist, dessen Construction der in Fig. 681 dargestellten gleicht.

Mit derartig construirten Mikroskopen können folgende Arbeiten ausgeführt werden:

Messung von Kantenwinkeln nach S. 608 (ohne Nicols);

Bestimmung des Pleochroismus farbiger Krystalle nach der Methode von Tschermak (S. 159), wozu der untere Nicol allein erforderlich**);

Erkennung der Doppelbrechung und Bestimmung der Schwingungsrichtungen optisch anisotroper Krystalle zwischen gekreuzten Nicols nach S. 684, oder stauroskopisch durch Einfügung einer senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathplatte. Für die erstere Aufgabe sind die in der Anmerkung*) vor. Seite angeführten Mittel zu benutzen; in gewissen Fällen kann aber auch mit Vortheil die von Fedorow in seinen »krystall-optischen Untersuchungen« (Zeitschr. f. Kryst. 22, 264) vorgeschlagene Methode der Beobachtung zwischen parallelen Nicols dienen, da alsdann sehr dünne Krystallschnitte statt des Grau oder Weiss erster Ordnung complementäre Farben von grosser Lebhaftigkeit und Empfindlichkeit zeigen.

---

*) Diese Orientirung der Hauptschnitte der Kalkspathprismen erleidet mit der Zeit kleine Aenderungen, wahrscheinlich durch Contractionen der Korkfassungen, und muss daher von Zeit zu Zeit durch Bestimmung der Schwingungsrichtung einer Krystallplatte (z. B. eines rhombischen Krystalls von prismatischer Ausbildung) geprüft werden. An grösseren Mikroskopen neuerer Construction hat Fuess auch eine Correction dieses Fehlers vorgesehen.

**) Für den gleichen Zweck hat neuerdings Fuess auch ein besonderes Dichroskop-Ocular construirt.

Eine wesentliche Erweiterung, welche namentlich für petrographische Untersuchungen von grosser Wichtigkeit geworden ist, hat die Anwendung des Polarisationsmikroskopes dadurch erfahren, dass man dasselbe, wie S. 49 bereits kurz erwähnt wurde, zugleich als Konoskop benutzen und somit die Interferenzerscheinung beobachten kann, welche ein in einem Präparate befindlicher, in die Axe des Instrumentes eingestellter, mikroskopischer Krystall im convergenten polarisirten Licht hervorbringt, und zwar nach einer der folgenden Methoden:

Nach dem Verfahren von Lasaulx legt man, wie es in Fig. 678 dargestellt ist, auf die den oberen Theil des Polarisatorrohres abschliessende Linse noch eine zweite kleinere, dem Instrumente beigegebene, welche die auf die Präparate fallenden Lichtstrahlen noch stärker convergent macht; um die entsprechend divergenten Strahlen wieder zu vereinigen, muss man als Objectiv auch eines der stärkeren, wenigstens Nr. 7, anwenden und mit diesem den zu untersuchenden Krystall genau in die Mitte des Gesichtsfeldes einstellen. Um nun nicht das eingestellte Object, sondern das von ihm hervorgebrachte Interferenzbild zu sehen, entfernt man jetzt das Ocularrohr aus dem Tubus *b* und setzt dann den Analysator wieder auf. Liegt der eingestellte Krystall so, dass die einer optischen Axe entsprechenden Strahlen noch in das Gesichtsfeld fallen, so erscheint in der kleinen hellen Oeffnung, welche man jetzt im Mikroskop erblickt, die dunkle Hyperbel (resp. bei einaxigen Krystallen das schwarze Kreuz) und gewöhnlich auch ein oder mehrere Farbenringe. Dieses Interferenzbild, welches man besonders gut sieht, wenn man das Auge etwas über den Analysator erhebt, kann man (nach einem Vorschlag von Bertrand) noch vergrössern durch Einsetzen eines dem Mikroskope beigegebenen, mit einer Linse versehenen Tubus in das Rohr *b*.

Die zweite Methode der Umwandlung des Polarisationsmikroskops in ein Konoskop ist diejenige von Bertrand, welche es unnöthig macht, jedesmal zur Beobachtung der Interferenzfigur eines eingestellten Krystalles den Analysator abheben, das Ocularrohr herausziehen und dann den Analysator wieder aufsetzen zu müssen. Der Genannte zeigte nämlich, dass es genügt, über dem Objective des Mikroskops (ohne sonst an letzterem Etwas zu ändern, als dass man das aus dem Polarisator austretende Licht durch die beiden in Fig. 678 dargestellten Linsen convergent macht) eine achromatische Linse von 3—4 cm Brennweite einzufügen, um statt des eingestellten Krystalls die von demselben erzeugte Interferenzfigur zu sehen. Nach diesem, offenbar ein rascheres und bequemeres Arbeiten ermöglichenden Principe construirte Bertrand ein Mikroskop, mit welchem die erwähnte Linse, in einem Schieber befestigt, derart verbunden ist, dass dieselbe, wenn erforderlich, in jedem Augenblicke während der Beobachtung am Instrumente eingeschoben und alsdann durch eine Schraube vertical verstellt werden kann; letzteres ist zur Hervorbringung eines guten Interferenzbildes nothwendig, da die scharfe Einstellung desselben mit dem jedesmal benutzten Objective

variirt. Das einfache Herausschieben der Linse genügt, um das Mikroskop wieder in ein gewöhnliches, d. h. ein zur Beobachtung im parallelen Lichte eingerichtetes, Instrument zu verwandeln. Diese Vorrichtung kann an dem in Fig. 678 abgebildeten Mikroskope, wie aus der Construction desselben hervorgeht, nicht angebracht werden; dagegen sind die a. S. 736 erwähnten einfacheren Fuess'schen Instrumente mit derselben ausgerüstet, sowie mit einem seitlich in den Tubus einzuschiebenden Polarisator.

C. Klein hat, wie er später mittheilte, schon vor den beiden Genannten die Beobachtung gemacht, dass auch ohne Einfügung der Bertrand'schen Linse ein Interferenzbild entstehe und zwar über dem Oculare des Mikroskops; man kann dasselbe durch eine Lupe wahrnehmen oder, um auch gleichzeitig das Fadenkreuz zu sehen, kann man von den dem Fuess'schen Instrumente beigegebenen Ocularen (s. S. 735) Nr. 2 oder 3 auf das in den Tubus eingeschobene Ocular Nr. 1 oder 2 aufsetzen.

Ferner zeigte Laspeyres, dass die nach der Lasaulx'schen Methode erzeugten Interferenzbilder durch Einfügung der Bertrand'schen Linse (ohne Ocular) vergrössert werden könnten, ohne an Deutlichkeit zu verlieren.

Die Bestimmung eines mikroskopischen Krystalls wird nun offenbar wesentlich erleichtert, wenn man von der Untersuchung desselben im parallelen polarisirten Lichte, wobei man ihn in der Mitte des Gesichtsfeldes erblickt, unmittelbar, ohne das Auge vom Ocular zu entfernen, zu der Hervorrufung des zugehörigen Interferenzbildes im convergenten Lichte übergehen kann. Zu diesem Zwecke construirte Fuess eine Vorrichtung, welche gestattet, einen aus zwei Linsen bestehenden Condensor zwischen dem Polarisator und das Object nach Belieben ein- und auszuschalten, und brachte diese an allen seinen neueren Mikroskopen an. Eines der einfachsten, jetzt als Modell Nr. 4 bezeichnet, welches in seinen optischen Leistungen den im Eingang dieses § beschriebenen früheren Instrumenten derselben Firma entspricht, ist in Fig. 681 abgebildet. In der über dem Beleuchtungsspiegel befindlichen Hülse H, welche durch eine, an der Rückseite befindliche, z. Th. sichtbare Triebbewegung verschoben wird, ist der Polarisator drehbar; derselbe ist mit einer schwachen Condensorlinse, welche nur zur besseren Beleuchtung dient, fest verbunden; über diese können nun zwei weitere Linsen von kürzerer Brennweite, deren obere in dem mittleren Ausschnitt des Objecttisches sichtbar ist, eingeschaltet werden; beide Linsen sitzen in einer gemeinsamen Fassung am Ende eines Hebels, welcher in dem inneren Hohlraum des etwas erhöhten Objecttisches mittelst eines aus dem seitlichen Schlitze herausragenden Knöpfchens gedreht werden kann einerseits bis zur centrirten Einschaltung des Condensors, wie sie in der Figur dargestellt ist, andererseits bis zum seitlichen Verschwinden unter die Deckplatte des Objecttisches; während dieses Wechsels zwischen parallelem und convergentem Lichte bleibt also das Präparat unverändert auf dem drehbaren Objecttische. Die Einstellung des Tubus geschieht mittelst einer

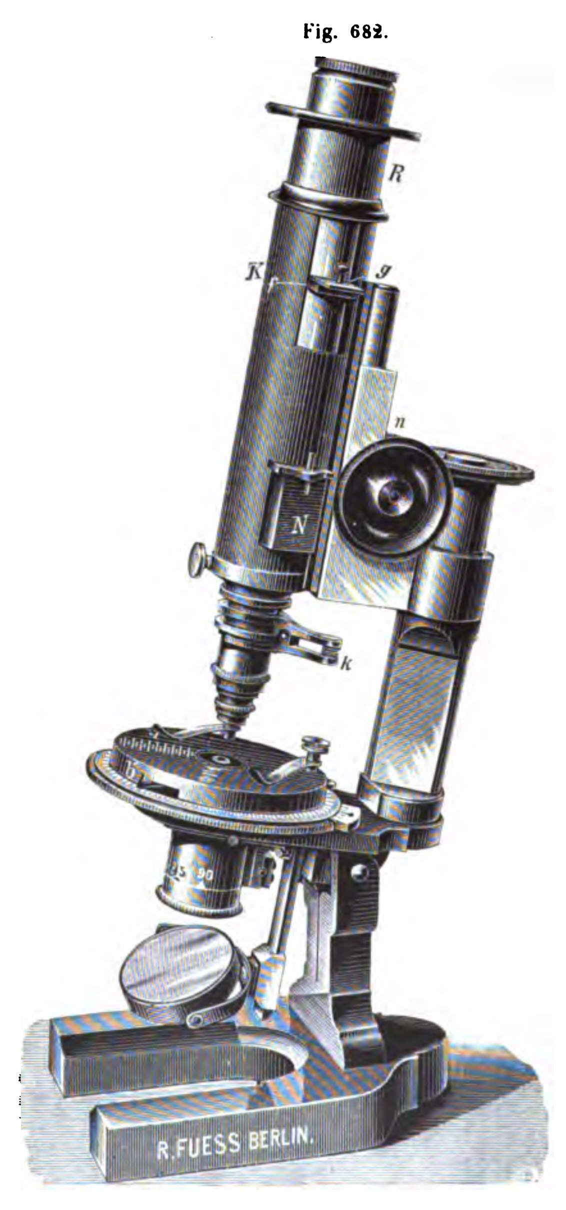
Triebführung *G*, welche durch Einführung schräg liegender Zähne einen sanfteren und feineren Gang erhalten hat. Am unteren Ende des Tubus befinden sich zwei Schrauben *c* zur genaueren Centrirung der Objectivsysteme, und unmittelbar darunter (links in der Figur sichtbar) ein Schlitz zum Einschieben der Viertelundulations - Glimmerplatte, des Quarzkeils u. s. w. Die Objective werden nicht an das untere Ende des Tubus angeschraubt, sondern durch eine federnde Objectivklammer *k* gehalten, welche eine schnelle Auswechselung der verschiedenen Vergrösserungen gestattet; um ein Objectiv einzusetzen, hat man mit der linken Hand das Ende von *k* mit der Spiralfeder zusammenzudrücken, mit der rechten das Objectiv in die geöffnete Klammer einzuschieben und dann die Feder nachzulassen, wobei sich der conische Obertheil des Objectivsystemes von selbst centrirt in eine conische Ausbohrung des unteren Tubusendes *K* hineinlegt. Unmittelbar über den Centrirschrauben kann der Analysator (ein Glan'sches Prisma s. S. 697), in der rechteckigen Fassung *N* befindlich, ein- oder ausgeschoben werden, während in beiden Fällen der Tubus licht- und staubdicht geschlossen bleibt. Weiter oben befindet sich ein zweiter Schieber *B*, welcher ebenfalls zwischen zwei Anschlägen beweglich ist, indem er beim Einschieben an die Rückseite des verschiebbaren Auszugsrohrs *R*, beim Herausziehen an einen federnden Anschlag trifft; dieser trägt die Bertrand'sche Linse, welche mit dem zugehörigen Ramsden'schen Ocular Nr. 4 ein 5-fach vergrösserndes Hülfs-

Fig. 681.



mikroskop*) zur Betrachtung der von dem stärksten Objective Nr. 7 erzeugten Axenbilder darstellt. Das genannte, zur Messung der Axenwinkel mit einem Glasmikrometer ausgerüstete Ocular befindet sich in dem verschiebbaren Auszugsrohre in bestimmter Entfernung von der Bertrand'schen Linse, kann aber auch unter Ausschaltung der letzteren als selbständiges Ocular bei der Beobachtung im parallelen polarisirten Lichte benutzt werden. Ausserdem werden dem Instrumente noch die drei Huyghens'schen Oculare Nr. 1, 2, 3 und ein zweiter, auf diese aufzusetzender, drehbarer Analysator A beigegeben.

Fig. 682.

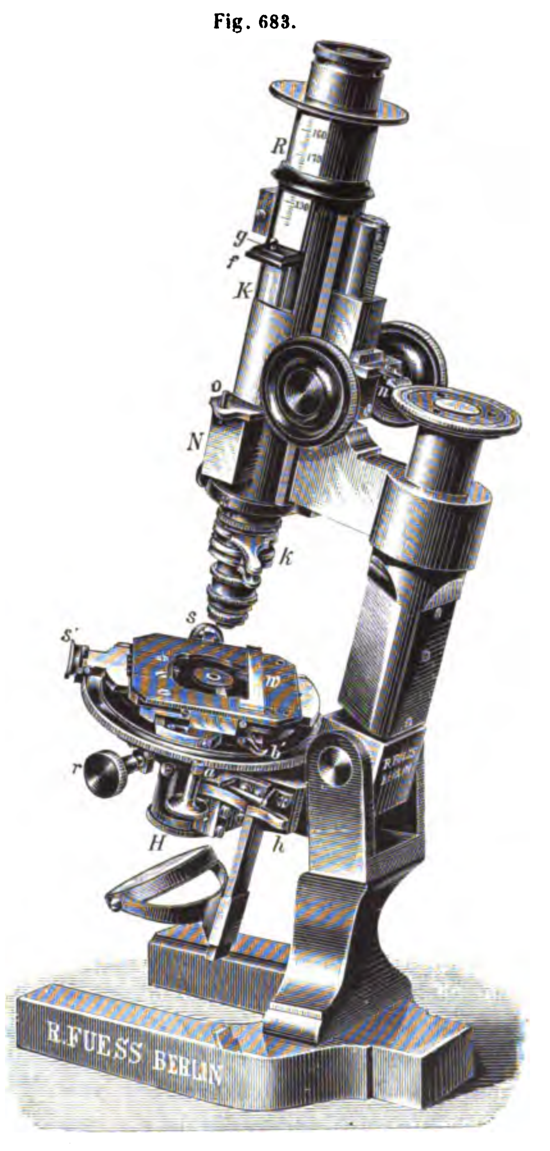


Als Modell 3 liefert die Firma Fuess ein mittleres Mikroskop, welches in Fig. 682 abgebildet ist. Dasselbe unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, dass das Stativ umlegbar ist und ausser der groben Triebbewegung noch eine Feinstellung mittelst Mikrometerschraube gestattet, welche, wie in Fig. 678. oben mit einer Theilung versehen ist (vergl. S. 734). Die orientirte Verschiebung des für sich auch drehbaren Polarisators durch Trieb, der Objecttisch mit der Ein- und Ausschaltungsvorrichtung b' des Condensors zur Erzeugung convergenten Lichtes, die Objectivklammer k, der ein- und ausschiebbare

*) Welches vielfach auch als »Amici'sches Hülfsmikroskop« bezeichnet wird, weil Amici schon früher eine analoge Linsencombination bei dem gewöhnlichen Konoskop anwandte.

Analysator N, der Schieber g mit der Bertrand'schen Linse und dem federnden Anschlag f, endlich das Auszugsrohr R, in welches die Oculare eingeschoben und dem eventuell auch ein zweiter drehbarer Analysator aufgesetzt werden kann, sind dieselben, wie bei dem vorigen Instrumente, ebenso die optische Ausrüstung, nur dass diesem noch ein stärkeres Objectiv (Nr. 9) beigegeben wird. Ausserdem können mit demselben mehrere der im folgenden Paragraphen beschriebenen Nebenapparate verbunden werden.

Fig. 683.

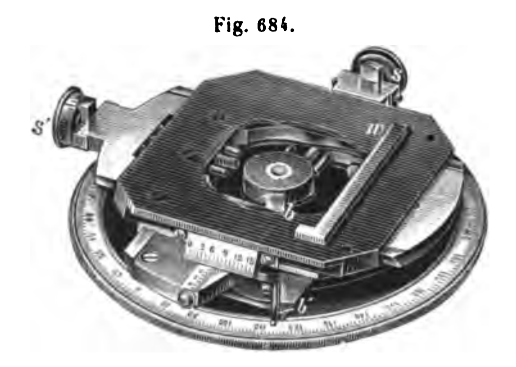


Zur Aufnahme aller Arten von Nebenapparaten eingerichtet ist endlich das grosse Mikroskop Nr. 1 der genannten Firma, welches in der Fig. 683 wiedergegeben ist. Der Drehungspunkt des umlegbaren Statives liegt hier so hoch, dass auch bei horizontaler Stellung des Tubus, wenn das Instrument z. B. direct gegen eine monochromatische*) Flamme gerichtet wird, ein bequemes Arbeiten möglich ist. Die Theilung des drehbaren Objecttisches (s. auch Fig. 684) gestattet durch zwei feste Nonien die Ablesung einzelner Minuten; in den Rand desselben

*) Bei derartigen grossen Instrumenten ist es auch möglich, homogenes Licht von beliebiger Wellenlänge anzuwenden durch Anbringung eines Abbe'schen Spectropolarisators unter dem Objecttische. Dieser bildet gewissermassen einen Spectralapparat, in welchem das seitlich eintretende, durch einen Nicol polarisirte Licht durch einen Spalt geht, dessen Bild von zwei Prismen in ein Spectrum verwandelt wird, von welchem in das Gesichtsfeld nur ein schmaler Streifen gelangt, dessen Farbe durch eine von der entgegengesetzten Seite beleuchtete Scala genau bestimmt werden kann. Das von Abbe construirte Spectralocular dient zur spectralen Zerlegung der Interferenzfarben doppeltbrechender Krystalle (s. Abth. I, § 8).

ist ein feiner Zahnkranz eingeschnitten, in welchen ein Trieb a eingreift, mittelst dessen der Tisch langsam gedreht und mit grösserer Sicherheit eingestellt werden kann, als mit freier Hand, während ein Ausrücken dieses Triebes durch den Hebel h es ermöglicht, ihn auch frei zu drehen. Auf der Tischplatte ist nun ein Kreuzschlittentisch befestigt, so dass das aufgelegte Object, dessen Lage durch Anschlag an die abnehmbare Winkelleiste w gesichert ist, und welches, wie bei den vorher beschriebenen Mikroskopen, durch zwei in den Tisch einsteckbare Federklammern gehalten werden kann, in zwei zu einander senkrechten Richtungen parallel verschoben werden und die Verschiebung durch passend angebrachte Längsscalen gemessen werden kann. Die eine der beiden hierzu dienenden Schrauben ss' gestattet an einer Kopftheilung die Ablesung der Verschiebung auf 0,01 mm. Um die Kreuzschlittenbewegungen nicht zu beschränken, musste der Ausschnitt in der Mitte für den Condensor, welcher genau so construirt ist, wie an den vorhergehenden Modellen, und durch den Hebel b' ein- und ausgeschaltet wird, sehr gross gemacht werden; doch kann derselbe, wenn es nöthig ist, durch eine Einlegeplatte mit engerer Oeffnung geschlossen werden. In die feste Platte, welche den drehbaren Objecttisch trägt, wird seitlich ein Schlitten eingeschoben mit der durch Trieb auf- und niederstellbaren, federnden Hülse H, welche zur Aufnahme des Polarisators dient, und der durch andere Beleuchtungsapparate ersetzt werden kann; zur Justirung und Einstellung der letzteren dient die Schraube r, deren Kopf abnehmbar ist, um bei der Drehung des Tisches nicht zu hindern. Ueber dem Polarisator kann eine Irisblende eingefügt werden, welche bei sehr durchsichtigen, schwach lichtbrechenden Objecten eine feinere Contourirung durch Beschränkung auf die central eintretenden Strahlen und, wenn sie excentrisch eingestellt wird, die Anwendung schief einfallenden polarisirten Lichtes ermöglicht. Der Tubus des Mikroskopes kann durch Trieb und Zahnstange so weit gehoben werden, dass selbst die schwächsten Objective bis zu 50 mm Focalabstand, zur Orientirung an grösseren Objecten, verwendet werden können, während die Feinstellung desselben mittelst einer Mikrometerschraube erfolgt, an deren Kopf eine Theilung mit Nonius die Messung der erfolgten Hebung resp. Senkung auf 0,001 mm gestattet. Objectivklammer k, Centrirvorrichtung für die Objective, verschliessbarer Schlitz zur Einfügung von Compensationsplatten und einschiebbarer Analysator N*) sind die gleichen, wie bei den vorher

Fig. 684.



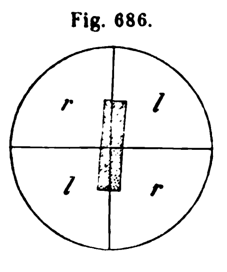
*) Dieser kann auch mit einer Drehung um 90° versehen werden, um einen raschen Uebergang von gekreuzten Nicols zu parallelen zu ermöglichen.

beschriebenen einfacheren Mikroskopen. Dagegen ist das Auszugsrohr *R* mit der Bertrand'schen Linse durch einen Trieb verstellbar und mit einer Theilung versehen, an welcher diejenige Stellung bestimmt werden kann, in der ein Axenbild ohne Parallaxe erscheint und daher eine Messung des scheinbaren Winkels der optischen Axen mittelst eines Mikrometeroculars möglich ist. Als solches dient entweder das S. 736 erwähnte, mit einer Glasmikrometerscala versehene, oder ein mit einem Schraubenmikrometer ausgerüstetes Ramsden'sches Ocular. Neuerdings hat Becke die Klein'sche Methode (s. S. 738) der Betrachtung des Interferenzbildes, welches über dem Ocular entsteht, zur Messung des Axenwinkels benutzt, indem er auf das nach Czapski mit einer Irisblende montirte Ramsden'sche Ocular ein von ihm »Klein'sche Lupe« genanntes zweites Ocular mit einer Glasmikrometerscala aufsetzte (Tschermak's min. u. petr. Mittheil. **14**, 375). Ausser den gewöhnlichen Ocularen 1, 2, 3 werden dem Instrumente noch zwei besondere Oculare zu stauroskopischen Messungen beigegeben. Das eine, in Fig. 685 im Durchschnitt abgebildet, enthält an Stelle des Fadenkreuzes die Calderon'sche Doppelplatte (s. S. 700); das kleine Gesichtsfeld, begrenzt durch das dicht über der Doppelplatte befindliche enge Diaphragma *c*, wird durch die Schnittlinie der Stauroskopplatte in zwei gleiche Hälften zerlegt, deren Trennungsebene mit dem Hauptschnitte des aufgesetzten Polarisators zusammenfällt, wenn der Nullpunkt der Theilung des letzteren mit der am Tubus angebrachten Marke coincidirt. Da die Schnittlinie im Gesichtsfelde wie ein feiner Faden erscheint, so ist man im Stande, selbst einen sehr kleinen Krystall damit zu bisectiren und durch Einstellung der gleichen Auslöschung in beiden Hälften eine sehr scharfe Bestimmung seiner Schwingungsrichtungen vorzunehmen. Damit der Beobachter dabei genau in der Axe des Instrumentes hindurch blickt, wird auf das Ocular die mit kleiner Oeffnung versehene Kappe *d* aufgelegt. Statt der Combination der Calderon'schen Platte mit einem gewöhnlichen Polarisator kann man auch einen sogen. Halbschattenpolarisator anwenden, d. h. ein Nicol'sches Prisma, welches in ähnlicher Weise, wie die Calderon'sche Platte, aus zwei gegen einander geneigten Theilen zusammengesetzt ist. Das andere Stauroskopocular ist das von Bertrand (Zeitschr. f. Kryst. **1**, 69) empfohlene, in welchem sich an Stelle des Fadenkreuzes eine aus vier Theilen, zwei rechtsdrehenden *rr* und zwei linksdrehenden *ll*, zusammengesetzte Quarzplatte befindet, deren Trennungsflächen als feine Linien erscheinen (s. Fig. 686) und den Hauptschnitten der Nicols parallel gestellt werden. Ein in die Mitte gebrachter Krystall zeigt nun, wenn seine Schwingungsrichtungen nur um einen kleinen Winkel von denen der Nicol'schen Prismen abweichen, deutliche Farbenunterschiede (in der Figur

Fig. 685.



Fig. 686.



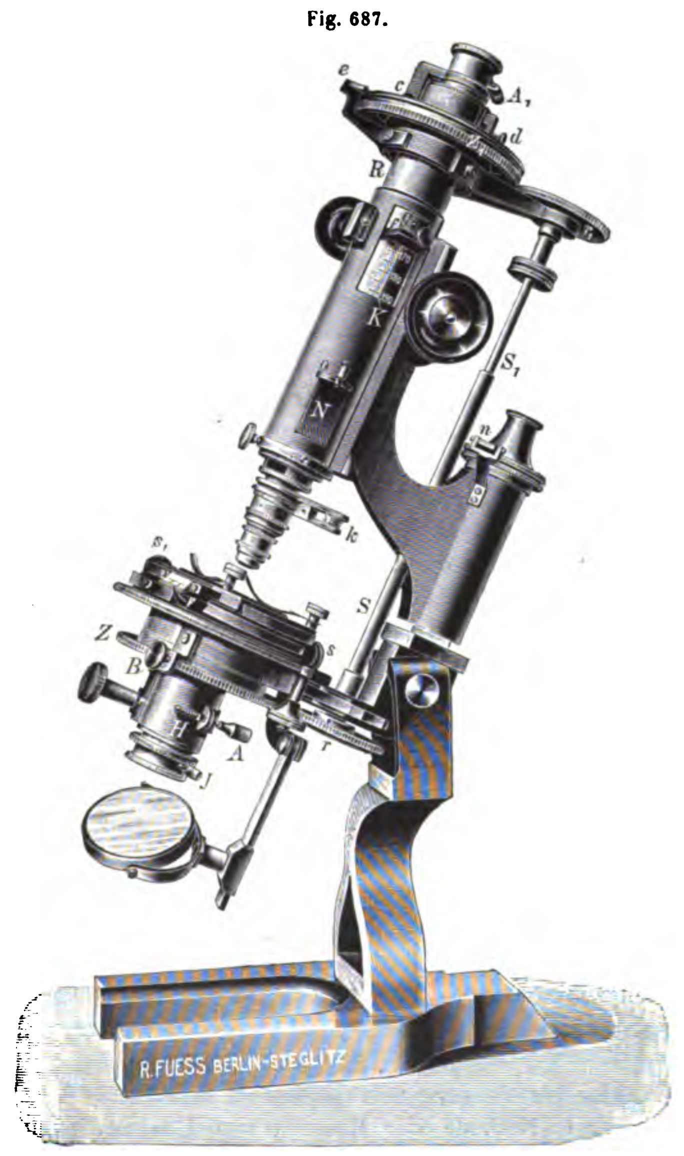
durch verschiedene Schraffirung bezeichnet); daher ist die Einstellung auf Gleichheit in den vier Quadranten so empfindlich, dass ein derartiges Stauroskopocular von manchen Beobachtern dem Calderon'schen vorgezogen wird, um so mehr, als die Quarzplatten mit ihrer empfindlichen Farbe auch zur Erkennung schwacher Doppelbrechung dienen können (s. Schrauf, Zeitschr. f. Kryst. 8, 81). Den bei dem vorigen Mikroskope erwähnten Objectiven kann bei diesem grossen Instrumente ein noch stärkeres (Nr. 12 mit homogener Immersion) hinzugefügt werden.

Näheres über die im Vorhergehenden beschriebenen Mikroskope findet man in einer von der Firma R. Fuess herausgegebenen Brochüre »über Mikroskope für krystallographische und petrographische Untersuchungen« (Sep.-Abdr. a. Jahrb. f. Min. 1890, 7. Beilagebd.).

Die Schwierigkeit der genauen Centrirung stärkerer Objectivsysteme in Bezug auf den drehbaren Objecttisch, d. h. der Erhaltung der Coincidenz des Drehungspunktes eines eingestellten Präparates mit dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes auch beim Wechsel der Vergrösserung, veranlasste schon früher englische Constructeure von Mikroskopen, den beiden Nicol'schen Prismen eine gemeinsame Drehung zu ertheilen. Bei dieser Anordnung, welche allerdings die Construction des Instrumentes erheblich complicirt und vertheuert, wird also nicht das Präparat zwischen gekreuzten Nicols gedreht, sondern dieses bleibt unverändert in seiner Einstellung, während die gekreuzten (oder auch parallelen) Nicols unter Bewahrung ihrer gegenseitigen Orientirung um beliebige Winkel gedreht werden können. Neuerdings hat nun auch Fuess, namentlich mit Rücksicht auf gewisse, von C. Klein angegebene Nebenapparate (s. § 28), ein derartiges Instrument construirt (Modell 1[a]), welches in der Ansicht Fig. 687 dargestellt ist. Dasselbe stimmt in den meisten (und deshalb auch in der gleichen Weise, wie in Fig. 683, bezeichneten) Theilen mit dem zuletzt beschriebenen Mikroskope Nr. 1 überein. Die Verbindung der beiden Nicol'schen Prismen geschieht mittelst zweier in einander verschiebbarer Stangen SS_1 (um der Verlängerung oder Verkürzung des Mikroskops beim Heben und Senken des Tubus folgen zu können); die an den Enden derselben befindlichen Zahnräder r und r_1 greifen in die Zähne zweier grösserer gezähnter Scheiben ZZ_1 ein, wobei Vorsorge zur Aufhebung des sogenannten todten Ganges getroffen ist. Wird nun das Gestänge S_1S mittelst der kleinen unter r_1 befindlichen, am Rande gekerbten Scheibe gedreht, so erfolgt die gemeinsame Drehung beider Nicols um den gleichen Winkel, welcher an einer Kreistheilung auf der Oberseite von Z_1 mit dem Nonius e abgelesen werden kann. Die feste Verbindung des Analysators mit dieser Scheibe kann durch Lösen der Schraube d aufgehoben werden, so dass jener für sich drehbar ist, oder endlich kann derselbe mittelst des Scharniers c ganz zur Seite geschlagen und mit dem einschiebbaren Analysator N gearbeitet werden. Wie schon S. 736 Anmerk. erwähnt wurde, bedingen die Korkfassungen der Nicols häufig Aenderungen der Lage der Hauptschnitte zu den Fäden

der Oculare und den Theilungen des Instrumentes; an dem vorliegenden Mikroskope ist daher jeder der Nicols in einer zweiten inneren Hülse befestigt, welche durch die Schrauben A resp. A_1 gegen die äussere um

Fig. 687.



einen kleinen Winkel gedreht werden kann, so dass eine Correction des erwähnten Fehlers möglich ist.

Die in Vorstehendem beschriebenen Fuess'schen Mikroskope haben vor den älteren den grossen Vortheil, dass der Wechsel der Anwendung

als Bildmikroskop und als Konoskop ohne Unterbrechung der Beobachtung in sehr bequemer Weise erfolgt. Der Uebergang von convergenter zu paralleler Beleuchtung kann aber auch, nach dem Vorschlage von Czapski*), durch Zuziehen einer unter dem Condensor befindlichen Irisblende, oder noch einfacher durch Senken der ganzen Condensorvorrichtung, der umgekehrte Uebergang also durch Annäherung der letzteren an das Object, bewirkt werden. Entwirft man nämlich mit vollem offenen, dicht unter dem Präparat befindlichen Condensor, also im convergenten Lichte, das Axenbild der zu untersuchenden Stelle im Präparate unter Anwendung der Bertrand'schen Linse und zieht dann die erwähnte Irisblende so weit zu oder entfernt das ganze Condensorsystem so weit vom Präparat, dass nur derjenige Theil des Axenbildes Licht empfängt, welcher dieselbe Färbung besitzt, wie die Mitte desselben, so hat man die Bedingungen für die Beobachtung im parallelen Lichte hergestellt und erblickt daher, nach Beseitigung der Bertrand'schen Linse, das Bild des Objects in der betr. Farbe. Nach diesem Princip sind die nach den Angaben von Czapski construirten Mikroskope für krystallographische und petrographische Untersuchungen, welche die bekannte Firma Carl Zeiss in Jena liefert, mit einer Irisblende versehen; von den Fuess'schen Mikroskopen, an denen nach S. 742 eine solche ebenfalls angebracht werden kann, unterscheiden sich jene Instrumente im Wesentlichen nur durch die Construction des Beleuchtungsapparates (dessen Condensor lichtstärker und grösser ist, so dass er auch bei schwachen Vergrösserungen an seinem Platze bleiben kann), daher hier auf die Beschreibung derselben in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1891, **11**, 94 verwiesen werden möge. Endlich liefert auch das optische Institut W. und H. Seibert in Wetzlar recht brauchbare mineralogische Mikroskope, an denen nach einem Vorschlage von Weinschenk, welcher den oben erwähnten Uebergang zum parallelen Licht durch einfaches Entfernen des Condensors vom Object schon seit längerer Zeit anwendet, diese Bewegung durch einen seitlichen Hebel sehr bequem ausgeführt werden kann. Zu dieser Methode muss bemerkt werden, dass die Senkung des Condensors, resp. die Einengung der Irisblende, nicht zu gross sein darf, um noch genügend Licht zur Beobachtung im parallelen Lichte auf das Präparat fallen zu lassen.

§ 28. Mikroskop-Attribute.

a) **Goniometer zur Messung mikroskopischer Krystalle.** Die gewöhnliche, in § 14 behandelte Methode der Messung von Flächenwinkeln mit dem Reflexionsgoniometer findet ihre Grenze, wenn der zu untersuchende Krystall so klein ist, dass es unmöglich wird, mit demselben so zu operiren, wie es das genannte Instrument erfordert. Man kann sich in solchen Fällen damit begnügen, statt der Flächen- die Kantenwinkel, d. h. die

*) S. Zeitschr. f. Kryst. 1893, 22, 158.

ebenen Winkel, welche die Kanten mit einander bilden, nach einer der S. 608 f. auseinandergesetzten Methoden zu messen und die Flächenwinkel aus diesen zu berechnen. Für die directe Bestimmung der letzteren unter dem Mikroskope sind Vorschläge gemacht worden von Bertrand (Zeitschr. f. Kryst. **3**, 642), von Thoulet (Ebenda **4**, 222), und Fuess construirte zum Aufsetzen auf den Mikroskoptisch einen kleinen Drehapparat, welcher gestattet, die zu messende Kante der Axe des Mikroskops parallel zu richten, so dass man durch Drehung des Objecttisches um dieselbe den Winkel der beiden Flächen mit Hülfe des Fadenkreuzes oder eines Goniometeroculars messen kann. Während die erwähnten Methoden eine ausgedehntere Anwendung noch nicht gefunden haben, gelang es Brögger (Zeitschr. f. Kryst. **9**, 225 f.) auf anderem Wege, Messungen der Flächenwinkel mikroskopischer Krystalle zu erhalten, indem er die feste Verbindung eines Mikroskopes mit einem Goniometer, welche in dem S. 603 erwähnten Hirschwald'schen Mikroskopgoniometer vorliegt, benutzte, den Krystall durch ein zweites, horizontal gestelltes, schwaches Mikroskop beleuchtete und die Flächen der unter dem verticalen Mikroskope justirten Zone nach der Methode der »Schimmermessung« (s. S. 641) einstellte; um dieses Verfahren auch ohne das Hirschwald'sche Instrument ausführen zu können, setzte Derselbe auf den Objecttisch des grossen Fuess'schen Mikroskopes einen kleinen Theilkreis mit einer vereinfachten Centrir- und Justirvorrichtung.

b) **Vorrichtungen zur Bestimmung der Brechungsindices mikroskopischer Krystalle.** Wenn ein durchsichtiger Körper, welcher von einer stark brechenden Flüssigkeit umgeben ist, im Mikroskop scharf eingestellt, und dann der Tubus des letzteren gehoben wird, so erscheint die Mitte des Objectes hell, wenn dessen Brechungsindex grösser als derjenige der Flüssigkeit, dagegen dunkel, wenn das Umgekehrte der Fall ist. Dieses auf den Gesetzen der Totalreflexion beruhende Verhalten kann man nun nach Brun zur Bestimmung des Brechungsvermögens kleiner Mineralpartikel benutzen, indem man sich eine Reihe von Vergleichsflüssigkeiten von verschiedener Brechbarkeit herstellt. Aehnliche Verfahren zur Messung der Brechungsindices wurden schon früher von Exner (s. Zeitschr. f. Kryst. **13**, 85) und von Becke angegeben, welcher Letztere in den Sitzungsber. der Akad. d. Wiss. in Wien 1893, **102** (1), 358 f. eine übersichtliche Darstellung der Beleuchtungsverhältnisse gab, welche bei mikroskopischer Beobachtung der Grenze zwischen zwei verschieden stark lichtbrechenden Substanzen eines Gesteinsdünnschliffes in Betracht kommen, und lehrte, wie man eine Irisblende unter dem Polarisator zur Erkennung kleiner Unterschiede im Brechungsvermögen, auch doppeltbrechender Krystalle, mit Vortheil bei petrographischen Untersuchungen verwenden könne.

Die Methode des Herzogs von Chaulnes (s. S. 24) kann mit jedem Mikroskop ausgeführt werden, dessen Tubus durch eine, mit einer Theil-

ung versehene Mikrometerschraube verstellbar ist, wie die im vor. § beschriebenen. Ihre Anwendung auf doppeltbrechende Krystalle ermöglichte Sorby durch Einfügung eines feinen Gitters mit zwei zu einander senkrechten Liniensystemen, welche, wenn sich ein doppeltbrechender Krystall im Gange der Lichtstrahlen befindet, nicht gleichzeitig sichtbar werden, weil in diesem Falle zwei verschiedene Brennpunkte vorhanden sind. Eine ausführliche Darstellung der Sorby'schen Methode und der von Stokes entwickelten Theorie der hierbei auftretenden Erscheinungen gab Liebisch in der Zeitschr. f. Kryst. **3**, 309 f. und in seiner »Physikalischen Krystallographie« S. 361 f. (s. auch Hecht im Jahrb. f. Min. **6.** Beilagebd., 265). Eine Vorrichtung zu einer derartigen Messung construirte Fuess als Attribut seines grossen Mikroskops.

In nächster Beziehung zu den Methoden der Messung der Brechungsindices ihrem absoluten Werthe nach stehen diejenigen der Bestimmung ihres Verhältnisses, d. h. der Stärke der Doppelbrechung. Es handelt sich bei diesen wesentlich um Compensation der zu messenden Doppelbrechung durch eine entgegengesetzte von bekanntem Betrage. Hierzu dient der sogenannte Babinet'sche Compensator, bestehend aus zwei Quarzkeilen, deren eine Seitenfläche der optischen Axe parallel, deren andere unter einem spitzen Winkel dagegen geneigt ist, welche sich aber dadurch von einander unterscheiden, dass in dem einen die optische Axe der Schneide parallel, in dem andern dazu senkrecht ist; in Folge dessen erfährt ein Lichtstrahl, wenn man die Keile so aufeinander legt, dass sie eine planparallele Platte bilden, an derjenigen Stelle, wo beide gleich dick sind, einen entgegengesetzten Gangunterschied von gleichem Betrage, während man durch Verschiebung des einen Keiles gegen den andern mittelst einer Mikrometerschraube an dieser Stelle jeden beliebigen Gangunterschied von Null angefangen, hervorrufen kann. Einen speciell für mikroskopisch-petrographische Untersuchungen bestimmten Compensator construirte Michel-Lévy; dieser enthält nur einen, durch eine Mikrometerschraube verschiebbaren Quarzkeil, welcher sich zwischen zwei Nicols in einem seitlichen Ansatzrohre des Oculars befindet; das hindurchgegangene Licht wird durch ein kleines, im Ocularaufsatze angebrachtes Prisma total reflectirt, so dass man die betreffende Interferenzfarbe des Quarzkeils und die des zu untersuchenden Minerals im Gesichtsfelde vergleichen und die erstere durch Verschieben des Quarzkeiles mit der letzteren in Uebereinstimmung bringen kann; der Apparat ist so eingerichtet, dass an der Scala der Mikrometerschraube direct der entsprechende Gangunterschied abgelesen wird (s. Bull. soc. franç. d. Minér. 1883, **6**, 143; Zeitschr. f. Kryst. **10**, 632).

c) **Drehapparate zur optischen Untersuchung mikroskopischer Krystalle.** Um ein Präparat nicht nur, wie es durch den drehbaren Objecttisch geschieht, um die Axe des Mikroskopes drehen zu können, construirte Fedorow ein auf den gewöhnlichen Objecttisch aufzusetzendes »Universal-

tischchen«, welches gestattet, dem Präparate eine Drehung um zwei zu einander und zur Mikroskopaxe senkrechte Axen zu ertheilen und dieselbe zu messen. In der ausführlichen Beschreibung dieses Apparates (Zeitschr. f. Kryst. **22**, 229 f.) setzte er namentlich die Vorzüge seiner Anwendung auf die optische Untersuchung mikroskopischer Krystalle im parallelen Lichte auseinander. Die Einrichtung derartiger »Universaltische«, wie sie jetzt von der Firma Fuess geliefert werden, ist aus Fig. 688 und 689 zu ersehen. Erstere stellt eine nach den Angaben von C. Klein veränderte Construction in Verbindung mit den benachbarten Theilen des Mikroskops dar; die Grundplatte, durch deren Oeffnung hindurch der Condensor C dem Präparate genähert werden kann, trägt den festen Theilkreis T, und die damit verbundene Platte A den zweiten Kreis T_1, dieser endlich, durch s verstellbar, das Objecttischchen O. Bei horizontaler Stellung des Mikroskops kann diese Vorrichtung auch, unter Einfügung eines kleinen Glastroges, zur Beobachtung des Präparates in einer stark brechenden Flüssigkeit benutzt werden. Fig. 689 zeigt einen einfachern derartigen Apparat.

Fig. 688.

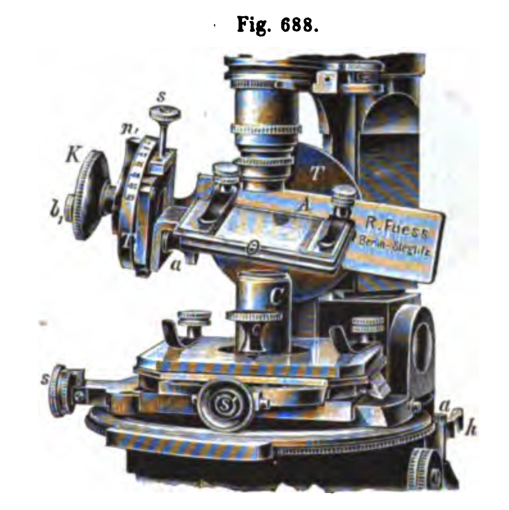
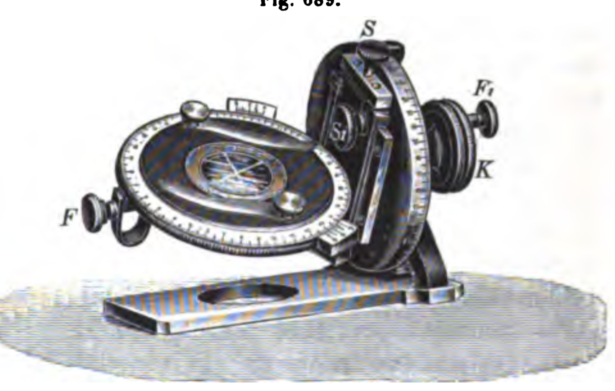


Fig. 689.

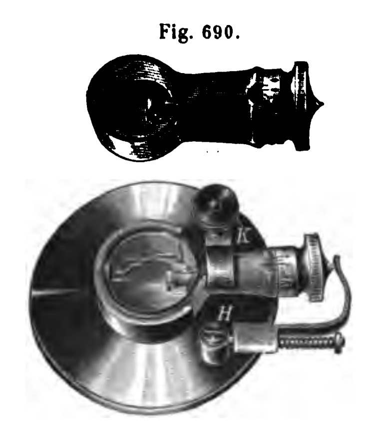


Die Methode der Einhüllung eines mikroskopischen Krystalles in eine Flüssigkeit, deren Brechbarkeit der mittleren jenes nahezu gleich ist, wurde in neuester Zeit namentlich von C. Klein ausgebildet und zur Construction von Drehapparaten verwendet, welche sich sehr vortheilhaft erwiesen haben zur allseitigen optischen Untersuchung von Krystallen (nicht nur mikrokopischen) sowohl im parallelen als im convergenten polarisirten Lichte. Diese Apparate wurden sämmtlich von Fuess in Berlin ausgeführt.

Der älteste und einfachste derartige Drehapparat, welcher auf den Tisch jedes Mikroskops oder Polarisationsinstrumentes aufgesetzt werden kann, ist in Fig. 690 abgebildet. Ein in zwei verschieden weiten Exem-

plaren vorhandener Glastrog (der eine ist in der Figur oben apart gezeichnet wird mit der Flüssigkeit gefüllt und in den Metallring eingesetzt, wo er durch die Klemme *K* festgehalten wird. Das Object ist auf dem Stielende eines Glasstopfens befestigt, dessen Drehung an dem durch eine Feder festgehaltenen Kopfe auf 1° genau abgelesen werden kann. Besonders geeignet ist diese Vorrichtung, mit welcher auch grössere Krystalle, Bruchstücke solcher oder geschliffene Steine untersucht werden können, zur Aufsuchung der Richtung der optischen Axen im convergenten Lichte, sowie zur Bestimmung der Aenderung der Schwingungsrichtungen innerhalb der Zone, nach welcher ein Krystall prismatisch entwickelt ist, im parallelen Lichte; für den letzteren Zweck wird der Krystall so befestigt, dass die betreffende Zone der Drehungsaxe des Apparates parallel ist und die Auslöschungsschiefe beobachtet, welche den verschiedenen Flächen jener Zone zukommt (vergl. S. 687), da beim Austritt der Strahlen aus dem Krystall in die Flüssigkeit keine merkliche Ablenkung derselben erfolgt. Während diese Vorrichtung nur die Drehung um eine Axe gestattet, kann eine allseitige Drehung des Objectes mit einem ebenfalls sehr einfachen Apparate vorgenommen werden, welchen Fuess besonders für die optische Untersuchung der Edelsteine construirte: In einem am Boden sphärisch geschliffenen Glasgefässe ist eine concentrische Halbkugel von Glas mittelst dreier Handhaben um ihr Centrum beliebig drehbar; die ebene Fläche derselben hat eine Ausbohrung, in welcher sich der zu untersuchende Stein befindet, und zwar in jeder Stellung noch unter dem Niveau der in das Glasgefäss eingefüllten, stark brechenden Flüssigkeit.

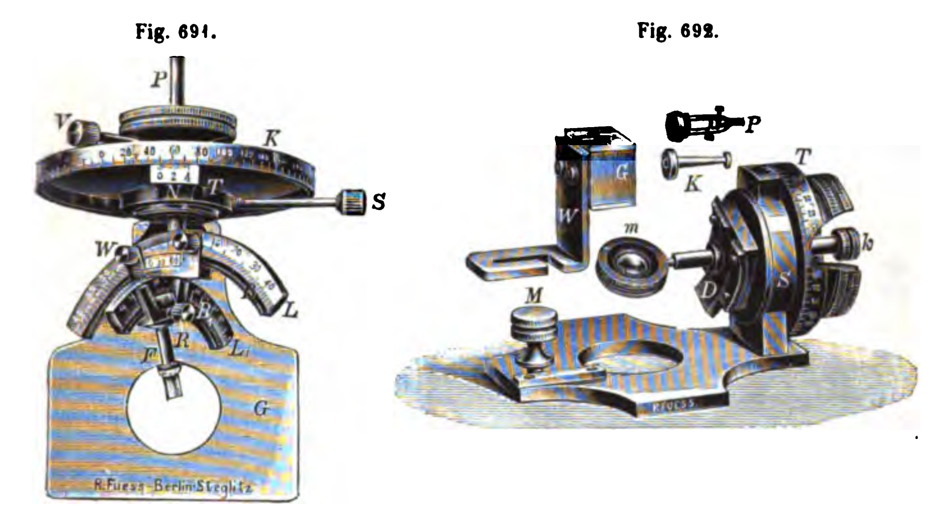
Fig. 690.



Die in Fig. 688 und 689 abgebildeten, nach dem Principe Fedorow's construirten »Universaltische« sind, wie erwähnt, vorwiegend zu Untersuchungen im parallelen polarisirten Lichte bestimmt. Wie diese zu feineren Beobachtungen, aber besonders auch zu solchen im convergenten Lichte, geeignet ist der neuerdings von C. Klein angegebene »Universal-Drehapparat« Fig. 691, welcher in Verbindung mit dem grossen, in Fig. 687 abgebildeten Fuess'schen Mikroskope Nr. 1ª anzuwenden ist. Dieser Apparat, dessen Beschreibung in den Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. Berlin 1895, 91 mitgetheilt ist, gestattet, wie aus der Figur ersichtlich, die zu messenden Drehungen um drei zu einander senkrechte Axen in ähnlicher Weise, wie die Fuess'sche Justirvorrichtung (Fig. 633 S. 619), und kann nicht nur benutzt werden zur Bestimmung der Auslöschungsschiefen der verschiedenen Flächen einer Zone und der Aufsuchung der Richtungen der optischen Axen, sondern auch zur Messung des wahren Axenwinkels

an einem beliebig gestalteten Krystalle, welcher zu diesem Zwecke mit einer Flüssigkeit umgeben wird, deren Brechungsindex gleich dem mittleren (β) des Krystalls ist. Zur Axenwinkelmessung nach der Methode von Adams (S. 723) soll endlich ein kleiner, von Fuess construirter und in

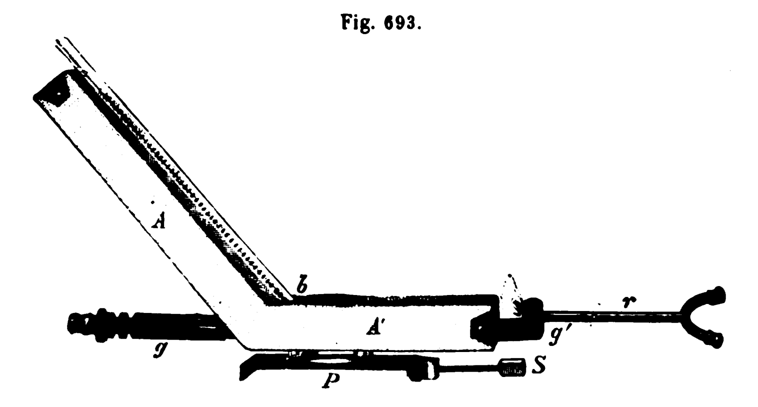
Fig. 691. Fig. 692.



vorstehender Fig. 692 abgebildeter Apparat dienen, mit welchem auch das darüber gezeichnete Oelgefäss *G* durch Einschieben bei *M* verbunden werden kann; das System der beiden Halbkugeln (*m*) mit dem dazwischen befindlichen Objecte kann in seiner geränderten Fassung gedreht werden; die Verschiebung der bogenförmigen Schirme *D* erfolgt mittelst *k*, während die Einstellung der Axenbilder in das Fadenkreuz des Mikroskopes durch Drehung des Theilkreises *T* geschieht.

d) **Erhitzungsapparate.** Den älteren Fuess'schen Goniometern wurden Vorrichtungen beigegeben, welche es ermöglichten, ein Präparat auch in

Fig. 693.

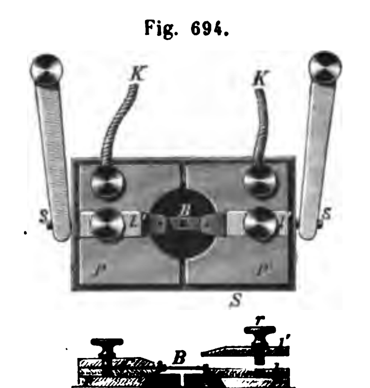


höherer Temperatur zu untersuchen. Diese Erhitzungsapparate sind in neuerer Zeit, namentlich auf Veranlassung von C. Klein, sehr vervoll-

kommnet worden, daher hier nur diese letzteren, von Fuess im Jahrb. f. Min. Beil.-Bd. 7 beschriebenen Einrichtungen erwähnt werden mögen.

Fig. 693 stellt einen bis 450° verwendbaren Apparat dar. Die auf dem Objecttische des Mikroskopes zu befestigende Platte P trägt auf vier Glasfüsschen den Heizkasten A', in welchem die kleine Flamme des (in der Figur der Deutlichkeit wegen nach rechts herausgeschobenen) Bunsen'schen Brenners gg' die Erhitzung erzeugt, während durch r kalte Luft oder Wasserdampf zugeführt werden kann; das Object befindet sich in dem durch Glasplatten geschlossenen Durchbruche bei b und ist von dem hufeisenförmigen Thermometergefässe umgeben; A dient zum Abzuge der Heizgase und ist, wie der Heizkasten, mit Asbestpappe überzogen.

Fig. 694.

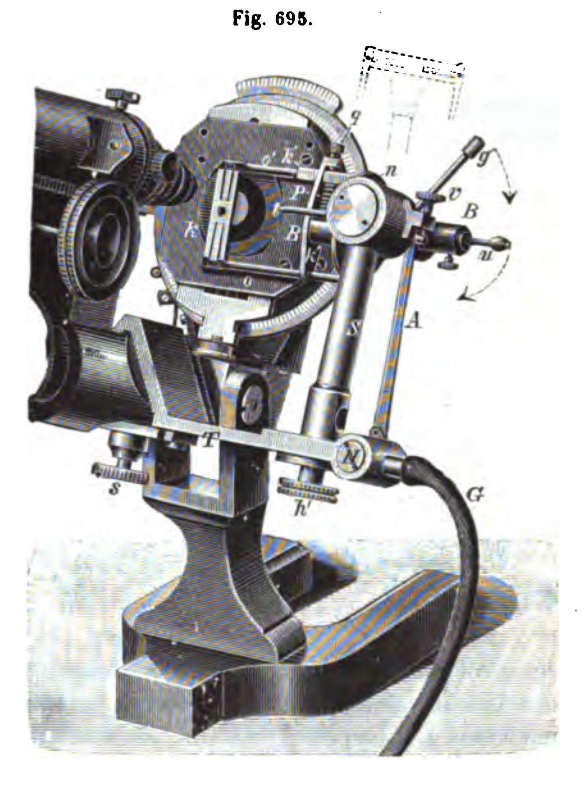


Die Construction des zweiten, in Fig. 694 abgebildeten Apparates ist auf die Erhitzung durch den elektrischen Strom (Raub'sche Thermobatterie, 15 A., 3 V.) gegründet. Auf einer Schieferplatte S befinden sich zwei von einander isolirte, mit der Batterie verbundene Messingplatten PP' und auf diesen Klammern, mittelst deren zwei dünne, mit einem Ausschnitte versehene Platinblechstreifen B, zwischen denen das zu untersuchende Plättchen eingeklemmt ist, eingespannt werden. Die bis zur Rothgluth zu steigernde Erhitzung kann durch einen Rheostaten regulirt werden.

In Verbindung mit einem der grossen Fuess'schen Mikroskope Nr. 1 oder 1ª, und zwar bei horizontaler Stellung des Tubus, ist in der aus Fig. 695 ersichtlichen Weise zu verwenden ein dritter Erhitzungsapparat mit Gasheizung für Untersuchungen in parallelem und in convergentem Lichte bei hohen Temperaturen. Der Träger T desselben wird mit der Schraube s an der Feinstellsäule des Mikroskopstativs befestigt, belastet also den Objecttisch nicht. Das Gas tritt durch den Schlauch G und den Hahn H in die hohle Säule S, in der Gas- und Luftzutritt durch h_1 regulirt wird, und von da in das Brennrohr B, welches mittelst der Handhabe g bis zu senkrechter Stellung aufgerichtet werden kann; auf diesem ist der verschiebbare Krystallträger kk' aufgesteckt. Der letztere ist ähnlich construirt, wie bei dem vorigen Apparate, indem auch hier das Präparat zwischen zwei mit einem Sehloche versehenen Platinblechen dadurch gehalten wird, dass die beiden an der Platte n befestigten Arme oo' durch den Druck einer Spiralfeder P auseinander getrieben und in Folge dessen die Platinbleche gespannt werden. Das Object wird durch Verschiebung des Krystallträgers und durch Drehung des letzteren um die im Kopfe der Säule S befindliche Axe eingestellt, und die Schraube v mit dem darunter befindlichen Anschlage in Berührung gebracht. Bringt man alsdann mittelst

g den Krystallträger in die senkrechte (punktirt angedeutete) Stellung, erhitzt das Präparat und kippt den Träger desselben schnell wieder um, so erscheint es wieder an derselben Stelle im Gesichtsfelde, während gleichzeitig durch das Gestänge *A* die Flamme zum Erlöschen gebracht wird. Das Präparat verliert daher seine hohe Temperatur sehr rasch, der Versuch kann aber beliebig oft wiederholt werden, da beim Aufklappen ein kleines brennendes Flämmchen die Erhitzungsflamme wieder entzündet. Das Rohr *u* führt zu einem Gummigebläse, welches zur Abkühlung oder zur Erzeugung einer Stichflamme benutzt werden kann.

Fig. 695.



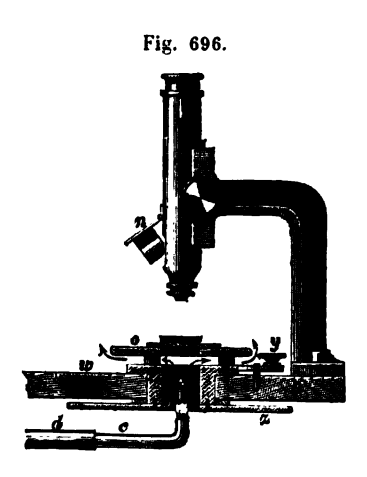
Während die bisher beschriebenen Erhitzungsapparate wesentlich zur Untersuchung von Gesteins- und Krystallschliffen in höherer Temperatur dienen, ist das von O. Lehmann construirte, sogen. **Krystallisationsmikroskop** dazu bestimmt, die Krystallisationserscheinungen in einer Lösung oder einem Schmelzflusse unter willkürlich geänderten Temperaturverhältnissen zu beobachten, um durch Vergleichung derselben auf Identität oder Verschiedenheit chemischer Präparate schliessen zu können, und endlich zum Studium der Umwandlungsvorgänge der verschiedenen Modificationen eines Körpers (s. hierüber: O. Lehmann, Molekularphysik mit besonderer Berücksichtigung mikroskopischer Untersuchungen etc. 2 Bde. Leipzig 1888—1889; Derselbe, Die Krystallanalyse oder die chemische Analyse durch Beobachtung der Krystallbildung mit Hülfe des Mikroskops etc. Leipzig 1891; ferner zahlreiche Abhandl. in der Zeitschr. f. Krystallogr. u. a.). Im Folgenden soll nun dieses Instrument zunächst in der älteren Form beschrieben werden, in der es von dem Mechaniker F. Maier in Strassburg i. Els. (für den Preis von 450 Mk.) geliefert wurde.

Das zu den Beobachtungen dienende Mikroskop*) ist auf einem eigenen,

*) Von Nachet in Paris geliefert und durch besonders grosse Focaldistanzen der (gewöhnlich ausreichenden) Objective II und III ausgezeichnet.

aus Eisen gefertigten Arbeitstische angebracht, mit welchem alle erforderlichen Nebeneinrichtungen verbunden sind. Dieser Tisch ist in Fig. 697 zur Hälfte (in der Mitte durchschnitten gedacht) abgebildet, nach Abnahme der durch punktirte Linien angedeuteten, viereckigen eisernen Object- und Mikroskop-Trägerplatte *aaaa*, welche durch vier an ihrer Unterseite befindliche Stifte auf die Schienen *b*, deren jede zu dem Zwecke mit zwei Löchern versehen ist, aufgepasst wird. Diese Eisenplatte, *aa* in Fig. 696, trägt nun den Objecttisch *o*, welcher mit drei Füsschen in die Oberseite des Hohlcylinders *p* eingesetzt und mit diesem, sowie mit der daran befestigten getheilten kreisförmigen Scheibe *z* zusammen, durch die Handhabe *y* gedreht werden kann. Die Füsschen des Objecttisches passen in drei Löcher der Oberseite von *p* nur so weit hinein, dass zwischen *p* und *o* noch Raum zum Abzug der Verbrennungsgase der Heizflamme *x* übrig bleibt. Die Kreistheilung auf *z* wird durch eine in der Eisenplatte *a* angebrachte Oeffnung *w* abgelesen, welche mit einer als Loupe dienenden Linse geschlossen ist; wenn der Handgriff *y* an den in der Fig. 696 sichtbaren Stift anstösst, zeigt der Index der Theilung genau auf 0°; geht man also bei einer Winkelmessung von dieser Stellung aus, indem man durch Drehung des Oculars einen Faden mit einer Krystallkante zusammenfallen lässt und dann den Objecttisch dreht, bis eine zweite Kante mit demselben Faden zur Deckung gelangt, so giebt die Ablesung unmittelbar den Winkel zwischen den beiden Krystallkanten an. Auf die vordere (dem Beobachter zugewendete) Seite der Platte *a* ist der sehr stabile, eiserne Mikroskopträger aufgeschraubt, an welchem der Tubus durch ein Trieb verstellt werden kann. Das Objectiv des Mikroskopes soll möglichst grosse Brennweite haben, um es den erhitzten Präparaten nicht allzusehr nähern zu müssen, daher man nur mit mässigen Vergrösserungen arbeitet. Die Fassung des Polarisators bildet ein kurzes Rohr *n*, welches durch ein Charnier beweglich in den Tubus eingebracht oder aus demselben entfernt werden kann, ohne die Beobachtung zu unterbrechen. Der untere Nicol befindet sich in einem Rohre *u* (s. Fig. 697), welches an einem beweglichen Arme befestigt ist, dessen Ende als Griff *m* aus dem Tischgestell hervorragt; durch Verschieben dieses Griffes bis zu einer Arretirung wird der Nicol entweder in die richtige Stellung unter die Mitte des Objecttisches gebracht oder zur Seite geschoben. Zur Beleuchtung dient ein Argand'scher Gasbrenner *r*, dessen Licht durch einen Spiegel *s* nach oben reflectirt und durch eine Linse *t* concentrirt wird.

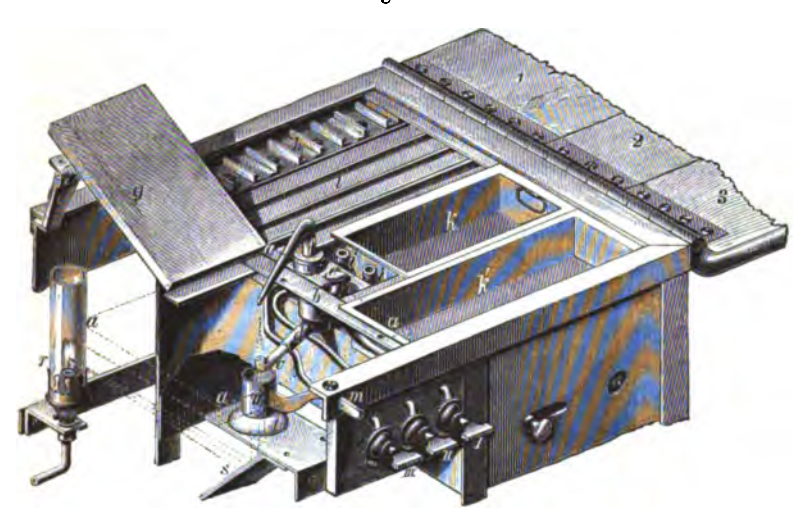
Fig. 696.



Um das zu untersuchende Präparat während der Beobachtung erwärmen

zu können, dient das bereits erwähnte Flämmchen x; der Brenner c ist an einem drehbaren Arme d befestigt, welcher durch den Knopf e in Bewegung gesetzt werden kann. Letzterer ragt durch einen Schlitz über die hölzerne Tischplatte (in Fig. 697 zur Seite geschlagen) hervor, und man kann mit Hülfe desselben, ohne die Beobachtung zu unterbrechen, das

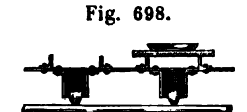
Fig. 697.



Flämmchen x nach Belieben entfernen und wieder unter das Präparat bringen, wobei die richtige Stellung, wie beim Einfügen des Nicolrohres u, durch eine Arretirung hervorgebracht wird. In das an der Unterseite der Schiene b befestigte Gelenk des Brenners münden zwei Röhren, wovon eine Luft, die andere Gas zuführt, deren Zutritt durch die Hähne I und II an der Vorderseite des Tisches regulirt wird. Wenn man nur schwach erwärmen will, bringt man zweckmässig über dem Flämmchen eine dünne Glas- oder Glimmerplatte an, welche mittelst eines Schiebers an d befestigt ist. Das abnehmbare Rohr f, durch welches ein mittelst des Hahnes III regulirbarer Luftstrom von oben auf die Mitte des Objecttisches gerichtet werden kann, dient dazu, eine momentane Abkühlung des Präparates zu erzeugen. Das schräggestellte Brett g kann man dazu benutzen, die durch ein über dem Ocular angebrachtes geneigtes Deckgläschen auf die Fläche g geworfenen Bilder zu zeichnen. Zu beiden Seiten des Mikroskops enthält der Arbeitstisch Blechkästen kk'; einen derselben kann man zweckmässig mit Wasser zum Abwaschen der Objectgläser füllen; die anderen dienen zur Aufnahme von Reagentien, Glasplatten, Tropfgläschen, Pincetten u. a. Utensilien. An der hinteren, dem Beobachter abgewendeten Langseite des Tisches ist ein System von Vorwärmern h angebracht, deren zwei im Durchschnitt in Fig. 698 dargestellt sind; auf dieselben wird, wie es der rechts abgebildete zeigt, das Objectglas aufgelegt, so dass man stets eine

Reihe gleicher Präparate vorgewärmt zur Untersuchung bereit haben kann. Statt dieses Systems kann man zu demselben Zwecke auch die Hitze der Beleuchtungsflamme benutzen, indem man über dieser einen Aufsatz von Eisenblech mit kleinen Oeffnungen zum Auflegen der Präparate anbringt. Im unteren Theile des Tischgestelles befindet sich einerseits ein Glockengasometer zur Lieferung des Luftstromes für die Erhitzungsflamme und für das Rohr f, andererseits zum gleichen Zwecke ein Wassergebläse, welches benutzt wird, wenn eine Wasserleitung zur Verfügung steht, in welchem Falle man jedoch die Luft auch noch in den Gasometer eintreten lässt, um den Druck in constanter Höhe zu erhalten. Für Beobachtungen in sehr hoher Temperatur muss man den gewöhnlichen Objecttisch durch einen andern, auf der Unterlage frei verschiebbaren, ersetzen; vortheilhaft umgiebt man dann aber auch das Objectiv mit einer Kühlvorrichtung. Bei den gewöhnlich vorkommenden Untersuchungen für chemische Zwecke kommt man jedoch mit der zuerst beschriebenen Einrichtung aus.

Fig. 698.



Von den neueren Verbesserungen des Krystallisationsmikroskopes (s. O. Lehmann, Zeitschr. f. Instrumentenk. 1890, **10**, 202) mögen erwähnt werden: die von Voigt und Hochgesang in Göttingen ausgeführte Ersetzung des unteren Nicols durch einen Glassatz mit einer sehr einfachen Vorrichtung zum Uebergang von polarisirtem Lichte zu gewöhnlichem, ferner Einführung eines einfachen Brenners für schwache und eines Ringbrenners für stärkere Erhitzung des Präparats. Die genannte Firma liefert eigens für die Krystallanalyse eingerichtete Mikroskope, an welchen die zuletzt genannten Verbesserungen angebracht sind (s. Preisverz. am Schlusse).

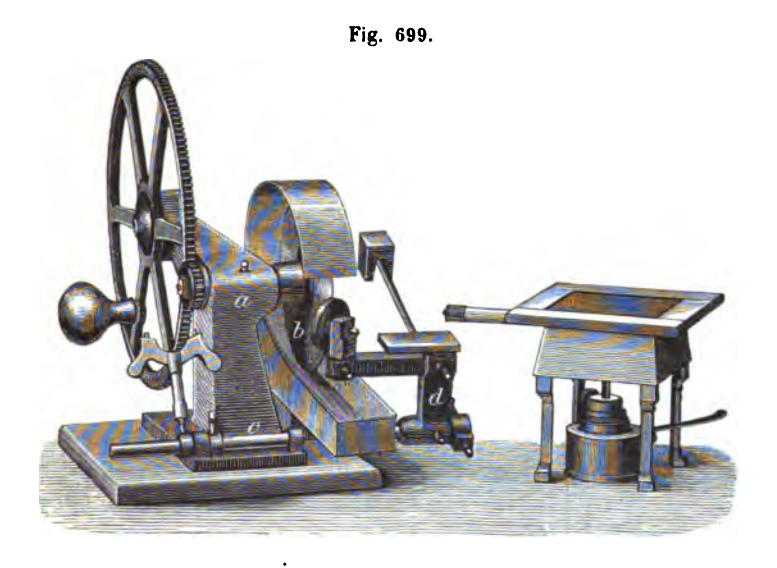
§ 29. **Das Schneiden, Schleifen und Poliren der Krystallplatten zu optischen Untersuchungen.** In vielen Fällen liefern natürliche Flächen, oder Ebenen einer deutlichen Spaltbarkeit, schon die erforderlichen Platten, und solche sind, selbst bei nur mittelmässiger Beschaffenheit der Flächen, den künstlich hergestellten im Allgemeinen vorzuziehen, da es niemals gelingt, namentlich nicht bei kleinen Krystallen, eine Ebene genau in der erforderten Lage anzuschleifen. Der günstigste Fall für die Richtigkeit des Schliffes liegt vor, wenn eine von zwei parallelen natürlichen Flächen direct verwendbar ist, wenn es sich also nur darum handelt, die zweite derselben parallel durch Abschleifen herzustellen, sei es weil sie zu klein ausgebildet oder weil der Krystall zu dick ist.

Will man aus einem einigermassen dicken Krystalle eine Platte herstellen, die abfallenden Stücke aber noch weiter verwenden, so muss man ihn in der erforderlichen Richtung durchschneiden. Ist die Substanz hart, so bedarf es hierzu einer Schneidemaschine, auf welcher der Schnitt durch Andrücken des betreffenden Stückes gegen die Kante einer rasch rotirenden Metallscheibe bewirkt wird. Solcher Maschinen sind in neuerer

Zeit mehrere empfohlen worden, von denen die von R. Fuess in Berlin gelieferten wohl die meiste Verbreitung besitzen und daher im Folgenden beschrieben werden mögen.

Fig. 699 stellt eine kleine Maschine für Handbetrieb in $\frac{1}{6}$ nat. Gr. dar. Durch Drehen des grossen Zahnrades wird die in dem Eisengestell *a* horizontal gelagerte Spindel, an welcher die Schneidscheibe *b* befestigt ist, in schnelle Rotation versetzt. Die Scheibe *b* ist aus Eisenblech (Weissblech) von $\frac{1}{2}$ mm Dicke gefertigt. Der Rand derselben muss genau rundlaufend mit der Spindel abgedreht sein; ferner ist erforderlich, dass die

Fig. 699.



Fläche der Scheibe eine zur Spindelaxe senkrechte Ebene bilde, damit bei der Rotation kein seitliches Schwanken stattfindet. Scheiben, deren Ränder wellenförmig schwanken, sind unbrauchbar, weil sie sich leicht in der Schnittfuge festklemmen. Am Fusse des Eisengestells *a* befindet sich eine, parallel zur Spindel gelagerte, cylindrisch stabförmige Axe *c*, welche in ihrer Längsrichtung verschoben und vermittelst zweier Klemmringe in ihrer jeweiligen Stellung so fixirt werden kann, dass unbehindert ihrer Drehung seitliche Verschiebungen nicht stattfinden können. Die Axe *c* trägt an ihrem rechten weit hervorragenden Ende den Pfeiler *d*, in welchem ein nach links gerichteter horizontaler Arm drehbar eingesetzt ist, welcher den kleinen dreh- und festklemmbaren, senkrechten Pfeiler *e* aufnimmt. An diesen werden nun die zur Befestigung der zu schneidenden Substanzen dienenden, aus flachen oder hohl ausgedrehten Eisenscheiben bestehenden Hülfsstücke angeschraubt, an welche die Krystalle mit Kolophoniumkitt oder Siegellack angekittet werden. Das Andrücken der letzteren an den Rand der Schneidscheibe geschieht durch den am rechten Ende der Axe *c* angeschraubten Hebel mit versetzbarem Reitergewicht. Grössere Mineralien oder Gesteins-

stücke lassen sich nach Abnahme des horizontalen Armes vom Träger *d* auf der Plattform des letzteren mit einer Schraubzwinge, welche der Maschine beigegeben ist, befestigen.

Nachdem in der beschriebenen Weise ein Mineral zum Schnitt vorbereitet ist, lässt man die Maschine rotiren und trägt mit einem Holzspatel reichlich nassen Schmirgel an der Stelle auf den Krystall, an welcher die Schneidscheibe eindringen soll. Dieses Auftragen des Schmirgels aus einem bereit stehenden Gefäss muss während des Schneidens fortgesetzt werden. Der grösste Theil des aufgetragenen Schmirgels kommt hierbei nicht zur Verarbeitung und wird in das unter die Scheibe gestellte Blechgefäss fallen, von welchem man indessen, wenn sich genügender Vorrath angesammelt hat, ebenfalls entnehmen kann. Der von der Rückwand des Gefässes ausgehende, die Scheibe grösstentheils umschliessende Blechbügel verhindert das Umherspritzen des fortgeschleuderten Wassers. Die passende Schmirgelsorte muss je nach der zu schneidenden Substanz ausgewählt werden — man wird für zarte Mineralien ein feineres, für gröbere Gesteinsstücke ein gröberes Korn nehmen. Zum Schneiden von sehr harten Substanzen verwendet man zweckmässiger solche Blechscheiben, welche mit Diamantpulver imprägnirt sind. Das Verfahren der Herstellung einer Diamant-Schneidscheibe ist folgendes: In den Rand einer gut laufenden Blechscheibe werden in Abständen von ca. 2 mm mit einem stumpfen Messer kleine Kerben eingeschlagen; darauf drückt man eine Achatplatte, welche mit einem Teig von Diamantpulver und Petroleum bestrichen ist, fest dem Rande der Scheibe an, lässt diese gewissermassen sich auf der Achatplatte abrollen und dann die Scheibe auf der Achatplatte einige Male umlaufen, sodass ein Einschnitt entsteht. Die Diamantsplitterchen drücken sich in das weiche Metall ein und bilden so eine Säge mit mikroskopischen Zähnchen. Eine derartig präparirte Scheibe schneidet vorzüglich harte und homogene Mineralien, welche mit Schmirgel schwer zu bearbeiten sind; nur darf man nicht versäumen, fortwährend auf die Schneidstelle Petroleum träufeln zu lassen. Auf weichere Substanzen hingegen ist die Diamant-Schneidscheibe fast unwirksam.

Will man parallel einem Schnitte einen zweiten ausführen, also eine Lamelle ausschneiden, so lüftet man mit einem Schraubenschlüssel (derselbe ist in der Abbildung auf der Schraube des am weitesten links befindlichen Klemmringes aufgesteckt gezeichnet) die Klemmringe der Axe *c* und verschiebt die letztere um die gewünschte Breite der Lamelle.

Will man einen Schnitt von bestimmter krystallographischer Orientirung möglichst genau ausführen, so bedient man sich der in Fig. 700 in Verbindung mit der Schneidemaschine dargestellten Vorrichtung. Die Axe *d*, welche eine feine Verschiebung durch die Schraube *p* gestattet, trägt den verschiebbaren Theilkreis *c*, auf welchem zwei senkrechte Arme befestigt sind. Der rechte derselben bildet oben ein Bogenstück eines zweiten Theilkreises *b*, an welchen ein dritter *a* angeklemmt werden kann. In den Nullpunkt-

lagen stehen alle drei Kreise senkrecht zu einander, *a* parallel, *b* und *c* normal zur Schneidscheibe. Der Krystall wird auf den Träger *r*, welcher behufs der Justirung in zwei zu einander senkrechten Ebenen geneigt und in der erforderlichen Lage an *a* geklemmt werden kann, befestigt. Die Justirung geschieht mittelst des Spiegels *S* oder (bei nicht spiegelnden Krystallen) durch die Stahlschneide *S'*, welche beide von dem andern senkrechten Arme über *c* getragen werden (im zweiten Falle wird die Stellung von *S* und *S'* durch Umdrehen vertauscht). Im Allgemeinen reichen die Drehungen um zwei der zu einander senkrechten Drehungsaxen (welche einander sämmtlich an dem Orte des Krystalls schneiden) um bestimmte Winkel aus, um die gewünschte Ebene des Krystalls der Schneidscheibe parallel zu machen (s. Fuess, Zeitschrift für Instrumentenk. 1889, 9, 349 f.). Eine complicirte Vorrichtung zu sehr genauer Orientirung der zu schneidenden resp. durch Schleifen herzustellenden Platten wurde von Tutton construirt und in der Trans. Roy. Soc. London 1895 beschrieben (eine deutsche Ausgabe dieser Beschreibung erscheint demnächst in der Zeitschr. f. Kryst.).

Fig. 700.

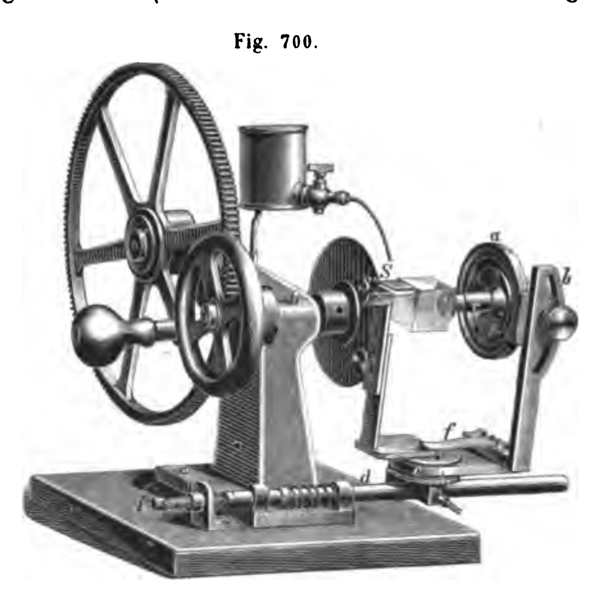


Fig. 701 stellt eine Schneidemaschine mit Fussbetrieb dar. Wie bei den gewöhnlichen Drehbänken geschieht die Uebertragung der Bewegung vom Schwungrad auf die Spindel. Die Supportvorrichtung ist derjenigen der Handbetriebsmaschine gleich — nur grösser. Ausser dem Schneidewerk kann die Maschine zum Schleifen auf der horizontal laufenden Gusseisenscheibe *s* benutzt werden. Zum Betriebe der senkrechten Spindel geht eine Schnur vom Schwungrade in rechtwinkeliger Umbiegung über zwei Leitrollen. Die Abbildung stellt den Mechanismus der Maschine so dar, als ob beides, Schneide- und Schleifwerk, gleichzeitig betrieben werden könne. Dieses würde jedoch unzweckmässig sein, und es werden deshalb die neueren Maschinen nicht mehr mit flachrandigem Kranz des Schwungrades gemacht, sondern mit schwererem Radkranz, in welchen nur eine Rinne für den Schnurlauf eingedreht ist.

Diejenigen, welchen eine derartige Maschine zum Schneiden und Schleifen harter Körper nicht zur Verfügung steht, oder welche einer solchen Arbeit die damit verbundene Mühe und Zeit nicht widmen wollen,

erhalten von den optischen Instituten der Herren: Dr. W. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H., R. Fuess in Steglitz bei Berlin, Voigt und Hochgesang in Göttingen, Strübin in Basel, Werlein in Paris u. A., Schliffe jeder Substanz in gewünschter Orientirung angefertigt.

Fig. 701.



Bei geringerer Härte dagegen, wie sie bei der Untersuchung künstlich dargestellter, krystallisirter Körper fast allein vorkommt, kann man das Durchschneiden eines Krystalls leicht durch eine feine Laubsäge bewerkstelligen, deren Sägeblatt sehr schmal sein muss oder durch einen feinen Draht ersetzt wird. Das Sägen muss sehr langsam und vorsichtig ausgeführt werden und zwar stets unter Benetzung des Sägeblattes oder des

Drahtes; wo es nicht nöthig ist, die durchschnittenen Flächen zu conserviren, wende man ein Lösungsmittel der Substanz zum Benetzen an. Bei der Anwendung des Drahtes ist die Verwendung von Schmirgelpulver kaum zu entbehren. Ist der Krystall gross und etwas bröckelig, so kittet man ihn mit einer Mischung von Wachs und Colophonium auf einem horizontalen Brettchen fest, auf welchem seitlich zwei verticale Wände befestigt sind; diese sind mit je einem senkrechten Schlitz versehen, welcher der Säge zwar eine Bewegung vor und zurück, nach oben und unten, aber keine Abweichung nach rechts und links gestattet.

Kommt es dagegen auf die abfallenden Stücke nicht an, so stelle man die Fläche zuerst durch vorsichtiges Feilen, oder noch besser Abschaben mit einem Messer, annähernd her und schleife sie alsdann eben. Ist nicht sehr viel Substanz zu entfernen, so beginne man direct mit dem Schleifen.

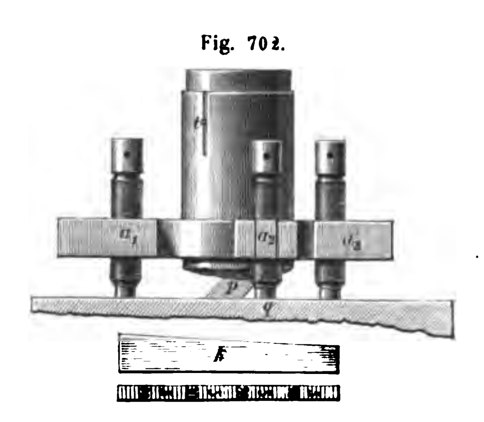
Ist der Krystall klein, so hat man beim Schleifen eine sicherere Führung nöthig, als es das Fassen mit den Fingern gestattet. Man senkt alsdann denselben in Siegellack oder in Gyps, oder fasst ihn mittelst Kork in folgender Weise: Ein guter, dichter und weicher Korkstöpsel wird von oben nach unten (parallel der Cylinderaxe) durchschnitten und die Schnittfläche beider Hälften eben gefeilt; dann werden beide wieder aneinandergelegt und vier horizontale Stecknadeln durch das Ganze gesteckt; zwischen die beiden, beliebig von einander zu entfernenden Schnittflächen wird der Krystall so eingeklemmt, dass der abzuschleifende Theil über eine Endfläche des Korkes hervorragt, und die anzuschleifende Ebene dieser Endfläche parallel ist. Dieser kleine, von Nörremberg angegebene Apparat gestattet selbst bei sehr kleinen Krystallen eine ziemlich sichere Führung, wenn man ihn nur durch einen geringen Druck der Finger in seiner Lage erhält. Das Schleifen selbst wird auf einer matten Glasplatte mit einer Benetzungsflüssigkeit (Oel, Wasser oder Alkohol) *) ausgeführt; hierzu kann man, wenn die die Umgrenzung der Platte bildenden Flächen nicht intact zu bleiben brauchen, ein Lösungsmittel anwenden, wodurch das Schleifen in hohem Grade beschleunigt wird; andernfalls nimmt man feinen Bimsstein, bei etwas härteren Krystallen feinstes Schmirgelpulver neben dem Benetzungsmittel. Eine leidlich ebene, nicht convexe Fläche zu schleifen, erfordert eine ziemlich grosse Uebung; hat man die Neigung des Krystalls während des Schleifens etwas geändert, so bildet sich eine sehr stumpfe Kante, und es sitzt nur noch ein Theil der Fläche auf der Glasplatte auf; alsdann sehe man zu, welcher der beiden Flächentheile die richtigere Lage hat, und schleife nur diesen fort (indem man auf dieser Seite auf den Krystall drückt), bis er die ganze Fläche bildet.

---

*) Absoluter Alkohol darf nicht verwendet werden beim Schleifen der Krystalle wasserhaltiger Salze, da denselben hierdurch das Krystallwasser entzogen und die Durchsichtigkeit genommen würde.

Auf diesem Wege kann man natürlich nur annähernd ebene Flächen erhalten. Hat man grössere Krystalle zur Verfügung und ist also im Stande, an die Vollkommenheit der Platten grössere Anforderungen zu stellen, so empfiehlt sich die Anwendung der von **Fuess** construirten Vorrichtung zum Schleifen und Poliren planparalleler Platten Fig. 702. Die cylindrische Hülse *h* besitzt drei Arme a_1, a_2, a_3, welche die Muttern dreier harter Stahlschrauben s_1, s_2, s_3 bilden; in derselben kann der Cylinder *c*, welcher mit dem Stifte *t* in einem Schlitze der Hülse gleitet und an seiner Unterseite das zu schleifende Object *p* mit Canadabalsam oder einer Mischung von Kolophonium und Wachs angekittet trägt, auf und niedergeschoben werden. Die Stahlschrauben werden mit Hülfe des an seiner abgeschrägten Fläche mit einer Theilung versehenen Keiles *k* so eingestellt, dass ihre Enden in einer zur Unterfläche von *c* parallelen Ebene liegen. Die Vorrichtung wird auf der Schleifplatte *q* so mit der Hand geführt, dass das Object mit der ersteren durch einen leichten Druck auf die obere Fläche des Cylinders stets in Berührung gehalten wird.

Fig. 702.



Zur Herstellung eines Dünnschliffes aus einem Gesteine schleift man eine geschnittene Platte oder einen mit dem Hammer geschlagenen Scherben auf der rotirenden Scheibe der Schleifmaschine oder mit freier Hand auf einer ebenen Eisenplatte mit grobem Schmirgel und Wasser auf einer Seite eben; alsdann wird diese Fläche auf einer mattgeschliffenen Glasplatte mit feingeschlämmtem Schmirgel polirt und mit Canadabalsam auf einer starken, quadratischen Glasplatte aufgekittet. Hierzu, wie überhaupt zum Erwärmen, Kitten u. s. w. von Präparaten, dient ein eisernes Stativ mit einem kleinen Flämmchen (wie solche von **Desaga** in Heidelberg und **Böhm und Wiedemann** in München geliefert werden) oder der sehr bequeme Erwärmungsapparat von **Fuess**, welcher auf Fig. 699 zur Rechten der Handschneidemaschine mit abgebildet ist. Derselbe besteht aus einem viereckigen Kasten von Zink, dessen Oberfläche von einem Holzrahmen umgeben ist, welcher als Stützpunkt für die Hand dient. Ein in den Kasten eingeführtes Thermometer hat den Zweck, die Temperatur zu ermitteln, welche die zur Verfügung stehende Sorte von Canadabalsam bedarf, um haltbare Präparate zu gewinnen. Das aufgekittete Präparat wird dann abgeschliffen, bis es im durchfallenden Lichte im Mikroskope untersucht werden kann, die zweite Fläche ebenfalls polirt und, eventuell nach Uebertragung der dünnen Platte auf ein anderes Objectglas, mit dünnem Deckglase bedeckt.

Zum Poliren der geschliffenen Flächen dient feines, sämisch gegerbtes Leder, weiche Leinwand oder Seide, auf eine ganz ebene Fläche (Holz oder Glas) aufgespannt; als Polirmittel benutzt man am besten englisch Roth (caput mortuum, Fe^2O^3) oder feinst geschlämmte Zinnasche mit Alkohol oder Aether. Weiche Körper nehmen selten gute Politur an, und hat man sich dann mit den durch den Schliff erhaltenen Flächen zu begnügen, nachdem man sie auf einem ausgespannten Leder ohne Polirmittel ein wenig abpolirt hat; namentlich für die Messung des Axenwinkels in Oel reichen solche Platten fast immer hin. Sind die Flächen zu matt, um ein scharfes Axenbild, ein deutliches Spectrum (bei Prismen) zu liefern, so werden mittelst Canadabalsam dünne planparallele Glasplättchen auf dieselben gekittet und möglichst fest angedrückt, damit nicht die Canadabalsamschicht keilförmig werde und Fehler erzeuge (s. auch S. 653). Statt des Canadabalsams kann man auch Mastixlösung in Aether oder eine Mischung beider, welche schneller erhärtet, zum Kitten anwenden.

Was die Genauigkeit betrifft, mit welcher die Orientirung einer künstlichen Fläche herzustellen ist, so kann dieselbe eine sehr verschiedene sein, je nach Umständen. Hat man z. B. von einem Körper festgestellt, dass er einfachbrechend ist, und will seinen Brechungsindex bestimmen, so ist die Stellung der beiden zu schleifenden Prismenflächen ganz gleichgültig; man hat also nur darauf zu achten, dass dieselben recht eben sind und einen passenden Winkel mit einander bilden (bei mittlerer Grösse des Brechungsindex zwischen 40° und 70°). Sind ein Paar geeigneter Ebenen, z. B. zwei gegenüberliegende Oktaëderflächen (Prismenwinkel 70° 32′), als natürliche Krystallflächen vorhanden, so benutzt man diese und bedeckt die übrigen mit einer Schwärze, welche man aus Russ und einem schnell trocknenden Oel herstellt. Ist der zu untersuchende Körper nach den Messungen tetragonal oder hexagonal, und handelt es sich nur um die Feststellung der optischen Einaxigkeit und des Charakters der Doppelbrechung, hat man also die Basis, wenn diese nicht auftritt, anzuschleifen, so braucht dies nur ganz angenähert zu geschehen, denn die erforderten Bestimmungen lassen sich noch ausführen, wenn selbst die Platte sehr schief geschliffen ist, wenn man nur das Interferenzbild noch in seinem ganzen Umfange im Gesichtsfelde des Polarisationsapparates sieht. Will man dagegen die Brechungsindices eines einaxigen Krystalls bestimmen und dazu ein Prisma parallel der Axe verwenden, so muss dieses sehr genau geschliffen sein; ein besonders günstiger Umstand ist hierbei eine vorherrschend prismatische Entwickelung der Krystalle nach der Hauptaxe, indem man alsdann bei hexagonalen Krystallen direct zwei einander unter 60° schneidende Prismenflächen (unter Schwärzung der übrigen), bei tetragonalen eine solche und eine, leicht in genügender Genauigkeit herzustellende, künstliche, verticale Fläche verwenden kann. Platten von zweiaxigen Krystallen, welche zur Messung des Axenwinkels dienen sollen, müssen so geschliffen sein, dass ihre Normale nicht mehr als

1° von der Mittellinie abweicht, wenn die Messung auf 2—3′ genau ausfallen soll; bei sehr kleinen Krystallen wird man sich allerdings mit einer geringeren Genauigkeit begnügen müssen. Bei monoklinen und triklinen Krystallen genügt es meist (wenn nämlich die Dispersion der Hauptschwingungsrichtungen 1—2° nicht übersteigt), die Schliffe für mittlere Farben richtig anzufertigen und auch für die übrigen zu verwenden. Prismen zur Bestimmung der Brechungsindices müssen auf 1° genau die erforderliche Orientirung haben, sollen die erhaltenen Zahlen durchschnittlich auf 3 Decimalen richtig sein.

Anhang.

Preisverzeichnisse

der Lieferanten von

Apparaten, Modellen, Krystallen und Präparaten.

W. Apel,

Universitäts-Mechanikus in Göttingen.

Totalreflectometer nach F. Kohlrausch (s. S. 654 f.) mit Theilung auf 1°, Nonienablesung auf 3′, vernickeltem Krystallhalter mit doppeltem Kugelgelenk, Klammer und Spitzenplatte; Fernrohr mit Fadenkreuz, Glasmikrometer und Vorstecklupe; Spiegel zum Justiren, Centrirschneide, Schirm und Schirmhalter, Thermometer . . . . Mark 150
- Fester centrirter Objectträger (s. S. 656), geschwärzt . . . . - 15
- Drehbarer Objectträger nach Klein (s. S. 655), vernickelt . . . . . - 36
- Derselbe einfacher, nach W. Kohlrausch (s. S. 655), vernickelt . . - 13,50

Böhm und Wiedemann,

Chem.-physik. Utensilienhandl. u. mechan. Werkstätte, München, Kaufingerstr. 20.

Strahlenflächenmodelle, deren Axenverhältnisse den von J. Endres (s. S. 766) gelieferten Modellen der Indexflächen entsprechen, in Messingdraht auf lackirten, gusseisernen Stativen. Diese nach Angabe von Prof. P. Groth gefertigten und zur Demonstration in Vorlesungen bestimmten Modelle besitzen einen Durchmesser ohne Stativ von ca. 50 cm. Ausserdem werden dieselben in halber Grösse mit Holzstativ geliefert; die Preise der letzteren sind im Folgenden in ( ) angegeben. Photographien der Modelle stehen auf Wunsch gegen Erstattung der Kosten (à 50 Pf.) zur Verfügung.

a) Strahlenflächen der einaxig negativen Krystalle (s. S. 59) . . . Mark 25 (12,50)
b) - - - positiven - (s. S. 65) . . . - 25 (12,50)
c) - - zweiaxigen Krystalle (s. S. 86) . . . . . . - 70 (48)
d) - monokliner Krystalle für Roth, Gelb und Blau durch die Hauptschnittcurven dargestellt, zur Demonstration der geneigten Dispersion (s. S. 110 f.) . . . . - 60 (45)
e) desgl. zur Demonstration der horizontalen und der gekreuzten Dispersion (s. S. 112 f.) . . . . - 60 (45)
f) desgl. zur Demonstration der Dispersion eines triklinen Krystalls . . . . - 60 (45)

Axenkreuze der sieben Krystallsysteme, mit Durchbohrungen zum Einziehen farbiger Seidenfäden, auf Stativen gleich vorigen; diese Axenkreuze werden in denselben beiden Formaten geliefert, wie die Strahlenflächen-Modelle; Preis zusammen . . . . - 70 (60)
- Seidenfäden dazu . . . . - 11,50 (10)
- Mit eingezogenen Seidenfäden . . . . - 100 (80)

Modell zur Erläuterung der **stereographischen Projection**, entsprechend Fig. 163—164 (S. 308), in Messing auf eisernem, resp. hölzernem Stativ (s. vor.) . . . . - 70 (48)

In Vorbereitung:
Modelle zur Erläuterung der **Bravais'schen Raumgitter** und der **Sohncke-schen Punktsysteme.**

Anlegegoniometer mit halbem Kreis, in Etuis . . . . Mark 18
Reflexionsgoniometer mit verticalem Kreis s. S. 614 f.) . . . . - 200
Beleuchtungsbrenner hierzu (Flürscheim's Patent, s. S. 616) . . . . . - 7
Bunsen'scher Brenner (Flürscheim's Patent) mit Kamin und Vorrichtung zur Färbung der Flamme nach Feussner, zur Anwendung am Totalreflectometer (s. S. 659) . . . . - 12
Bunsen'scher Brenner mit breiter Oeffnung und Vorrichtung zur Färbung der Flamme nach Laspeyres (s. S. 707 unten) . . . . - 32
Derselbe mit langem knieförmigen Arm zur Befestigung an der Wand (s. S. 708 Anmerk.) . . . . - 33
Apparat zur Demonstration und Bestimmung der **Schwingungsrichtungen** d. polar. Lichtes in zweiaxigen Krystallen (s. S. 97 Anm.), mit gr. Metall-Transporteur u. Kreistheilung auf der Schiefertafel . . . . - 48

L. Brill,

Verlagshandlung mathematischer Modelle in Darmstadt.

Gypsmodelle:
Strahlenfläche einaxig negativer Krystalle (Kalkspath), Durchm. 9—8 cm. Mark 4
Dieselbe für positive Doppelbrechung (Zinnober), Durchm. 9 cm . . . . - 4
Fresnel'sche Strahlenfläche zweiaxiger Krystalle, längs eines Hauptschnittes zerlegbar, Durchm. 12—8 cm . . . . - 9
Cartonmodelle:
Dreiaxiges Ellipsoid, beweglich, so dass man das Verhältniss der drei Axen nach Belieben ändern kann . . . . - 2.30
Mit Stativ . . . . - 3.50
NB. Ausführlicher Katalog der mathemat. Modelle auf Verlangen.

J. Endres,

Drechslermeister, München, Fürstenstr. 23.

Modelle in polirtem harten Holz, z. Zerlegen, grosses Format (f. Vorles.).
Opt. Indexfläche zweiaxiger Krystalle, mit einem Kreis- u. einem schiefen Schnitt . . . . Mark 30
Dieselbe für + und — einaxige Krystalle, 2 St. . . . . - 36

R. Fuess,

Mechaniker, Steglitz bei Berlin, Düntherstr. 7 u. 8.

Anlegegoniometer mit abnehmbaren Stahlschenkeln (Fig. 621) . . . . Mark 24
do. mit festen Stahlschenkeln . . . . - 30
Mikroskopgoniometer nach Hirschwald (s. S. 603) . . . . - 500
Fühlhebelgoniometer (s. S. 604) . . . . - 350
Leeson's Goniometer zum Aufsetzen auf den Mikroskoptubus (s. S. 609) . . . - 50
Kleines Reflexionsgoniometer nach C. Klein (s. S. 615 u. Fig. 632) . . . . . - 250
do. mit horizont. Kreise . . . . - 260
Reflexionsgoniometer und **Refractometer** (Modell Nr. 2, s. S. 619 f.). Theilung des verdeckten silbernen Limbus auf 15′, der Nonien auf 30″; vier Oculare und vier Lichtsignale; Beleuchtungsrohr (s. S. 625) mit Nicol'schem Prisma . . . . - 660
Dasselbe Instrument (Mod. 2a) nach S. 626 vervollständigt . . . . - 710
Dasselbe mit Nicol'schem Prisma zum Aufsetzen auf Ocular γ (s. S. 716) und einem Linseneinsatz zur Messung des Winkels der optischen Axen . - 750
Reflexionsgoniometer Modell Nr. 3 (s. S. 626) . . . . - 460
Desgl. Modell Nr. 4 (s. S. 626) m. offenem Limbus . . . . - 340
Grosses Reflexionsgoniometer und **Refractometer** (s. S. 627 f.). Silberner Limbus auf 10′ getheilt, zwei Mikroskope mit Fadenmikrometer, zwei Nicol-sche Prismen mit Theilkreisen für die Fernröhre; vier Oculare und ebenso viele Signale; Beleuchtungsrohr mit Nicol. . . . . - 1250
Dasselbe vervollständigt nach Liebisch . . . . - 1500
Erhitzungsapparat zur Messung der Krystallwinkel und Brechungsindices in höherer Temperatur (s. S. 631) . . . . - 250

Vorrichtung zum Messen zerfliesslicher Krystalle (s. S. 648) zu den Goniometern Nr. 2, 2a und 3 passend . . . . . Mark 45
Goniometerlampe auf Stativ mit Umschlussmantel für Hell- u. Dunkelstellung - 30
Traube's Verdunkelungsvorrichtung zum Goniometer. . . . . - 24
Theodolitgoniometer (s. S. 646) . . . . . - 750
Dasselbe mit verdecktem Silberlimbus von 15 cm Durchmesser auf $^1/_4{}^\circ$ getheilt, Nonienables. 30″ . . . . . - 950
Liebisch's Totalreflectometer nach S. 666 zum Goniometer Nr. 2 gehörig, dessen Ocular γ alsdann mit Nicol versehen wird (s. vor. S.) . . . . . - 120
Dasselbe als besonderes Instrument (s. S. 671). . . . . - 280
Grosses Totalreflectometer (s. S. 672), zum Goniometer Mod. 1 passend . . . - 270
Polarisationsinstrument nach Nörremberg (s. S. 698) für paralleles und convergentes Licht, mit drehbarem getheilten Tische, kleinem Axenwinkelgoniometer und Auszugsrohr zur stärkeren Vergrösserung der Interferenzbilder . . . . . - 150
Dasselbe Instrument ohne Axenwinkelapparat. . . . . - 130
Krystallographisch-optischer Universalapparat nach Groth (s. S. 693 f.) bestehend aus:

1) Verticales Polarisationsinstrument für convergentes und paralleles Licht (Fig. 658) nebst Stauroskop mit Calderon'scher Doppelplatte (s. S. 700) u. empfindliche Gypspl. . . . . . - 320
2) Axenwinkelstativ, zu dem die optischen Theile des verticalen Instruments benutzt werden, neue Form (s. S. 710) mit Centrir- und Justirapparat und zwei Fernröhren zur Benutzung als Goniometer und Refractometer (s. S. 722). . . . . - 400
3) Erhitzungsapparat mit zwei Thermometern (s. S. 714) . . . . . - 45
4) Zwei Oelgefässe (s. S. 714) à 10 Mark . . . . . - 20
5) Quarzkeil und Viertelundulations-Glimmerplatte . . . . . - 20

Zusammen Mark 805

Daraus einzeln:

Das verticale Polarisationsinstrument ohne Stauroskop . . . . . Mark 260
Stauroskop nach Calderon oder Bertrand . . . . . - 240
Stauroskop mit Halbschattennicol . . . . . - 260

Adams'scher Polarisations- und Axenwinkel-Apparat (§ 25) . . . . . - 310
Grosser Axenwinkel-Apparat (§ 26) . . . . . - 790
Mikroskope: a) Kleines Modell (Fig. 681) mit Objectiven, Ocularen u. s. w. M. 325—408
b) Mittleres Modell (Fig. 682) dito. . . . . - 583—852
c) Grosses Modell (Fig. 683, 684) ohne Objective und Oculare . Mark 660
d) Dasselbe mit gleichzeitig drehbaren Nicols (Fig. 687) dito. . . - 775
Ocular-Schraubenmikrometer (S. 743) . . . . . - 65
Calderon'sches Stauroskopocular (S. 743). . . . . - 35
Bertrand'sches Stauroskopocular (S. 743) . . . . . - 35
Babinet'scher Compensator (S. 748) . . . . . - 90
Michel-Lévy'scher Compensator (S. 748) . . . . . - 135
Universaltisch zum Mikroskop nach Fedorow (Fig. 688) mit Objectiv und Condensor . . . . . - 130
Derselbe einfacher (Fig. 689) . . . . . - 90
Drehapparat, einfacher (Fig. 690) . . . . . - 40
do. grosser nach C. Klein (Fig. 691) mit Objectiv und Condensor. . - 105
do. mit Axenwinkelapparat nach Adams (Fig. 692) . . . . . - 70
Erhitzungsapparat z. Mikroskop (Fig. 693) . . . . . - 85
do. (Fig. 694) . . . . . - 36
do. (Fig. 695) . . . . . - 90
Zwei Kalkspathrhomboëder in Fassung drehbar zur Demonstration der Doppelbrechung (s. S. 50 f.) . . . . . - 70
Nicol'sche Prismen . . . . . 10—100
Viertelundulations-Glimmerplatte (s. S. 125) . . . . . - 4
Empfindliche Gypsplatte (s. S. 127) . . . . . - 10
Quarzkeil (s. S. 126) . . . . . - 16
Apparat zur Demonstration der **Doppelbrechung durch Biegung** (s. S. 210) . . . - 15
Presse zur Demonstration der Doppelbrechung durch Druck (s. S. 212). . . . - 15
Apparat zur Demonstration der Doppelbrechung durch Erhitzung (s. S. 213) . - 15
Dicke Gläser zu den beiden letzteren Apparaten. Pro Dutzend . . . . . - 9
Bücking'scher Druckapparat (s. S. 215) . . . . . - 55
Dichroskop mit der Verbesserung von V. von Lang (s. S. 154). . . . . - 15

Sénarmont'scher Apparat zur Demonstration der Wärmeleitung . . . . **Mark** 18
Kleine Schneidemaschine für Handbetrieb (Fig. 699) . . . . - 72
Dieselbe mit Vorrichtung zur Orientirung der Krystalle (Fig. 700) . . . . . . - 152
Schneide- und Schleifmaschine (Fig. 701) mit Schwungrad und Fusstrittbewegung, mit Vorrichtung zum Befestigen und Orientiren des Materials . . . . . . - 270
Vorrichtung zum Planparallelschleifen (Fig. 702) . . . . - 18
Platte von Gusseisen, genau plan gehobelt . . . . - 12
Glasplatte in Holzrahmen, zum Schleifen . . . . - 12
Kasten mit Schleifutensilien (verschiedene Sorten Schmirgel, Canadabalsam, Zinnasche, Kolophoniumkitt) . . . . - 24
Präparirapparat zum Kitten von Dünnschliffen (Fig. 699), mit regulirbarer Spirituslampe, Thermometer und Pincette . . . . - 28
Objectträger von gewöhnl. Glase . . . . pro 100 St. - 5
- von Spiegelglas . . . . - 100 - - 10
Deckgläser 22:23 mm . . . . - 100 - - 5
- 16:16 mm . . . . - 100 - - 3
Glaslineal zum Zeichnen, mit Millimetertheilung . . . . - 9
Glasdreieck, rechtwinkelig (eine Kathete mit Millimetertheilung) . . . . - 12
Glaskreis in 360° getheilt, als Transporteur zu gebrauchen . . . . - 12

Ausführliche Preisverzeichnisse mit Abbildungen werden auf Wunsch gratis versendet.

C. Goldbach,

Chemisches Laboratorium in Schiltigheim bei Strassburg i. Els.

Krystalle chemischer Präparate. Ausführliches Verzeichniss gratis und franco.

G. Halle

Mechaniker und Optiker, Berlin-Rixdorf, Karlsgartenstr. 20

sendet a. Verl. sein Preisverzeichniss der gebräuchlichsten optischen Instrumente für Krystallographie und Petrographie.

Dr. F. Krantz,

Rheinisches Mineralien-Contor
Verlag mineralogischer und geologischer Lehrmittel
Bonn am Rhein (Herwarthstrasse 36)

empfiehlt sich zur Lieferung von Mineralien, Meteoriten, Gesteinen, Petrefacten, Dünnschliffen von Gesteinen und Petrefacten, orientirten Mineralpräparaten, Gypsmodellen Edelsteinmodellen und geologischen Modellen aller Art, sowohl einzeln als auch in systematisch geordneten Sammlungen.

Kataloge, Nr. 1a (Mineralien und Mineralpräparate), Nr. 1b (Krystallmodelle), Nr. 2 (Petrefacten und geolog. Modelle), Nr. 3 (Gypsmodelle), Nr. 4 (Gesteine und Dünnschliffe) stehen auf Wunsch kostenfrei zur Verfügung.

Krystallmodelle in Birnbaumholz

a. **Sammlung von 30 Krystallmodellen** einfache Hauptformen } Durchschnittsgrösse 5 cm . . . . . **Mark** 20.—
» 10 » . . . . . » 35.—
b. **Sammlung von 50 Krystallmodellen,** » 5 » . . . . . » 36.—
c. **Sammlung von 80 Krystallmodellen,** » 5 » . . . . . » 75.—

Die Sammlungen *b* und *c* sind mit besonderer Berücksichtigung des mineralogischen Unterrichts auf höheren Schulen zusammengestellt und enthalten ausser den einfachen Hauptformen noch die wichtigsten Combinationen und Zwillinge.

d. **Sammlung von 132 Krystallmodellen,** sämmtliche einfachen Formen, auch alle hemiedrischen und tetartoëdrischen und die am häufigsten in der Natur vorkommenden Combinationen, zusammengestellt von Prof. Dr. C. Hintze.
Durchschnittsgrösse 5 cm **Mark** 125.—
» 10 » » 340.—

e. **Uebungssammlung von 56 Modellen verzerrter und pseudosymmetrischer Krystallformen.** Diese Sammlung enthält für Uebungszwecke besonders geeignete einfache Krystallmodelle, die theils die gleichwerthigen Flächen in ungleichem Centralabstande zeigen, theils in ihren Combinationsverhältnissen eine pseudosymmetrische Entwicklung dar-

stellen, so dass das System erst unter Zuhülfenahme des Anlegegoniometers festgestellt werden kann. Zusammengestellt von Prof. Dr. J. Hirschwald.
Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 45,—

f. **Petrographisch-krystallographische Sammlung von 100 Modellen** zur krystallographischen Erläuterung der petrographisch wichtigen Mineralien, zusammengestellt nach Prof. Dr. H. Rosenbusch »Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien«, III. Auflage. Stuttgart 1893. Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 95,—

g. **Mineralogisch-krystallographische Sammlung:**
1. Sammlung von 743 Krystallmodellen enthält typische Modelle sämmtlicher krystallisirten Mineralien, zusammengestellt von Prof. Dr. Groth (1880).
Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 1200,—
2. Sammlung von 213 Krystallmodellen enthält die interessantesten, seit dem Erscheinen der 2. Auflage des zu vorstehender Sammlung gehörigen Kataloges (1880) bekannt gewordenen Combinationen, zusammengestellt von Prof. Dr. Groth (1887). Sie bildet mithin ein Supplement zu der Sammlung von 743 Krystallmodellen. Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 650,—

h. **Systematisch-krystallographische Sammlungen:**
1. Sammlung von 396 Modellen sämmtlicher in vorliegendem Lehrbuche abgebildeten Krystallformen und Combinationen, mit erklärendem Katalog von Prof Dr. P. Groth. Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 575,—
2. Sammlung von 88 colorirten Modellen zur Ableitung der hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen, enthaltendend sämmtliche diesbezüglichen in Prof. P. Groth's Lehrbuch der physikalischen Krystallographie (2. Aufl. Leipzig 1885) abgebildeten Krystallformen, zusammengestellt von Prof. Dr. P. Groth. Durchschnittsgrösse 5 cm Mark 200,—
» 10 » » 500,—

Glas-Krystallmodelle.

Die Krystallmodelle von Tafelglas mit eingezogenen farbigen Axen oder bei den hemiëdrischen Körpern mit eingeschlossener Grundform aus Holz, bilden ein vorzügliches Anschauungsmittel für grössere Auditorien zur Erklärung der einfachen und hemiëdrischen Krystallformen.

a. **Kleine Unterrichts-Sammlung von 15 Glas-Krystallmodellen,** enthaltend wichtige Hauptformen aller Systeme mit eingezogenen farbigen Axen, bezw. mit eingeschlossener Grundform aus Holz. Durchschnittsgrösse 15×25 cm Mark 33,—

b. **Sammlung von 28 Glas-Krystallmodellen,** enthaltend die einfachen Grundformen der sechs Krystallsysteme mit eingezogenen farbigen Axen.
Durchschnittsgrösse 15×25 cm Mark 85,—

c. **Sammlung von 26 Glas-Krystallmodellen,** enthaltend die einfachen hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen mit eingeschlossener holoëdrischer Grundform aus Holz oder Pappe. Durchschnittsgrösse 15×25 cm Mark 115,—

d. **Sammlung von 54 Krystallmodellen,** enthaltend die einfachen Grundformen der sechs Krystallsysteme und die Ableitungen der einfachen hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen. Durchschnittsgrösse 15×25 cm Mark 200,—

e. **Grosse Lehrsammlung von 100 Krystallmodellen,** ausser sämmtlichen einfachen Formen auch die hemiëdrischen und tetartoëdrischen und die am häufigsten in der Natur vorkommenden Combinationen enthaltend.
In Durchschnittsgrösse von 15×25 cm Mark 425,—

f. **Sammlung von 10 Modellen der wichtigsten Durchkreuzungszwillinge,** die verschiedenen einzelnen Krystallindividuen durch Glas von verschiedener Färbung zur Anschauung gebracht. In Durchschnittsgrösse von 15×25 cm Mark 100,—

g. **Sammlung von 20 Krystallmodellen** nach H. Rosenbusch »Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien«. III. Aufl. Stuttgart 1893. Mit eingezogenen farbigen Seidenfäden zur übersichtlichen Darstellung mineraloptischer Verhältnisse, zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Grubenmann.
In Durchschnittsgrösse von 15×25 cm Mark 100,—

In Vorbereitung:

h. **Sammlung von Krystallmodellen** mit eingezogenen farbigen Fäden zur Erläuterung der Axenrichtungen und der Symmetrie-Ebenen in den Krystallen. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Liebisch in Göttingen. Die 13 Modelle des regulären Systems in Durchschnittsgrösse von 25 cm Mark 72,—

Papp-Krystallmodelle.

Diese Modelle bringen in sehr übersichtlicher Weise die verschiedenen einfachen Formen, Combinationen und Zwillingsverwachsungen zur Anschauung und eignen sich

ihrer Leichtigkeit und Grösse (16—25 cm) wegen ganz besonders zu Demonstrationen bei Vorlesungen. Aus starker mit Leim imprägnirter Pappe hergestellt, die Flächen mit dunkelgelbem, die Kanten mit schwarzem Papier überzogen und lackirt, sind diese Modelle bei höchst elegantem Aussehen von grosser Dauerhaftigkeit. Bei den Zwillingen sind die Einzelindividuen durch verschiedene Färbung von einander abgehoben. **Sammlung von 280 Krystallmodellen**, zusammengestellt von Prof. Dr. K. Vrba in Prag.

In Durchschnittsgrösse von 16×25 cm **Mark 530.—**

Die kostenfrei zu beziehenden Kataloge der vorstehenden Sammlungen enthalten auch die **Einzelpreise** für beliebig auszuwählende Modelle.

Krystallmodell-Halter

Aus starkem Messingdraht auf schwarzlackirten gedrehten Füssen werden zum Gebrauch der Modelle aus Tafelglas und Pappe Modellhalter in fünf verschiedenen Formen den verschiedenen Formen der Modelle sich anpassend, geliefert.

Ein Sortiment von 10 Stück . . . . . Mark 15,—
» » » 25 » . . . . . » 35,—

Axenkreuze

Sechs Axenkreuze von Holz zur Darstellung der Axenrichtungen in den sechs Krystallsystemen Höhe 15 cm **Mark 10.—**
» 25 » » 15.—

Winkelspiegel mit Einlagen

nach E. Hess.

Ein Satz von drei Stück . . . . **Mark 30.—**

J. Kreittmayr,

Formator d. k. b. Nationalmuseums, München, Hildegardstrasse 12.

Gypsmodelle der Dehnungsoberflächen (s. S. 205) von Flussspath (Fig. 120), Quarz (Fig. 122 und Baryt (Fig. 123), m. farbigen Curven . . . . à **Mark 5.—**

V. Linhof,

Mechaniker, München, Göthestr. 36.

Reflexionsgoniometer mit vertic. Kreise (Fig. 630) . . . . **Mark 130**
do. mit horizontalem Kreise und zwei Fernröhren (s. S. 626 u. 648 Anmerk.). - **250**

W. u. H. Seibert,

Optisches Institut, Wetzlar.

Mikroskope. a) grösseres mit vollständ. optischer Ausrüstung und 2 Analysatoren. . . . . **Mark 460**
b) einfacheres, mit optischer Ausrüstung. . . . . - **280**
Stauroscop-Ocular nach Bertrand . . . . - **25**
do. Calderon . . . . - **20**
Babinet'scher Compensator. . . . . - **75**

Dr. Steeg und Reuter,

Optisches Institut in Homburg v. d. Höhe.

Polarisations-Apparat nach Nörremberg mit grossem Gesichtsfeld und Auszugsrohr . . . . Mark **120**
Derselbe mit Goniometer zum Messen der Axenwinkel (S. 693). . . . - **150**
Turmalinzangen . . . . - **12—36**
Einaxige Krystallplatten, senkrecht zur Axe:
Apophyllit von verschiedenen Fundorten . . . . - **3—10**
Amethyst von Brasilien mit Dreitheilung . . . . - **10—30**
Magnesium-Platin-Cyanür . . . . - **3—12**
Quarz, Rechts und Links . . . . .per Paar - **6— 8**
Kalkspath ½ bis 3 mm dick . . . . - **3— 5**

Apatit 1/2 bis 3 mm dick . . . . Mark 3—5
Turmalin in verschiedenen Farben . . . . - 3—12
Zweiaxige Krystalle, senkrecht zur ersten Mittellinie:
Sanidin, mit verschiedener Dispersion . . . . - 3—6
Adular von St. Gotthard (horizontale Dispersion) . . . . - 3—6
Aragonit, dick und dünn . . . . per Stück - 2,5—5
Borax (gekreuzte Dispersion) . . . . - 2,5—3,5
Brookit (Axenebenen gekreuzt) . . . . - 6—30
Weinsaures Kali-Ammoniak-Natron (desgl.) . . . . . - 3—5
Dichromsaures Kali . . . . - 2—3,5
Gyps, 2 Platten, eine ungefasst zum Erwärmen (geneigte Dispersion) - 5—12
Chrysoberyll verschiedener Dispersion . . . . . . - 8—20
Topas, mit kleinem und grossem Axenwinkel . . . . . - 4—15
Titanit (Sphen) . . . . - 3—15
Pleochroitische Würfel und Platten zum Drehen gefasst:
Pennin oder Ripidolith . . . . - 4—6
Cordierit . . . . - 10—25
Turmalin . . . . - 10—30
Topas . . . . - 12—30
Epidot . . . . - 6—12
Andalusitplatte senkrecht zu einer Axe (Büschel) . . . . - 10—40
Epidotplatte - . . . . - 5—12
Aragonit, idiocyclophanisch . . . . - 10—20
Quarzplatte, parallel der Axe ganz dünn . . . . . . - 5—12
Quarzkeil mit den Farben 1.—4. Ordn. (s. S. 44) . . . . . - 20
Quarzprisma, senkrecht oder parallel zur Axe . . . . . - 15—75
Kalkspath, senkrecht oder parallel zur Axe je nach Grösse und Reinheit - 20—100
Alle Arten Polarisations-Prismen, nach Nicol, Hartnack, Foucault, Glan, Thomson, Glazebrook etc.
Dichroskopische Loupe . . . . - 12
Farbige Gläser, roth und blau . . . . - 2
Viertelundulations-Glimmerplatten . . . . - 1,5—4
Glimmer-Combinationen nach Reusch, einaxig, rechts und links drehend per Paar - 25
Sortiment von 16 gekühlten Gläsern . . . . . . per Stück - 3—10
Taschen-Spectroskop . . . . - 27
Krystallplatten mit Absorptionsstreifen . . . . . . - 2—20
Krystallmodelle in weissem und farbigem Glase, in Sammlungen von 18 bis 60 Stück . . . . - 25—80

Ausführliche Cataloge senden auf Verlangen gratis und franco Dr. Steeg und Reuter.

Voigt und Hochgesang (R. Brunnée),

Opt.-mech. Werkst., Göttingen, unt. Maschstr. 26.

Mikroskope mit Vorrichtung zum schnellen Wechsel der Beleuchtung:
a) grosses Nr. 1 nach C. Klein je nach opt. Ausrüstung . . Mark 590—800
b) Mittleres Nr. 2 . . . . - 410—515
c) Kleines Nr. 3 . . . . - 260—350
Krystallisationsmikroskope nach O. Lehmann (s. S. 756) mit 2 Objectiven und 1 Ocular u. s. w. . . . . Mark 300
Dasselbe mit 3 Objectiven, 3 Ocularen u. s. w. . . . . . - 400
Mit Vorrichtung für Glühtemperatur und Elektrolyse . . . . - 475

Carl Zeiss,

Optische Werkstätte, Jena.

Mikroskope. a) Grosses Modell, mit Abbé'schem Beleuchtungsapparat, Polarisatoren etc. . . . . Mark 550
b) Mittleres Modell . . . . - 350
c) Kleines Modell, mit Polarisatoren etc. . . . . . . - 180
Bertrand'sches Ocular . . . . - 35
Ocular-Schraubenmikrometer . . . . - 70
Axenbilder-Ocular . . . . - 30
Spectral-Ocular . . . . - 200

Namenregister.

Sachregister.

A.

B.

E.

F.

G.

H.

I.

U.

V.

W.

Z.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

Erläuterung der Tafeln.

Tafel I.

Polarisationsfarben doppeltbrechender Krystalle.

Fig. 1. Das sichtbare Sonnenspectrum mit den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien und Angabe der Wellenlängen in Millionsteln Millimeter.
Fig. 2. Die Interferenzfarben für Gangunterschiede von 0 bis 2400 Millionstel Millimeter (1.—4. Ordnung).

Tafel II.

Interferenzerscheinungen der Krystalle im convergenten polarisirten Lichte (bei gekreuzten Nicols).

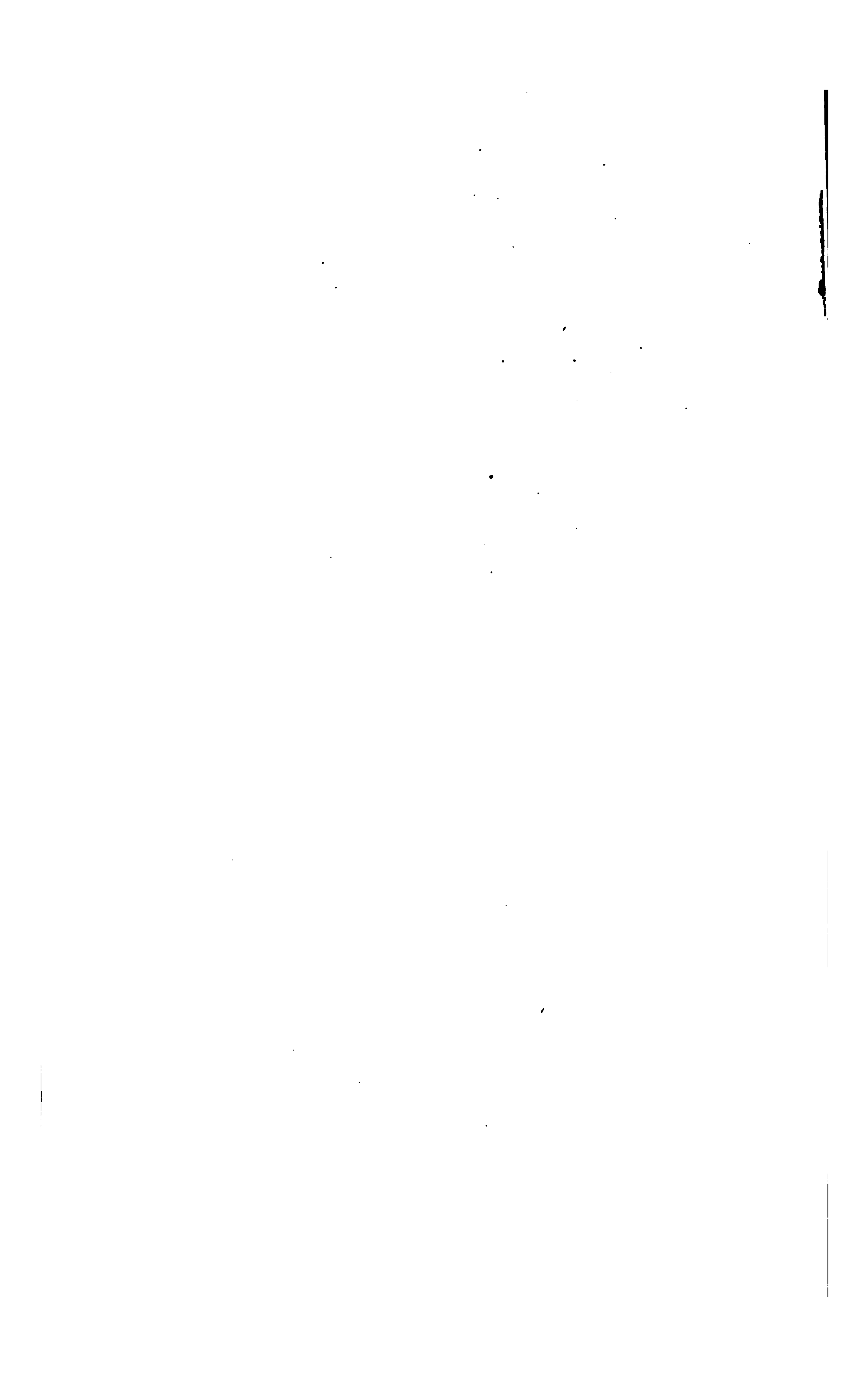
Fig. 1. Kalkspath (einaxig);
Fig. 2. Quarz (do., circul. pol.);
Fig. 3, 4. Aragonit (rhombisch);
Fig. 5. Brookit (do., Axeneben für Blau und Roth gekreuzt);
Fig. 6, 7. Gyps (geneigte Dispersion);
Fig. 8, 9. Feldspath (horizontale Dispersion);
Fig. 10, 11. Borax (gekreuzte Dispersion);
Fig. 12, 13. Zweifach chromsaures Kalium (triklin).

Tafel III.

Polare Pyro- (und Piëzo-) Elektricität.

Die Figuren (mit Ausnahme von Fig. 9 u. 10) stellen polarelektrische Krystalle, während der Abkühlung mit Schwefel und Mennige bestäubt (s. S. 196), dar. Die am stärksten roth gefärbten Theile entsprechen daher dem analogen Pole einer elektrischen Axe.

Fig. 1. Rechtsweinsäure s. S. 353 (Beob. d. Verf.).
Fig. 2. Linksweinsäure s. ebenda.
Fig. 3. Kieselzinkerz (S. 385) nach Bauer und Brauns. Die Vertheilung der Elektricität auf r' $\{301\}$ beruht jedenfalls auf einer Influenzerscheinung. Aetzfiguren auf b $\{010\}$ s. S. 238.
Fig. 4*a*. Struvit (S. 385) nach Kalkowsky; Fig. 4*b* elektrische Vertheilung auf der Fläche c $\{00\bar{1}\}$ mit einer durch Influenz erzeugten positiven Stelle in der Mitte, obgleich dort der negative Pol der elektrischen Axe sich befindet.
Fig. 5. Turmalin (S. 461) nach Schedtler.
Fig. 6*a*, *b*. Links- und Rechts-Quarz (S. 451) nach Kolenko. Aetzfiguren mit Fluorwasserstoffsäure erhalten.
Fig. 7 u. 8. Geschliffene Platten nach $\{001\}$ von Quarz (s. ebenda), nach Kolenko; 7 einfacher Krystall, 8 Zwilling (s. S. 454).
Fig. 9 u. 10. Basische Platte von Quarz gepresst (s. S. 221), nach Kundt.
Fig. 11. Boracit (S. 517), nach Mack.
Fig. 12. Topas (S. 399) nach Demselben. Diese Figur zeigt das anomale elektrische Verhalten einer basischen Spaltungsplatte, welche sich auch optisch anomal verhält, indem sie in vier den Seiten parallele Randfelder und vier (zwei grössere und zwei kleinere) diagonale Mittelfelder zerfällt, in denen die Schwingungsrichtungen und Winkel der optischen Axen etwas verschieden sind. An den Grenzen dieser Felder hat sich nun das Mennigepulver angehäuft, während die Felder selbst einen schwachen Schwefelbelag zeigen. Derartige elektrische Erregungen an den Grenzen verschieden orientirter Partien eines Krystalls werden auch an den Zwillingsgrenzen der mimetischen Boracitkrystalle (s. S. 517) bei bestimmter Ausbildungsweise derselben beobachtet.



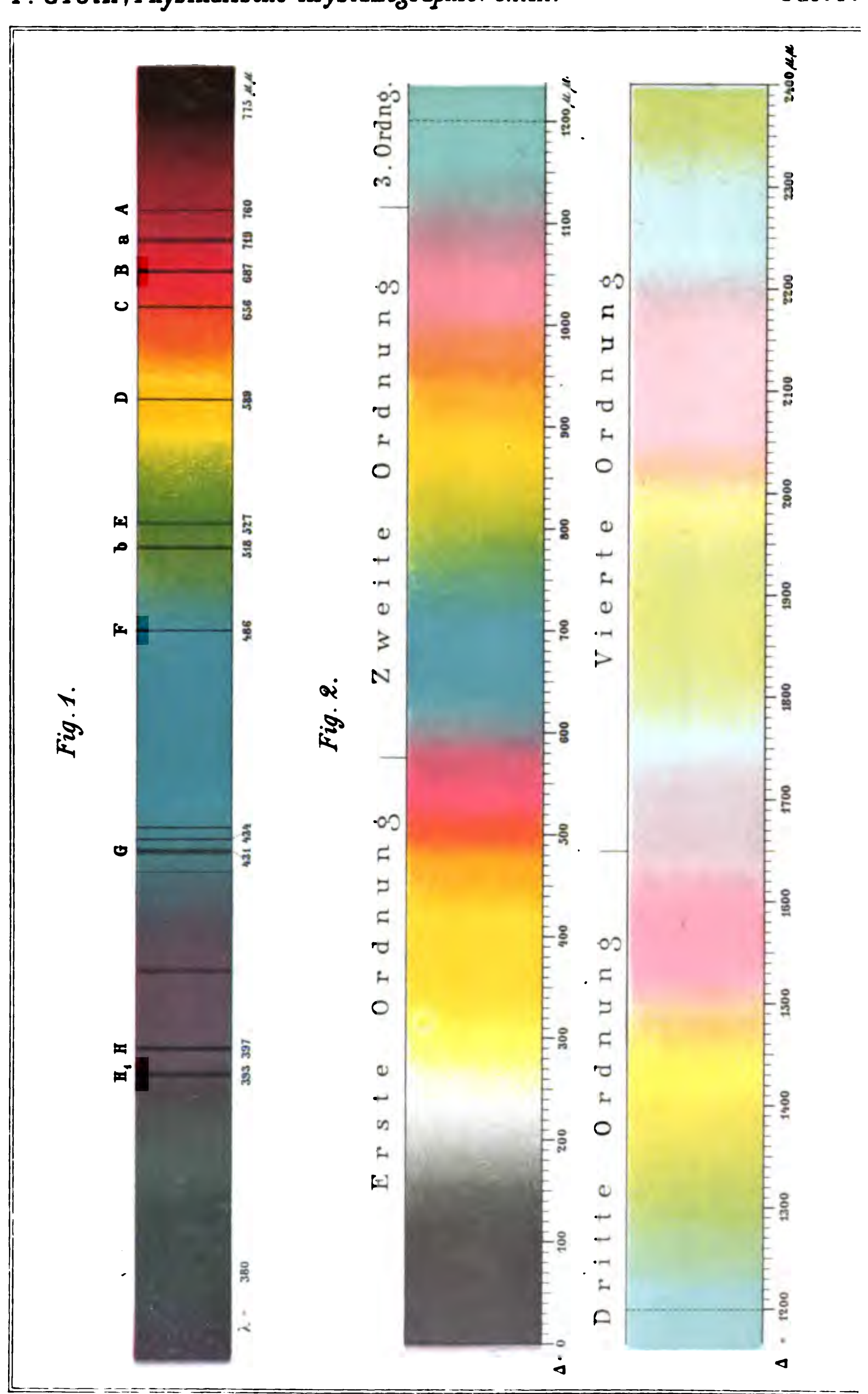
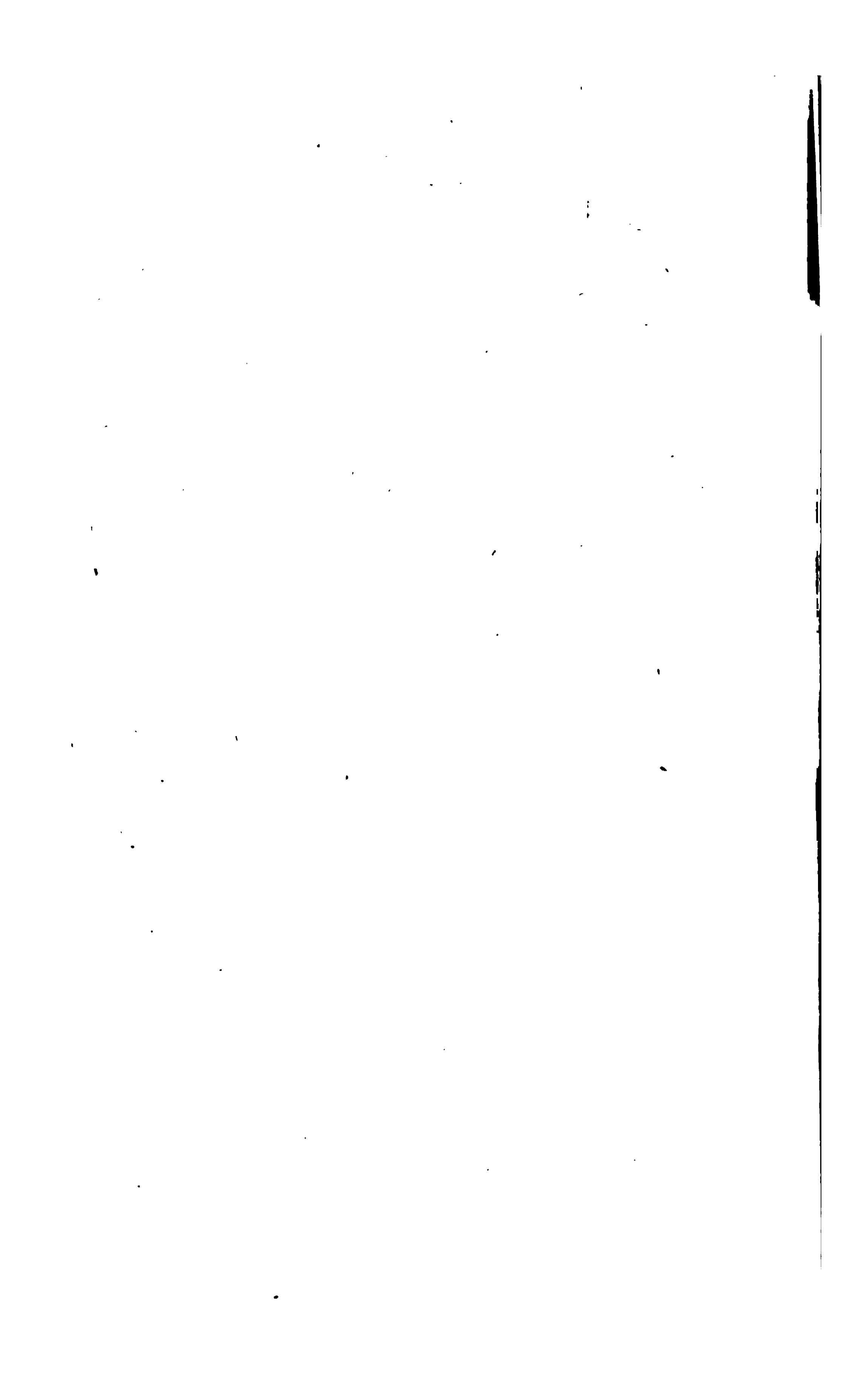


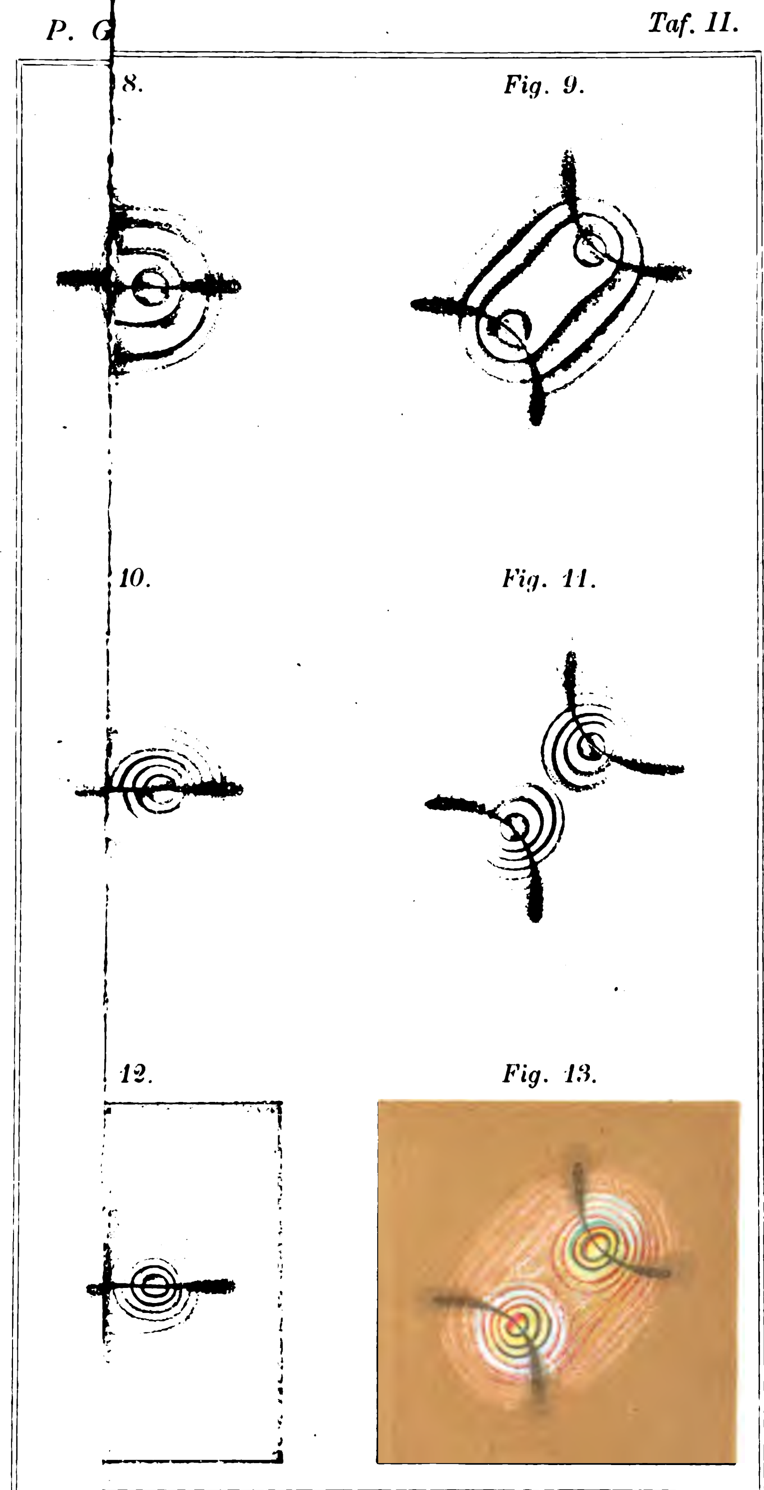
Fig. 1.

Fig. 2.

Verlag v. W. Engelmann Leipzig

Lith. Hubert Köhler München





Elsäss. Druck. vorm. G. Fischbach, Strassburg. — 1263

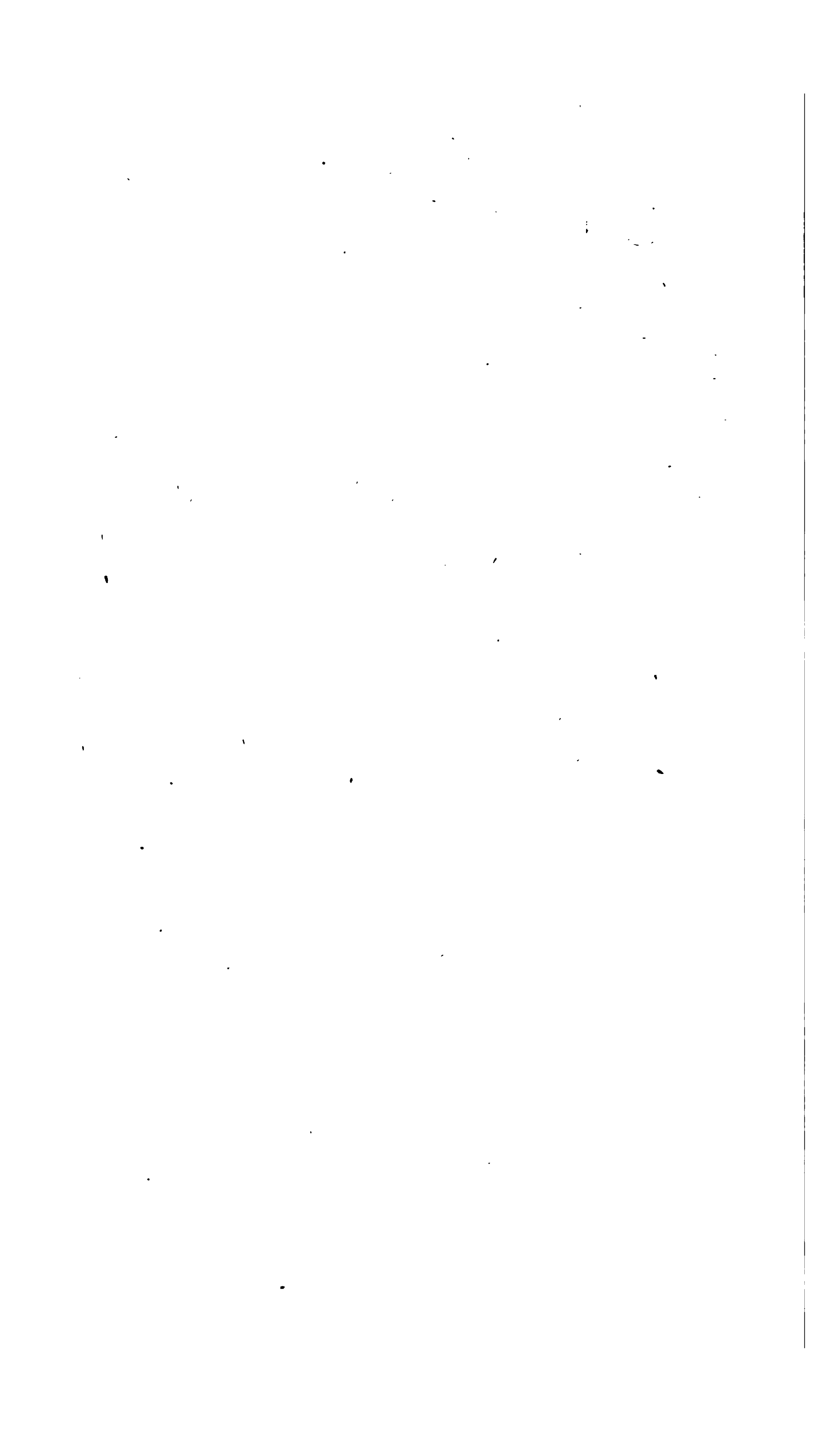


Fig. 1.

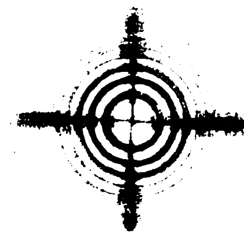


Fig. 2.

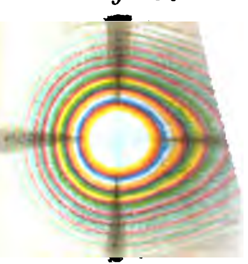


Fig. 3.

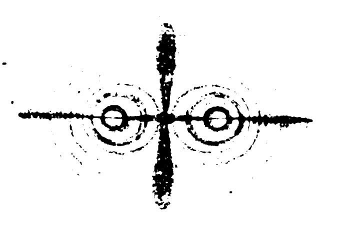
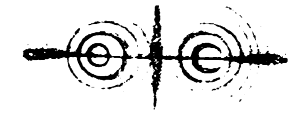
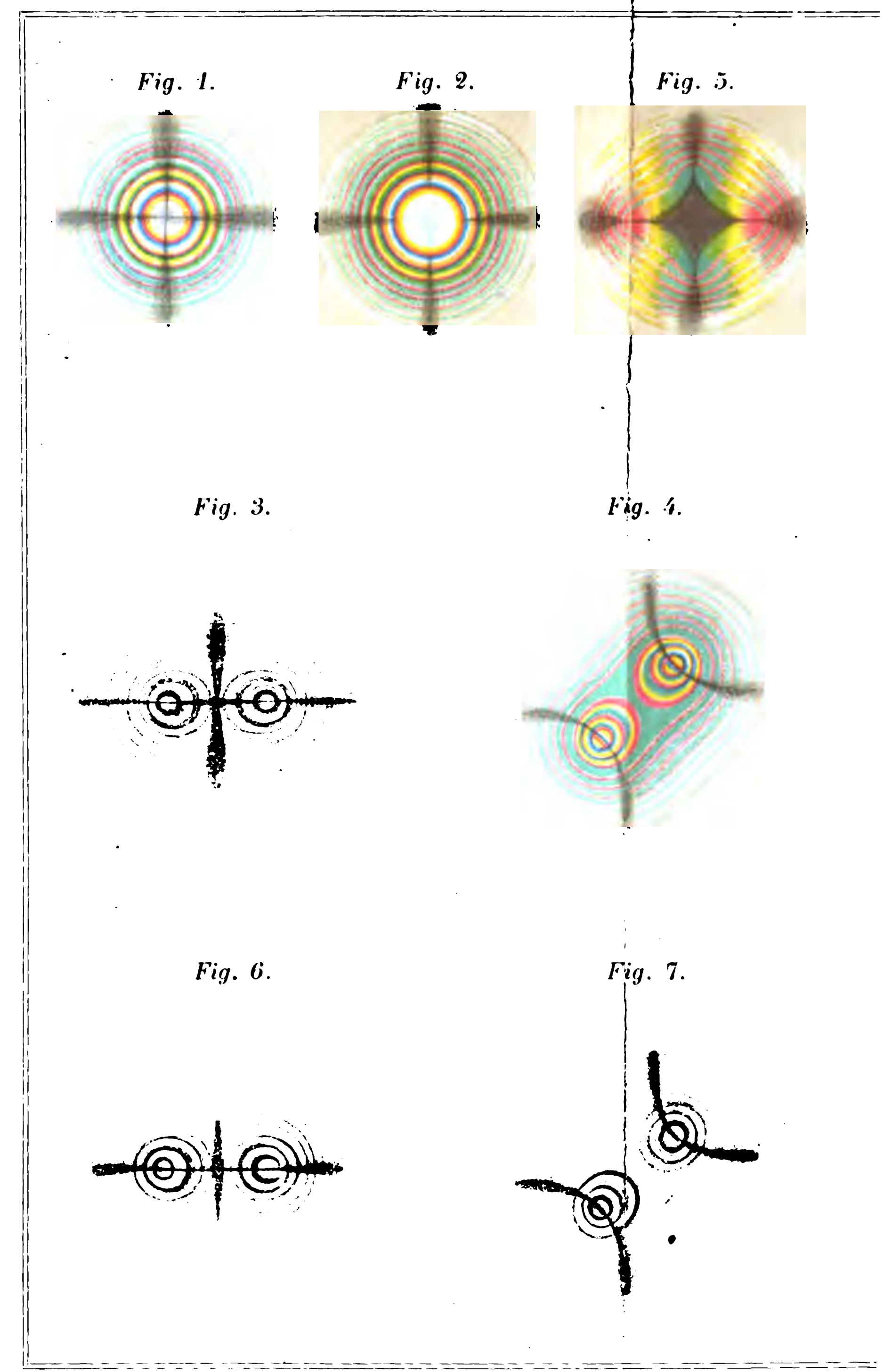
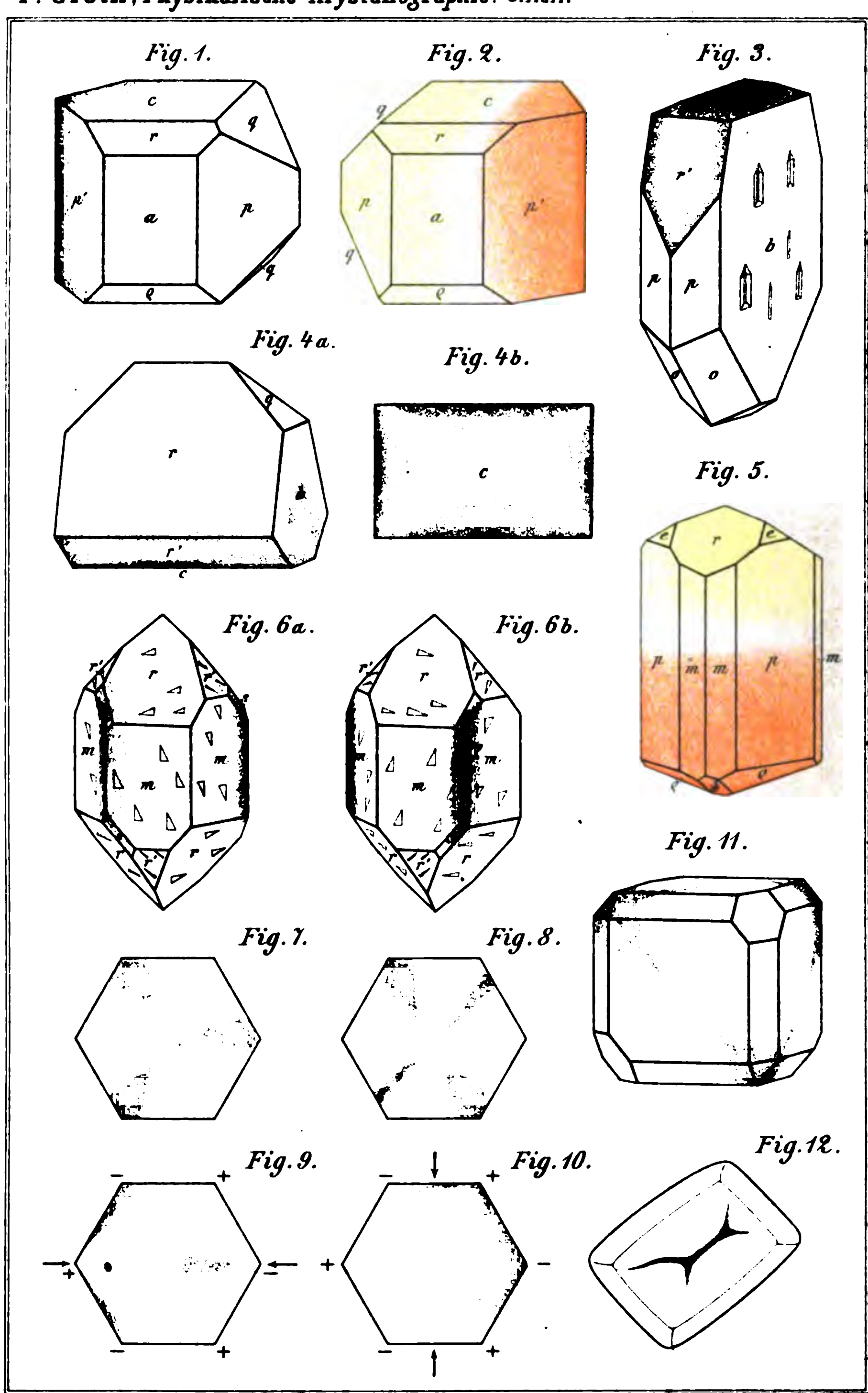


Fig. 6.




Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 7.



Verlag v. W. Engelmann. Leipzig
Lith. Hubert Köhler München.



C931 Groth, P.H. 51208
G88 Physikalische
1895 Krystallographie.
NAME
DATE DUE

